

SIEBENTES KAPITEL.

Bestimmung der Zeit durch Beobachtungen.

§. 1.

Wir nehmen hier die Probleme wieder auf, deren Reihe zu Ende des 1. Capitels aus den dort angezeigten Gründen unterbrochen wurde. Da die Körper des Himmels in einer immerwährenden Bewegung gegen die Ebene des Horizonts, des Meridians u. s. w. sind, auf welche wir ihre Lage zu beziehen pflegen, so muß der Astronom bey jeder Beobachtung nicht nur diese ihre Lage, sondern auch die Zeit genau angeben, für welche diese Lage Statt hat. Diese Zeitbestimmung aus Beobachtungen gehört zu den wichtigsten und interessantesten der practischen Astronomie, und sie soll der Inhalt dieses Capitels seyn.

Das einfachste und sicherste Mittel zur Zeitbestimmung ist die Methode der correspondirenden, d. h. der auf beyden Zeiten des Meridians gleichen Höhen eines Gestirnes. Ohne diese Höhe selbst, ohne die Lage des Gestirns am Himmel, oder die des Beobachters auf der Erde zu kennen, wird man, wenn man nur von der genauen Gleichheit der Höhen und von dem gleichförmigen Gang der Uhr versichert ist, die Mitte der Uhrzeiten zwischen beyden Beobachtungen auch für die Uhrzeit der Culmination des beobachteten Gestirns selbst annehmen können, da nach dem Vorhergehenden zu gleichen Höhen auch gleiche bloß in ihren Zeichen entgegengesetzte Stundenwinkel gehören, wenn die Declination des Gestirns unveränderlich ist.

Diese Uhrzeit der Culmination mit der durch die Berechnung des bekannten Gestirns gegebenen Zeit der Culmination wird den Stand der Uhr gegen die gebrauchte wahre, mittlere oder Sternzeit, für den Augenblick der Culmination geben. Dieselbe Untersuchung des Standes der Uhr zu irgend einer andern, einen oder mehrere Tage entfernten Zeit, wiederholt, gibt einen zweyten Stand der Uhr, und aus beyden wird man den täglichen oder stündlichen Gang der Uhr gegen die gebrauchte Zeit ableiten. Aus dem so bekannten Stand und Gang der Uhr aber findet

man dann sofort durch eine einfache Proportion die wahre Zeit jeder anderen Beobachtung, deren Uhrzeit gegeben ist.

Gesetzt man habe, um dieß durch ein Beyspiel deutlich zu machen, gefunden, daß die Uhr im wahren Mittag gegeben habe

den 4. May $0^h 2' 27''$

5. — $0 2 57$

so folgt daraus, daß der Stand der Uhr gegen wahre Zeit den 4. May Mittags $2' 27''$, ihr täglicher Gang aber $30''$ accelerirend sey. Wurde aber den 4. May Abends eine Beobachtung um die Uhrzeit $10^h 14' 32''$ gemacht, so hat man

$$24^h : 10^h 12' 5'' = 30'' : x$$

oder

$$x = 12'' 75$$

also ist

$$10^h 14' 32'' 0 - 2' 27'' 0 - 12'' 75 = 10^h 11' 52'' 25$$

die wahre Zeit dieser Beobachtung.

§. 2.

Ist aber die Declination des Gestirns, von welchem man die correspondirenden Höhen genommen hat, veränderlich, wie dieß z. B. bey der Sonne Statt hat, so sind die zu gleichen Höhen gehörenden Stundenwinkel nicht mehr gleich. Sind nämlich s s' diese Stundenwinkel und t t' die Uhrzeiten der gleichen Höhen, so ist die Zeit der Culmination nicht mehr gleich

$$T = \frac{t + t'}{2}$$

sondern gleich

$$T + \frac{s - s'}{15}$$

Um diese Correction zu finden, sey

$$s \ \delta \text{ und } s' \ \delta'$$

der Stundenwinkel und die Declination für die beobachteten gleichen Höhen h vor und nach der Culmination, so ist

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos s$$

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta' + \cos \varphi \cos \delta' \cos s'$$

Multiplieirt man die erste dieser Gleichungen durch $\cos \delta'$ und die zweyte durch $-\cos \delta$, so gibt ihre Summe

$$\sin h (\cos \delta - \cos \delta') + \sin \varphi \sin (\delta - \delta') - \cos \varphi \cos \delta \cos \delta' (\cos s' - \cos s) = 0$$

oder

$$\begin{aligned} & \sin \frac{s-s'}{2} \\ &= \frac{\sin \varphi \sin (\delta - \delta') - 2 \sin h \sin \frac{\delta + \delta'}{2} \sin \frac{\delta - \delta'}{2}}{2 \cos \varphi \cos \delta \cos \delta' \sin \frac{s+s'}{2}} \end{aligned}$$

und dieser Werth von $\frac{s-s'}{2}$ ist die gesuchte Correction. Bequemer und immer genau genug ist folgender Ausdruck, den man leicht aus dem vorhergehenden ableiten wird

$$s - s' = (\delta - \delta') \left(\frac{\operatorname{Tg} \varphi}{\sin s} - \frac{\operatorname{Tg} \delta \cos s}{\sin s} \right)$$

Ist also x die gesuchte Correction in Zeit, und $d\delta'$ die Veränderung der Declination in der halben Zwischenzeit Θ der Beobachtungen, so ist

$$x = \frac{d\delta}{15} \left(\frac{\operatorname{Tg} \varphi}{\sin 15^\circ \Theta} - \operatorname{Tg} \delta \cotg 15^\circ \Theta \right)$$

Auf dieselbe Art kann man, wenn man eine Höhe Abends und die andere correspondirende des andern Tags Morgens nimmt, die Zeit der untern Culmination der Sonne oder die Zeit der wahren Mitternacht finden. Ist nämlich wieder Θ die halbe Zwischenzeit der Beobachtung, so ist, wenn für den Mittag $s = 15^\circ \Theta$ war, für die Mitternacht

$$s = 180^\circ + 15^\circ \Theta$$

also die Correction der Mitternacht

$$x = - \frac{d\delta}{15} \left(\frac{\operatorname{Tg} \varphi}{\sin 15^\circ \Theta} + \operatorname{Tg} \delta \cotg 15^\circ \Theta \right)$$

In beyden Ausdrücken ist für südliche Declinationen $\operatorname{Tg} \delta$ negativ, und wenn die Länge der Sonne im ersten oder vierten Quadranten ist, ist $d\delta$ negativ, dessen Werth man aus den Ephemeriden nehmen kann.

