

## EILFTES KAPITEL.

### I n s t r u m e n t e .

#### §. 1.

Die Kenntniß der Instrumente und ihres gehörigen Gebrauches bey astronomischen Beobachtungen ist zu wichtig, um in einem Werke dieser Art nicht besondere Rücksicht zu verdienen. Ich werde hier von den vorzüglichsten derselben alles das in Kürze vorzutragen suchen, was angehenden Astronomen nothwendig, und was ohne vielen und kostbaren Zeichnungen verständlich ist, welche letzteren ich nicht mit aufnehmen wollte, da sie den Preis des Werkes zu sehr erhöhen und dadurch seiner Gemeinnützigkeit Eintrag thun, und da sie ohne den Instrumenten doch meistens unzureichend, und wenn diese letzteren selbst gegeben werden, überflüssig sind.

#### §. 2.

### LOTH UND LIBELLE.

Alle Höhenbeobachtungen beziehen sich entweder auf das Zenith oder auf den Horizont des Beobachtungsortes. Das erste wird durch das Bleyloth, und der zweyte durch die Libelle, Wasserwage, unmittelbar angegeben.

Die einfachste Gestalt eines Bleylothes (Fig. 6.) C A B ist ein gleichschenkliches Dreyeck von Holz oder Metall, aus dessen Scheitel C als Mittelpunkt der Kreisbogen m n beschrieben ist. Ist die Neigung der Ebene a b, auf welcher das Instrument steht, horizontal, so zeige der Faden C D, der in dem Scheitel des Dreyecks befestigt und an seinem anderen Ende mit einem Gewichte beschwert ist, auf den Kreisbogen m n den Grad D. Ist aber diese Ebene a b bey b um den Winkel x über dem Horizont erhoben, so wird der Faden den Grad

D — x



zeigen. Ist überdiß das Instrument A B C selbst fehlerhaft, und z. B. der Arm B C länger, als A C, so wird der Faden den Grad

$$D - x - y = a$$

anzeigen.

Man kehre nun das Dreyeck C A B um, so daß B nach A, und A nach B komme, so wird der Faden den Grad

$$D + x - y = b$$

zeigen.

Diese beyden einfachen Gleichungen, in welchen die ganze Theorie der Bleylothe enthalten ist, reichen hin, die zwey unbekannten Größen x und y zu bestimmen. Es ist nämlich

$$x = \frac{b - a}{2}$$

$$D - y = \frac{b + a}{2},$$

oder die Neigung der Ebene, worauf das Instrument steht, gegen den Horizont, ist die halbe Differenz, and der wahre Nullpunkt, worauf der Faden schlagen muß, wenn die Ebene ab horizontal ist, wird durch die halbe Summe der zwey Zahlen b und a angezeigt, welche man in den zwey entgegengesetzten Lagen des Instruments beobachtet hat.

Dasselbe gilt auch für solche Instrumente (Fig. 7) die mit Haken AA', BB' an horizontale Stangen ab aufgehängt werden. Ist die Stange ab horizontal, und sind die Haken einander gleich, so zeigt der Faden CD in beyden Lagen des Instruments auf den Kreisbogen m n den Punkt D. Hebt sich die Stange bey b, so zeige der Faden

$$D - x$$

und wird der Haken BB' kürzer, so zeige der Faden

$$D - x - y = a.$$

Kehrt man das Instrument um, B nach A, und A nach B, so zeigt der Faden

$$D + x - y = b,$$

also ist wie zuvor

$$x = \frac{b - a}{2}$$

$$D - y = \frac{b + a}{2}$$

Diese letzte Gattung von Bleylothen zog Maskelyne allen andern Lothen und Libellen vor.



## §. 3.

Die Libelle oder das Niveau besteht aus einer cylindrisch ausgehöhlten Glasröhre, die aber in der Richtung ihrer Länge kreisförmig gekrümmt seyn muß, damit die Luftblase, die entsteht, wenn die Röhre nicht ganz voll mit Wasser oder Weingeist gefüllt wird, in der Mitte der Röhre am höchsten stehe. Je genauer diese innere Röhre kalibriert, je weniger Ungleichheiten ihre Fläche unterworfen, je größer der Radius des Kreises, und je empfindlicher die Blase ist, desto vollkommener ist die Libelle.

Es sey (Fig. 3.)  $m n$  die Glasröhre, die auf das Stück  $A' B'$  befestigt ist, und mittels der Haken  $A A'$ ,  $B B'$ , an einer Stange  $a b$  aufgehängt werden kann. Diese Röhre trägt eine eingetheilte Scale, und kann mittels einer Schraube bey  $n$  gegen den Horizont mehr oder weniger geneigt werden.

Wenn die Stange  $a b$  horizontal ist, und die Blase mit ihren beyden Enden bey den Zahlen  $D$  und  $D$  steht, so daß  $2 D$  ihre Länge bezeichnet, (die sich bey einer höheren Temperatur verkürzt, weil diese den Weingeist ausdehnt) so wird, wenn man die Haken  $A B$  verkehrt, und wenn das Instrument richtig ist, die Blase mit ihren Endpunkten wieder bey  $D$  und  $D$  stehen müssen.

Wir wollen annehmen, daß die Axe des Instruments, welche auf diese Weise z. B. vertikal gestellt werden soll, von der Vertikallinie gegen die linke Seite des Beobachters um den Winkel  $x$  geneigt sey, und daß ferner die Libelle selbst auf der rechten Seite des Beobachters um den Winkel  $y$  zu hoch stehe, so wird man haben, rechts die Zahl

$$r = D + x + y$$

und links

$$l = D - x - y.$$

Dreht man nun die Libelle um 180 Grade im Horizonte, und stellt sie auf die der vorigen entgegengesetzten Seite, so daß z. B. das Gesicht des Beobachters jetzt gen Süd steht, wenn es in der ersten Lage gen Nord stand, so ist wieder

$$\text{rechts. } r' = D - x + y$$

$$\text{und links } l' = D + x - y.$$

Aus diesen Gleichungen folgt sofort die Correction der Axe

$$x = \frac{r - r'}{2} = \frac{l' - l}{2}$$

und die Correction der Libelle



$$y = \frac{r' - l}{2} = \frac{r - l'}{2}$$

Will man daher in dieser zweyten Lage des Instruments blofs die Axe desselben verbessern, ohne die Libelle selbst zu corrigiren, so wird man die Fufsschraube des Instruments so bewegen, dafs die Blase zeigt

$$\text{rechts } R = r' + x = \frac{r' + r}{2}$$

$$\text{links } L = l' - x = \frac{l' + l}{2}$$

Will man dann noch die Libelle selbst verbessern, so wird man durch die Correctionsschraube der Libelle die Blase in die Mitte bringen, so dafs sie auf beyden Seiten bey denselben Zahlen steht.

Anders verhält es sich bey Mittagsröhren u. dgl., wo der Beobachter seine Stelle nicht wechselt, sondern z. B. immer gegen Süden sieht. Man sieht leicht, dafs man da folgende Ausdrücke hat

I<sup>te</sup> Lage, rechts  $r$ , links  $l$

II<sup>te</sup> Lage, rechts  $r'$ , links  $l'$

verbesserte II<sup>te</sup> Lage, rechts  $R = \frac{l + r'}{2}$ , links  $L = \frac{r + l'}{2}$

Dies Verfahren halte ich für das sicherste und bequemste. Wie man aber auf die gewöhnliche Weise Axe und Libelle zugleich corrigirt, wird unten bey dem Mittagsrohre erklärt werden.

#### §. 4.

#### V E R N I E R.

Der Vernier oder Nonius ist eine in gleiche Theile getheilte gerade oder krumme Linie, welche sich an einer andern in andere, aber wieder in gleiche Theile getheilten Linie auf und ab bewegen läfst. Der Zweck desselben ist, die Zwischenräume welche zwischen den Theilstrichen der letzten Linie enthalten sind, wieder in kleinere Theile zu theilen.

Wenn zwey gleiche Bogen von Kreisen, die denselben Halbmesser haben, oder wenn zwey gleich grofse gerade Linien, deren Länge gleich  $A$  seyn soll, in gleiche Theile so eingetheilt werden, dafs die Zahl dieser gleichen Theile bey der einen Linie  $n$ , und bey der andern  $n + 1$  ist, so wird ein Theil der ersten gleich

$$\frac{A}{n}$$



und ein Theil der andern gleich

$$\frac{A}{n+1}$$

also die Differenz jeder zwey Theile

$$\frac{A}{n(n+1)}$$

seyn.

Ein Kreis sey von 10 zu 10 Minuten eingetheilt, also enthält ein Bogen desselben vor  $9^{\circ} 50'$  eine Anzahl von 59 Theilstrichen, da jeder Grad desselben 6 Theilstriche hat. Ein anderer gleich großer Bogen des Verniers sey in 60 gleiche Theilstriche getheilt, so ist  $A = 590'$  und  $n = 59$  also die Differenz von jedem Theil des Bogens und einem Theil des Verniers

$$\frac{A}{n(n+1)} = \frac{1}{6} \text{ Minute,}$$

oder 10 Secunden.

Wenn man daher auf jenem Kreise unmittelbar nur 10 Minuten lesen konnte, so kann man jetzt auf ihm mit Hilfe des Verniers unmittelbar 10 Secunden lesen. Coincidiren also z. B. von beyden Bogen die 1., 2., 3., oder die

30., 31., 32sten

Theilstriche, so wird man in derselben Ordnung haben

$0' 10'', 0' 20'', 0' 30''$  oder

$5' 0'', 5' 10'', 5' 20''$  u. s. w.

Dies wird hinreichen, jeden anders getheilten Vernier gehörig zu gebrauchen, der bey den neuern Instrumenten vorzugsweise vor andern Mitteln, (Transversalen etc.) angewendet wird, um Kreisbogen sowohl als gerade Linien in sehr kleine Theile mit Verlässlichkeit einzutheilen.

## §. 5.

### FERNRÖHRE.

Es kann nicht meine Absicht seyn, eine vollständige Theorie dieser Instrumente zu geben, die man in den ihnen ausschließend gewidmeten Werken nachsehen wird. Hier wird es genug seyn, das Vorzüglichste derselben kurz in Erinnerung zu bringen.

Ein convexes Glas (ein einfaches Microscop) vergrößert den Durchmesser eines Objectes so oft, als seine Brennweite

I.

Z



in der Entfernung des deutlichen Sehens (etwa acht Zoll) enthalten ist. Eine Linse von einem Zoll Brennweite vergrößert daher die Gegenstände achtmal im Durchmesser, und 64mal in der Oberfläche. Convexe Gläser vergrößern also die Gegenstände um so mehr, je kleiner ihre Brennweite ist, und zugleich entfernen sie die Bilder derselben vom Auge, so wie concave Gläser die Gegenstände verkleinern, aber die Bilder derselben dem Auge näher bringen.

Wenn die Vergrößerung derselben beträchtlich seyn soll, so müssen die Gläser mehr kugel- als linsenförmig seyn, sie müssen ferner dem Gegenstande sehr nahe gebracht werden, wodurch sie die gehörige Beleuchtung verhindern, sie geben endlich ein zu kleines Gesichtsfeld. Diese Unvollkommenheiten zu vermeiden, hat man die zusammengesetzten Microscope erfunden, von denen das einfachste aus zwey convexen Gläsern besteht. Das Objectivglas ist kleiner und hat eine kürzere Brennweite, als das Ocularglas. Der Gegenstand wird etwas über den Brennpunkt des Objectivglases entfernt, damit die divergirend auf das Glas fallenden Strahlen erst weit hinter demselben, also dem Ocularglase nahe ein Bild machen, welches daher schon beträchtlich größer, als der Gegenstand selbst erscheint. Der Ort dieses Bildes ist zugleich der Brennpunkt des Ocularglases, durch welches man also den Gegenstand noch mehr vergrößert sieht.

Entfernte Gegenstände zu sehen, braucht man Fernrohre, die entweder dioptrisch, bloß mit Gläsern oder catoptrisch, mit Spiegeln und Gläsern versehen sind. Das einfachste dioptrische Fernrohr ist das sogenannte astronomische, und besteht aus zwey biconvexen Gläsern, von welchen das Objectivglas größer ist und eine größere Brennweite hat, als das Ocularglas. Weit entfernte Gegenstände, deren Strahlen als unter einander parallel angesehen werden können, erscheinen als Bilder in dem gemeinschaftlichen Brennpunkte beyder Gläser, und dieses Bild sieht das Auge durch das Ocular vergrößert. Das astronomische Fernrohr ist also eigentlich nur ein zusammengesetztes Microscop, in welchem Objectiv und Ocular ihren Platz gewechselt haben.

Sey  $R$  und  $r$  die Brennweite des Objectivs und des Oculars,  $e$  die Entfernung vom Auge, in welcher das freye Aug am besten sieht,  $A$  die scheinbare Größe des Gegenstandes mit freyem Auge,  $B$  und  $C$  die scheinbare Größe des Bildes mit freyem Auge, und durch das Ocular gesehen, endlich  $a$  der Durchmesser des Bildes selbst, so ist der Winkel  $A$  der beyden äußersten Linien vom Objecte an dem Mittelpunkte des Objectivs gleich dem Winkel der beyden äußersten Linien von dem Bilde an dem Mittelpunkt des Objectivs, weil beyde Scheitelwinkel sind. Ist



daher die Brennweite des Objectivs genau so groß, als die Weite  $e$ , so ist auch die scheinbare Größe  $B$  des Bildes, mit freyem Auge gesehen, genau so groß, als die scheinbare Größe  $A$  des Gegenstandes selbst. Ueberhaupt aber ist

$$\frac{a}{R} = \text{Tg } A, \text{ und}$$

$$\frac{a}{e} = \text{Tg } B, \text{ also}$$

$$\text{Tg } B = \frac{R}{e} \text{Tg } A$$

oder  $B$  so viel größer als  $A$ , als die Brennweite  $R$  des Objectivs größer, als die gewöhnliche Sehweite  $e$  ist.

Dieses Bild aber wird durch das Ocular, wie durch ein einfaches Microscop angesehen, dessen Vergrößerung nach dem vorhergehenden gleich  $\frac{e}{r}$  ist. Es ist nämlich, wie zuvor,

$$\frac{a}{r} = \text{Tg } C \text{ und}$$

$$\frac{a}{e} = \text{Tg } B \text{ also}$$

$$\text{Tg } C = \frac{e}{r} \text{Tg } B$$

Substituirt man in der letzten Gleichung für  $B$  seinen vorhergehenden Werth in  $A$ , so ist

$$\text{Tg } C = \frac{R}{r} \text{Tg } A$$

oder, wenn die Winkel  $A$  und  $C$  nur klein sind;

$$\frac{C}{A} = \frac{R}{r}$$

das heißt, die durch das Fernrohr erscheinende Größe des Durchmessers eines Gegenstandes verhält sich zu der mit freyem Auge gesehenen Größe desselben, wie die Brennweite des Objectivs zu der des Oculars, und da  $r$  gegen  $R$  gewöhnlich sehr klein ist, so sieht man durch das Fernrohr die Gegenstände viel größer, als mit freyem Auge.

Denselben letzten Ausdruck erhält man noch einfacher, wenn man sich das Auge, welches das Bild des Gegenstandes im Brennpunkte beyder Gläser betrachtet, zuerst an der Stelle des Objectivs, und dann an jener des Oculars denkt, so daß das Ocular nicht eigentlich die Vergrößerung, sondern nur das



Deutlichsehen in einer Nähe bewirkt, in welcher das freye Auge die Gegenstände nicht mehr klar erkennen wird.

Unter den Methoden, die Vergrößerung eines Fernrohrs durch Versuche zu bestimmen, ist eines der einfachsten und sichersten jenes, durch welches man sich das Verhältniß des Durchmessers eines Gegenstandes im Fernrohre, und außer demselben auf dieselbe Entfernung bezogen, oder was dasselbe ist, die Tangenten der halben Winkel, unter welchen der unmittelbar und der durch das Rohr gesehene Gegenstand erscheint, verschafft, wozu es mehrere bequeme Mittel gibt. Das dabey gewöhnliche Verfahren, wo man denselben Gegenstand zugleich mit freyem Auge, und durch das Rohr betrachtet, scheint keiner großen Schärfe fähig. Genauer wird man so verfahren: Man befestige an das Ocular des horizontal gestellten Fernrohres ein vertikal gestelltes Spiegelglas, dessen beyde Seiten parallel sind, unter einem Winkel so, daß die gewählten terrestrischen Gegenstände hinter dem Beobachter, oder auf der Seite des Oculars, im Spiegel erscheinen, während man zugleich einen Gegenstand im Rohre bemerkt, dessen Strahlen durch das Objectiv einfallen.

Am besten ist es, für diesen Gegenstand den Durchmesser  $d$  des scheinbaren Feldes des Rohres selbst zu nehmen, in dem man den Umkreis dieses Feldes mit dem anderen, durch den Spiegel gesehenen Gegenstand an den beyden Punkten des Feldes zur Berührung bringt, die unter allen am weitesten von einander entfernt sind. Mißt man dann den Winkel  $D$  jener zwey Punkte des Gegenstandes z. B. mit einem Spiegelsextanten, so hat man für die Vergrößerungszahl  $N$

$$\operatorname{Tg} \frac{D}{2} : \operatorname{Tg} \frac{d}{2} = N$$

Mehrere das Verfahren vereinfachende Modificationen, wenn der horizontale Durchmesser des Feldes, wenn statt dem Gegenstande ein in bekannter Entfernung vorgehaltener Maßstab gewählt wurde, oder wenn das Fernrohr nicht horizontal, und der Spiegel nicht genau vertikal ist u. s. w. wird man leicht selbst finden. Meistens wir man das Spiegelglas ohne alle Neigung bloß an die Fassung des Oculars anlegen können, wodurch das Verfahren sehr vereinfacht wird. Obschon man übrigens wegen der ungewöhnlichen Entfernung des Auges vom Ocular den Durchmesser des Feldes nur theilweise sehen kann, so läßt sich doch die Tangirung, wenn die Spiegelgegenstände, wegen der nöthigen Lichtstärke, nicht zu entfernt sind, mit großer Schärfe nehmen, und man wird mit einiger Umsicht die gesuchte Vergrößerung mit aller erforderlichen Genauigkeit erhalten.

Das Vorhergehende ist von H. Habel, welcher sich hier, so



wie auch H. Grinzenberger, mit ausgezeichnetem Fortgange dem Studium der Mathematik und Astronomie widmet, und von welchen beyden talentvollen jungen Männern sich die Wissenschaft für die Folge schöne Früchte zu versprechen hat.

I. Diese Vergrößerung der Gegenstände ist aber nicht der einzige Vortheil der Fernröhre. Da das Objectiv beträchtlich größer ist, als das Ocular, so muß, wenn alle Strahlen, welche auf das erste fallen, auf der Oberfläche des zweyten vereinigt werden, auch die Beleuchtung des Bildes viel größer seyn, als die des Objectes. Nimmt man die Intensität des Lichtes bey dem Eintritte in das Rohr zur Einheit an, so wird diese Intensität bey dem Austritte des Lichts aus dem Rohre

$$\left(\frac{D}{d}\right)^2$$

seyn, wo D, d der Durchmesser des Objectivs und des Oculars ist.

II. Diese Lichtstärke wird besonders durch den Ring, welcher im Innern des Rohrs in der Nähe des gemeinschaftlichen Brennpunkts beyder Gläser steht, wieder vermindert. Dieser Ring, Diaphragma, dient dazu, die von den Wänden des Rohres unregelmäßig reflectirten, so wie die von dem äußersten Rande des Objectivs kommenden Strahlen, welche das Bild nur undeutlich machen würden, abzuhalten, und da dieser Ring den Raum begrenzt, den man durch das Fernrohr auf einmal übersehen kann, so bestimmt seine Größe das Feld des Fernrohrs. Ist nämlich R die Brennweite des Objectivs, und  $\rho$  der Halbmesser des Diaphragma's, so ist, wenn  $\alpha$  den Winkel bezeichnet, welchen man mit dem Fernrohre übersehen kann

$$\alpha = \frac{2 \rho}{R \sin 1''}$$

III. Die Lichtstärke selbstleuchtender Körper verhält sich überhaupt wie das Quadrat ihrer Entfernung vom Auge des Beobachters. Ist aber für einen bloß von der Sonne beleuchteten Körper, z. B. für einen Planeten, die Entfernung desselben von der Erde gleich a, und von der Sonne gleich b, so verhält sich die Lichtstärke derselben, wie

$$\frac{A}{a^2 b^2}$$

wo A eine von dem Durchmesser und der Größe der lichtzurückwerfenden Kraft, Albedo, des Planeten abhängiger Factor ist. Ein Rohr, dessen Objectiv den Durchmesser d hat, zeigt dann den Planeten mit einer Lichtstärke, die gleich

$$l = A. B. \frac{d^2}{a^2 b^2}$$



gesetzt werden kann, wo  $B$  von dem Verluste abhängt, welchen das Licht durch die Brechung im Rohre leidet.

Für ein anderes Rohr und eine andere Lage des Planeten ist

$$l' = A. B. \frac{d'^2}{a'^2. b'^2}$$

Soll daher in beyden der Planet gleich hell erscheinen, so muß  $l = l'$ , oder

$$\frac{d'}{d} = \frac{a'. b'}{a. b}$$

seyn.