Geht die Uhr in einer Stunde gegen die gebrauchte Zeit um α^h voraus oder zurück, so mus der vorhergehende Werth von x im ersten Falle durch $(1 + \alpha^h)$ und im zweyten durch $(1 - \alpha^h)$ multiplicirt werden. — Eine andere kleine Correc-

tion dieser Zeitbestimmung wird durch die Betrachtung erhalten, daß die Refraction nach Mittag, wegen der größeren Erwärmung der Atmosphäre, gewöhnlich kleiner ist, als vor Mittag, daher die Sonne nach Mittag etwas früher zu derselben Höhe kommt, als sie ohne dieser Verminderung der Refraction gekommen seyn würde, und der aus den Beobachtungen geschlossene Mittag fällt etwas vor dem wahren Mittag. Diese Verbesserung, die meistens unbedeutend ist, läßt sich, wie man leicht finden wird, so ausdrücken

$$+ \frac{dr \cos h}{30 \cos \varphi \cos \delta \sin s}$$

wo dr die Differenz der Refractionen für die vor- und nachmittäglichen Höhen ist, Die vorhergehende Verbesserung wegen der Aenderung der Declination, kann man in sehr bequeme Tafeln bringen, die bereits in vielen astronomischen Schriften enthalten und allgemein bekannt sind.

Ex. In Göttingen wurden den 27. März 1794 folgende correspondirende Beobachtungen des obern Sonnenrandes genommen

Beob. Höhen	Zeit der Uhr	
	Vormittag	Nachmittag
22° 55'. 5 . .	20 ^h 46' 9" . .	4 ^h 16' 4"
23 20. 5	49 9	13 3
23 25. 5	49 45	12 28
23 30. 5	50 20	11 51

Die halbe Summe der ersten und letzten Uhrzeit gibt

$$0^h 31' 6'' 5$$

für die Uhrzeit des unverbesserten Mittags. Die halbe Zwischenzeit dieser Beobachtungen aber ist

$$3^h 44' 57'' 5$$

oder in Bogen

$$(15^\circ = 1^h) 56^\circ 14' 22'' 5.$$

Die Polhöhe ist

$$\varphi = 51^\circ 31' 54''$$

Die Declination der Sonne im Mittag (aus den Ephemeriden) ist 2° 47' und die Aenderung derselben 23' 26'' also ihre Aenderung in 3^h 45' gleich

$$d\delta = -219'' 6$$

negativ, da die Sonne im ersten Quadranten der Länge ist. Es ist also

$$\frac{d\delta}{15} \cdot \frac{\text{Tg } \varphi}{\text{Sin } s} = - 22'' 17$$

$$\frac{d\delta}{15} \cdot \text{Tg } \delta \text{ Cotg } s = - 0.48$$

und die gesuchte Correction ist

$$x = - 21'' 69$$

also die Uhrzeit des wahren Mittags

$$0^h 31' 6'' 5 - 21'' 69 = 0^h 30' 44'' 8$$

Eben so lassen sich die drey folgenden correspondirenden Höhen behandeln, doch wird es bequemer und in der Ausübung immer erlaubt seyn, den unverbesserten Mittag sofort im Mittel aus allen Beobachtungen zu suchen, und die Correction nur einmal für die mittlere der vor- und nachmittägigen Beobachtungen zu berechnen, weil für kleine Zwischenzeiten diese Correctionen beynahe der Zeit proportional sind.

Wenn die Uhr zwischen zwey nächsten Culminationen der Sonne nicht nahe 24^h , sondern z. B. $24^h 4'$ gäbe, so müßte man die vorige Correction x noch durch

$$\frac{24^h 4'}{24^h} = 1.003$$

multiplizieren, wodurch sie gleich $- 21'' 75$ würde. Ueber eine Methode, aus gleichen, aber nicht correspondirenden Sonnenhöhen die Zeit zu bestimmen, s. m. Monat. Corr. 1806. Juli. Aus gleichen Höhen zweyer verschiedener Sterne die Zeit zu finden s. m. Berl. Jahrb. 1789 p. 130. Endlich aus nahe am Meridian genommenen Höhen. Berl. Jahrb. 1802. p. 225.

§. 3.

Probl. Aus einer einzigen beobachteten Höhe die Zeit finden.

Die Auflösung dieser für die practische Astronomie wichtigen Aufgabe ist in folgenden Ausdrücken enthalten

$$\text{Cos } s = \frac{\text{Sin } h - \text{Sin } \varphi \text{ Sin } \delta}{\text{Cos } \varphi \text{ Cos } \delta}$$

oder wenn man

$$h = 90 - z$$

setzt,

$$\sin^2 \frac{s}{2} = \frac{\sin \frac{z - \varphi + \delta}{2} \sin \frac{z + \varphi - \delta}{2}}{\cos \varphi \cos \delta}$$

oder endlich

$$\cos^2 \frac{s}{2} = \frac{\cos \frac{\varphi + \delta + z}{2} \cos \frac{\varphi + \delta - z}{2}}{\cos \varphi \cos \delta}$$

Die letzte ist der andern vorzuziehen, wenn $\frac{s}{2}$ nahe an 90 oder 270 ist.

Ist das beobachtete Gestirn die Sonne, so ist

$$\frac{1}{15} s$$

sofort die gesuchte wahre Zeit; für alle andern Gestirne aber muß man überdies die scheinbare Rectascension α des beobachteten Gestirns, und die Rectascension A der wahren Sonne für die Zeit der Beobachtung kennen, und diese letzte kann man offenbar nur auf Umwegen finden, da die wahre Zeit der Beobachtung erst gesucht wird. Man nimmt nämlich zuerst eine genäherte Rectascension der Sonne, z. B. für den Mittag des Beobachtungstages, sucht damit eine genäherte wahre Zeit, und dann für diese wahre Zeit die entsprechende Rectascension der Sonne, mit welcher man die verbesserte wahre Zeit sucht, ein Verfahren, das sich so lange wiederholen läßt, als man es zu seinem Zwecke nöthig findet.

Hat man so

s , α und A ,

so ist die gesuchte wahre Zeit

$$= \frac{\alpha - A + s}{15}$$

Die Gröfse h muß, ehe sie zur Rechnung gebraucht wird, durch Refraction und Parallaxe verbessert, so wie δ durch Präcession, Aberration und Nutation auf die scheinbare Declination gebracht werden.

Ex. Den 17. Junius 1810 beobachtete ich in Kasan

Uhrzeit	Höhe des obern Rands der Sonne
4 ^h 41' 44''	30° 15' 19''
4 51 24	28 53 49

Da die Declination der Sonne in der Nähe des Solstitiums sich nur sehr langsam ändert, so kann man diesen Beobachtungen der Declination $\delta = 23^\circ 23' 24''$ für 4^h 46' wahre Zeit,

Hasan zu Grunde legen. Die Polhöhe des Beobachtungsortes war

$$\varphi = 55^{\circ} 47' 39''$$

also gibt die erste Beobachtung

$$\text{Zenithdistanz } 59^{\circ} 44' 41''$$

$$\text{Refraction } + 1' 37''$$

$$\text{Halbmesser } \odot + 15' 47''$$

$$\text{Parallaxe } - 7''$$

$$z = 60^{\circ} 1' 58''$$

und eben so die zweyte

$$z = 61^{\circ} 23' 34''$$

woraus der Stundenwinkel

$$70^{\circ} 37' 20''$$

$$73 \quad 2 \quad 32$$

$$\text{in Zeit } 4^h 42' 29'' = \text{wahre Zeit}$$

$$4 \quad 52 \quad 10$$

also gibt die Uhr $45'' 5$ zu viel gegen wahre Zeit. Für diesen Augenblick ist die mittlere Zeit $17''$ gröfser als die wahre, also gibt die Uhr $62'' 5$ zu viel gegen mittlere Zeit.

Ex. II. Den 31. März 1790 wurde in Wien beobachtet die Höhe des Regulus

$$54^{\circ} 41' 8'' \text{ um } 9^h 2' 20'' \text{ Uhrzeit,}$$

$$\text{Refraction } - 0' 47''$$

$$90 - z = 54 \quad 40 \quad 21$$

Es ist aber

$$\delta = 12^{\circ} 59' 28''$$

$$\varphi = 43 \quad 12 \quad 36$$

also

$$s = - 3^{\circ} 19' 38''$$

negativ, weil die Beobachtung auf der Ostseite des Meridians gemacht wurde.

Da die Uhr schon sehr nahe wahre Sonnenzeit gab, so ist für

$$9^h 2' 20''$$

die Rectascension der wahren Sonne (aus den Ephemeriden)

I.

H

$$A = 0^h 41' 29'' 5$$

und überdies die Rectascension des Sterns

$$\alpha = 9^h 57' 11'' 0$$

also ist die wahre Zeit der Beobachtung

$$\alpha - A + \frac{s}{15} = 9^h 2' 23'' 0$$

oder die Uhr gab 3'' zu wenig gegen wahre Zeit.

I. Für Fixsterne verfährt man am bequemsten, wenn man nicht die wahre Sonnenzeit, sondern die Sternzeit der Beobachtung sucht. Ist nämlich s der nach dem Vorhergehenden berechnete Stundenwinkel, α die scheinbare Rectascension des Sterns, so ist die Sternzeit der Beobachtung sofort gleich

$$\alpha + s$$

und aus ihr wird man dann nach Cap. VI. die mittlere oder wahre Sonnenzeit der Beobachtung ableiten können.

Ex. 1819 May 11 war die beobachtete, von Refraction befreite Zenithdistanz des α Orions

$$73^\circ 4' 46'' 7$$

als die Uhr $10^h 39' 55'' 5$ gab.

Von diesem Gestirn ist die scheinbare Rectascension

$$\alpha = 86^\circ 20' 30'' 0,$$

die scheinbare Declination

$$\delta = 7^\circ 21' 56'' 2$$

die Breite des Beobachtungsortes

$$\varphi = 45^\circ 24' 2'' 5$$

also findet man

$$s = 73^\circ 19' 46'' 6$$

$$\alpha = 86 \quad 20 \quad 30 \quad 0$$

$$159 \quad 40 \quad 16'' 6 = 10^h 38' 41'' 11 \text{ Sternzeit}$$

$$10 \quad 39 \quad 55.50 \text{ Uhrzeit}$$

$$- \quad 1 \quad 14.39 \text{ Corr. der Uhr.}$$

§. 4.

Auf dieselbe Weise kann man auch unmittelbar die mittlere Zeit der Beobachtung finden. Ist nämlich α , wie zuvor, die scheinbare Rectascension des beobachteten Sterns, und M die Rectascension der mittlern Sonne für den Mittag des Beobachtungstages (aus den Ephemeriden) beyde auf Zeit

$$(15^\circ = 1^h)$$

gebracht, und hat man, wie oben, den Stundenwinkel s gesucht, so ist die erste genäherte mittlere Zeit der Beobachtung

$$T = \alpha - M + \frac{s}{15}$$

und dieser Ausdruck würde vollkommen richtig seyn, wenn die mittlere Sonne seit dem Mittage des Beobachtungstages ihre Rectascension nicht geändert hätte, oder wenn während dem Mittag und der Beobachtung die mittlere Zeit gleich der Sternzeit gewesen wäre. Da dieß aber nicht der Fall ist, so muß man die vorhergehende Gröfse T , die in Sternzeit ausgedrückt ist, auf mittlere Zeit bringen. Man hat daher die verbesserte mittlere Zeit der Beobachtung, nach dem Vorhergehenden,

$$T - 0.0027304 T$$

wo T in Stunden und deren Theilen ausgedrückt ist.