Endlich kann man in der Ebene durch das Bild senkrecht auf die Axen der Gläser eine Vorrichtung von feinen Fäden u. dgl. anbringen, um kleine Entfernungen mit der größten Schärfe zu messen, und diese Vorrichtungen, die man unter dem Namen der Micrometer begreift, sind es, welche einen der größten Vorzüge der Fernröhre ausmachen, und welchen die beobachtende Astronomie der neueren Zeiten bedeutende Fortschritte verdankt.

## §. 6.

### M I C R O M E T E R.

Die einfachste Art der Micrometer ist das oben erwähnte Diaphragma selbst, welches in dem gemeinschaftlichen Brennpunkte beyder Gläser auf der Axe beyder Gläser senkrecht steht, und vollkommen kreisförmig ausgedreht ist. Bequemer noch für die Beobachtungen ist ein zweyter, mit jenem concentrischer, metallener Kreis, der an dem ersten durch zwey oder mehrere Metallplättchen befestiget ist. Da dieser Kreis auch an der Fläche des Himmels einen Kreis abschneidet, so ist klar, daß die Sehnen, welche in dem unverrückten Kreise die durch ihn gehenden Sterne beschreiben, alle senkrecht auf den Stundenkreise sind, der durch den Mittelpunkt des Feldes geht, daß man also auch aus den beobachteten Ein- und Austritten zweyer Sterne die Differenz ihrer Rectascension sowohl, als die ihrer Declination erhalten kann, wenn der Halbmesser dieses Kreismicrometers bekannt ist.

Um das Folgende besser zu übersehen, sey (Fig. 9)  $ACB$  der Aequator, und  $ac b$  ein Parallelkreis, dessen Declination  $Aa = Bb = \delta$  ist. Es sey  $t$  die Zeit, die ein Stern, dessen Declination  $\delta$  ist, braucht, von  $a$  nach  $b$  zu kommen, und  $bCa = x$  der Winkel des größten Kreises, zu dem die Sehne  $ba$  gehört, und endlich



$$BCA = bca = y,$$

$$\text{also } y = 15 t.$$

Es ist aber  $\sin BA : \sin ba = \sin BP : \sin bP$ ,

das heisst

$$\sin y : \sin x = 1 : \cos \delta,$$

also ist auch

$$\sin x = \sin y \cos \delta, \text{ oder}$$

$$\sin x = \sin 15 t \cos \delta,$$

und daher, wenn  $x$  nur sehr klein ist,

$$x = 15 t \cos \delta.$$

Es sey also bey zwey Sternen, deren vorläufig bekannte Declination  $\delta \delta'$  ist,  $t$  und  $t'$  die halbe Zwischenzeit der Sehnen, oder die halbe Zeit zwischen ihrem Ein- und Austritte in den Micrometer,  $r$  der Halbmesser desselben, und  $d d'$  der noch unbekannte Abstand dieser Sehnen von dem Mittelpunkte des Micrometers, so ist

$$d^2 = r^2 - (15 t \cos \delta)^2$$

$$d'^2 = r^2 - (15 t' \cos \delta')^2$$

und die gesuchte Differenz der Declinationen ist

$$\delta' - \delta = d' - d.$$

Braucht man eine mittlere Uhr, so mufs für Fixsterne 15.041 statt 15 gesetzt werden. Addirt man endlich bey jedem der zwey Gestirne den Eintritt zu dem Austritte, so ist die halbe Differenz dieser beyden Summen zugleich die gesuchte Differenz der Rectascensionen. Man sieht, dafs man zur Bestimmung der Differenz der Declinationen noch bemerken mufs, ob der Stern über oder unter dem Mittelpunkte des Feldes durchging. Zur bequemern Rechnung kann man annehmen

$$a = 15 t \cos \delta,$$

wodurch man erhält

$$d = \sqrt{(r+a)(r-a)}$$

oder

$$d = r \cos \varphi,$$

$$\text{wenn } \sin \varphi = \frac{a}{r}$$

gesetzt wird. Endlich ist klar, dafs sich die Rectascension am sichersten durch solche Sterne bestimmen lassen wird, die nahe



durch den Mittelpunkt des Feldes gehen, so wie die Declination durch jene, welche sehr weit von diesem Mittelpunkte durchgehen,

## §. 7.

Zur Bestimmung des Halbmessers  $r$  des Feldes kann man die Durchgänge zweyer Sterne wählen, deren Declination  $\delta$   $\delta'$  genau bekannt ist. Sind  $t$   $t'$  die halben Durchgangszeiten, und der Kürze wegen

$$a = 15 \cos \delta \cdot t$$

$$\text{und } a' = 15 \cos \delta' \cdot t',$$

und nennt man  $m$   $m'$  die Winkel, welche bey dem Ein- oder Austritte dieser Sterne der Halbmesser des Feldes mit der aus dem Mittelpunkte des Feldes auf die Sehne gefällten senkrechten Linie bildet, so hat man

$$\left. \begin{aligned} r \sin m &= a \\ r \sin m' &= a' \\ r (\cos m + \cos m') &= \delta' - \delta \\ \text{also auch} \\ r (\sin m' + \sin m) &= a' + a \\ r (\sin m' - \sin m) &= a' - a \end{aligned} \right\} \text{ (I)}$$

Die drey letzten Gleichungen geben durch Division

$$\frac{a' + a}{\delta' - \delta} = \operatorname{Tg} \frac{m' + m}{2} \text{ und}$$

$$\frac{a' - a}{\delta' - \delta} = \operatorname{Tg} \frac{m' - m}{2}$$

Hat man durch die beyden letzten Ausdrücke  $m$  sowohl als  $m'$  gefunden, so geben die Gleichungen I.:

$$\begin{aligned} r &= \frac{a}{\sin m} = \frac{a'}{\sin m'} = \frac{\delta' - \delta}{2 \cos \frac{m+m'}{2} \cos \frac{m'-m}{2}} \\ &= \frac{\frac{1}{2} (a' + a)}{\sin \frac{m'+m}{2} \cos \frac{m'-m}{2}} = \frac{\frac{1}{2} (a' - a)}{2 \cos \frac{m'+m}{2} \sin \frac{m'-m}{2}} \end{aligned}$$

Nennt man aber

$$\frac{m'+m}{2} = n, \text{ und}$$



$$\frac{n' - m}{2} = n',$$

das heißt

$$m = n - n', \text{ und}$$

$$m' = n + n',$$

und substituirt man diese Werthe von  $m$  und  $m'$  in den fünf Gleichungen 1., so ist

$$\operatorname{Tg} n = \frac{a' + a}{\delta' - \delta}, \text{ und}$$

$$\operatorname{Tg} n' = \frac{a' - a}{\delta' - \delta}$$

und wenn so  $n$ ,  $n'$  gefunden ist, so hat man

$$\begin{aligned} r &= \frac{a}{\sin(n - n')} = \frac{a'}{\sin(n + n')} = \frac{\delta' - \delta}{2 \cos n \cos n'} \\ &= \frac{\frac{1}{2}(a' + a)}{2 \sin n \cos n'} = \frac{\frac{1}{2}(a' - a)}{2 \cos n \sin n'} \end{aligned}$$

Man sieht leicht, daß  $r$  am vortheilhaftesten zu bestimmen ist, wenn 1.  $(\delta - \delta')$  sehr nahe gleich  $2r$  ist, oder wenn beyde Sterne sehr kleine Chorden beschreiben, denn hier haben Fehler der Beobachtung den kleinsten, aber ein Fehler in den vorausgesetzten Declinationen, der bey wohlbekannten Sternen nicht zu fürchten ist, den größten Einfluß, und 2. wenn  $(\delta' - \delta)$  sehr nahe gleich  $r$  ist, so daß wenn der eine Stern eine sehr kleine Chorde beschreibt, der andere nahe bey dem Mittelpunkt vorbeigehet, in welchem Falle Fehler der Declinationen den kleinsten, und Fehler der Beobachtungen den größten Einfluß haben.

I. Auch der Durchgang der Sonne, deren Halbmesser  $R$  bekannt ist, läßt sich sehr bequem zu diesem Zwecke brauchen. Sind nämlich  $\vartheta$ ,  $\vartheta'$  die wahren Sonnenzeiten zwischen den äußern und innern Berührungen der Sonne und des Feldes, so ist

$$d^2 - \frac{1}{4} \vartheta'^2 (15 \cos \delta)^2 = (r + R)^2$$

$$d^2 - \frac{1}{4} \vartheta^2 (15 \cos \delta)^2 = (r - R)^2$$

und wenn man aus diesen beyden Gleichungen die Gröfse  $d$  eliminirt

$$r = \left( \frac{15}{4} \cos \delta \right)^2 \cdot \frac{(\vartheta^2 - \vartheta'^2)}{R}$$

wo  $\delta$  die Declination des Mittelpunkts der Sonne ist.

Differentiirt man den letzten Ausdruck, so findet man

$$d r = \frac{2}{R} \cdot \left( \frac{15 \cos \delta}{4} \right)^2 \cdot (\vartheta d \vartheta - \vartheta' d \vartheta') - \frac{r d R}{R}$$



also ist die Bestimmung von  $r$  desto sicherer, je größer  $R$  gegen  $r$  ist.

Hat man durch eine dieser Methoden  $r$  bestimmt, so muß bey allen künftigen Beobachtungen das Ocular immer gleich weit von dem Objective entfernt seyn, weil mit dieser Entfernung sich auch der Werth von  $r$  ändert. Ein einfaches Zeichen an der Ocularröhre wird hinreichen, das Ocular immer wieder in dieselbe Lage zu bringen.

II. Mit einem solchen Micrometer lassen sich auch sehr bequem die Sonnenflecken beobachten. Ist  $s$  die wahre Sonnenzeit, zwischen den äußern Berührungen des Randes der Sonne, d. h. zwischen dem ersten und letzten Blick derselben, und  $d$  die Distanz der Mittelpunkte der Sonne und des Kreises; ist ferner  $\tau$  die Zeit zwischen dem Ein- und Austritte des Fleckens, und  $D$  die Distanz des Fleckens vom Mittelpunkte des Kreises,  $r$   $R$  der Halbmesser des Kreises und der Sonne, und endlich  $\delta$  die Declination der Sonne, so ist

$$d^2 = (R + r)^2 - \left( \frac{15s}{2} \cos \delta \right)^2$$

$$D^2 = r^2 - \left( \frac{15\tau}{2} \cos \delta \right)^2$$

und  $D - d$  ist die Differenz der Declination des Mittelpunkts der Sonne und des Fleckens. Die Differenz der Rectascension aber ist der halbe Unterschied der Ein- und Austritte des Sonnenrandes und des Fleckens. Hat man noch die innern Berührungen der Sonne beobachtet, so hat man eine zweyte Bestimmung des Fleckens. Man sehe Zachs Monatl. Correspondenz Vol. 17 u. 24, und Berl. Jahrb. 1796. p. 164.

### §. 8.

Alles Vorhergehende setzt voraus, daß die beobachteten Gestirne in Rectascension und Declination unveränderlich sind. Es sey  $\Delta \alpha$ ,  $\Delta \delta$  die Bewegung des einen in Rectascension und Declination während einer Zeitsecunde, wo diese Größen immer so klein seyn werden, daß man ihre zweyten und höhern Potenzen ohne merklichen Fehler vernachlässigen kann. Ist  $ED$  (Fig. 10.) der durch den Mittelpunkt des Feldes gehende Stundenkreis, so wird jenes Gestirn nicht mehr die auf diesen Stundenkreis senkrechte Sehne  $AB$ , sondern es wird die Sehne  $Ab$  beschreiben, und die Mitte zwischen Ein- und Austritt wird nicht mehr zu dem Punkte  $f$ , sondern sie wird zu dem Punkt  $g$  gehören, wenn der Halbmesser des Feldes  $Cg$  auf  $Ab$  senkrecht ist. Beschreibt das andere unveränderliche Gestirn die auf  $ED$  senk-



rechte Sehne  $A'B'$ , so wird die Differenz der Declinationen nicht  $CE + Cg$  sondern  $CE + Cf$  seyn.

Um  $fg$  zu finden, bemerke man, daß die vermöge der Rotation der Erde beobachtete Bewegung des ersten Gestirns, in einer Zeitsecunde, in seinem Parallelkreis, in Rectascension seyn wird,

$$(15 - \Delta \alpha) \cos \delta$$

und daß daher die Bewegung desselben in derselben Zeit in der Richtung der Linie  $Ab$  ist

$$\sqrt{(15 - \Delta \alpha)^2 \cos^2 \delta + (\Delta \delta)^2}$$

Ist also  $n$  der Winkel  $BAb = fCg$  so ist sehr nahe

$$\operatorname{Tg} n = \frac{\Delta \delta}{(15 - \Delta \alpha) \cos \delta} = \frac{\Delta \delta}{15 \cos \delta} \text{ und}$$

$$\sin n = \frac{\Delta \delta}{15 \cos \delta}$$

Ist also  $2\tau$  die beobachtete Zeit durch  $Ab$ , so ist

$$Ab = (15 - \Delta \alpha) 2\tau \cos \delta \text{ und}$$

$$Cg = \sqrt{r^2 - \frac{1}{4}(Ab)^2}$$

Setzt man der Kürze wegen

$$d' = \sqrt{r^2 - (15 \tau \cos \delta)^2}$$

so hat man

$$Cg = d' + 15 \tau^2 \frac{\cos^2 \delta \cdot \Delta \alpha}{d'} \text{ und daher}$$

$$fg = Cg \operatorname{Tg} n$$

und die Zeit durch  $fg$  gleich

$$\frac{Cg \operatorname{Tg} n}{(15 - \Delta \alpha) \cos \delta} = \frac{d' \Delta \delta}{(15)^2 \cos^2 \delta}$$

und dies ist die Zeit, welche man zu dem Mittel  $g$  der Ein- und Austritte hinzusetzen muß, um die Zeit durch  $f$  zu erhalten.

Ist also  $\mathfrak{z}$  die Zeit des Eintritts in  $A$ , und  $\mathfrak{z}'$  die Zeit des beobachteten Austritts in  $b$ , so ist die Zeit durch den Punkt  $f$  gleich

$$\frac{1}{2} (\mathfrak{z} + \mathfrak{z}') + \frac{d' \Delta \delta}{(15 \cos \delta)^2}$$

und die Distanz

$$Cf = \frac{Cg}{\cos n}$$

gleich



$$d' + 15 (\vartheta - \vartheta')^2 \frac{\cos^2 \delta \cdot \Delta \alpha}{4 d'}$$

wo  $d'$  die ohne Rücksicht auf die eigene Bewegung des Gestirns berechnete Distanz der Sehne  $AB$ , von dem Mittelpunkte  $C$  des Feldes bezeichnet.

### §. 9.

Wenn die beobachteten Gestirne nahe am Horizont sind, so muß man nicht nur auf ihre Refraction, welche ihre Rectascension und Declination ändert, sondern selbst auf die Veränderung dieser Refraction in dem Punkte  $A$  und  $B$  Rücksicht nehmen. Wir wollen sehen, wie man dies am bequemsten thun könne.

Wenn sich diese Refraction während dem Durchgange der Sterne durch das Rohr nicht merklich ändert, so wird der Stern noch immer eine dem Aequator parallele Sehne beschreiben. Ist also, wie zuvor,  $\vartheta$   $\vartheta'$  die Zeit des Ein- und Austritts des Sterns,

$$\vartheta' - \vartheta = 2 \tau,$$

und  $d'$  die Distanz des Sterns vom Mittelpunkte des Feldes, die man ohne Rücksicht auf Refraction nach §. 6 gefunden hat, so ist, wenn  $r$  die zu der Höhe des Sterns gehörige Refraction, und  $\pi$  den parallactischen Winkel des Gestirns (zwischen dem Vertikal- und Declinationskreis) bezeichnet, der von der Refraction corrigirte Durchgang des Sterns durch den Stundenkreis

$$T = \frac{\vartheta + \vartheta'}{2} - \frac{r \sin \pi}{15 \cos \delta}$$

und seine corrigirte Entfernung vom Mittelpunkte des Feldes

$$D = d' - r \cos \pi$$

Verändert sich aber die Refraction während dem Durchgange des Sterns um  $dr$ , so wird er nicht mehr die auf  $ED$  parallele Sehne  $AB$ , sondern die Sehne  $Ab$  beschreiben, und während dem Durchgange des Sterns wird seine Rectascension um

$$\frac{dr \sin \pi}{\cos \delta}$$

und seine Declination um

$$dr \cos \pi$$

verändert werden. Ist also

$$\vartheta' - \vartheta = 2 \tau$$



in Secunden der Sternzeit ausgedrückt, so sind die Aenderungen der Rectascension und Declination in einer Secunde

$$\frac{dr \sin \pi}{2 \tau \cos \delta} \quad \text{und} \quad \frac{dr \cos \pi}{2 \tau}$$

und da man diese Aenderungen wie die in dem vorhergehenden §. betrachteten behandeln kann, so ist der corrigirte Durchgang des Sternes durch den Stundenkreis

$$\begin{aligned} \frac{2 + 2'}{2} - \frac{\sin \pi}{15 \cos \delta} - \frac{dr \cdot d' \cos \pi}{(15 \cos \delta)^2 2 \tau} \\ = T - \frac{dr \cdot d' \cos \pi}{(15 \cos \delta)^2 2 \tau} \end{aligned}$$

und seine corrigirte Entfernung vom Mittelpunkte des Feldes

$$\begin{aligned} d' - r \cos \pi - dr \frac{15 \cdot \tau \cos \delta \sin \pi}{2 d'} \\ = D - dr \frac{15 \cdot \tau \cos \delta \sin \pi}{2 d'} \end{aligned}$$

Die Gröfse  $r$  findet man aus den gewöhnlichen Tafeln für die Höhe  $h$  des Gestirns. Diese Höhe  $h$  und den Winkel  $\pi$  aber findet man durch die Ausdrücke

$$\cos h \sin \pi = \cos \varphi \sin s$$

$$\cos h \cos \pi = \sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos s$$

wo  $s$  den Stundenwinkel und die Polhöhe bezeichnet. Sucht man endlich noch die Differenz  $\Delta h$  der Höhe der Punkte  $A$  und  $b$ , oder

$$\Delta h = -15 (2 \tau) \cos \delta \sin \pi$$

so geben die Refractionstafeln auch die Refraction  $r'$  der Höhe  $h - \Delta h$  und man hat  $dr = r' - r$ . Ueber die Correction der Refraction bey allen Arten von Micrometern sehe man Monatl. Corresp. 1808 März.

#### §. 10.

Sind endlich die beobachteten Gestirne zu nahe an dem Pole des Aequators, so werden sie nicht mehr, wie bisher vorausgesetzt wurde, während dem Durchgange durch das Feld des Micrometers gerade Linien beschreiben, und die oben §. 6. gegebenen Ausdrücke werden eine Verbesserung nöthig haben.

Betrachtet man das sphärische Dreyeck zwischen dem Punkt des Eintritts, dem Mittelpunkte des Feldes und dem Pol des Aequators, und nennt man  $\delta$ ,  $D$  die Declination des Sterns und



des Mittelpunktes des Feldes,  $r$  den Halbmesser des letzten, und  $2\tau$  die Sternzeit durch den Bogen  $AB$ , so ist  $15\tau$  der Winkel an dem Pole, und man hat

$$\cos r = \sin \delta \sin D + \cos \delta \cos D \cos 15\tau$$

woraus man findet

$$\sin^2 \frac{1}{2} r = \sin^2 \frac{\delta - D}{2} + \cos \delta \cos D \sin^2 \frac{15\tau}{2}$$

oder abkürzend, wenn

$$15\tau \cos \delta = a$$

$$\text{und } \sqrt{r^2 - a^2} = d$$

gesetzt wird.

$$\delta - D = d - \frac{a^2}{2} \operatorname{Tg} \delta$$

Für das zweyte Gestirn ist eben so

$$\delta' - D = d' - \frac{a'^2 \operatorname{Tg} \delta'}{2}$$

also ist sehr nahe die Differenz der Declinationen

$$\delta' - \delta = d' - d - \frac{(a'^2 - a^2)}{2 \sin 1''} \operatorname{Tg} \frac{\delta' + \delta}{2}$$

und

$$= \frac{(a'^2 - a^2) \operatorname{Tg} \frac{\delta' + \delta}{2}}{2 \sin 1''}$$

ist die gesuchte Correction der Differenz der Declination  $d' - d$ , die man ohne Rücksicht auf die Krümmung der Bogen nach den einfachen Formeln des §. 6. gefunden hat.

Die Differenz der Rectascensionen aber bedarf, wie man leicht sieht, keiner Correction, wenn man nur die ersten Potenzen der letzten berücksichtigt, da immer die halbe Summe der beobachteten Ein- und Austrittszeit den Augenblick des Durchgangs durch den Stundenwinkel des Mittelpunktes gibt.

I. Um den Gebrauch des Kreismicrometers zu erweitern, kann man durch die Mitte desselben einen Messingstreif legen, dessen beyde Seiten parallel und etwa den zehnten Theil des Durchmessers von einander entfernt sind, und dessen eine Seite durch den Mittelpunkt des Feldes geht.