Ex. Karsten Niebuhr beobachtete in Alexandrien, den 11. October 1761, um $10^h 56' 25''$ Uhrzeit die

Zenithdistanz Aldebarans

$$61^\circ 27' 30''$$

Der Fehler des Instruments war

$$- 3' 0''$$

die scheinbare Rectascension des Sterns

$$\alpha = 4^h 22' 16'' 35$$

die scheinbare Declination

$$\delta = 16^\circ 0' 39'' 65$$

Die Polhöhe

$$\varphi = 31^\circ 12' 13''$$

Die Refraction

$$1' 44'' 2$$

und

$$M = 13^h 20' 43'' 926,$$

also ist

$$z = 61^{\circ} 26' 14'' 2$$

und daraus folgt

$$s = 65^{\circ} 56' 13'' 93 = 19^h 36' 15'' 074$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 22 \quad 16 \quad 350 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Rectascension des Zeniths} = 23 \quad 58 \quad 31.424$$

$$M = 13 \quad 20 \quad 43.926$$

$$T = 10 \quad 37 \quad 47.498$$

$$\begin{array}{r} - \quad 1 \quad 44.485 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{mittlere Zeit der Beobachtung} \quad 10^h 36' 3'' 013$$

oder die Uhr gibt

$$20' 21'' 987$$

zu viel gegen mittlere Zeit.

Zwey Tage darauf, den 13. October,

$$12^h 23' 34'' \text{ Uhrzeit,}$$

beobachtete er die Zenithdistanz desselben Sterns

$$= 41^{\circ} 34' 50'' 5.$$

Hier ist

$$\alpha = 4^h 22' 16'' 436$$

$$\delta = 16^{\circ} 0' 39.72$$

$$M = 13 \quad 28 \quad 36.047$$

also

$$s = 42^{\circ} 36' 22'' 378$$

und daher

$$\alpha - M + s = 12^h 3' 14'' 895$$

$$\begin{array}{r} - \quad 1 \quad 58 \quad 486 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{mittlere Zeit} = 12 \quad 1 \quad 16.409$$

und die Uhr gab

$$22' 17'' 591$$

zu viel gegen mittlere Zeit.

§. 5.

Diese Methode bequem öfters zu wiederholen, kann man für mehrere willkürlich gewählte Stundenwinkel die schein-

bare (durch Refraction u. f. corrigirte) Höhe h' des Gestirns suchen, das Instrument auf diese Höhe stellen, und die Uhrzeit der Beobachtung mit dem Anfangs angenommenen Stundenwinkel vergleichen, woraus man sofort den Stand der Uhr erhält. Ist z. B. für die Sonne h die wahre Höhe des Mittelpunktes, h' die scheinbare Höhe des obern Randes, δ die Abweichung des Mittelpunktes und φ die Polhöhe, so ist für jeden Stundenwinkel s

$$\text{Tg } a = \text{Cos } s \text{ Cotg } \varphi$$

$$\text{Sin } h = \frac{\text{Sin } \varphi}{\text{Cos } a} \text{ Sin } (a + \delta)$$

$$h' = (h + \text{Halbmesser } \odot) + \text{Refr.} - \text{Parallaxe,}$$

wo die Refraction für die wahre Höhe

$$(h + \text{Halbmesser } \odot)$$

nicht, wie gewöhnlich für die scheinbare Höhe gesucht wird. Berechnet man für seinen Beobachtungsort in einer Tabelle die Werthe von

$$a \text{ und } \log \frac{\text{Sin } \varphi}{\text{Cos } a}$$

etwa von 5 zu 5 Zeitminuten, durch mehrere Stunden vor und nach der Culmination, so wird dadurch die Anwendung dieser Methode sehr abgekürzt.

§. 6.

Um sich die Mühe der einzelnen Berechnungen zu ersparen, oder auch, wenn man mit Multiplicationskreisen beobachtet, dividirt man die Summe der beobachteten Zenithdistanzen sowohl, als die der Beobachtungszeiten durch die Anzahl der Beobachtungen. Der Quotient der Zenithdistanzen wird für die Zenithdistanz angesehen, die zu der Zeit gehört, welche dem Quotienten der Beobachtungszeiten gleich ist. Allein dieß Verfahren setzt voraus, daß sich die Zenithdistanzen, wie die Zeiten, also gleichförmig ändern, was nicht genau richtig ist. Wir wollen daher annehmen, daß man die zwey Zenithdistanzen z und z' für die Zeiten t und t' aus den Beobachtungen kenne. Man suche die Zeit t'' , für welche die Zenithdistanz

$$z'' = \frac{z + z'}{2}$$

gehört.

¶ Nach dem gewöhnlichen, so eben angezeigten Verfahren wäre

$$t'' = \frac{t + t'}{2}$$

Es ist aber allgemein $t = fz$ eine Function von z . Geht z über in $z + \omega$, so geht t über in

$$t + \frac{\omega dt}{dz} + \frac{\omega^2}{2} \cdot \frac{d^2 t}{dz^2} +$$

Setzt man also

$$\omega = z' - z,$$

so ist

$$t' = t + (z' - z) \frac{dt}{dz} + \frac{1}{2} (z' - z)^2 \frac{d^2 t}{dz^2} + \dots \quad (I)$$

und setzt man

$$\omega = \frac{z' - z}{2}$$

so ist

$$t'' = t + \frac{1}{2} (z' - z) \frac{dt}{dz} + \frac{1}{8} (z' - z)^2 \frac{d^2 t}{dz^2} \dots \quad (II)$$

Multipliziert man die Reihe II. durch 2, und subtrahirt sie von I., so hat man

$$t'' = \frac{t + t'}{2} + \frac{1}{8} (z - z')^2 \frac{d^2 t}{dz^2}$$

und da aus I. folgt

$$(t' - t) \frac{dz}{dt} = z' - z$$

so ist auch

$$t'' = \frac{t + t'}{2} + \frac{1}{8} (t' - t)^2 \frac{d^2 t}{dt^2} \dots \quad (III)$$

und III. gibt die gesuchte Zeit t'' .

Ist aber ψ die Höhe des Aequators, p die Poldistanz, und z die Zenithdistanz des Gestirns, und s der Stundenwinkel, so ist

$$\cos z = \cos s \sin \psi \sin p + \cos \psi \cos p$$

also auch

$$\frac{d^2 s}{ds^2} = \frac{d^2 t}{dt^2} = \cotg s \left(\frac{\sin^2 s \cos z}{\sin^2 z \cos s} \sin p \sin \psi - 1 \right)$$

welche Gröfse wir M nennen wollen. Man hat daher

$$t'' = \frac{t + t'}{2} + \frac{1}{8} (t' - t)^2 M$$

Man wird also so verfahren:

Sey Θ' , Θ'' , Θ''' die Zwischenzeit zwischen der ersten und letzten, zweyten und vorletzten, dritten und vorvorletzten Beobachtung u. f., und T die Summe aller Beobachtungszeiten, Z die Summe aller Zenithdistanzen, und endlich $2n$ die Anzahl der Beobachtungen. Man suche

$$A = \frac{1}{2} (\Theta'^2 + \Theta''^2 + \Theta'''^2 +) \sin 1''$$

so ist die Zeit t , zu welcher die Zenithdistanz $\frac{Z}{2n}$ gehört, gleich

$$t = \frac{T}{2n} + \frac{A}{4n} M \dots (IV)$$

Vergl. Berl. Jahrb. 1818. p. 123.

Die Gröfse A kann man sehr bequem aus einer Tafel nehmen, die mit dem Argumente Θ die Gröfse

$$\frac{2 \sin^2 \frac{1}{2} \Theta}{\sin 1''} = \frac{1}{2} \Theta^2 \sin 1''$$

gibt. Vor der Culmination oder auf der Ostseite des Meridians ist der zweyte Theil der Gleichung IV. negativ. Da ferner

$$\sin \omega = \frac{\sin p \sin s}{\sin z}$$

wenn ω das Azimut, so ist auch

$$M = \cotg \omega (\cos \psi - \sin \psi \cos \omega \cotg z)$$

Damit also M oder die Correction

$$\frac{MA}{4n}$$

nicht zu groß werde, wird man ω sehr nahe an 90° oder 270° nehmen, ein Vortheil dieser Methode, weil Beobachtungen in der Nähe des ersten Vertikalkreises, wie wir bald sehen werden, überhaupt zur Zeitbestimmung am besten sind.

I. Endlich läßt sich noch auf eine für die Ausübung bequemere Weise der Stand der Uhr aus den zwey Uhrzeiten bestimmen, in welchen zwey bekannte Sterne eine obwohl unbekannte Höhe erreichen.

Ist $\alpha\delta$ die Rectascension und Declination des in der täglichen Bewegung vorangehenden Sterns, $\alpha'\delta'$ dasselbe für den folgenden, τ der vom Frühlingspunkte in der Zwischenzeit beschriebene Bogen oder die in Grade verwandelte Sternzeit der Zwischenzeit der Beobachtungen, und Θ der Winkel beyder Stundenkreise, in welchen die Sterne beobachtet wurden, so ist, wenn der Stern im östlichen Stundenkreise zuerst beobachtet worden ist,

$$\Theta = \alpha' - \alpha + \tau$$

und im entgegengesetzten Fall

$$\Theta = \alpha' - \alpha - \tau,$$

Ist aber s der Stundenwinkel des Sterns im westlichen Stundenkreise, so ist der des andern Sterns $= \Theta - s$, und wenn h die beyden gemeinschaftliche Höhe ist, so hat man

$$\begin{aligned}\sin h &= \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos s \\ &= \sin \varphi \sin \delta' + \cos \varphi \cos \delta' \cos (\Theta - s)\end{aligned}$$

woraus folgt

$$\begin{aligned}(\cos \delta - \cos \delta' \cos \Theta) \cos s - \cos \delta' \sin \Theta \sin s \\ = (\sin \delta' - \sin \delta) \operatorname{Tg} \varphi\end{aligned}$$

Sey also

$$\frac{\cos \delta - \cos \delta' \cos \Theta}{\cos \delta' \sin \Theta} = \operatorname{Tg} \left(\frac{1}{2} \Theta + \gamma \right),$$

so ist

$$\begin{aligned}\cos \delta' \sin \Theta (\operatorname{Tg} \left(\frac{1}{2} \Theta + \gamma \right) \cos s - \sin s) \\ = (\sin \delta' - \sin \delta) \operatorname{Tg} \varphi\end{aligned}$$

und

$$\sin \left(\frac{1}{2} \Theta + \gamma - s \right) = \frac{(\sin \delta' - \sin \delta) \operatorname{Tg} \varphi \cos \left(\frac{1}{2} \Theta + \gamma \right)}{\cos \delta' \sin \Theta}$$

woraus man leicht folgende Endausdrücke ableitet

$$\operatorname{Tg} \gamma = \operatorname{Tg} \frac{\delta' + \delta}{2} \operatorname{Tg} \frac{\delta' - \delta}{2} \operatorname{Cotg} \frac{1}{2} \Theta$$

$$\sin \left(\frac{1}{2} \Theta + \gamma - s \right) = \frac{\operatorname{Tg} \varphi \sin \gamma \operatorname{Cotg} \frac{1}{2} (\delta' + \delta)}{\cos \frac{\Theta}{2}}$$

$$= \frac{\operatorname{Tg} \varphi \cos \gamma \operatorname{Tg} \frac{1}{2} (\delta' - \delta)}{\sin \frac{\Theta}{2}}$$