Ist  $\phi$  der Winkel des Halbmessers  $r$  des Feldes für den Punkt, wo der Stern austritt, mit der Seite des Streifens, die durch den Mittelpunkt geht, und  $90 - n$  die Neigung des Parallelkreises gegen die Seiten des Streifens,  $y$  das Loth vom



Mittelpunkt des Feldes auf den Parallelkreis des Sterns, und  $x$  das Stück des Parallelkreises zwischen dem Punkte des Austritts und dem Fußpunkte des Lothes  $y$ , und nennt man

$2t$  die Zeit durch die ganze Sehne oder die Zwischenzeit zwischen Ein- und Austritt des Sterns im Felde des Rohres,

$t'$  die Zeit zwischen dem Ein- und Austritt aus dem Streifen,

und  $t''$  die Zeit zwischen dem Austritte aus dem Streifen und dem völligen Austritt aus dem Felde des Rohrs, und

endlich  $A$  die Breite des Streifens,

so findet man leicht folgende Ausdrücke

$$\cos n = \frac{A}{15 t' \cos \delta}$$

$$\sin \varphi = \frac{A}{r} \left( 1 + \frac{t''}{t'} \right)$$

und wenn so  $n$  und  $\varphi$  bekannt ist,

$$x = r \sin (\varphi + n)$$

$$y = r \cos (\varphi + n)$$

Für einen zweyten Stern hat man eben so

$$\cos n = \frac{A}{15 T' \cos \delta'}$$

$$\sin \varphi' = \frac{A}{r} \left( 1 + \frac{T''}{T'} \right)$$

$$x' = r \sin (\varphi' + n)$$

$$y' = r \cos (\varphi' + n).$$

Kennt man so  $x y$  und  $x' y'$ , so ist

$$y - y'$$

die Differenz der Declinationen beyder Gestirne. Substituirt man aber die Zeiten

$$\frac{x}{15 \cos \delta} \text{ und } \frac{x'}{15 \cos \delta'}$$

von den beobachteten letzten Austritten beyder Sterne aus dem Felde des Rohrs, so erhält man die Zeiten, in welchen die Sterne in den Lothen  $y$  und  $y'$  waren, oder so erhält man die Differenz der Rectascension beyder Gestirne.

Die vorhergehenden Ausdrücke sind selbst dann noch anwendbar, wenn man die Eintritte der beyden Gestirne in das



Feld des Rohrs nicht beobachtet hat, ein wesentlicher Vortheil, da man diese Eintritte öfters übersieht.

II. Geht die eine Seite des Streifens nicht durch den Mittelpunkt des Feldes, sondern ist B die senkrechte Entfernung dieser Seite vom Mittelpunkt, so ist

$$\sin \varphi = \frac{A}{r} \left( 1 + \frac{t''}{t'} \right) + \frac{B}{r}$$

und alles andere wie zuvor. Es ist aber vortheilhafter, eine Seite des Streifens durch den Mittelpunkt des Feldes zu legen. Man wird dies leicht durch einige Versuche dahin bringen. Zu diesem bemerke man, daß man für diese Voraussetzung haben muß

$$\frac{y}{y'} = \frac{t - t' - t''}{T - T' - T''} \cdot \frac{\cos \delta}{\cos \delta'} \dots (I)$$

Hat man aber bey beyden Sternen die Ein- und Austritte aus dem Rohr beobachtet, so ist

$$\sin \psi = \frac{15 \cos \delta}{r} \cdot t \text{ und } y = r \cos \psi$$

$$\sin \psi' = \frac{15 \cos \delta'}{r} \cdot T \text{ und } y' = r \cos \psi'$$

und da so die Werthe von y und y' durch die letzten Gleichungen bekannt sind, so werden diese Werthe auch der Gleichung (I) Genüge thun, wenn die eine Seite des Streifens durch den Mittelpunkt geht.

III. Um den Werth von A zu finden, suche man  $\psi$  und n aus

$$\sin \psi = \frac{15 \cos \delta}{r} \cdot t$$

$$\operatorname{Tg} n = \frac{15 \cos \delta}{r \cos \psi} (t - t' - t'')$$

so hat man

$$A = 15 t' \cos \delta \cos n$$

Man kann aber immer den Streifen nahe senkrecht auf den Weg des Sterns stellen, wodurch n sehr klein wird, und dann wird man haben

$$A = 15 t' \cos \delta \cdot \left( 1 - \frac{15^2 \cos^2 \delta}{2^2 r^2} (t - t' - t'')^2 \right)$$

IV. Aus der Gleichung (I) folgt sofort

$$y - y' = y \cdot \left( 1 - \frac{(T - T' - T'') \cos \delta'}{(t - t' - t'') \cos \delta} \right)$$

oder auch



$$y - y' = y'. \left( \frac{(t - t' - t'') \cos \delta}{(T - T' - T'') \cos \delta'} - 1 \right)$$

Hat man daher  $t$ ,  $t'$  und  $t''$  bey beyden Sternen beobachtet, so kann man die Differenz der Declinationen  $y - y'$  aus einer der beyden letzten Gleichungen finden, wenn einer der beyden Sterne zu nahe am Mittelpunkte des Feldes vorbeiging; in welchem Falle die Bestimmung des  $y$  durch den bloßen Kreis, nach dem Vorhergehenden, sehr unsicher ist, und dies ist der zweyte wesentliche Vortheil jenes Streifens. M. s. Berl. Jahrb. 1810. p. 97. und Monatl. Corresp. 1811.

### §. 11.

Eine andere gewöhnliche Art der Micrometer besteht aus einem oder mehreren senkrechten und einem horizontalen Faden, deren Ebene durch den Brennpunkt beyder Gläser senkrecht auf die Axe derselben steht. Parallel mit dem festen horizontalen Faden bewegt sich ein anderer mittels einer feinen Schraube. Den Werth einer Umdrehung der Schraube und ihrer Unterabtheilungen kann man durch zwey Sterne, deren genau bekannte Differenz der Declinationen nicht gröfser als das Feld des Rohrs ist, oder durch den Durchmesser der Sonne, oder durch terrestrische Gegenstände, deren Durchmesser und Entfernung von dem Instrumente man kennt, bestimmen. Bey der Beobachtung dreht man das Fernrohr mit seinem Fadennetze so, dafs der feste horizontale Faden dem Aequator parallel wird, d. h. dafs der Stern sich in der Richtung dieses Fadens bewegt. Zu diesem Zwecke läfst man den Stern durch den Mittelpunkt oder durch den Durchschnitt des festen horizontalen und des mittleren vertikalen Fadens gehen, und wenn der Stern sich nahe bey seinem Austritte von dem horizontalen Faden entfernt, so dreht man das Rohr, bis er wieder den Faden trifft, welches Verfahren man öfter wiederholen kann. Am gewöhnlichsten braucht man diese Vorrichtung bey Instrumenten, die in der Ebene des Meridians aufgestellt sind, wo dann die vertikalen Fäden unmittelbar die Differenz der Rectascension beyder Gestirne in Zeit, und die horizontalen mittels der Schraube die Differenz der Declinationen in Bogen angeben.

Gewöhnlich hat man eine ungerade Anzahl von vertikalen Fäden, deren mittlerer in der Ebene des Meridians steht. Sind die Intervalle zwischen diesen Fäden alle gleich grofs, so ist die Summe aller beobachteten Durchgänge des Sterns, durch die Anzahl  $n$  der Fäden dividirt, gleich einer  $n$  fachen Beobachtung am mittlern Faden. Sind aber diese Zwischenräume ungleich, so könnte man zwar noch die Summe aller Beobachtungen, durch die Anzahl derselben dividirt, nehmen, wodurch man eine  $n$  fache Beobachtung an einem imaginären mittleren Faden erhält, der;



wenn die Ungleichheit der Intervalle nur klein ist, immer nahe an dem mittlern Faden seyn wird. Es ist aber bequemer, alle Seitenbeobachtungen auf den wahren mittlern Faden auf folgende Art zu reduzieren.

Es sey für drey Fäden und einen Stern, dessen Declination  $\delta$  ist,

$$\tau \text{ } \mathfrak{z} \text{ } t$$

die Zeit der Beobachtung an dem ersten, dem mittlern, und dem letzten Faden, und  $\alpha$  das Intervall zwischen dem ersten und zweyten,  $a$  aber das Intervall zwischen dem zweyten und dritten Faden, beyde im Aequator oder für einen Stern genommen, dessen Declination Null ist, so hat man (nach §. 6)

$$\alpha = (\mathfrak{z} - \tau) \cos \delta$$

$$a = (t - \mathfrak{z}) \cos \delta$$

Auf diese Art wird man die Gröfse  $\alpha$  und  $a$  durch eine große Anzahl von Sternen, besonders solcher, die dem Pole des Aequators sehr nahe stehen, mit der größten Schärfe bestimmen.

Kennt man so  $\alpha$  und  $a$  für den Aequator, so sind diese Intervalle für jeden Stern, dessen Declination  $\delta$  ist,

$$\frac{\alpha}{\cos \delta} \quad \text{und} \quad \frac{a}{\cos \delta}$$

Sind daher wieder  $\tau \text{ } \mathfrak{z} \text{ } t$  die drey Beobachtungszeiten für den letzten Stern, so wäre, wenn die Intervalle gleich sind, die verbesserte Beobachtung des mittlern Fadens

$$T = \frac{\tau + \mathfrak{z} + t}{3}$$

Sind sie aber ungleich, so geben diese drey Fäden nach der Ordnung folgende reduzirte Beobachtungen am mittleren Faden

$$\tau + \frac{\alpha}{\cos \delta}$$

$$\mathfrak{z}$$

$$t - \frac{a}{\cos \delta}$$

und daher das Mittel aller

$$\frac{\tau + \mathfrak{z} + t}{3} + \frac{\alpha - a}{3 \cos \delta} = T + \frac{\alpha - a}{3 \cos \delta}$$

Dies läßt sich leicht auf mehrere Fäden fortsetzen. Sind z. B. für fünf Fäden die äußersten Intervalle  $\alpha'$  und  $a'$ , wo  $\alpha'$  am nächsten an  $\alpha$  und  $a'$  an  $a$  liegt, so ist die Correction, die man an dem



arithmetischen Mittel T der fünf Beobachtungen anbringen muß,

$$\frac{(\alpha' - \alpha') + 2(\alpha - \alpha)}{5 \cos \delta},$$

für sieben Fäden ist diese Correction

$$\frac{(\alpha'' - \alpha'') + 2(\alpha' - \alpha') + 3(\alpha - \alpha)}{7 \cos \delta}$$

für neun Fäden

$$\frac{(\alpha''' - \alpha''') + 2(\alpha'' - \alpha'') + 3(\alpha' - \alpha') + 4(\alpha - \alpha)}{9 \cos \delta} \text{ u. s. w.}$$

und diese Correction läßt sich leicht in eine Tafel bringen, deren Argument  $\delta$  ist. Ist z. B. diese Correction für den Aequator  $0''06$ , so ist sie für

$$\delta = 30^\circ, 60^\circ, 70^\circ \dots$$

nach der Ordnung

$$0''07, 0''12, 0''17 \text{ u. s. w.}$$

### §. 12.

Wenn die beobachteten Sterne nahe am Horizont stehen, so bedürfen die Beobachtungen eine Verbesserung wegen der Refraction. Sind  $a$   $d$  die beobachtete Rectascension und Declination,  $\alpha$   $\delta$  die durch Refraction verbesserten,  $\pi$   $s$   $h$  der Positions- und Stundenwinkel, und die Höhe des Sterns, zu welcher letzten die Refraction  $r$  gehört, so hat man, wie im §. 9.,

$$\alpha = a - r \frac{\sin \pi}{\cos \delta}$$

$$\delta = d - r \cos \pi$$

und man findet die Größen  $\pi$  und  $h$ , aus welcher letzten  $r$  folgt, durch die Ausdrücke

$$\cos h \sin \pi = \cos \varphi \sin s$$

$$\cos h \cos \pi = \sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos s$$

wo  $\varphi$  die Polhöhe des Beobachtungsortes ist.

Für den zweyten Stern hat man ähnliche Ausdrücke, wenn man die zu ihm gehörenden Größen  $\alpha'$   $\delta'$   $\pi'$   $r'$ ... mit einem Strich bezeichnet. Vernachlässigt man die kleine GröÙe  $(\pi - \pi')$ , so findet man aus dem Vorhergehenden leicht für die verbesserte Differenz der Rectascensionen

$$\alpha - \alpha' = a - a' + (r' - r) \frac{\sin \pi}{\cos \delta}$$



$$- r \sin (\delta - \delta') \frac{\operatorname{Tg} \delta}{\cos \delta} \sin \pi$$

und für die verbesserte Differenz der Declinationen

$$\delta - \delta' = d - d' + (r' - r) \cos \pi$$

I. Wenn auch die Horizontalparallaxe  $p$ , wie bey dem Monde, beträchlich ist, so findet man aus den Ausdrücken des V<sup>ten</sup> Capitels leicht die verbesserte Rectascension  $\alpha$  und Declination  $\delta$  aus den beobachteten  $a$  und  $d$  durch folgende Gleichungen

$$\alpha = a + p \frac{\cos \varphi \sin s}{\cos \delta}$$

$$\delta = d + p (\sin \varphi \cos \delta - \cos \varphi \sin \delta \cos s)$$

### §. 13.

Man kann aber auch, statt die Fäden untereinander senkrecht zu legen, sie unter verschiedenen Winkeln verbinden. Kreuzen sich vier Fäden im Brennpunkte beyder Gläser unter gleichen Winkeln von 45 Graden, so entsteht das Fadennetz von 45 Graden, welches man so zu stellen pflegt, daß einer der Fäden parallel mit dem Wege des Sterns, oder mit dem Aequator ist, und daß daher der daraufsenkrechte den Stundenkreis vorstellt. Bemerkt man die Zeiten, in welchen zwey Sterne durch die beyden anderen Fäden gehen, so ist es sehr leicht, daraus die Differenz ihrer Rectascension und Declination abzuleiten, ja man kann diese Differenz auch für jede andere Lage des Fadennetzes finden, wenn man diese Lage gegen den Aequator zuerst durch zwey bekannte Sterne bestimmt. Dieses Netz hat den Nachtheil, daß mehrere Stellen des Feldes zu den Beobachtungen nicht gebraucht werden können, und daß der wichtigste Theil des Feldes, der Mittelpunkt desselben, durch den Durchschnitt so vieler Fäden, für die Beobachtungen schwer angewendet werden kann. Bradley erfand daher ein anderes Netz, welches von ihm den Namen erhielt, und jene zwey Nachtheile nicht hat. Man denke sich um das kreisförmige Feld des Fernrohres ein Quadrat beschrieben, welches jenen Kreis in vier Punkten berührt. Von dem obersten Berührungspunkte ziehe man zwey Fäden nach den beyden untern Spitzen des Quadrats, und von dem untersten Berührungspunkte zwey andere nach der oberen Spitze des Quadrates, so werden diese Fäden mit dem senkrechten Durchmesser einen Winkel bilden, dessen Tangente gleich  $\frac{1}{2}$ , und mit dem horizontalen Durchmesser einen andern, dessen Tangente gleich 2 ist, und jede horizontale Linie zwischen den beyden ersten oder den beyden letzten Fäden wird gleich der senkrechten Entfernung dieser Linie von dem obersten oder untersten Berührungspunkte seyn, woraus sich also wieder die Differenz der Rectascension



und Declination ohne Mühe bestimmen läßt. Da dieses Netz schwer mit großer Genauigkeit zu verfertigen ist, so hat Burckhardt ein einfaches Quadrat, welches von vier Fäden gebildet wird, und in dem kreisförmigen Felde des Fernrohrs beschrieben ist, vorgeschlagen.

Man könnte leicht noch andere Netze ausdenken, allein es scheint, daß sie sämmtlich nicht ganz vollkommen sind, da es in der That äußerst schwer ist, in einem so kleinen Raum mehrere gegebene Winkel auf das genaueste durch Fäden zu bezeichnen. Ich habe daher geglaubt, daß es vortheilhafter seyn wird, dem Künstler die Sache zu erleichtern, und von ihm bloß die Construction zweyer geradlinichter Winkel zu fordern, ohne ihre Größe im allgemeinen zu bestimmen, und ohne selbst, wie bisher, zu verlangen, daß sie einander gleich seyn sollen.

I. Es seyen  $AD, BD, CD$  drey gerade Linien, die in ihrem gemeinschaftlichen Durchschnittspunkte die Winkel  $ADB = m$ ,  $BDC = n$  bilden. Die Zeit eines beobachteten Sterns von  $A$  nach  $B$  durch  $15 \cos \delta$  multipliziert, sey  $= t$  und  $BC = s$ . Eben so für einen zweyten Stern  $A'B' = t'$  und  $B'C' = s'$ . Endlich sey der unhekannte Winkel

$$DAB = DA'B' = x,$$

Dies vorausgesetzt hat man

$$\left. \begin{aligned} \frac{AD}{t} &= \frac{A'D}{t'} = \frac{\sin(m+x)}{\sin m} \\ \frac{BD}{s} &= \frac{B'D}{s'} = \frac{\sin(m+n+x)}{\sin n} \end{aligned} \right\} \text{I.}$$

und überdies, wenn die auf den Weg des ersten Sterns senkrechte Linie

$$A'\alpha = B'\beta = C\gamma = d \text{ ist,}$$

$$\left. \begin{aligned} AD - A'D &= \frac{d}{\sin x} \\ BD - B'D &= \frac{d}{\sin(m+x)} \end{aligned} \right\} \text{II.}$$

Heißt man endlich die Linien

$$A\alpha = a, B\beta = b, C\gamma = c$$

so ist

$$\left. \begin{aligned} a &= d \cotg x \\ b &= d \cotg(m+x) \\ c &= d \cotg(m+n+x) \end{aligned} \right\} \text{III.}$$

Diese drey Systeme von Gleichungen reichen hin, die Dif-



ferenz der Rectascension und Declination beyder Gestirne zu bestimmen. Substituirt man die Werthe von  $AD$  --- aus I. in II., so erhält man

$$\left. \begin{aligned} d &= (t-t') \frac{\sin(m+x) \sin x}{\sin m} \\ d &= (\vartheta-\vartheta') \frac{\sin(m+n+x) \sin(m+x)}{\sin n} \end{aligned} \right\} \text{IV.}$$

und wenn man beyde Werthe von  $d$  einander gleich setzt,

$$\cotg x = \frac{t}{\vartheta} \cdot \frac{\sin n}{\sin m} - \frac{\cos(m+n)}{\sin(m+n)}$$

Substituirt man diesen Werth von  $x$  in den beyden vorhergehenden Gleichungen, so erhält man

$$d = \frac{\vartheta(t-t') (t+\vartheta) \sin m \sin n \sin(m+n)}{\vartheta^2 \sin^2 m - 2t\vartheta \sin m \sin n \cos(m+n) + t^2 \sin^2 n}$$

und durch die erste der Gleichungen III.

$$a = \frac{(t-t') (t+\vartheta) \sin n (t \sin n - \vartheta \sin m \cos(m+n))}{\vartheta^2 \sin^2 m - 2t\vartheta \sin m \sin n \cos(m+n) + t^2 \sin^2 n}$$

Die Gröfse  $d$  ist die Differenz der Declination beyder Sterne. Verbessert man dann den Eintritt des zweyten Sterns in  $A'$  durch  $Ax = \alpha$ , so gibt der Unterschied dieses verbesserten Eintritts und des beobachteten Eintritts des andern Sterns in  $A$  die Differenz der Rectascension beyder Sterne.

Am bequemsten wird man daher so verfahren: Man suche zuerst  $x$  aus

$$\text{Tg } x = \frac{\vartheta \sin m \sin(m+n)}{t \sin n - \vartheta \sin m \cos(m+n)},$$

so ist die Differenz der Declination

$$d = (t-t') \cdot \frac{\sin(m+x) \sin x}{\sin m}$$

und die Differenz der Rectascension findet man durch eine der drey folgenden Gleichungen

$$a = (t-t') \cdot \frac{\sin(m+x) \cos x}{\sin m}$$

$$b = \frac{\vartheta}{t} (t-t') \cdot \frac{\sin(m+n+x) \sin(m+x)}{\sin n}$$

$$c = \frac{\vartheta}{t} (t-t') \cdot \frac{\cos(m+n+x) \cos(m+x)}{\sin n}$$



II. Einfacher werden diese Ausdrücke, wenn man in ihnen  $m = n$  setzt, und bloße gleiche Winkel zu construiren, steht in der Macht jedes Künstlers.

Aus diesen allgemeinen Ausdrücken kann man leicht alle die ableiten, welche bisher für besondere Fälle, für die einzelnen Fadennetze, vorgeschlagen worden sind.