Ex. Für 1815 den 13. März

α Andromedae $21^h 33' 26''$ Zeit der Sternuhr

α Lyrae $22 \quad 5 \quad 21$

Die scheinbaren Orte dieser Sterne sind

$$\alpha = 18^h 30' 28'' 96$$

$$\delta = 38^\circ 37' 6'' 6$$

$$\alpha' = 23^h 58' 33'' 33$$

$$\delta' = 28^\circ 2' 14'' 8$$

also ist

$$\Theta = 89^\circ 59' 50'' 55$$

Ist aber

$$\varphi = 51^\circ 31' 54''$$

so ist

$$\gamma = - 3^\circ 29' 4'' 93$$

$$s - \frac{1}{2}\Theta - \gamma = 9^\circ 28' 9'' 93$$

$$\frac{1}{2}\Theta + \gamma = 41 \quad 30 \quad 50 \quad 34$$

$$s = 50^\circ 59' 0'' 27 = 3^h 23' 56'' 02$$

$$\alpha = 18 \quad 30 \quad 28 \quad 96$$

$$\text{Sternzeit der Beob. von } \alpha \text{ Lyrae} \dots 21^h 54' 24'' 98$$

$$\text{Uhrzeit} \quad 22 \quad 5 \quad 21 \quad 00$$

$$\text{Corr. d. Uhr} = - 10 \quad 56 \quad 02$$

Eine andere Auflösung dieser Aufgabe s. m. im Berl. Jahrb. 1796 p. 132. Koch's Tafeln zur Bestimmung der Zeit. Berl. 1797. Wie man die Zeit aus der Beobachtung zweyer Sterne in demselben Verticalkreise findet, s. m. Berl. Jahrb. 1789. p. 213.

§. 7.

Bey allen Aufgaben der practischen Astronomie, ist es nicht genug, das Problem theoretisch richtig aufgelöst zu haben, man muß auch noch die Fehler angeben können, welchen die Anwendung dieser Auflösungen unterworfen ist, und die günstigsten Umstände aufsuchen, unter welchen diese Beobachtungen gemacht werden können. Denn alle unsere Beobachtungen sind kleinen Fehlern unterworfen, die von den Unvollkommenheit der Instrumente, oder von der unserer Sinne, oder endlich von andern äußern oder innern Ursachen entspringen, und da sich diese Fehler nie gänzlich vermeiden lassen, so ist es von Wichtigkeit, zu wissen, unter welchen Umständen jene Fehler den kleinsten nachtheiligen Einfluß auf die Resultate der Beobachtungen haben werden. So wird man z. B. zur Zeitbestimmung durch einzelne Höhen alle jene Gestirne vermeiden, die wegen den Dünsten des Horizonts, und der Ungewissheit der Refraction kleiner Höhen, die wegen ihrer Lichtschwäche, wie die kleineren Fixsterne, oder wegen ihrer unbestimmten Begrenzung, wie die Cometen, oder wegen kleinen noch übrig bleiben-

den Unrichtigkeiten in der Kenntniss ihres Ortes, und den vorläufigen zeitraubenden Rechnungen, wie der Mond u. f. unsicher sind. So wichtig diese Wahl des Gestirnes ist, eben so wichtig ist auch die Wahl des Ortes am Himmel, in welchem man dasselbe beobachten soll, und es entsteht daher die Frage, welches der Ort eines gegebenen Gestirns sey, für welchen kleinere Fehler der Beobachtungen den wenigst nachtheiligen Einfluss auf die Zeitbestimmung haben.

Dieser Ort wird offenbar derjenige seyn, in welchem sich die Höhe des Gestirns am schnellsten ändert. Die Geschwindigkeit der Höhenänderung eines Gestirns aber ist desto grösser, je grösser der parallactische Winkel π desselben ist, d. h. je mehr die Richtung der täglichen Bewegung senkrecht auf den Horizont ist. — Behält man die oben gebrauchten Bezeichnungen bey, so ist

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos s$$

Diese Gleichung gibt

$$dh \cos h = -ds \sin s \cos \varphi \cos \delta \dots (1)$$

Da aber

$$\sin \pi = \frac{\sin s \cos \varphi}{\cos h},$$

so ist auch

$$dh = -ds \cos \delta \sin \pi = -ds \cos \varphi \sin \omega$$

wenn ω das Azimut bezeichnet. Diese Gleichung zeigt deutlich, dass die Höhenänderung am grössten ist, wenn π am grössten ist.

Es ist ferner

$$\cos \pi = \frac{\sin \varphi - \sin \delta \sin h}{\cos \delta \cos h},$$

also ist

$$d\pi = \frac{dh (\sin \delta - \sin h \sin \varphi)}{\cos \delta \cos^2 h \sin \pi}$$

Setzt man daher für das Maximum von π die Grösse

$$d\pi = 0$$

so ist

$$\sin h = \frac{\sin \delta}{\sin \varphi} \dots (a)$$

und daraus folgt

$$\left. \begin{aligned} \cos s &= \operatorname{Tg} \delta \operatorname{Cotg} \varphi \\ \cos \omega &= 0 \end{aligned} \right\} (b)$$

Die Gleichung (a) setzt voraus, daß $\delta < \varphi$ ist. Differenzirt man aber die Gleichung

$$\sin \pi \cos h = \sin s \cos \varphi$$

so hat man

$$\begin{aligned} d\pi &= \frac{dh \sin h \sin s \cos \varphi}{\cos^2 h \cos \pi} \\ &= \frac{dh \operatorname{Tg} h \sin s \cos \varphi \sin \delta}{\sin \varphi - \sin \delta \sin h} \end{aligned}$$

Ist also wieder

$$d\pi = \frac{x}{\delta}$$

so hat man

$$\sin h = \frac{\sin \varphi}{\sin \delta} \dots (a')$$

und daraus folgt

$$\left. \begin{aligned} \cos s &= \operatorname{Tg} \varphi \operatorname{Cotg} \delta \\ \sin \omega &= \frac{\cos \delta}{\cos \varphi} \end{aligned} \right\} (b')$$

und die drey letzten Gleichungen setzen $\delta > \varphi$ voraus. Daraus folgen im Allgemeinen folgende Bemerkungen. Südliche Declinationen soll man so viel möglich vermeiden, da sie die vortheilhafteste Höhe negativ geben, oder da man sie in dem vortheilhaftesten Augenblicke gar nicht sehen kann.