1. So ist für das Bradley'sche Netz

$$\text{Tg } m = \text{Tg } n = \frac{1}{2},$$

also

$$\text{Sin } m = \text{Sin } n = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

und

$$\text{Cos } m = \text{Cos } n = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Man hat daher, wenn man diese Werthe in den vorhergehenden Gleichungen substituirt,

$$\text{Tg } x = \frac{4 \mathfrak{S}}{5 t - 3 \mathfrak{S}}$$

$$d = \frac{4 \mathfrak{S} (t - t') (t + \mathfrak{S})}{5 (t^2 + \mathfrak{S}^2) - 6 t \mathfrak{S}}$$

$$a = \frac{d (5 t - 3 \mathfrak{S})}{4 \mathfrak{S}}$$

$$b = \frac{2 d (t - \mathfrak{S})}{t + \mathfrak{S}}$$

$$c = \frac{d (3 t - 5 \mathfrak{S})}{4 t}$$

wo man bemerken kann, daß  $b$  das Mittel von  $a$  und  $c$  ist, und daß man immer hat

$$t \mathfrak{S}' = t' \mathfrak{S},$$

also auch

$$t (\mathfrak{S} - \mathfrak{S}') = \mathfrak{S} (t - t')$$

2. In Burckhardt's Quadratmicrometer hat man

$$m = n = 45^\circ,$$

also auch

$$\text{Tg } x = \frac{\mathfrak{S}}{t}$$

$$d = \frac{\mathfrak{S} (t - t') (t + \mathfrak{S})}{t^2 + \mathfrak{S}^2}$$

$$a = \frac{d \cdot t}{\mathfrak{S}}$$



$$b = \frac{d(t-s)}{t+s}$$

$$c = -\frac{d \cdot s}{t}$$

3. Wäre endlich  $m = n = 30^\circ$ , so ist

$$\text{Tg } x = \frac{s\sqrt{3}}{2t-s}$$

$$d = \frac{\frac{1}{2}(t-t')(t+s) \cdot s\sqrt{3}}{t^2 - ts + s^2}$$

$$a = \frac{d(2t-s)}{s\sqrt{3}}$$

$$b = \frac{d(t-s)\sqrt{3}}{t+s}$$

$$c = \frac{d(t-2s)}{t\sqrt{3}}$$

III. Wenn man, etwa durch einen über jene drey Linien unter einen bestimmten Winkel schief gelegten Faden dem Winkel  $x$  einen bestimmten Werth geben kann, so werden dadurch die vorhergehenden Ausdrücke oft viel einfacher. Ist z. B.  $x = 90^\circ$ , so ist überhaupt für jedes Micrometer, wenn  $m = n$  ist

$$\text{Cos } 2m = \frac{t}{s}$$

also werden die Ausdrücke von  $d$  in einer der Gleichungen IV.

$$d = (t-t') \sqrt{\frac{s+t}{s-t}}$$

und  $a = 0$

$$b = -d \cdot \sqrt{\frac{s-t}{s+t}}$$

$$c = -\frac{d \cdot \sqrt{s^2 - t^2}}{t}$$

und selbst diese Ausdrücke werden noch einfacher, wenn man für  $m = n$  bestimmte Werthe annimmt, wodurch eine neue Bedingungsgleichung zwischen  $t$  und  $s$  eingeführt wird. So findet man für das Bradleysche Netz, wenn  $x = 90^\circ$  ist,

$$\frac{t}{s} = \frac{2}{3} \text{ also}$$

$$d = 2(t-t')$$

$$a = 0$$



$$b = -\frac{d}{2}$$

$$c = -\frac{4}{3}d$$

und wenn  $Tg\ x = 2$  ist, also der mittlere Faden BD in dem Stundenkreis des Sterns liegt, so folgt aus II. N. 1.

$$s = t \text{ und daher } d = 2(t - t')$$

$$a = \frac{1}{2}d = (t - t')$$

$$b = 0$$

$$c = -\frac{1}{2}d = -(t - t')$$

und für das Quadratmicrometer

$$m = n = 45^\circ, s = \infty$$

also

$$d = t - t'$$

$$a = 0$$

$$b = -d$$

$$c = \infty$$

IV. Alles dies setzt voraus, daß die Winkel  $m, n$  entweder genau gegeben, oder, was sicherer ist, zuerst durch Beobachtungen bestimmt worden sind. Läßt man zwey ihrer Lage nach bekannte Sterne durch die Fäden gehen, so ist  $d$ , oder die Differenz ihrer Declinationen, und die Größen  $a, b, c$  durch die bekannte Differenz der Rectascensionen gegeben. Sind z. B. diese scheinbaren Rectascensionen der Sterne  $\alpha$  und  $\alpha'$ , und ist  $T, T'$  die Zeit des Eintritts in  $A$  und  $A'$  so ist

$$a = (\alpha - T) - (\alpha' - T')$$

und eben so für die übrigen. Man hat daher

$$\frac{d}{2} = Tg\ x$$

$$\frac{b}{d} = Tg\ (m + x)$$

$$\frac{d}{c} = Tg\ (m + n + x)$$

Die beyden ersten Gleichungen geben

$$Tg\ m = \frac{(a - b)d}{ab + d^2}$$

und die beyden letzten



$$\operatorname{Tg} n = \frac{(b - c) d}{b c + d^2}$$

wodurch man also  $m$  und  $n$  finden kann. Man bemerke noch, daß man hat

$$a - b = t - t' \text{ und}$$

$$b - c = s - s'$$

Ein zweytes Mittel,  $m$  und  $n$  zu bestimmen, geben zwey schwarze Lineale, die man auf einer entfernten weissen Wand so lange verschieben kann, bis sie genau denselben Winkel machen, welchen die Fäden bilden, welcher Winkel dann an der Wand mit aller Schärfe gemessen werden kann.

Der vorhergehende Werth von  $\operatorname{Tg} m$  gibt auch, da

$$b = a - (t - t')$$

ist, folgenden

$$\operatorname{Tg} m = \frac{(t - t') d}{a^2 - a(t - t') + d^2}, \text{ woraus}$$

$$a = \frac{t - t'}{2} \pm \sqrt{(t - t') d \operatorname{Cotg} m + \frac{1}{4}(t - t')^2 - d^2}$$

wo offenbar nur das obere Zeichen zu nehmen ist. Eben so ist

$$b = -\frac{(t - t')}{2} \pm \sqrt{(t - t') d \operatorname{Cotg} m + \frac{1}{4}(t - t')^2 - d^2}$$

$$c = -\frac{(s - s')}{2} \pm \sqrt{(s - s') d \operatorname{Cotg} n + \frac{1}{4}(s - s')^2 - d^2}$$

V. Da die oben erwähnten Netze, besonders das Bradleyische, zu den Beobachtungen die bequemsten sind, und man dieselben am Instrumente schon gewöhnlich angebracht findet, so wird es am besten seyn, sie zuerst nach IV. zu untersuchen, und dann nach I. zu behandeln. Gesetzt, man habe in einem Quadratmicrometer gefunden, daß die zwey Winkel  $m, n$  nicht genau  $45^\circ$ , sondern daß

$$m = 45^\circ + \alpha, n = 45^\circ + \beta$$

sey, wo  $\alpha, \beta$  sehr kleine Größen sind. Wir werden daher haben

$$\operatorname{Sin} m = \frac{1 + \alpha \operatorname{Sin} 1''}{\sqrt{2}}$$

$$\operatorname{Sin} n = \frac{1 + \beta \operatorname{Sin} 1''}{\sqrt{2}}$$

Setzt man diese Werthe von  $m, n$  in den Ausdrücken von  $d$  und  $a$ , welche wir oben in I. gefunden haben, so findet man



$$d = D + \frac{D \sin 1''}{t^2 + s^2} (\alpha(t^2 - s^2 - 2ts) - \beta(2ts + t^2 - s^2))$$

$$a = A + \frac{D \sin 1''}{t^2 + s^2} (\alpha(s^2 - t^2 - 2st) + \beta(s^2 - t^2 + 2st))$$

$$\text{wo } D = \frac{s(t-t')(t+s)}{t^2 + s^2} \text{ und}$$

$$A = \frac{D t}{s}$$

die Werthe von  $d$   $a$  aus II. für das vollkommene Quadratmicrometer sind.

VI. Man sieht, daß auch schon zwey Fäden AD, BD hinreichen, wenn man drey Beobachtungen zwischen zwey ihrer Lage nach gegebenen und einem unbekannten Gestirn hat, wo die zwey ersten die Lage der Fäden gegen den Aequator bestimmen werden. Auch läßt sich ein einziger Faden sehr vorthailhaft mit einem Kreismicrometer verbinden, besonders wenn er durch den Mittelpunkt des letzten geht §. 10. Ueber diese und andere Gattungen von Micrometern, wohin auch die verschiedenen Heliometer gehören, kann man nachsehen: Delambres Astronomie I. B. p. 97.; Lalandes Astronomie II. Band, und Vines practical Astronomy p. 60 und p. 124.

#### §. 14.

#### HADLEY'S SEXTANT.

Dieses Instrument ist eines der nützlichsten zu Lande, und unentbehrlich zur See. Seinen Namen hat es von seinem Erfinder, John Hadley, obschon man im Jahre 1742, etwa zehn Jahre nach der Bekanntmachung dieser wichtigen Erfindung, in Hadleys Papieren eine Schrift von Newtons eigener Hand fand, in welcher der letzte dasselbe Instrument, als von ihm erfunden, beschreibt.

Es ist bestimmt, die Winkel zweyer Gegenstände in jeder Richtung desselben gegen den Horizont selbst dann zu messen, wenn der Beobachter keinen festen Stand hat.

Es besteht im allgemeinen aus einem Kreissector ACB (Fig 12), um dessen Mittelpunkt C sich eine Alhidade CA bewegt, welche einen Spiegel C trägt, der durch den Mittelpunkt des Kreises senkrecht auf der Ebene desselben steht. Ein anderer kleinerer Spiegel C' steht auf der Ebene des Sextanten senkrecht und parallel mit der Linie CA, die den Mittelpunkt C mit dem ersten oder dem Mittelpunkt A des eingetheilten Randes AB verbindet, daher beyde Spiegel parallel sind, wenn die Alhidade auf dem Nullpunkt A steht. Die obere Hälfte des kleinen Spiegels C' ist durchbrochen,



so daß der Strahl von dem einen Gegenstande *E* durch diesen durchbrochenen Theil des Spiegels unmittelbar in das Auge, oder in das auf dem Sextanten befestigte Fernrohr *R* kommen kann. Wird nun die Alhidade mit dem daran befestigten großen Spiegel so lange gedreht, bis der Strahl eines zweyten Objectes *D* in der Richtung *D C* auf den großen Spiegel, von da in der Richtung *C C'* auf den kleinen Spiegel, und endlich von da in der Richtung *C' R* ebenfalls in das Fernrohr fällt, während welcher Drehung der Alhidade das über dem kleinen Spiegel unmittelbar (ohne Reflexion) gesehene Object immer in der Mitte des Fernrohres erhalten wird, so decken sich die beyden Bilder von *E* und *D* im Fernrohre, und der Winkel, welchen in diesem Zustande beyde Spiegel mit einander bilden, d. h. der Theil des Gradbogens, um welchen sich von dem Anfangspunkte *A* an die Alhidade auf *A B* gedreht hat, ist gleich der Hälfte des Winkels, welchen die beyden Objecte *E*, *D* im Auge des Beobachters bilden.

Denn sind beyde Spiegel parallel, so decken sich die zwey Bilder eines und desselben Gegenstandes, wovon das eine unmittelbar in der Richtung *F E*, und das andere durch Reflexion von den beyden Spiegeln gesehen wird. Es ist nämlich erstens  $a = a'$  und  $b = b'$ , weil der Einfallswinkel dem Reflexionswinkel gleich ist, und es ist zweytens  $b = a'$ , weil die beyden Spiegel parallel sind, also ist auch

$$D C C' = C C' F$$

das heist, es ist *D C* parallel mit *E F* oder die beyden Bilder decken sich.

Bewegt man nun die Alhidade, bis das reflectirte Bild eines anderen Gegenstandes *G* (fig 13) das unmittelbar gesehene Object *E* deckt, so sey *y* der Winkel beyder Objecte, und *x* der Winkel beyder Spiegel oder der Bogen, den die Alhidade von dem Punkte *A* aus beschrieben hat.

Da der kleine Spiegel mit *C A* parallel ist, so ist

$$b = a + x,$$

und überdieß

$$p = a - x.$$

Aber in dem Dreyecke *C C' F* ist

$$2 b = (a + x + p) + y.$$

Substituirt man in diesem Ausdrücke für *b* und *p* ihre vorigen Werthe, so hat man

$$x = \frac{1}{2} y$$

Der Bogen *A B* ist der größern Bequemlichkeit wegen so eingetheilt, daß jeder halbe Grad für einen ganzen gilt, daher ist der gelesene Bogen *A a* unmittelbar gleich der gesuchten Di-



stanz y beyder Objecte. Nimmt man die Höhe eines Objectes, indem man z. B. das Bild desselben auf der Wasserfläche oder einem andern künstlichen Horizont von dem in dem großen Spiegel durch Reflexion gesehenen Bilde des Objectes sich denken läßt, so erhält man offenbar die doppelte Höhe des Objectes über dem Horizonte. Uebrigens wird, wie man leicht sieht, die Deckung beyder Bilder nicht merklich gestört, wenn man auch den Sextanten etwas um sich selbst bewegt, und eben dies macht dieses Instrument zur See so wichtig, wo man es, so wie auf dem Lande, während der Beobachtung, mittels einer Handhabe, in freyer Hand zu halten pflegt.

### §. 15.

Ehe man mit diesem Instrumente gehörig beobachten kann, muß es zuerst in allen seinen Theilen gehörig rectificirt werden. Man sieht aus dem Vorhergehenden, daß der kleine Spiegel senkrecht auf der Ebene des Sextanten stehen, und daß er, wenn der Index der Alhidade auf Null steht, mit dem großen Spiegel parallel seyn soll. Der große Spiegel aber wird gewöhnlich schon von dem Künstler unveränderlich senkrecht auf der Ebene des Instrumentes befestigt, und bedarf dann keiner Correction; der kleine hingegen ist absichtlich beweglich eingerichtet, um eine durch Zufall entstandene Störung desselben immer leicht verbessern zu können. Man kann nämlich diesem kleinen Spiegel durch zweyerley Schrauben eine doppelte Bewegung geben. Die eine derselben ist auf der Rückseite des Spiegels angebracht, und durch sie kann man den Spiegel um eine auf die Fläche des Sextanten senkrechte Axe drehen; die andere aber dient dazu, den Spiegel senkrecht auf die Ebene des Instruments zu bringen. Diese zwey Correctionen kann man so finden:

Man stelle den Nullpunkt der Alhidade auf den Nullpunkt des eingetheilten Randes. Decken sich in dieser Lage die beyden Bilder desselben sehr entfernten Gegenstandes, so hat keiner der beyden Fehler statt. Decken sie sich nicht, so bewege man die Schraube an der Rückseite des kleinen Spiegels so lange, bis sie sich decken. Kann man aber durch diese Schraube eine genaue Deckung der Bilder nicht hervorbringen, sondern gehen die Bilder, statt sich zu decken, neben einander vorbey, so steht der kleine Spiegel nicht senkrecht, und man muß nun noch die andern Schrauben in Bewegung setzen, bis man die Deckung scharf darstellt.

Man kann aber auch noch vortheilhafter so verfahren:

Man drehe die Alhidade, bis die beyden Bilder desselben sehr entfernten Gegenstandes sich decken, oder, wenn dies nicht mög-



lich ist, wenigstens senkrecht über einander stehen. Dann bringe man mit der zweyten Art von Schrauben die Verticalität des kleinen Spiegels oder die völlige Deckung der beyden Bilder hervor. Steht in diesem Zustande der Nullpunkt der Alhidade z. B. auf  $a$  (Fig. 13) so daß  $Aa = 0^\circ 30'$  ist, so muß von allen beobachteten Winkeln  $0^\circ 30'$  subtrahirt werden, um den wahren Winkel zu erhalten. Diese Gröfse wird im Gegentheile zu allen beobachteten Winkeln addirt, wenn  $a$  auf der entgegengesetzten Seite von  $A$  liegt. Diese Gröfse heist gewöhnlich der Collimationsfehler des Instruments, und er soll vor jeder Reihe von Beobachtungen auf die angezeigte Art gesucht werden. Am vortheilhaftesten wird man dazu sehr lichtstarke Gegenstände, z. B. die Sonne, wählen, indem man die Ränder beyder Bilder auf beyden Seiten zur Berührung bringt, denn diese Berührung der Ränder läßt sich viel schärfer beobachten, als die völlige Bedeckung der ganzen Bilder. Dann ist die halbe Differenz der beyden Zahlen der Collimationsfehler, und die halbe Summe der Durchmesser der Sonne.

I. Die Axe des Fernrohrs, d. h. die Linie, welche den Mittelpunkt des Objectivglases mit der Mitte des Sehfeldes verbindet, muß ferner mit der Ebene des Sextanten parallel seyn. Um sich davon zu überzeugen, bringe man z. B. die nächsten Ränder der Sonne und des Mondes, wenn der Winkel dieser beyden Gestirne von einander sehr groß ist, zur Berührung am Rande des Sehfeldes, stelle die Alhidade durch ihre Druckschraube fest, und führe den Berührungspunkt an das entgegengesetzte Ende des Feldes. Schneiden sich hier die Ränder, so steht das Objectivende des Rohrs zu weit vom Sextanten ab und umgekehrt. Auch läßt sich durch eine eigene Schraube der Ring, welcher das Fernrohr trägt, über der Ebene des Sextanten erhöhen und erniedrigen. Sieht man den unmittelbar, ohne Reflexion gesehenen Gegenstand durch den obern durchbrochenen Theil des kleinen Spiegels nicht deutlich genug, so muß das Fernrohr erhöht werden.

Um zu untersuchen, ob die Spiegel auf beyden Seiten parallel sind, suche man in dem Spiegel das Bild eines sehr entfernten, wohl begränzten Gegenstandes in einer gegen den Spiegel sehr schiefen Lage auf. Sieht man ein doppeltes Bild des Gegenstandes, so sind die beyden Seiten des Spiegels nicht parallel. Je dunkler die Farbe des Spiegels ist, desto besser ist er polirt, desto besser wird man also durch ihn sehen.

Zur Beobachtung der Sonne hat man, um die Augen zu schonen, eigene Blendgläser. Um zu sehen, ob ihre beyden Seiten parallel sind, lasse man die zwey Bilder der Sonne sich scharf berühren, und ändere die Gläser, oder drehe sie in ihren Fassungen. Bleibt die Berührung ungestört, so sind die Blendungen gut. Uebrigens, wenn man bey den Beobachtungen



dieselben Blendungen braucht, die man bey der Bestimmung des Collimationsfehlers gebraucht hat, so hat ein Fehler in den Parallelismus keine nachtheiligen Folgen auf die Beobachtungen selbst.

II. Zur Beobachtung der Höhe irdischer und himmlischer Gegenstände, braucht man natürliche oder künstliche Horizonte, Zu den ersten gehören Wasser in einer Schale, über welches man Oehl gießen kann, damit nicht jeder leise Windhauch es wellenförmig bewegt, oder Tinte, Buchdruckerschwärze, und am besten Quecksilber. Alle diese Gegenstände werden gewöhnlich mit einem Glasdache bedeckt, sie vor dem Winde zu sichern. Statt dem Glase wird man vortheilhafter die unter dem Namen Miroir d'ane oder Frauenglas bekannte Glimmergattung wählen, da diese von der Natur schon in vollkommene parallele Blätter gespalten wird. Auf dem Meere endlich bedient man sich zu diesem Zwecke des Horizonts der See. Künstliche Horizonte bestehen aus Spiegeln, die mit Hilfe von Libellen horizontal gestellt werden.

III. Während der Beobachtung hält man den Sextanten bey seiner Handhabe in der rechten Hand, so daß das unmittelbar gesehene Object links, das reflectirte aber rechts vom Beobachter steht. Wollte oder müßte man das unmittelbar gesehene Object rechts lassen, so wird der Sextant umgekehrt, oder seine eingetheilte Fläche gegen die Erde gehalten. In der Ordnung nimmt man immer das schwächer beleuchtete Object zu dem unmittelbar gesehenen, also bey Sonne und Mond den letzten, bey Mond und Sternen die letzten u. f.

Um den Winkel zwischen zwey Gegenständen zu messen, sehe man auf den einen derselben unmittelbar durch das Rohr, bringe die Ebene des Sextanten in die Ebene beyder Objecte und bewege die Alhidade, bis das Bild des zweyten Objectes das erste beynahe deckt. Dann schließt man die Alhidade, und bringt durch die feine Micrometerschraube die völlig scharfe Deckung hervor.

Um die Höhe eines Gegenstandes zu messen, sehe man auf das Bild desselben im Horizont unmittelbar durch das Rohr, bringe die Ebene des Sextanten in eine vertikale Lage, und bewege die Alhidade, bis das reflectirte Bild desselben Gegenstandes jenes erste beynahe deckt. Die völlig scharfe Deckung erhält man wie zuvor durch die Micrometerschraube. Bey der Sonne wird man auch hier die Berührung der Ränder der Deckung der Bilder vorziehen. Steht bey der Berührung der Ränder das bewegliche oder durch Reflexion der Spiegel gesehene Bild über dem andern, so erhält man die doppelte Höhe des obern Randes der Sonne. Zu dem Winkel, welchen die Alhidade anzeigt, schlägt man den Collimationsfehler, halbiert das



Resultat, subtrahirt davon den Halbmesser der Sonne und die Refraction; und addirt die Höhenparallaxe, das Endresultat ist die wahre Höhe des Mittelpunkts der Sonne. Bey Sternen fällt die Rücksicht auf Halbmesser und Parallaxe weg.

Das Vorhergehende wird hinreichen, den Sextanten gehörig zu gebrauchen. Umständlichere Belehrungen darüber findet man in Bohnenbergers Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung, und Monatl. Correspondenz 1800 December u. a. Berl. Jahrb. 1811 p. 177 und 1812 p. 245.

### §. 16.

### M I T T A G S R O H R.

Das Mittagsrohr, oder das Passageninstrument, besteht aus einem Fernrohr, welches sich auf einer horizontalen Axe in der Ebene des Meridians bewegt. Es ist bestimmt, die Rectascensionen der Gestirne und den Gang der Uhr zu geben; die große Wichtigkeit desselben ist also für sich klar. Seinem gehörigen Gebrauche müssen folgende Rectificationen vorhergehen.

I. In dem Brennpunkte beyder Gläser senkrecht auf ihre Axe ist ein Netz von einem horizontalen, und drey, fünf oder sieben vertikalen Fäden gespannt.

Um zu untersuchen, ob das Bild eines entfernten Objectes, welchen das Objectivglas in seinem Brennpunkte macht, genau in der Ebene des Fadennetzes ist, bewege man, nachdem man einen Faden genau an einen wohl begränzten Theil des Objectes gebracht hat, das Auge rechts und links, auf und ab, so weit es möglich ist. Bleibt der Faden während dieser Bewegung des Auges immer fest auf dem Objecte, so ist er im Brennpunkte des Objectivs; geht aber Aug und Faden auf dieselbe Seite, so ist das Objectiv zu weit von dem Fadennetze und umgekehrt.

Da bey der gehörigen Lage des Netzes der Stern sowohl als der Faden zugleich am deutlichsten gesehen werden soll, so kann man zuerst das Ocular so stellen, daß man einen wohl begränzten Stern, besonders eignen sich dazu Doppelsterne, wie Castor,  $\gamma$  Widder,  $\gamma$  Jungfrau u. a., am besten sieht. Sieht man in dieser Lage die Fäden nicht ganz rein und schwarz, so steht das Objectiv nicht an seinem gehörigen Orte, und dieses oder das Fadennetz muß daher so lange verschoben werden, bis Stern und Faden zugleich am deutlichsten erscheint. Dies Verfahren ist für Weit- und Kurzsichtige dasselbe, denn wenn auf diese Art das Objectiv gehörig gestellt, oder wenn die Fäden genau in den Brennpunkt des Objectivs gebracht worden sind, so wird der Weitsichtige sowohl als der Kurzsichtige nur das



Ocular seinem Auge gemäß verändern, um wieder beyde, Stern und Faden, zugleich am deutlichsten zu sehen.

Ist diese erste Correction geendet, so muß man darauf achten, daß das Objectivglas diese Lage immer unverändert beybehalte, denn wenn dieses Glas, wie es meistens der Fall ist, nicht genau centrirt ist, wenn seine Axe nicht dieselbe mit der Axe der metallenen Fassung des Objectivs ist, so wird jede Bewegung dieser Fassung, indem man sie weiter hinein oder heraus schraubt, nicht bloß den Brennpunkt des Objectivs, in welchem das Fadennetz stehen soll, sondern selbst die Collimationslinie verändern. Man kann daher auf der Fassung und dem Rohre, in welches die Fassung geschraubt ist, ein Zeichen machen, damit man, wenn man ja später das Objectiv, um es zu reinigen, herausnimmt, es immer wieder genau auf seinen vorigen Platz zurück bringen kann.

II. Die Verticalität des mittlern Fadens kann man durch ein Loth prüfen, welches man in einiger Entfernung aufhängt; auch kann man, nachdem man die Axe des Instruments mittels der Libelle (IV) horizontal gestellt hat, den Faden an irgend einem wohl bestimmten Objecte auf- und ablaufen lassen, wo er, wenn er während der Bewegung des Rohrs immer genau denselben Punkt des Objectes deckt, vertical seyn wird. Eine eigene Schraube ist dazu bestimmt, das Fadennetz um seinen Mittelpunkt zu drehen.

Ob die andern verticalen Fäden mit dem mittleren parallel sind, findet man, wenn man ihre Verticalität eben so untersucht, wie die des mittlern Fadens, oder wenn man Sterne von gleicher Declination so weit als möglich über und unter dem Mittelpunkte des Feldes durch die vertikalen Fäden gehen läßt. Sind die Intervalle für beyde Sterne bey den selben Fäden gleich groß, so sind die Fäden parallel.

Die Horizontalität des zweyten mittlern Fadens kann man durch Sterne prüfen, die dem Aequator sehr nahe sind. Bleibt der Stern während seinem ganzen Durchgang auf dem mittlern Faden, so ist er horizontal.

III. Die Collimationslinie, d. h. die Linie, welche die Mittelpunkte beyder Gläser mit dem Mittelpunkte des Fadennetzes verbindet, muß auf der horizontalen Rotationsaxe des Instruments normal seyn. Zu diesem Zwecke richte man den mittlern Faden auf ein wohl bestimmtes, sehr entferntes Object. Dann kehre man die Axe um, so daß der östliche Zapfen der westliche u. f. werde. Trifft in dieser Lage der Faden nicht wieder dasselbe Object, so verbessere man die Hälfte des Fehlers an der Schraube, welche das Fadennetz horizontal bewegt, und allenfalls die andere Hälfte durch die Schraube, welche das Fernrohr



selbst horizontal bewegt, und dies Verfahren wiederhole man so lange, bis in beyden Lagen des Instruments der Faden immer genau dasselbe Object trifft. Ist dann die Rotationsaxe des ganzen Instruments horizontal, so wird die Collimationslinie des Mittagsrohres einen grössten Kreis beschreiben, der senkrecht auf dem Horizont ist, also durch das Zenith geht.

IV. Diese Horizontalität der Rotationsaxe aber kann man so erhalten.

Erstens, durch die Libelle. Man hänge sie mit ihrem Arme an die Zapfen der Axe. Ist die Blase nicht in der Mitte, so ist entweder die Axe nicht horizontal, oder die Oberfläche der Libelle jener Axe nicht parallel, d. h. die Libelle nicht rectificirt. Man verbessere daher die Hälfte des Fehlers durch die Schraube, welche die Axe vertical auf und ab bewegt, und die andere Hälfte durch die Schraube der Libelle. Hat man so die Blase in die Mitte gebracht, so kehre man die Libelle um, so daß ihr östlicher Arm westlich werde. Ist in dieser Lage der Libelle die Blase nicht in der Mitte, so verbessere man, wie zuvor, die eine Hälfte des Fehlers durch die eine, und die andere Hälfte durch die andere Schraube. Dann kehre man die Libelle wieder um, und wiederhole dieses Verfahren so lange, bis in beyden Lagen der Libelle die Blase genau einspielt.

Dies setzt voraus, daß die Zapfen der Axe gleiche Durchmesser haben. Sind diese Durchmesser ungleich, so wird auf diese Art nicht die Horizontalität der wahren Axe, sondern nur die der obern Oberfläche der Zapfen erhalten, und das Instrument beschreibt dann nicht einen grössten Kreis, sondern in einer conischen Bewegung einen kleineren. Um aber auch die untere Oberfläche der Zapfen zu prüfen, kann man das Fernrohr umkehren, so daß sein Objectiv nach Norden stehe, wenn es zuvor nach Süden stand, und dann dasselbe Verfahren wiederholen.

Zweytens, durch das Loth. Man stelle das Rohr senkrecht, das Objectiv oben, und lasse das in der Nähe des Objectivs befestigte Loth so herab, daß es genau den neben dem Ocular von dem Künstler bezeichneten Punkt trifft (welcher Punkt jetzt z. B. gegen Süden gekehrt ist.) Man kehre dann das Rohr um, so daß seine östliche Axe westlich werde, und sehe, ob der Faden wieder jenen, jetzt gen Norden gelegenen, Punkt trifft. Thut er dies nicht, so verbessere man die Hälfte des Fehlers durch die Schraube, welche die Axe senkrecht bewegt, und die andere Hälfte durch die Bewegung jenes Punktes selbst, welcher sich in seiner Fassung excentrisch herum bewegen läßt. Dann kehre man die Axe wieder um (in die erste Lage), verbessere die zwey Hälften des Fehlers wie zuvor, und setze das Verfahren so lange fort, bis in beyden Lagen der Axe der Faden immer genau den Punkt trifft. — Auf diese Weise wird offenbar wieder nur die eine Oberfläche



der Zapfen geprüft. Um nun auch die andere zu prüfen, kann man das Fernrohr umkehren, so daß das Objectiv gegen die Erde sieht, und dasselbe Verfahren wiederholen, indem man den Faden über dem excentrischen Punkte fest macht, auf welchem er in der ersten Lage des Rohrs gefallen ist. Sind beyde Punkte so eingerichtet, daß man an ihnen den Faden befestigen kann, so kann man den Faden an dem Objectivpunkte befestigen, und das Rohr dahin bringen, daß der Faden auf dem Ocularpunkte schlage und dann das Rohr umkehren (so daß jetzt das Objectivglas gegen die Erde steht, ohne die horizontale Axe des Instruments zu verkehren) und den Faden in dem Ocularpunkte befestigen, und, wenn er in dieser Lage nicht genau den Objectivpunkt trifft, die Hälfte des Fehlers, wie oben so lange verbessern, bis in beyden Lagen des Fernrohrs immer die entgegengesetzten Punkte von dem Faden genau getroffen werden.

### §. 17.

Wenn diese vorläufigen Correctionen geendigt sind, so kommt es nun noch darauf an, die Verticalebene, welche die Collimationslinie des Fernrohrs beschreibt, genau in die Ebene des Meridians zu bringen.

Wenn man versichert ist, daß die im III. und IV. des vorigen §. corrigirten Fehler nicht mehr da sind, d. h. wenn die Rotationsaxe des Instruments genau horizontal, und die Collimationslinie auf diese Axe genau senkrecht ist, so ist es nicht schwer, die Ebene, welche die Collimationslinie beschreibt, und die bereits durch das Zenith geht, auch durch den Pol des Aequators zu führen, d. h. die Verticalebene des Fernrohrs in den Meridian zu bringen.

Es sey (Fig. 14) A B der Horizont. A Z B der Meridian, Z das Zenith, P der Pol des Aequators, Z s a der Vertikalkreis, welchen das Mittagsrohr beschreibt. Der Stern S, dessen Declination  $\delta$  ist, ist also nicht im Meridian, sondern in dem Punkte s beobachtet worden. Sey für diese Zeit der Beobachtung P der Stundenwinkel A P s, und  $\omega$  das Azimut A Z s des Sterns, das letzte positiv genommen, wenn das Rohr auf der Südseite des Zeniths gegen Osten von dem Meridian liegt. Dies vorausgesetzt hat man

$$\frac{\sin P}{\sin Z s} = \frac{\sin \omega}{\sin P s}$$

Ist also, wie man hier annehmen kann, die Ebene des Rohrs schon nahe die Ebene des Meridians, so hat man

$$P = \frac{\omega \sin Z s}{\sin P s}$$

Es ist aber sehr nahe  $Z s = Z S = P S - P Z = \varphi - \delta$  und

$P s = P S = 90 - \delta$  wo  $\varphi$  die Polhöhe bezeichnet,

B b 2



also ist auch

$$P = \omega \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \delta}$$

und derselbe Ausdruck gilt auch für Culminationen zwischen dem Zenith und dem Pol. Für untere Culminationen endlich wird man für  $\delta$  das Complement der Declination zu  $180$  nehmen, oder man wird haben

$$P = \omega \frac{\sin(\varphi + \delta)}{\cos \delta}$$

Wir wollen der Kürze wegen diesen Factor von  $\omega$  gleich  $m$  setzen, so daß man hat

$$P = m. \omega$$

Es sey nun  $\alpha$  [die scheinbare Rectascension des beobachteten Sterns, und  $t$  die Uhrzeit der Beobachtung, so ist

$$t + P \text{ oder}$$

$$t + m. \omega$$

die durch den Fehler des Rohrs verbesserte Uhrzeit der Beobachtung, oder

$$t + m. \omega$$

ist die Uhrzeit, welche man erhalten würde, wenn die Ebene des Rohrs im Meridian läge, also ist auch

$$x = \alpha - (t + m. \omega) \dots I.$$

die Correction der Uhr gegen Sternzeit, wo  $x$  positiv vorausgesetzt wird, wenn die Uhr zu wenig gegen Sternzeit gibt.

Für einen zweyten Stern hat man, wenn man für ihn die Gröfsen  $\alpha' t' \delta' m'$  mit einem Striche bezeichnet, ebenfalls

$$x = \alpha' - (t' + m'. \omega) \dots II.$$

Aus den beyden Gleichungen I, II findet man die Gröfse  $\omega$

$$\omega = \frac{(\alpha' - t') - (\alpha - t)}{m' - m} \dots III.$$

und wenn dadurch die Gröfse  $\omega$  gegeben ist, so findet man aus jeder der Gleichungen I, II die gesuchte Correction der Uhr. Man sieht, daß man zur scharfen Bestimmung von  $\omega$  solche Sterne wählen müsse, deren Rectascensionsunterschiede genau bekannt, und deren Declinationen sehr von einander verschieden sind. Um auf das letzte Rücksicht zu nehmen, wird man also nicht, wie es gewöhnlich heist, zwey Sterne wählen, deren einer so nahe und der andere so weit als möglich vom Zenith



durch den Meridian geht, sondern solche, deren einer sehr nahe bey dem Pole und der andere sehr nahe bey dem Aequator ist. Der Nenner ( $m' - m$ ) ist nämlich, wenn beyde Sterne auf der Südseite des Pols culminiren,

$$\cos \varphi (\operatorname{Tg} \delta - \operatorname{Tg} \delta')$$

und wenn einer derselben auf der Nordseite des Pols culminirt,

$$\cos \varphi (\operatorname{Tg} \delta + \operatorname{Tg} \delta')$$

Eine Tafel, welche die Werthe von  $m$  für alle Declinationen gibt, wird diese Rechnungen sehr abkürzen.

Exempel. Den 28. Februar 1820 wurde an dem Mittagsrohre in Wien beobachtet:

|                                  | I. Faden         | II. Faden        | III. Faden      |
|----------------------------------|------------------|------------------|-----------------|
| $\alpha$ Ursae minoris, ob. Cul. | $0^h 42' 38'' 5$ | $0^h 55' 41'' 5$ | $1^h 10' 1'' 0$ |
| $\alpha$ Aurigae                 | 5 1 28. 4        | 5 2 1. 1         | 5 2 36. 2       |
| $\beta$ Orionis                  | 5 4 5. 0         | 5 4 28. 0        | 5 4 53. 0       |
| $\alpha$ Can maj                 | 6 35 23. 6       | 6 35 47. 3       | 6 36 13. 1      |
| $\alpha$ Can min                 | 7 28 5. 0        | 7 28 28. 0       | 7 28 52. 5      |

arithmetisches Mittel:

$$1^h 56' 7'' 00$$

$$5 2 1. 90$$

$$5 4 28. 66$$

$$6 35 48. 00$$

$$7 28 28. 50.$$

Aus vielen andern Beobachtungen des Polarsterns fand man das Intervall zwischen den zwey ersten Fäden im Aequator  $22'' 557$ , und zwischen den zwey letzten  $24'' 633$ , also ist die Correction, welche an dem arithmetischen Mittel der drey Fäden angebracht werden muß, gleich

$$-\frac{0.692}{\cos \delta}$$

Man hat daher

|                  | $\delta$       | Correction |
|------------------|----------------|------------|
| $\alpha$ Urs min | $88^\circ 21'$ | $24'' 03$  |
| $\alpha$ Aurigae | 45 49          | 1. 00      |
| $\beta$ Orionis  | 8 25           | 0. 79      |



$\alpha$  Can maj — 16 28 — 0. 70

$\alpha$  Can min — 5 41 — 0. 70

und in derselben Ordnung

scheinb. A R.

Uhrzeit d. Beob,

0<sup>h</sup> 56' 7" 13 - - - - 0<sup>h</sup> 55' 42" 97

5 3 25. 10 5 2 0. 90

5 5 53. 95 5 4 27. 96

6 37 13. 70 6 35 47. 30

7 29 53. 64 7 28 27. 80

Zieht man die Zahlen der zwey letzten Reihen von einander ab,  
so erhält man

$\alpha - t$

$m$

$\alpha$  Urs min 0<sup>h</sup> 0' 24" 16 - - - - — 23. 4

$\alpha$  Aurigae 1 24. 20 + 0. 1

$\beta$  Orionis 1 25. 99 + 0. 8

$\alpha$  Can maj 1 26. 40 + 0. 9

$\alpha$  Can min 1 25. 84 + 0. 7

Aus  $\alpha$  Urs. min. und  $\alpha$  Can. minoris folgt:

$$(\alpha' - t') - (\alpha - t) = 61. 68$$

$$m' - m = 23. 10$$

$$\text{also } \omega = \frac{61. 68}{23. 10} = + 2''. 670 \text{ östl. Azimut,}$$

und mit diesem Azimute folgt die Correction der Uhr, oder  $x$ .

$\alpha - t$

$m. \omega$

$x$

$\alpha$  Ursae min = 0 24" 16 - - — 59. 80 = + 1' 23" 96

$\alpha$  Aurigae 1 24. 20 + 0. 27 = + 1 23. 93

$\beta$  Orionis 1 25. 99 + 2. 14 = + 1 23. 85

$\alpha$  Can maj 1 26. 40 + 2. 40 = + 1 24. 00

$\alpha$  Can min 1 25. 84 + 1. 87 = + 1 23. 97

Wenn die Uhr nicht schon nahe nach Sternzeit geht, so muß man das Intervall  $t - t'$  in der Gleichung III. auf Sternzeit bringen.

I. Ein Nachtheil dieser Methode ist, daß sie von der Differenz der Rectascensionen der beobachteten Sterne abhängt, die man also auf das genaueste kennen muß. Man kann sich



aber davon unabhängig machen, wenn man einen dem Pole nahen Stern in seinen beyden nächstfolgenden obern und untern Culminationen beobachtet. Ist  $t$  die Uhrzeit der obern,  $t'$  der untern Culmination, so ist die Gleichung III.

$$\omega = \frac{(\alpha' - \alpha) - (t' - t)}{m' - m}$$

aber  $\alpha' - \alpha = 12^h$ , und

$$m' = \frac{\sin(\varphi + \delta)}{\cos \delta}$$

$$m = \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \delta}$$

also

$$\omega = \frac{12 - (t' - t)}{2 \cos \varphi \operatorname{Tg} \delta}$$

oder wenn zuerst die untere Culmination beobachtet wurde,

$$\omega = \frac{(t - t') - 12}{2 \cos \varphi \operatorname{Tg} \delta}$$

und durch diese Gleichung wird man  $\omega$  unabhängig von der Rectascension und zwar desto genauer finden, je näher der Stern an dem Pole steht. Zu diesem Zwecke eignet sich besonders der Polarstern, der zu allen Zeiten der Nacht und des Tages mit den neueren lichtstarken Mittagsröhren gesehen werden kann, und dessen beyde Culminationen daher so oft als möglich beobachtet werden sollen.

Kennt man so den Stand der Uhr gegen Sternzeit für einen gegebenen Augenblick, und aus ähnlichen Beobachtungen anderer Tage den täglichen Gang der Uhr gegen Sternzeit, so kann man für jede Uhrzeit  $t$ , in welcher ein Gestirn beobachtet worden ist, die für diese Zeit gehörende Correction  $x$  der Uhr durch eine einfache Proportion finden, und dann ist die scheinbare Rectascension dieses Gestirnes

$$\alpha = t + x + m. \omega$$

Auch kann man das so bestimmte Azimut  $\omega$  durch die Schraube, welche das Fernrohr horizontal bewegt, verkleinern und nach und nach ganz wegschaffen. Zu diesem Zwecke wird es vortheilhaft seyn, den Werth einer Umdrehung dieser Schraube durch ein bekanntes terrestrisches Object zu bestimmen. Endlich wird man die Stelle, die den mittlern Faden des Rohrs trifft, wenn er im Meridian ist, durch ein fixes Meridianzeichen im Süden und Norden bestimmen, auf welche dieser Faden, wenn er zufällig sich davon entfernt hat, immer wieder leicht zurückgebracht werden kann. M. s. Connoiss. des tems 1792, p. 251, und Berl. Jahrb. 1798, p. 204.



Da es aber nicht so leicht ist, die beyden Fehler, von welchen wir in N. III. IV. des §. 16 gesprochen haben, völlig wegzubringen, und da sie durch Temperatur u. dgl. sich täglich ändern können, so fodert eine vollständige Correction des Mittagsrohres die Rücksicht auf alle drey Fehler.

Es sey also die Ebene, welche die Collimationslinie beschreibt, weder der Meridian noch ein Vertikalkreis, sondern irgend eine willkürlich gegen den Meridian oder den Aequator geneigte Ebene, deren Gleichung ist

$$Z = MX - NY + P \dots (I)$$

Wir wollen voraussetzen, daß von diesen rechtwinklichten Coordinaten  $XY$  in der Ebene des Aequators, und  $XZ$  in der des Meridians liegen.

Bezeichnet man den Ort des ersten Sterns, welchen man in dieser Ebene beobachtet hat, durch drey analoge Coordinaten  $xyz$ , so hat man folgende Bedingungsgleichung

$$z = Mx - Ny + P$$

und zwey folgende Sterne, für welche wir die Coordinaten mit einem und zwey Strichen bezeichnen wollen, geben eben so

$$z' = Mx' - Ny' + P$$

$$z'' = Mx'' - Ny'' + P$$

Um daraus die Größen  $M, N, P$ , welche die Lage unserer Ebene bestimmen, auf eine zur Ausübung bequeme Art abzuleiten, sey  $s, \delta$  der Stundenwinkel und die Declination des ersten Sterns, so hat man, wenn man seine Entfernung von dem Beobachter der Einheit gleich annimmt,

$$x = \cos \delta \cos s$$

$$y = \cos \delta \sin s$$

$$z = \sin \delta$$

und ähnliche Ausdrücke hat man für die beyden andern Sterne. Substituirt man dann diese Werthe der Coordinaten in den vorhergehenden drey Gleichungen, und setzt der Kürze wegen

$$\Delta = \sin \delta' - \sin \delta''$$

$$\Delta' = \sin \delta - \sin \delta''$$

$$\Delta'' = \sin \delta - \sin \delta'$$

und 
$$V = \sin (s' - s'') \sec \delta$$



$$V' = \sin(s - s') \sec \delta'$$

$$V'' = \sin(s - s'') \sec \delta''$$

so erhält man durch Elimination folgende Werthe von P, M, N

$$M = \frac{\Delta \sin s \cos \delta - \Delta' \sin s' \cos \delta' + \Delta'' \sin s'' \cos \delta''}{(V - V' + V'') \cos \delta \cos \delta' \cos \delta''}$$

$$N = \frac{\Delta \cos s \cos \delta - \Delta' \cos s' \cos \delta' + \Delta'' \cos s'' \cos \delta''}{(V - V' + V'') \cos \delta \cos \delta' \cos \delta''}$$

und

$$P = \frac{V \sin \delta + V' \sin \delta' + V'' \sin \delta''}{V - V' + V''}$$

Ist so die Lage der Ebene durch die Größen MNP bestimmt, so gibt die Gleichung I, wenn man der Kürze wegen

$$R = \frac{\sin \delta - P}{\cos \delta}$$

setzt

$$\sin s = \frac{-NR + M \sqrt{M^2 + N^2 - R^2}}{M^2 + N^2}$$

und s ist der gesuchte Stundenwinkel der ersten Beobachtung.