Immer aber muß man die Gestirne zur Zeitbestimmung so nahe als möglich bey dem ersten Vertikalkreis,

$$(\text{wo } \omega = 90^\circ = 270^\circ)$$

nehmen, wie schon aus der Gleichung (1) folgt, die man auch so ausdrücken kann:

$$ds = - \frac{dh}{\sin \omega \cos \varphi}$$

und in dieser Form zeigt sie zugleich, daß ein Fehler in dh einen desto kleineren Einfluß auf die Zeitbestimmung habe, je näher ω an 90° , und je weiter φ von 90° ist. Nahe an den Polen der Erde wird daher die Zeitbestimmung aus den beobachteten Höhen immer weniger verläßlich, bis sie endlich unter dem Pol selbst ganz unbrauchbar wird, weil dort keine Höhenänderung der Gestirne mehr statt hat.

§. 8.

Da also in großen geographischen Breiten die Sonne, die zur Zeitbestimmung durch correspondirende sowohl, als durch

einfache Höhen sonst vorzugsweise gebraucht wird, sich nicht mehr zu Höhen-Beobachtungen eignet, so kann man dafür die Distanz der Sonne von irgend einem seiner Lage nach bekannten terrestrischen Gegenstand beobachten, und daraus ebenfalls die Zeit bestimmen. M. s. Mon. Corresp. III. Band.

Es sey ψ die Höhe des Aequators, A, Z das Azimut und die Zenithdistanz des terrestrischen Objectes, welche beyde aus den Beobachtungen als bekannt vorausgesetzt werden, so findet man den Stundenwinkel S und die Poldistanz P des terrestrischen Objectes durch folgende Ausdrücke

$$\operatorname{Tg} x = \frac{\operatorname{Sin} \frac{\psi - Z}{2}}{\operatorname{Sin} \frac{\psi + Z}{2}} \operatorname{Tg} \frac{A}{2}$$

$$\operatorname{Sin} \frac{P}{2} = \frac{\operatorname{Sin} \frac{\psi + Z}{2} \operatorname{Cos} \frac{A}{2}}{\operatorname{Cos} x}$$

$$\operatorname{Sin} S = \frac{\operatorname{Sin} A \operatorname{Sin} Z}{\operatorname{Sin} P}$$

Hat man nun die Distanz Δ eines bekannten Gestirns, dessen Poldistanz p und Stundenwinkel s ist, beobachtet, so findet man s durch die Gleichung

$$\operatorname{Sin} \frac{s - S}{2} = \sqrt{\frac{\operatorname{Sin} \frac{\Delta + P - p}{2} \operatorname{Sin} \frac{\Delta + p - P}{2}}{\operatorname{Sin} P \operatorname{Sin} p}} \dots (I)$$

Ist $\frac{s - S}{2}$ nahe an 90° , so wird man besser den bekannten ähnlichen Ausdruck für

$$\operatorname{Cos} \frac{s - S}{2}$$

brauchen. Berl. Jahrb. 1814. p. 99. und 1819. p. 129.

Noch ist es nöthig, auf die Refraction des irdischen Objectes sowohl, als des beobachteten Gestirns Rücksicht zu nehmen. Die erste macht, daß die Größen S, P eigentlich nicht genau constant sind. Allein die irdische Strahlenbrechung ist viel zu ungewiß, und ihre Variation, besonders wenn das Object in einer nicht zu großen Entfernung vom Beobachter ist, viel zu gering, als daß man sie nicht in den meisten Fällen vernachlässigen könnte. Die Refraction des Gestirns aber kann auf eine zweyfache Art berücksichtigt werden. — Man kann erstens die Correction an der Poldistanz p und

dem Stundenwinkel s . anbringen. Sind p' s' diese scheinbaren (von der Refraction afficirten) Gröſſen, und π der parallactische Winkel endlich

$dz = \text{Refraction} - \text{Parallaxe der Höhe}$

so ist $p' - p = dz \cos \pi$

$$s' - s = dz \frac{\sin \pi}{\sin p}$$

wo

$$\sin \pi = \frac{\sin s \sin \psi}{\sin z}$$

Man kann aber auch zweytens diese Correction an der scheinbaren Distanz Δ anbringen, um sie in die wahre Distanz Δ' zu verwandeln. Man findet so leicht

$$\Delta' - \Delta = dz \frac{\sin(z + Z + \frac{1}{2} dz)}{\sin \Delta} - 2 \frac{\cos \frac{B + \Delta}{2} \cos \frac{B - \Delta}{2}}{\sin \Delta} (dz \cotg z - \frac{1}{2} dz^2 \sin i')$$

wo

$$B = 180 - z - Z \text{ ist,}$$

und wenn z nicht über 30° ist, kann man für den vorhergehenden Ausdruck immer folgenden sehr einfachen brauchen:

$$\Delta' - \Delta = - dz \cotg z \cotg \Delta$$

Ex. Es sey

$$\psi = 39^\circ 3' 43'' \text{ für Seeberg}$$

$$\Lambda = 35^\circ 47' 4''$$

$$Z = 90 24 28$$

so findet man daraus mittels der vorhergehenden Gleichungen

$$S = 43^\circ 4' 31''. 5$$

$$P = 121 6 43. 2.$$

B. Zach beobachtete den 11. Februar 1801 in Seeberg von diesem Objecte folgende Distanzen der Sonne (Mon. Corr. Bd. III. p. 326)