I. Wollte man aus dieser Lage der Rohrebene gegen den Aequator die Lage derselben gegen den Horizont ableiten, so sey E die Neigung der Rohrebene gegen die Ebene xz des Meridians, und F der Winkel ihrer Knotenlinie in xz mit der Axe der x, so ist

$$\text{Tang } F = M \text{ und}$$

$$\text{Tg } E = \frac{\sqrt{1 + M^2}}{N} = \frac{1}{N \cos F}$$

oder ist endlich G das Azimut der Rohrebene, und H die Neigung derselben gegen den Horizont, so hat man, wenn  $\varphi$  die Polhöhe des Beobachtungsortes bezeichnet,

$$\text{Tg } G = \text{Tg } E \cos(\varphi - F)$$

$$\cos H = \sin E \sin(\varphi - F)$$

II. Ist

$$P = 0$$

also auch

$$s'' = \delta'' = 0$$

so geben die vorhergehenden Ausdrücke



$$M = \frac{Tg \delta \sin s' - Tg \delta' \sin s}{\sin (s' - s)} = Tg F$$

$$N = \frac{Tg \delta \cos s' - Tg \delta' \cos s}{\sin (s' - s)}$$

also auch

$$Tg E = \frac{1}{N \cos F} = \frac{\sin (s' - s)}{(Tg \delta \cos s' - Tg \delta' \cos s) \cos F}$$

und endlich, da für,  $P = 0$  auch  $R = Tg \delta$  ist,

$$\sin s = \frac{-N Tg \delta + M \sqrt{M^2 + N^2 - Tg^2 \delta}}{M^2 - N^2}$$

III. Alle diese Ausdrücke sind ohne alle Abkürzungen. Da man aber für die Ausübung mit Recht voraussetzen darf, daß die Ebene des Rohrs schon nahe der Meridian ist, so lassen sich die oben gegebenen Gleichungen sehr abkürzen. Für diesen Fall ist nämlich  $N$  eine Gröfse, welche gegen die Einheit sehr groß ist, und die letzte Gleichung

$$\sin s = \frac{-\frac{R}{N} + \frac{M}{N} \sqrt{1 + \frac{M^2 - R^2}{N^2}}}{1 + \frac{M^2}{N^2}}$$

geht, wenn man die dritten und höheren Potenzen von  $\frac{1}{N}$  wegläfst, in folgende einfachere über

$$s = \frac{M - R}{N}$$

Es sey nun (Fig. 14)  $Ka$  die Ebene des Rohrs, und  $AKa = a$  ihr Winkel mit dem Meridian  $AKZ$ ; ferner sey  $90 - K a A = b$  das Complement ihres Winkels mit dem Horizonte, so wie  $Tg c = \frac{P}{N}$  der Werth der Ordinate  $y$  für den Punkt der Rohrebene, für welche  $x$  und  $z$  gleich Null ist.

Setzt man noch  $KZ = b'$  die Entfernung der Knotenlinie der Rohrebene in der Ebene des Meridians vom Zenith  $Z$ , so ist

$$F = \varphi + b' \text{ und } E = a$$

also auch

$$M = Tg F = Tg (\varphi + b')$$

$$\frac{1}{N} = Tg E \cos F = Tg a \cos (\varphi + b')$$

und endlich



$$\frac{R}{N} = \frac{Tg \delta}{N} - \frac{e}{\cos \delta}$$

Substituirt man diese Ausdrücke in dem letzten Werthe von  $s$ , und bemerkt man, daß  $s = \alpha - t - x$  ist, wo  $\alpha$  die scheinbare Rectascension des Sterns,  $t$  die beobachtete Uhrzeit und  $x$ , wie §. 17 die Correction der Uhr ist, so hat man

$$\alpha - t - x = a \sin(\varphi + b') - a \cos(\varphi + b') Tg \delta + \frac{e}{\cos \delta}$$

oder, da  $b'$  sehr klein ist,

$$\alpha - t - x = a \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \delta} + a b' \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta} + \frac{e}{\cos \delta}$$

Noch kann man bemerken, daß man in dem Dreyecke  $ZKa$ , in welchem

$$Za = 90^\circ$$

ist, oder in dem Dreyecke  $Kaa$ , in welchem der Winkel

$$A = 90^\circ$$

ist, hat

$$ab' = b$$

daher die vorhergehende Gleichung auch so ausgedrückt werden kann,

$$\alpha - t - x = a \frac{\sin(\varphi - \delta)}{\cos \delta} + b \frac{\cos(\varphi - \delta)}{\cos \delta} + \frac{e}{\cos \delta} \dots (A)$$

Setzt man endlich

$$A = a \sin \varphi + b \cos \varphi$$

$$B = b \sin \varphi - a \cos \varphi$$

$$C = e$$

so ist die letzte Gleichung

$$\alpha - t - x = A + B Tg \delta + C \sec \delta \dots (B)$$

Denkt man sich eine auf die wahre Axe des Instruments senkrechte Ebene, so ist in der Gleichung (A) die Distanz dieser Ebene vom Meridian im südlichen Horizont  $= 15 a$ , und im Scheitel  $= 15 b$ , so wie  $15 c$  der östlich positive Winkel der Richtung des Rohrs mit jener Ebene; d. h.  $15 a$  ist das Azimut des Instruments,  $15 b$  die Erhöhung der Axe von West, und  $15 c$  der Collimationsfehler. In der Gleichung (B) aber bezeichnet  $15 A$  und  $15 B$  die östliche Abweichung jener Ebene vom Meridian



im Aequator und im Pole. Für untere Culminationen ist  $\delta$  das Complement der Declination zu  $180$ , so wie südliche Declinationen negativ sind. M. s. Berl. Jahrb. 1820 p. 155

## §. 19.

Diese interessante Aufgabe verdient es, noch auf eine andere Art aufgelöst zu werden. (Zeitschrift für Astronomie IV. Band p. 355).

Ist  $HZR$  (Fig. 15) der Meridian,  $Z, P, O$  das Zenith, der Pol des Aequators, und der Ostpunkt des Horizonts  $HR$ ; ferner  $p$  der Punkt, in welchem die Verlängerung der Rotationsaxe des Mittagsrohrs die Sphäre trifft, und  $S$  ein Stern im Augenblicke seines Durchgangs durch das Mittagsrohr, so ziehe man die größten Kreise  $PO, Pp, PS$  und  $pS$  und nenne

$$OPp = A, Pp = 90 - B \text{ und}$$

$$pS = 90 + C$$

wo also  $A, B, C$  die vorige Bedeutung haben. In dem sphärischen Dreyecke  $pPS$  hat man, wenn  $\delta$  die Declination und  $s$  der Stundenwinkel des Sterns heißt,

$$\sin(s - A) = \frac{\sin C}{\cos B \cos \delta} + \text{Tg } B \overset{\text{Tg } \delta}{\cos \delta}$$

und eben so für die beyden andern Sterne

$$\sin(s' - A) = \frac{\sin C}{\cos B \cos \delta'} + \text{Tg } B \overset{\text{Tg } \delta'}{\cos \delta'} \quad (1)$$

$$\sin(s'' - A) = \frac{\sin C}{\cos B \cos \delta''} + \text{Tg } B \overset{\text{Tg } \delta''}{\cos \delta''}$$

Haben nun die Größen  $\alpha, t, x$  die vorige Bezeichnung, so ist

$$s = \alpha - t - x$$

$$s' = \alpha' - t' - x$$

$$s'' = \alpha'' - t'' - x$$

also auch

$$t' - t = \alpha' - \alpha - (s' - s)$$

Wäre demnach  $B$  und  $C$  gegeben, so könnte man aus den zwey ersten dieser Gleichungen die Größen

$$s - A \text{ und } s' - A$$

$$\text{also auch } s' - s$$

finden, welches auch der Werth von  $A$  wäre, und man hätte

$$\alpha' - \alpha = (t' - t) + (s' - s)$$



Es kommt daher nur darauf an, die Größen B und C zu bestimmen.

Die Differenz der ersten und zweyten der obigen Gleichungen gibt

$$\left. \begin{aligned} \sin(s' - A) \cos \delta' - \sin(s - A) \cos \delta \\ = \operatorname{Tg} B (\sin \delta' - \sin \delta) \\ \text{und eben so gibt die erste und dritte} \\ \sin(s'' - A) \cos \delta'' - \sin(s - A) \cos \delta \\ = \operatorname{Tg} B (\sin \delta'' - \sin \delta) \end{aligned} \right\} (2)$$

Eliminirt man aus diesen beyden Gleichungen die Gröfse  $\operatorname{Tg} B$ , und setzt der Kürze wegen

$$\begin{aligned} M &= \cos \delta \sin \frac{\delta'' - \delta'}{2} \cos \frac{\delta'' + \delta'}{2} \\ M' &= \cos \delta' \sin \frac{\delta'' - \delta}{2} \cos \frac{\delta'' + \delta}{2} \\ M'' &= \cos \delta'' \sin \frac{\delta' - \delta}{2} \cos \frac{\delta' + \delta}{2} \end{aligned}$$

so findet man

$$\operatorname{Tg}(s - A) = \frac{M' \sin(s' - s) - M'' \sin(s'' - s)}{M - M' \cos(s' - s) + M'' \cos(s'' - s)}$$

und da  $s' - s$  und  $s'' - s$  gegeben sind, so ist durch die letzte Gleichung auch  $s - A$ , also auch  $s' - A$ ,  $s'' - A$  gegeben, und man findet B durch die Gleichungen (2) und endlich Sin C durch die Gleichungen (1).

Nimmt man dann

$$s' - s, s - A, B, C \dots$$

als sehr klein an, so findet man sofort

$$\left. \begin{aligned} s - A &= \frac{M' (s' - s) - M'' (s'' - s)}{M - M' + M''} \\ B &= \frac{(s' - A) \cos \delta' - (s - A) \cos \delta}{\sin \delta' - \sin \delta} \\ C &= (s - A) \cos \delta - B \sin \delta \end{aligned} \right\} (3)$$

und wenn diese Größen bekannt sind, so gibt die erste der Gleichungen (1)

$$s = A + B \operatorname{Tg} \delta + C \operatorname{Sec} \delta \dots (4)$$

welches die Gleichung (B) des vorhergehenden §. ist.

Setzt man aber



$$a O = a, \text{ und } a p = b,$$

so gibt das sphärische Dreyeck P Z p folgende Gleichungen:

$$P p = 90 - B,$$

$$Z p = 90 - b,$$

$$P = 90 - A,$$

$$Z = 90 + a,$$

$$P Z = 90 - \varphi,$$

$$\sin B = \sin b \sin \varphi - \cos b \cos \varphi \sin a$$

$$\operatorname{Tg} A = \frac{\operatorname{Tg} b \cos \varphi}{\cos a} + \sin \varphi \operatorname{Tg} a \text{ und}$$

$$\sin b = \sin B \sin \varphi + \cos B \cos \varphi \sin A$$

$$\operatorname{Tg} a = - \frac{\operatorname{Tg} B \cos \varphi}{\cos A} + \sin \varphi \operatorname{Tg} A$$

also abkürzend

$$B = b \sin \varphi - a \cos \varphi$$

$$A = b \cos \varphi + a \sin \varphi$$

$$b = B \sin \varphi + A \cos \varphi$$

$$a = - B \cos \varphi + A \sin \varphi$$

und die Gleichung (4) wird

$$s = a \frac{\sin (\varphi - \delta)}{\cos \delta} + b \frac{\cos (\varphi - \delta)}{\cos \delta} + \frac{c}{\cos \delta} \dots (5)$$

welches die Gleichung (A) des vorhergehenden §. ist.

I. Aus den Gleichungen (3) sieht man, daß man durch bloße Durchgänge der Sterne nur  $s - A$ , oder  $s' - A$ ,  $s'' - A$ , aber nicht die Gröfsen  $s$ ,  $s'$ ,  $s''$  selbst, oder nicht die absolute Zeit der Beobachtungen, oder endlich, da

$$s = \alpha' - t - x$$

ist, nicht die Correction der Uhr bestimmen kann. Dasselbe folgt aus der Gleichung (B) oder (4), denn da in dieser Gleichung

$$\alpha - t = x + A + B \operatorname{Tg} \delta + C \operatorname{Sec} \delta$$

die unbekannten Gröfsen  $x$ ,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  sind, und da die Coefficienten der beyden ersten  $x$  und  $A$  gleich sind, so wird man, selbst durch mehr als drey Sterne, immer nur die Summe der Gröfsen  $(x + A)$ , aber nie diese Gröfsen selbst getrennt erhalten.

Eben so wenig wird man  $x$ ,  $a$  und  $b$  durch bloße Durchgänge der Sterne bestimmen können, selbst wenn  $C = 0$  ist. Ist aber  $a$



gleich Null oder bekannt, so wird man  $x$ ,  $b$  und  $c$ , und ist  $b = 0$ , oder bekannt, so wird man  $x$ ,  $a$  und  $c$  finden können. Endlich wird man durch zwey Durchgänge, wie wir §. 17 gesehen haben,  $x$  und  $a$  bestimmen können, wenn die andern Fehler  $b$  und  $c$  Null oder bekannt sind, so wie  $x$  und  $b$  oder  $x$  und  $c$  etc. wenn die übrigen beyden Fehler Null oder bekannt sind. Die drey Gröfsen

$$x, a \text{ und } b$$

aber lassen sich nie zugleich durch blofse Durchgänge finden, also muß wenigstens eine derselben anderswoher bekannt seyn, z. B.  $x$  durch correspondirende Höhen,  $a$  durch ein schon früher genau errichtetes Meridianzeichen,  $b$  durch die Libelle, mit welcher man die Rotationsaxe horizontal stellen, oder doch ihre Neigung gegen den Horizont finden kann. Die Gröfse  $c$  endlich wird, wie aus dem vorhergehenden bekannt ist, am sichersten durch Umkehrung des Fernrohres gefunden.

Am hequemsten für die Ausübung wird es immer seyn, den Fehler  $b$  durch die Libelle, und den Fehler  $c$  durch das Umkehren des Fernrohres genau wegzuschaffen, und dann  $a$  und  $x$  aus zwey in ihrer Declination sehr entfernten Sternen, oder besser aus der Beobachtung der obern und untern Culmination eines Circumpolarsterns nach §. 17 zu bestimmen.

Will man aber auf alle vier Correctionen Rücksicht nehmen, so könnte man  $x$  durch correspondirende Höhen bestimmen. Da aber diese nur selten die hier geforderte Schärfe gewähren, und die genaue Bestimmung dieser vier Fehler durch das Mittagsrohr selbst erhalten werden kann, so kann man so verfahren.

Die Gröfse  $c$  kann durch Umkehrung des Fernrohres, durch Schätzung am Meridianzeichen gefunden werden. Die Gröfse  $B$  aber wird man durch die Beobachtungen der obern und untern Culmination eines Circumpolarsterns finden. Die obere Culmination gibt

$$a - t - x = A + B \operatorname{Tg} \delta + \frac{C}{\operatorname{Cos} \delta}$$

und die untere

$$12 + a - t' - x = A - B \operatorname{Tg} \delta - \frac{C}{\operatorname{Cos} \delta}$$

also beyder Differenz

$$B = \frac{(t' - t) - 12^h}{2 \operatorname{Tg} \delta} - \frac{C}{\operatorname{Sin} \delta}$$

Ist so  $B$  und  $C$  bekannt, so kann man  $a$  durch Schätzung am Meridianzeichen oder auch  $b$  mit der Beobachtung der Libelle finden, und dann hat man die Gröfse  $A$  durch die Gleichung



$$A = B \operatorname{Cotg} \varphi + \frac{a}{\sin \varphi} \text{ oder durch}$$

$$A = -B \operatorname{Tg} \varphi + \frac{b}{\cos \varphi}$$

Uebrigens hat die Gröfse  $A$ , wie wir gesehen haben, nur auf die absolute Zeit, nicht auf die Differenz der Zeiten oder auf die beobachteten Rectascensionen, Einfluß, und alles, was man zur Reduction der letztern gebraucht, geben die astronomischen Beobachtungen allein, ohne Einmischung der Libelle oder des Meridianzeichens, deren Fehler, in dieser Beziehung, ganz willkürlich bleiben.

II. Zieht man es vor, die Fehler  $b$  und  $c$  durch die Libelle und durch das Umkehren des Lothes wegzuschaffen, und  $a$  nach §. 17 durch die beyden Culminationen eines Circumpolarsterns zu bestimmen, so wird man dabey allerdings den Vortheil haben, von der Rectascension des Sterns unabhängig zu seyn, allein man wird dafür von dem zwölfstündigen Gang der Uhr abhängen, deren Gang man also in dieser Zwischenzeit genau kennen muß. Diese Schwierigkeit kann man vermeiden, ohne den Vortheil der Methode zu verlieren, wenn man zwey Circumpolarsterne, deren Rectascensionen nahe um  $180^\circ$  verschieden sind, in beyden Culminationen beobachtet. Ist bey der ersten die Uhrzeit der obern Culmination  $t$ , und die der untern  $t'$ , seine Declination  $\delta$  und die Polhöhe  $\varphi$ , so ist nach §. 17. I. wenn die obere Culmination zuerst beobachtet wurde,

$$2 \omega \cos \varphi \operatorname{Tg} \delta = 12 - (t' - t)$$

Bezeichnet man dieselben Gröfsen für den zweyten Stern mit einem untern Striche, ist also  $t$ , und  $t'$ , die Uhrzeit seiner obern und untern Culmination, so ist, wenn die untere Culmination zuerst beobachtet wurde

$$2 \omega \cos \varphi \operatorname{Tg} \delta' = (t - t') - 12$$

Addirt man beyde Gleichungen, so hat man

$$\omega = ((t - t') - (t' - t)) \frac{\cos \delta \cos \delta'}{2 \cos \varphi \sin (\delta + \delta')}$$

und denselben Ausdruck erhält man auch, wenn man bey dem ersten Stern zuerst die untere, und bey dem zweyten zuerst die obere Culmination beobachtet hat. Da in diesem Ausdrucke die Gröfsen

$$(t - t') \text{ und } (t' - t)$$

sehr klein sind, so hat ein zufälliger Fehler in der Reduction des Ganges der Uhr auf Sternzeit nur wenig Einfluß auf das Resultat, so wie man von der Rectascension beyder Sterne ganz unab-



hängig ist. Setzt man  $\delta_1 = \delta$  oder beobachtet man denselben Stern zweymal in der obern und zweymal in der untern Culmination, so ist

$$\omega = ((t - t_1) - (t' - t_1)) \cdot \frac{1}{4 \cos \varphi \operatorname{Tg} \delta}$$

Solche Paare von Circumpolarsternen, die in der Rectascension sehr nahe um zwey rechte Winkel verschieden sind, liefert Bode im Berl. Jahrb. für 1816. pag 242.

III. Ist endlich in der Gleichung (5) des §. 19:

$$\operatorname{Tg} \varphi = \frac{a}{b} \text{ und } c = C = 0, \text{ so ist}$$

$$A = \sqrt{a^2 + b^2} \text{ und } B = 0, \text{ also}$$

$$\alpha - t - x = \sqrt{a^2 + b^2} = \frac{a}{\sin \varphi} = \frac{b}{\cos \varphi}$$

oder in diesem Falle geben alle Sterne dieselbe Correction der Uhr, obschon das Rohr sich nicht im Meridian, sondern bloß in einem Stundenkreise bewegt.

Eine treffliche Behandlung dieses Instruments vid. Mayl. Ephem. f. d. J. 1819. Zachs tab. mot. solis. Gothae 1792.

Uebrigens kann jeder beobachtete Antritt eines Sterns an den Faden des Instruments aus zwey Ursachen fehlerhaft seyn: wenn das Ohr die Schläge der Uhr nicht richtig theilt, und wenn das Auge den Antritt oder den Durchgang durch den Faden nicht scharf sieht. Der erste Fehler, den wir  $\alpha$  nennen wollen, ist offenbar für alle Sterne constant, der zweyte  $\beta$  aber wird sich verkehrt, wie die scheinbare Geschwindigkeit des Sterns verhalten. Wird also der erste in Zeit- der zweyte in Raumsecunden ausgedrückt, so ist der vollständige Fehler jeder Beobachtung

$$\alpha + \frac{1}{15} \beta \operatorname{Sec} \delta,$$

und daraus folgt der Fehler in dem Orte des Sterns

$$15 \alpha \cos \delta + \beta,$$

und dieser ist desto kleiner, je näher der Stern am Pole ist.

§. 20.

## K R E I S E.

Unter allen Instrumenten, die zu Beobachtungen der Höhe der Gestirne bestimmt sind, ist der ganze Kreis das vorzüglichste. Man hat mehrere Gattungen derselben; wir wollen hier die zwey vorzüglichsten näher anzeigen, wodurch man auch den Gebrauch

I.

C c



der anderen, sobald man sie zu Gesichte bekommt, leicht übersehen wird.

### Multiplications-Kreise.

Er besteht gewöhnlich aus zwey concentrischen Kreisen, die sich in einer Verticalfläche um ihre horizontalen Axen drehen, welche letzteren an einer verticalen Säule befestigt sind. Der äußere Kreis trägt die Eintheilung, und der innere, mit welchem das Fernrohr unveränderlich verbunden ist, trägt die Verniere, die neben der Eintheilung des äußeren Kreises hingleiten. Die verticale Säule des ganzen Instruments ist an ihrem obern und unteren Ende mit stählernen conischen Axen versehen, welche in metallenen Pfannen rotiren. Ueber der untern Pfanne ist noch ein kleiner horizontaler Kreis senkrecht auf die verticale Säule befestigt, mit welchem man die Fläche der beyden obern Kreise wenigstens beynahe auf irgend einen Punkt des Horizonts stellen kann.

Die wesentliche Einrichtung der beyden Vertikalkreise besteht darin: Man kann mittels eigener Schrauben den innern Kreis, der das Fernrohr trägt, an den äußern Kreis festschrauben, und dann beyde Kreise und das Fernrohr zugleich in einer senkrechten Ebene auf und ab bewegen. Man kann aber auch mittels anderer Schrauben bloß den äußern Kreis an seinen Kreishalter feststellen, und indem man die vorigen Schrauben lüftet, bloß den innern Kreis mit dem Fernrohre innerhalb dem äußern Kreis in einer verticalen Richtung auf und ab bewegen. Diese Einrichtung setzt den Beobachter in den Stand, denselben Winkel öfter nach einander zu messen, und sich so von einem Fehler der Theilung u. s. w. größtentheils unabhängig zu machen. Man verfährt aber bey den Beobachtungen auf folgende Weise:

Man stelle den ersten Vernier des innern Kreises auf irgend einen Theilstrich des äußern z. B. beynahe auf  $0^\circ$ , wodurch die drey andern sehr nahe auf  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  und  $270^\circ$  kommen werden. Man befestige dann durch die ersten Schrauben den innern Kreis an den äußern, und bringe durch die Micrometerschraube des innern Kreises den ersten Vernier genau auf 0 des äußern Kreises. Dann lüfte man den äußern Kreis, und drehe beyde Kreise zugleich in horizontaler Bewegung, bis ihre Ebene durch das Gestirn geht, dessen Höhe man beobachten will. In dieser Ebene drehe man dann beyde Kreise zugleich um ihre horizontale Axe in senkrechter Bewegung bis das Gestirn im Felde des Fernrohres erscheint. Dann schliesse man den äußern Kreis, so wie den untern Azimutalkreis, und bringe das Gestirn durch die Micrometerschrauben des äußern Kreises genau auf den horizontalen Faden des Fernrohres nahe in der Mitte des Feldes, und bemerke für diesen Augenblick die Zeit der Uhr.

So ist die erste Beobachtung vollendet. Da diese aber, weil



der innere Kreis mit seinem Fernrohre noch immer auf 0 des äußern Kreises steht, für sich allein keinen Werth hat, so geht man sofort zur zweyten Beobachtung über.

Man löst nämlich den Azimutalkreis, und dreht die Säule sammt den beyden Vertikalkreisen nahe  $180^\circ$  im Azimut herum, bis die Ebene beyder Kreise wieder durch das Gestirn geht. Dann öffne man die zweyten Schrauben, welche den innern Kreis an den äußern befestigten, und drehe den innern Kreis, während der äußere fest steht, so lange in verticaler Bewegung herum, bis das Fernrohr wieder auf dem Stern steht. In dieser Lage schließt man diese letzten Schrauben des innern Kreises wieder, so wie die des Azimutalkreises, und bringt durch die Micrometerschrauben des innern Kreises den Stern wieder genau auf den horizontalen Faden des Fernrohrs und beynahe in die Mitte des Feldes, und bemerke für diesen Augenblick wieder die Zeit der Uhr.

Jetzt ist auch die zweyte Beobachtung vollendet, und die Verniere, welche von ihrem anfänglichen Standpunkte sämmtlich um einen Bogen des äußern Kreises fortgerückt sind, welcher der doppelten Zenithdistanz des Gestirns gleich ist, können abgelesen werden.

Will man diese Zenithdistanz durch ein zweytes, drittes etc. Paar von Beobachtungen genauer bestimmen, so wiederholt man das so eben angezeigte Verfahren bey jedem folgenden Paare, nur mit dem Unterschiede, daß der Vernier des innern Kreises, nicht, wie anfangs, auf Null zurückgeführt wird, sondern bey jeder ungeraden Beobachtung da, wo er bey dem Schlusse jeder geraden fixirt wurde, stehen bleibt. Auf diese Art erhält man, wenn alle Verniere abgelesen werden, die einfache Zenithdistanz nach der zweyten Beobachtung achtmal, nach der vierten sechszehnmal, nach der sechsten vier und zwanzigmal u. s. w. Daß übrigens das Ablesen der Verniere nicht nach jeder geraden Beobachtung, sondern erst am Schlusse der ganzen Beobachtungsreihe nöthig ist, und daß man auf die Höhenänderung des Gestirns in der Zwischenzeit der einzelnen Beobachtungen durch Rechnung Rücksicht nehmen müsse, ist für sich klar.

Diese Beobachtungsart setzt, wie man sieht, voraus, daß die verticale Säule des ganzen Instruments in der That senkrecht sey, daß die Ebene der beyden verticalen Kreise mit jener Säule parallel, und daß die Collimationslinie des Fernrohrs mit der Ebene dieser Kreise parallel sey.

I. Die Verticalität der großen Säule erhält man durch eine Libelle, die an ihrer Rückseite senkrecht auf diese Säule befestigt ist, oder durch ein Bleyloth, welches in der ausgehöhlten Säule befestigt ist, und an seinem untern Punkte durch zwey



Kreuzmicroscope beobachtet wird. Bemerkt man während den Beobachtungen eine Verstellung der Libelle, so kann man so verfahren: Man lese nach jeder einzelnen Beobachtung die Zahlen der beyden Endpunkte der Luftblase ab. Heißt in jeder Lage des Instruments die Zahl bey dem Beobachter a und die auf der Seite des Gestirns b, für die folgenden Beobachtungen a' a''... und b' b''... so sey M der Werth eines Theilstrichs der Libelle und N die Anzahl der Beobachtungen, und man hat für die Correction der Beobachtungen

$$\frac{M}{2N} ((a + a' + a'' \dots) - (b + b' + b'' \dots)) = \frac{M}{2N} \Sigma(a - b)$$

wo  $\Sigma$  das bekannte Summenzeichen ist, und diese Correction muß an der halben Summe des von dem Vernier durchlaufenen Bogens mit ihrem Zeichen angebracht werden.

II. Den Parallelismus der Ebene der Kreise mit der verticalen Säule kann man durch eine Libelle herstellen, die wie bey dem Mittagsrohre an den beyden Enden der zu diesem Zwecke hervorstehenden horizontalen Axe dieser Kreise angehängt, und wodurch diese Axe horizontal, also die von dem Künstler darauf senkrecht gesetzte Ebene der Kreise vertical gemacht wird. Wäre I die Neigung der Ebene der Kreise gegen die verticale Säule, so ist die durch das Instrument gefundene Zenithdistanz  $z'$  des Sterns von der wahren Zenithdistanz  $z$  verschieden, und man hat, wie man leicht sieht

$$\cos z = \cos I \cos z' \text{ oder}$$

$$\sin \frac{z - z'}{2} = \sin^2 \frac{1}{2} I \cotg z'$$

Dieser Fehler kann also für kleine Zenithdistanzen sehr nachtheilige Folgen haben.

III. Den Parallelismus der optischen Axe des Fernrohrs mit der Ebene der Kreise prüft man, wie bey dem Mittagsrohr. Man stellt nämlich den verticalen Faden des Rohrs auf einen scharf begränzten und sehr entfernten irdischen Gegenstand, dann bewege man die Säule genau um 180 im Horizonte, und indem man das Fernrohr wieder auf den irdischen Gegenstand bringt, bemerke man, ob der Faden denselben wieder genau trifft; im entgegengesetzten Fall verbessere man die Hälfte des Fehlers durch die Schraube, welche das Fadennetz in horizontaler Richtung bewegt. Wäre I die Neigung der optischen Axe gegen die Ebene der Kreise,  $z'$  und  $z$  die beobachtete und die wahre Zenithdistanz, so hätte man wieder, wie zuvor,

$$\cos z = \cos I \cos z'$$

Die andern Correctionen des Fadennetzes sind wie bey dem Mittagsrohre.



IV. Bey der Sonne, dem Monde und den meisten Planeten ist es vortheilhafter, immer abwechselnd den obern und untern Rand derselben, bey den einzelnen Beobachtungen, zur Berührung an den horizontalen Faden des Rohrs zu bringen, wodurch man den Halbmesser derselben eliminirt. Obschon man ferner nicht genau im Durchschnitte der beyden Fäden, oder in der Mitte des Sehfeldes, beobachten kann, so wird es doch vortheilhaft seyn, immer in der Nähe dieses Durchschnits, und zwar in demselben physischen Punkt des Sehfeldes zu beobachten. Hat man also z. B. bey den ungeraden Beobachtungen den Stern rechts vom Durchschnitte der Fäden beobachtet, so muß man bey den geraden den Stern eben so weit links vom Durchschnitte beobachten, wodurch man den Fehler eliminirt, der aus einer Neigung des horizontalen Fadens entstehen könnte. Eine umständlichere Beschreibung des Multiplicationskreises und seines Gebrauchs s. m. in *Monatl. Corresp.* 1807, und *Berl. Jahrb.* 1812, p. 194 und 234, und ebendas. 1813 p. 147. 1814. p. 204.

Das Vorhergehende wird hinreichen, den Beobachter auch mit andern, den beschriebenen mehr oder weniger ähnlichen Multiplicationskreisen, wenn er sie selbst vorsich hat, bald bekannt zu machen. Mit dieser Vorkenntniß, und mit einiger natürlicher Dexterität ist ein aufmerksames Betrachten des Instrumentes selbst allen todtten Beschreibungen vorzuziehen. Man kann über diesen Gegenstand nachsehen *Delambres Astronomie* Vol. I. *Berl. Jahrb.* 1812 und 13 u. f. *Monatl. Corresp.* Vol. 10 etc., und besonders *The Edinburgh Encyclopedie* by David Brewster Vol. VI. Part II. Art. Circle. *Borda's Description et usage du cercle de reflexion.* Paris 1802.

### §. 21.

#### Einfache Kreise.

Diese Instrumente bestehen gewöhnlich aus einem einfachen Verticalkreise, mit welchem das Fernrohr unveränderlich verbunden ist, und dessen horizontale Axe auf zwey oder mehr verticalen Säulen ruht, welche Säulen zugleich die auf die eingetheilte Fläche des Kreises senkrecht gestellten Microscope mit ihrem Fadenmicrometer tragen. Kennt man den Punkt des Kreises, welcher dem Horizont oder dem Zenith entspricht, so stellt man den verticalen Faden des Fernrohrs auf ein Gestirn, und der Bogen des Kreises zwischen jenem Punkte und demjenigen, welcher jetzt unter dem Microscope steht, wird die Höhe oder die Zenithdistanz des beobachteten Gestirnes seyn.

Zur näheren Erklärung des Gebrauches dieser Instrumente wähle ich die bekannten Kreise, welche Troughton, Carry u. a.



unter der Benennung eines Altitude and Azimut Circle gegeben haben, deren Beschreibung man im I. Theile der Königsberger astronomischen Beobachtungen nachsehen kann.

I. Vor allem muß man die Rotationsaxe des ganzen Instruments vertical stellen. Man kann dies durch das Bleyloth, indem man die Fläche des Kreises parallel zu zwey von den drey Fußschrauben stellt, auf welchen das ganze Instrument ruht. Während man durch das Microscop des Bleylothes sieht, dessen Richtung senkrecht auf die Fläche des Kreises ist, bringe man den Faden auf den hinter ihm bezeichneten Punkt, indem man nämlich die Hälfte des Fehlers an einem jener zwey Fußschrauben, und die andere Hälfte an dem Aufhängpunkte des Lothes selbst verbessert. Dann drehe man den Kreis um 180 im Azimut, zu welchem Zwecke man sich des gewöhnlich beygefügtten Azimutalkreises bedienen kann, und während man wieder durch dasselbe Microscop sieht, verbessert man die beyden Hälften des Fehlers wie zuvor. Dieses Verfahren setzt man so lange fort, bis in beyden Lagen des Kreises das Loth denselben Punkt deckt. Dann drehe man den Kreis um 90 im Azimut, oder so, daß seine Lage auf die vorhergehenden senkrecht werde, und während man wieder durch dasselbe Microscop sieht, verbessere man den ganzen Fehler bloß durch die dritte, bisher nicht berührte Fußschraube. Zur Prüfung des Ganzen führe man endlich den Kreis in verschiedene andere Punkte des Horizonts, und sehe zu, ob der Faden, durch dasselbe Microscop gesehen, immer genau denselben Punkt trifft. Ist dies alles geschehen, so sehe man nun auch durch das zweyte Microscop des Bleylothes, welches auf dem ersten senkrecht steht, und verbessere hier den Fehler des Lothes bloß durch das Loth selbst, indem man das Loth mehr oder weniger von der Fläche des Kreises entfernt, wobey man aber immer darauf Rücksicht zu nehmen hat, ob das Loth in Beziehung auf den durch das erste Microscop gesehenen Punkt nicht verrückt werde.

Denselben Zweck erreicht man noch einfacher durch die Libelle, welche an den Säulen angehängt wird, die den Kreis tragen, und mit ihm rotiren. Stellt man den Kreis so, daß er zweyen seiner Fußschrauben parallel ist, verbessert man den Fehler der Blase halb durch eine dieser Fußschrauben, und halb durch die Correctionsschraube der Libelle selbst, kehrt man dann den Kreis um 180 im Azimut um, und verbessert die beyden Hälften der Blase wie zuvor, und setzt dies Verfahren fort, bis in beyden Lagen des Kreises die Libelle einspielt; stellt man dann den Kreis in eine auf seine vorige senkrechte Lage und verbessert jetzt den Fehler der Libelle bloß durch die dritte Fußschraube, so ist die Rotationsaxe des ganzen Instruments vertical.



II. Um die horizontale Axe des Kreises horizontal zu stellen, bedient man sich einer Libelle, die entweder an die Zapfen dieser Axen angehängt, oder auf dieselben aufgestellt wird, und verfährt dabey, wie bey dem Mittagsrohre.

III. Um die Collimationslinie des Fernrohres senkrecht auf die horizontale Axe des Kreises zu stellen, verfährt man wie §. 20, N. III.

IV. Um es dahin zu bringen, daß die beyden entgegengesetzten Microscope des Kreises, wenn ihre Fadenmicrometer auf Null gestellt sind, genau in dem Durchmesser des Kreises liegen, erhebt man durch eigene Schrauben die beyden Lagen der Zapfen der horizontalen Kreisaxe so lange, bis beyde Microscope die um  $180^\circ$  entgegengesetzten Punkte des Kreises zeigen, wobey man Rücksicht nimmt, daß durch diese Schrauben die Horizontalität (II) der Axe nicht gestört wird.

V. Diese Microscope des Kreises enthalten zwey horizontale Fäden, von denen der eine fest, und der andere mittels einer Schraube beweglich ist. Der Kopf dieser Schraube trägt einen Zeiger, der mit ihr auf einer in 60 gleiche Theile eingetheilten Scheibe herumgeführt wird. Durch eine eigene Einrichtung dieser Microscope kann man es dahin bringen, daß eine Revolution der Schraube auf dem Kreise genau eine Minute oder 60 Secunden betrage. Man kann nämlich diese Microscope verlängern oder verkürzen, um dadurch das Bild einer Minute des Kreises genau mit einer Revolution der Schraube in Uebereinstimmung zu bringen. Beträgt die Revolution mehr als eine Minute, so muß man das Microscop verkürzen, indem man das Objectiv desselben näher zum Ocular bringt, und da durch dieses Verfahren die Deutlichkeit des Sehens gestört wird, so muß man das ganze Microscop wieder dem Kreise gehörig nähern. — Statt dem beweglichen horizontalen Faden hat man gewöhnlich zwey andere Fäden, welche sich unter einem sehr kleinen Winkel schneiden, einen Winkel, welchen man durch die Theilstriche des Kreises mit der größten Schärfe halbiren lassen kann.

VI. Um nun den Collimationsfehler des Kreises zu finden, richte man den horizontalen Faden des Fernrohres auf irgend ein wohlbestimmtes unbewegliches Object und lese die Zenithdistanz  $z$ , kehre den Kreis um  $180$  in Azimut, und lese wieder die Zenithdistanz  $z'$ , so ist  $Z = \frac{1}{2}(z' + z)$  die wahre Zenithdistanz des Gegenstandes, also  $dZ = \frac{1}{2}(z' - z)$  der Collimationsfehler, der an alle anderen beobachteten Zenithdistanzen angebracht werden muß.

Will man diesen Fehler wegbringen, so berichtige man, während der horizontale Faden des Fernrohres genau das Object deckt, die Micrometerfäden so, daß sie beyde genau die wahre Zenithdistanz  $Z = \frac{1}{2}(z' + z)$  geben. Es ist aber besser, jenen



Fehler auf diese Art bloß zu vermindern, wenn er zufällig zu groß ist, und den übrig bleibenden auf das genaueste durch astronomische Beobachtungen zu finden. Zu diesem Zwecke beobachtet man eine Reihe von Sternen, und an einem der folgenden Tage mit 180 im Azimut verkehrten Kreise wieder dieselbe Reihe. Gibt jeder dieser Sterne, wenn der eingetheilte Rand des Kreises gegen West stand, durch die Refraction verbessert, die Zenithdistanz  $z$ , und wenn er gegen Ost stand, die Zenithdistanz  $z'$ , so ist der Collimationsfehler

$$dz = \frac{z' - z}{2}$$

und die corrigirte Zenithdistanz

$$z + dz = z' - dz.$$

VII. Endlich lassen sich auch die Microscope des Azimutalkreises durch correspondirende oder gleich große Höhen eines Sterns zu beyden Seiten des Meridians verbessern. Sind nämlich die beyden Azimute nicht gleich, so corrigirt man die Hälfte des Fehlers an dem einen Microscope, und bringt das andere mit dem vorhergehenden in Uebereinstimmung.

Andere Kreise dieser Art wird man leicht behandeln, wenn man das Vorhergehende wohl verstanden hat, und nach den Umständen gehörig zu ändern weiß. Den Kreis, welchen Ramsden für Piazzini verfertigt hat, findet man umständlich beschrieben in des letzten Specula di Palermo. Hier will ich nur noch bemerken, daß man mit einer einfachen Abänderung des in §. 20 gezeigten Verfahrens auch den Multiplicationskreis sehr vorthailhaft wie einen einfachen Kreis brauchen könne. Nachdem man nämlich den ersten Vernier des innern Kreises z. B. auf Null, und durch die Bewegung beyder Kreise das Fernrohr nahe vertical gestellt hat, befestigt man den äußern Kreis an seinen Kreishalter, bringt die Fläche der Kreise durch eine horizontale Bewegung um die Säulen in die Ebene des Meridians, und beobachtet so bey immer geschlossenem Kreise, durch die Bewegung des gelüfteten innern, eine Reihe von Zenithdistanzen verschiedener Sterne. Den folgenden Tag verkehrt man die Kreise 180 im Azimut, und beobachtet, ohne den äußern Kreis zu lösen, wieder die Zenithdistanzen derselben Sterne, oder eigentlich ihre Supplemente zu 360 Graden. Verbindet man je zwey Zenithdistanzen desselben Sterns in entgegengesetzten Lagen des Instrumentes, wie in VI., so erhält man den Collimationsfehler des Kreises, und dadurch die absoluten Zenithdistanzen. Nach einigen Tagen kann man den innern Kreis auf einem andern Orte des äußern feststellen, so daß z. B. der erste Vernier, der früher auf 0 stand, jetzt auf 10 oder 20° befestigt werde, und dann in dieser Lage des Kreises dasselbe Verfahren wiederholen, wodurch



man sich von Theilungsfehlern des Instruments unabhängig macht. Da bey dieser Methode alles auf die Verticalität der grofsen Säule ankömmt, so mufs sie oft und sorgfältig, mittels ihrer Libelle, berichtigt werden, was selbst während den Beobachtungen ohne Mühe geschehen kann. Endlich kann man auch statt den Zenithdistanzen die Poldistanzen der Gestirne unmittelbar auf diese Art beobachten, wenn man jeden Tag durch die Beobachtung eines Circumpolarsterns in seinen beyden Culminationen den Punkt des Kreises bestimmt, welcher dem Pole des Aequators entspricht. Durch diese Behandlung scheint mir der Multiplicationskreis wesentliche Vortheile selbst über fixe einfache Kreise, über Meridian- oder Mauerkreise zu erhalten.

### §. 22.

## QUADRANTEN.

Der Quadrant ist der vierte Theil eines Kreises, der zur Beobachtung der Höhen der Gestirne dient. Ist er an einer Wand in der Ebene des Meridians befestigt, so heifst er Mauerquadrant. Gewöhnlich ist er aber um eine verticale Axe im Azimut, und selbst um seine horizontale Drehungsaxe in einer Verticalebene beweglich, in welchem Falle das Fernrohr unveränderlich mit ihm verbunden ist, und die Höhe durch ein Bleyloth angegeben wird, welches in dem Mittelpunkte des Quadranten befestigt ist. Da diese doppelte Bewegung des ganzen Instruments unbequem und für die Beobachtungen selbst nachtheilig ist, so zog man es vor, dem Quadranten nur die eine Bewegung im Azimut zu lassen, und dafür das Fernrohr um den Mittelpunkt des Quadranten parallel mit der Ebene des letzten zu bewegen, wodurch der mit dem Fernrohre verbundene Vernier unmittelbar die Höhe der Gestirne auf dem eingetheilten Rande des Quadranten anzeigt. Des letzten Einrichtung und Gebrauch wollen wir hier kurz anzeigen.

Der Quadrant ist in seinem Schwerpunkte an eine verticale Säule, mit dieser Säule parallel, befestiget, die auf drey horizontalen Füfsen ruht, welche letztern mit Fufsschrauben versehen sind. Das Fernrohr ist an eine metallene Platte befestigt, die sich um den Mittelpunkt des Quadranten dreht. Auf der Rückseite trägt der Quadrant eine horizontale Stange, an welcher die Libelle, wie bey dem Mittagsrohre, aufgehängt wird, um dadurch den obersten Halbmesser des Quadranten, der von dem Mittelpunkte nach dem Nullpunkte der Eintheilung geht, horizontal zu stellen. Das eine Ende dieser Stange sowohl, als das eine Ende der Libelle hat seine eigenen Correctionsschrauben, um beyde zu rectificiren. Um den Mittelpunkt des Qua-



dranten ist eine metallene Platte befestigt, in welche eine kleinere durch eigene Correctionsschrauben bewegliche Platte eingelassen ist, welche letzte einen feinen Punkt in ihrer Mitte trägt. Ein ähnlicher Punkt ist an dem untersten Rand der eingetheilten Fläche des Quadranten gegeben, und durch jene Correctionsschraube kann man die Linie durch beyde Punkte parallel mit dem letzten Halbmesser des Quadranten machen, der durch den Mittelpunkt und durch den Grad  $90^\circ$  der Eintheilung geht. An dem obern Rande der größern Platte ist ein horizontal bewegliches Stück, welches einen Einschnitt trägt, in welchem Einschnitt der Faden des Bleylothes hängen muß, der den eben erwähnten untern Punkt der eingetheilten Fläche des Quadranten genau decken soll, wenn der erste Radius horizontal, oder der letzte vertical steht. Uebrigens hat das Instrument auch eine Vorrichtung, durch die es, während die Ebene des Quadranten immer vertical steht, im Azimut bewegt werden kann, und eine zweyte, durch die der Quadrant selbst auf seinem Gestelle umgekehrt werden kann, wodurch der erste Halbmesser derselben, der in der frühern Lage der höchste war, der niedrigste wird, während der letzte Halbmesser immer vertical bleibt.

Die Rectificationen dieses Instruments sind folgende:

I. Die verticale Säule des Fußgestelles muß senkrecht gestellt werden, wodurch der letzte Halbmesser ebenfalls senkrecht, und der erste horizontal wird.

Durch die Libelle. Man stelle die Fläche der Quadranten parallel zu zwey Fußschrauben, und corrigire die eine Hälfte des Fehlers der Blase durch eine von diesen beyden Fußschrauben, und die andere durch die Correctionsschraube der Libelle. Dann kehre man, ohne den Quadranten zu berühren, die Libelle mit ihren Haken um, und verbessere die Hälfte der Fehler wie zuvor. Hat man dieses Verfahren so oft wiederholt, bis in beyden Lagen der Libelle die Blase genau in der Mitte ist, so ist dann die Libelle parallel mit der hintern Stange, an welcher sie hängt, und diese Stange selbst ist horizontal.

Jetzt kehre den Quadranten um  $180$  im Azimut um, und verbessere die Fehler der Blase halb durch eine der beyden Fußschrauben, halb durch die oben erwähnten Correctionsschrauben der Stange. Bringe den Quadranten wieder in seine vorige Lage, und verbessere die Hälfte der Fehler, wie zuvor und wiederhole das Verfahren so lange, bis in beyden Lagen des Quadranten die Blase in der Mitte steht. Endlich bringe man den Quadranten in eine auf die vorigen senkrechte Lage, und verbessere den ganzen Fehler der Blase bloß durch die dritte



Fufsschraube, so ist die Säule des Instruments senkrecht, also auch der letzte Radius senkrecht, und der erste horizontal.

Durch das Bleyloth. Man stelle den Quadranten parallel zu zwey Fufsschrauben, und bringe durch die Bewegung einer dieser Fufsschrauben den Faden genau auf den untern der zwey oben erwähnten Punkte. Dann bewege man den Quadranten um  $180^\circ$  im Azimut, und verbessere den Fehler des Fadens halb durch eine jener Fufsschrauben, und halb durch das oben erwähnte Stück, in dessen Einschnitt der Faden hängt. Dieses Verfahren wiederholt man so oft, bis in beyden Lagen des Quadranten der Faden den untern Punkt deckt. Dann bewegt man den Quadranten in eine auf die vorigen senkrechte Lage, und verbessert den ganzen Fehler des Fadens bloß durch die dritte Fufsschraube, und die Säule des Instruments steht senkrecht. Dann kann man auch die kleine Platte, welche den obern Punkt trägt, mittels ihrer Correctionsschraube so bewegen, daß der obere Punkt ebenfalls unter dem Faden liegt, und dann ist auch die Linie senkrecht, welche jene zwey Punkte verbindet, so daß man später den Quadranten immer wieder in seine erste Lage zurückführen kann, wenn man die beyden Punkte unter den Faden zurückbringt.

II. Die Linie, welche durch den Mittelpunkt des Quadranten und durch den Nullpunkt des Verniers geht, muß mit der Collimationslinie des Fernrohres parallel seyn, denn nur dann wird der Vernier auf dem eingetheilten Rande die wahre Höhe der beobachteten Gestirne anzeigen.

Man beobachte die Höhe eines sehr entfernten Gegenstandes, kehre den Quadranten um, daß sein erster horizontaler Halbmesser, der früher der höchste war, jetzt der niedrigste wird, und beobachte in dieser Lage des Quadranten wieder die Höhe desselben Gegenstandes. Sind beyde Höhen gleich, so ist der Collimationsfehler Null, sind sie ungleich, so ist ihre halbe Differenz gleich dem Collimationsfehler, die man entweder verbessern, oder was sicherer ist, bey allen folgenden Beobachtungen gehörig berücksichtigen kann.

Denselben Fehler kann man bequemer und sicherer so erhalten:

Man beobachte die Höhe eines dem Zenith nahen Sterns, kehre den Quadranten um  $180^\circ$  im Azimut um, und beobachte in dieser Lage die Höhe desselben Sterns. Die halbe Differenz beyder Höhen ist der gesuchte Collimationsfehler, der daher zu allen Höhen addirt werden muß, die in der Lage des Quadranten beobachtet werden, welche vorhin die kleinste der beyden Höhen gab. Sind die beyden Beobachtungen desselben dem Zenith nahen Sterns mehrere Tage von einander entfernt, so



mufs auf die Aenderung der Präcession, Aberration und Nutation gehörig Rücksicht genommen werden.

Ist dieser Fehler einmal genau bestimmt, so darf man das Objectivglas des Fernrohrs nicht mehr herausnehmen, weil dadurch der Collimationsfehler leicht verändert werden kann.

III. Die Fäden im Brennpunkte beyder Gläser werden wie bey dem Mittagsrohre corrigirt.

Die Verticalität der Fläche des Quadranten wird durch das oben erwähnte Bleylöth erhalten, welches dieser Fläche parallel und so nahe als möglich hängen soll, ohne doch diese Fläche selbst zu berühren.

Der Parallelismus der Collimationslinie mit der Fläche des Quadranten endlich wird wie bey den Multiplicationskreisen §. 20. III. erhalten.

In den neuern Zeiten hat man die Quadranten gänzlich verlassen, da die ganzen Kreise entschiedene Vortheile vor jenen haben; denn die Kreise können genauer eingetheilt werden, jede excentrische Bewegung des Fernrohrs hat bey dem Kreise weniger Einfluß, diese und Fehler der Theilung verschwinden durch entgegengesetzte Verniere, der Kreis kann durch Umdrehung in allen seinen Theilen gleichförmig von der Sonne erwärmt werden, so wie er, wenn er aus einem Stück gegossen ist, seine Gestalt nicht leicht unregelmäßig ändern kann u. s. w. Ueber die Correctionen dieser Instrumente s. m. Kästners astr. Abhandlungen und Berl. Jahrb. 1793. Ein Vorschlag zur Erweiterung des Gebrauchs des Mauerquadranten, Berliner Jahrb. 1812. p. 138.

### §. 23.

#### Parallactische Instrumente.

Das in B (Fig. 16) rechtwinklichte Dreyeck, dessen Winkel  $CAB$  der Polhöhe des Ortes gleich ist, stehe in der Ebene des Meridians. Die um ihre Endpunkte  $A, C$  bewegliche Axe  $AC$  führe einen mit ihr in  $D$  verbundenen Kreis  $EM$  herum, um dessen Mittelpunkt  $D$  sich parallel mit der Fläche des Kreises ein Fernrohr  $EF$  bewegt, und diese Axe gehe frey durch den Mittelpunkt  $d$  eines andern auf ihr senkrechten Kreises  $em$ , der in  $m$  mit der Seite  $AB$  verbunden ist, und über welchem sie einen Zeiger  $d e$  mit sich herumführt. Da sonach die Axe  $AC$  parallel mit der Weltaxe, und die Ebene des Kreises  $em$  parallel mit dem Aequator ist, so wird, wenn das Fernrohr auf einen Stern gestellt und die Axe  $AC$  um ihre Endpunkte gedreht wird, das Fernrohr den Parallelkreis dieses Sterns beschreiben, und



man wird dem ganzen die Einrichtung geben können, daß der Kreis  $EM$  die Declinationen, der Kreis  $em$  aber die Stundenwinkel jedes Sterns für eine gegebene Zeit angibt, wodurch also auch jeder derselben leicht selbst bey Tage aufgefunden, und so lang man will im Felde des Fernrohrs erhalten werden kann. Man sieht, daß die Ebene des Kreises  $EM$ , mit welcher der Zeiger  $ed$  parallel seyn soll, am Himmel den Stundenkreis des beobachteten Gestirns bezeichnet. Ein solches Instrument, deren es wieder verschiedene Arten gibt, heißt eine parallaxische Maschine, ein Aequatorial u. f.

Da man in der Ordnung solche Instrumente nicht braucht, um unmittelbare Rectascensionen und Declinationen der Gestirne damit zu beobachten, sondern da man mittels eines Micrometers in ihrem Fernrohre nur die Differenzen der Rectascension und Declination derjenigen Gestirne zu bestimmen pflegt, die in ihrer Declination weniger als der Durchmesser des Sehfeldes verschieden sind, so fordert die Rectification dieser Instrumente, keine große Schärfe. Man wird daher nur vorzüglich darauf Rücksicht nehmen, daß die Linie  $AB$  nahe in der Mittagslinie stehe und daß der Winkel  $BAC$  nahe der Polhöhe des Beobachtungsortes gleich sey, und in der Ebene des Meridians liege. Zu diesem Zwecke stellt man die Linie  $AB$  nahe in die vorläufig bekannte Richtung des Meridians, und die Ebene des Dreyecks  $ABC$  mittels des Lothes oder der Libelle vertical, und beobachtet in dieser Lage die obere und untere Culmination eines Circumpolarsterns. Ist die Zwischenzeit der Beobachtungen genau  $12^h$  Sternzeit, so ist die Ebene  $ABC$  des Instruments in dem Meridian. Zeigt ferner der Vernier des Fernrohrs auf dem Kreise in beyden Beobachtungen dieselbe Poldistanz des Gestirns, so ist auch der Winkel  $BAC$  richtig, oder  $AC$  ist mit der Weltaxe parallel. Hat aber beydes nicht statt, so sey  $MnN$  (Fig. 17) der Parallelkreis des Gestirns, und  $A$  dessen Mittelpunkt, nach welchem also die Axe  $AC$  (Fig. 16) gerichtet seyn sollte, und  $MN$  sey der Durchschnitt des Meridians mit dem Parallelkreise. Ist die Axe  $AC$ , statt nach  $A$ , nach dem Punkt  $b$  gerichtet, so wird die mit  $MN$  parallele Sehne  $mn$  die Punkte  $m$  und  $n$  anzeigen, in welchem man den Stern in der Nähe seiner beyden Culminationen beobachtet hat.

Ist auch  $Bb$  parallel mit  $Aa$ , so ist

$$Aa = a$$

die Größe, um welche die Axe  $AC$  vom Meridian entfernt ist, und

$$AB = b$$

die Größe, um welche die Axe  $AC$  erhöht werden muß.

Es seyen nun  $t$   $t'$  die Zeiten der beyden Beobachtungen,



$p$   $p'$  die an dem Instrumente abgelesenen Poldistanzen, und  $\delta$  die Declination des Gestirns, so ist

$$a = A M \sin M m$$

Aber  $m C n = t' - t$  und

$$M C N = 12^h$$

also beyder halbe Differenz

$$M m = \frac{(t' - t) - 12}{2} \text{ und}$$

$$A M = \cos \delta \text{ also}$$

$$a = - \cos \delta \cos \frac{1}{2} (t' - t) \dots (I)$$

Ferner ist die beobachtete Poldistanz in der obern Culmination

$$M B = p = 90 - \delta + b$$

und in der untern

$$B N = p' = 90 - \delta - b \text{ also}$$

$$b = \frac{p - p'}{2} \dots (II)$$

Ist so  $a$  und  $b$  gefunden, so wird man, während der Punkt  $C$  (Fig. 17.) der Axe unbeweglich bleibt, das andere Ende  $A$  der Axe um den Bogen  $a$ , also um die Linie  $a$   $A C$  verändern, wodurch die Ebene  $A B C$  in den Meridian gebracht wird, und dann wird man den Winkel  $B A C$  um  $b$ , oder die Axe  $A C$  in ihrer Lage gegen  $A B$  um  $A C \sin b$  verändern, um sie mit der Weltaxe parallel zu machen.

I. Diese zwey vorzüglichsten Correctionen kann man auch auf folgende Art finden.

Um erstens die Axen  $A C$  in die Ebene des Meridians zu bringen, richtet man das Rohr auf ein östliches weit vom Meridian entferntes Gestirn, z. B. sechs Stunden vor seiner Culmination. In derselben Zeit nach der Culmination bewegt man das Rohr wieder zu dem Gestirn auf die Westseite, ohne an der Axe oder an der Declination des Rohres etwas zu ändern. Ist der Stern in dieser Lage des Rohrs nicht genau wieder in dem Faden, so bewegt man die ganze Ebene  $A B C$  um die Linie  $B C$  um die Hälfte des Fehlers. Diese Correction ist, wie man sieht, größtentheils unabhängig von der Refraction und selbst, wenn man große Stundenwinkel genommen hat, von einer unrichtigen Neigung der Axe  $A C$ .

Um zweytens dieser Axe die wahre Neigung zu geben, richte man wieder das Rohr auf einen östlichen Stern etwa 6 Stunden vor seiner Culmination. Wenn dann der Stern in den Meridian kömmt, so bewege man das Rohr wieder zu ihm, ohne in der Declination desselben etwas zu ändern: erscheint hier der Stern über dem Faden, d. h. ist er in der That unter dem



Faden, so muß man den Winkel  $BAC$  der Axe mit der Mittagslinie  $AB$  vergrößern, und zwar um den ganzen Fehler, bis der Stern wieder, wie 6 Stunden vorher, in dem Faden steht.

Hat man so beyde Fehler berichtigt, so kann man durch Linien, auf dem Tische, auf welchem das Instrument steht, oder durch äußere terrestrische Objecte seine Lage fixiren, und nach jeder zufälligen Verrückung dieselbe leicht wieder verbessern.

Endlich kann man auch die Fehler der Alhidaden beyder Kreise  $em$  und  $EM$  berichtigen. Zu diesem Zwecke kann man das Rohr auf einen bekannten Stern zur Zeit seiner Culmination richten, und dann bey unverrückter Lage des Instruments den Zeiger  $de$  auf  $0^h$  oder  $12^h$ , und den Index des Verniers am Fernrohre  $EF$  auf die Declination des Gestirns stellen, oder auch diese Fehler unverändert lassen, und bey allen folgenden Beobachtungen gehörig berücksichtigen. Eine dritte Methode, diese Instrumente zu rectificiren, s. m. in den Mayländer Ephemeriden f. d. J. 1809.

#### §. 24.

### THEODOLITEN.

Diese Instrumente bestehen aus zwey concentrischen horizontalen Kreisen, deren innerer zwey senkrechte Säulen trägt, an deren obersten Enden ein kleines Passageninstrument mit seinen horizontalen Axen aufruhet.

Man befestigt den Vernier des innern Kreises auf einem willkürlichen Theilstrich des äußern, und bewegt beyde Kreise sammt dem Fernrohre, bis das irdische oder himmlische Object im Fernrohr erscheint. Dann schließt man den äußern Kreis an sein Gestelle, und rotirt den gelösten innern, bis das auf die gehörige Höhe gestellte Fernrohr den zweyten zu messenden Gegenstand trifft. Man schließt endlich wieder den innern Kreis an den äußern, und bringt durch seine Micrometerschraube den Gegenstand genau auf den Faden des Fernrohrs. Der Winkel, welchen der Vernier des innern Kreises an dem äußern durchläuft, ist der Winkel, welchen beyde Gegenstände im Auge des Beobachters bilden.

Es ist für sich klar, daß man nach geendigter zweyter Beobachtung wieder beyde Kreise drehen kann, bis das Rohr an dem unverrückten innern Kreis wieder den ersten Gegenstand trifft, und daß man so die Beobachtungen so oft man will wiederholen kann. Um sich während der Bewegung des innern Kreises von der unverrückten Lage des ganzen Instruments zu überzeugen, dient ein unter den Kreisen angebrachtes Versicherungsrohr.

Die Rectificationen dieses Instruments, mit welchen man nicht bloß Distanzen, sondern auch Azimute und Höhen beobachten kann, sind kürzlich folgende.



Man stellt das Fernrohr parallel mit zwey Fußsschrauben, und corrigirt bey der jedesmaligen Umdrehung der Kreise um  $180^\circ$  die Hälfte des Fehlers der angehängten Libelle durch die eine Fußsschraube, und die andere Hälfte durch die Correctionsschraube der Libelle, bis die Blase in beyden Lagen einspielt. Mit der so corrigirten Libelle wird das Fernrohr in eine auf die vorige senkrechte Lage gebracht, und der Fehler der Libelle bloß durch die dritte Fußsschraube verbessert. Durch dieses Verfahren wird die verticale Hauptdrehungsaxe des ganzen Instruments auf den Horizont genau senkrecht gestellt.

Um nun auch die horizontale Drehungsaxe des Fernrohres genau horizontal zu machen, wird die Hänglibelle des Fernrohres wechselweise eingehängt, daß ihre Haken an die entgegengesetzten Zapfen der Axe kommen, und die Hälfte des Fehlers theils durch die Correctionsschraube dieser Libelle, theils durch Erhöhung oder Erniedrigung der einen Pfanne, in welcher die Zapfen ruhen, verbessert, bis die Blase beym Umhängen der Libelle immer dieselbe Stelle einnimmt.

Um die optische Axe des Fernrohres vertical auf die horizontale Drehungsaxe desselben zu setzen, richte man das Fernrohr auf ein entferntes Object, kehre dann die Axe des Rohrs in ihren Pfannen um, und wenn der verticale Faden in dieser Lage nicht wieder genau dasselbe Object trifft, so wird der halbe Fehler durch die horizontale Bewegung des Fadennetzes verbessert werden. Die andern Correctionen der Fäden sind wie bey dem Mittagsrohre.

Um endlich auch den Vernier des Verticalkreises zu untersuchen, bringe man den horizontalen Faden des Fernrohres auf ein entferntes Object, und lese am Verticalkreise ab. Dann kehre man das Fernrohr um, so daß der Höhenkreis an der vorigen Seite bleibt, oder daß das Objectiv des Rohrs nun gegen den Beobachter sieht, (zu welchem Zweck man das Fernrohr aus seinen Pfannen nehmen, und in verkehrter Lage wieder sanft in dieselbe zurücklegen muß), dreht dann den Kreis um  $180^\circ$  im Azimut, visirt nach dem Object, und liest wieder an dem Verticalkreise ab. Der so auf dem Verticalkreise zurückgelegte Bogen ist die doppelte Zenithdistanz des Objectes, also ihre Hälfte die wahre Zenithdistanz desselben, die mit den vorhergelesenen Zahlen verglichen, den Collimationsfehler, oder den wahren ersten Punkt der Theilung gibt, von welchem aus man alle Zenithdistanzen zählen soll.

Weitere Nachrichten über ältere und neuere Instrumente und ihren Gebrauch findet man in Lalandes Astronomie, dritte Ausgabe. II. Band, in Delambres Astronomie I. Band, in Vinces practical astronomy u. f.