$$78^\circ 9' 38'' \text{ um die Uhrzeit } 21^h 15' 40''. 0$$

$$77 39 38 \quad 18 3. 0$$

$$77 29 38 \quad 18 51. 5$$

Die Correctionen dieser Distanzen sind

wahre Höhe $\odot$ d Δ

15° 34' 8 — 11'' 4

15 49. 5 — 11. 6

15 54. 5 — 11. 8

also die wahren Distanzen der Sonne vom terrestrischen Objecte

$$\Delta = 78^\circ 9' 26'' 6$$

$$77 39 26. 4$$

$$77 29 26. 2$$

und die wahren Distanzen der Sonne vom Pol des Aequators

$$p = 104^\circ 7' 14'' 7$$

$$7 13. 3$$

$$7 12. 6$$

woraus sofort der Werth von

$$\frac{s - S}{2}$$

in der I. Beobachtung — 42° 15' 51'' 90

II. - - - - — 41 58 6. 05

III. . - - - — 41 52 10. 90

und da

$$\frac{S}{2} = 21^\circ 32' 15'' 75$$

so ist s, oder der Stundenwinkel, in Zeit

in der I. Beobachtung — 2^h 45' 48'' 82 = 21^h 14' 11'' 18

II. - - - - 21 16 33. 30

III. - - - - 21 17 20. 64

also die Voreilung der Uhr

$$1' 28'' 82$$

$$1 29 70$$

$$1 30 86$$

$$\text{Im Mittel } 1' 29'' 79$$

Nach den Beobachtungen desselben Tages am Mittagsrohre,

sollte die Voreilung der Uhr nur 0'' 17 kleiner seyn. Die minder gute Uebereinstimmung der einzelnen Resultate kommt von dem Azimute A, welches nach B. Zachs Aeußerung noch auf eine halbe Minute zweifelhaft ist.

Die ganze Auflösung des Problems reduzirt sich demnach auf die Entwicklung der Gleichung (I.), und man kann ohne merklichen Fehler die Gröfse

$$\frac{1}{\sin P \sin p}$$

für eine Reihe von Beobachtungen durch etwa eine Viertelstunde als constant ansehen, so daß man also eigentlich für jede Beobachtung nur die Logarithmen von

$$\sin \frac{\Delta + D}{2}, \sin \frac{\Delta - D}{2}$$

und die Zahl von

$$\log \sin \frac{s - S}{2}$$

aufzusuchen hat, wo $D = P - p$ ist. Diese Gleichung (I.) ist dieselbe mit der für die einzelnen Höhen, daher auch alles, was über die Zeitbestimmung aus einzelnen Höhen oben gesagt wurde, auch hier wieder gilt.

I. Um die practische Brauchbarkeit dieser Methode zu untersuchen, hat man

$$\cos (s - S) = \frac{\cos \Delta - \cos P \cos p}{\sin P \sin p}$$

Setzt man in ihr alles veränderlich, so erhält man nach einigen zweckmäßigen Verwandlungen

$$ds = \frac{\sin \Delta}{\sin P \sin p \sin (s - S)} (d\Delta - dp \cos B - dZ \cos C + dA \sin C \sin Z)$$

wo B der Winkel am Gestirn zwischen dem terrestrischen Objecte und dem Pol des Aequators, und wo C der Winkel am terrestrischen Objecte zwischen dem Gestirne und dem Zenith des Beobachters ist.

Daraus folgt also, daß man überhaupt alle Beobachtungen vermeiden müsse, in denen die Sinus der Winkel

$$P, p, \text{ oder } s - S$$

nahe gleich Null sind.

Auch hat man

$$ds = dS + \frac{d\Delta - dp \cos B - dP \cos D}{\sin p \sin B}$$

wo D der Winkel am terrestrischen Objecte zwischen dem Gestirne und dem Pole ist.

Dafs man endlich auch dieselbe Art auf correspondirende Distanzen der Sonne vom terrestrischen Gegenstande zur Zeitbestimmung nehmen kann, ist für sich klar.

§. 9.

Das Vorhergehende setzt das Azimut des irdischen Gegenstandes als bekannt voraus. Wir werden unten sehen, wie man dasselbe aus den Beobachtungen bestimmen könne. Hier aber mufs bemerkt werden, dafs man die Gröfsen

S, P

eines terrestrischen Objectes, auch ohne sein Azimut zu kennen, aus zwey beobachteten Distanzen dieses Objectes von einem bekannten Gestirne und aus der Zwischenzeit der Beobachtungen finden kann. Die directe Auflösung dieser Aufgabe ist umständlich und für die Ausübung beschwerlich, folgende indirecte ist viel bequemer

Mit einem genäherten Werth von P suche man die Gröfsen x und x' aus den Gleichungen

$$\cos \frac{x}{2} = \sqrt{\frac{\sin \frac{D+\Delta}{2} \sin \frac{D-\Delta}{2}}{\sin P \sin p}}$$

$$\cos \frac{x'}{2} = \sqrt{\frac{\sin \frac{D'+\Delta'}{2} \sin \frac{D'-\Delta'}{2}}{\sin P \sin p'}}$$

wo Δ, Δ' die beobachteten Distanzen des Gestirns, p, p' die Poldistanzen desselben, und wo

$$D = P + p, D' = P + p'$$

ist.

Man suche ferner, blofs in Minuten die Gröfse ω, A aus

$$\sin \omega = \frac{\sin p \sin x}{\sin \Delta} \quad \sin \omega' = \frac{\sin p' \sin x'}{\sin \Delta'}$$

$$A = \frac{\cotg \omega}{\sin P} \quad A' = \frac{\cotg \omega'}{\sin P}$$

so ist

$$dP = \frac{x - x' - t}{A - A'}$$

wo t die Zwischenzeit der Beobachtungen in Graden, und der wahren Poldistanz

$$P' = P + dP$$

und endlich die wahre Gröfse $s - S = x - A dP$

$$s' - S = x' - A' dP$$

Ex. Uhrzeit . . . wahre Distanz

$$2^h \ 2' \ 10 \ . \ . \ . \ 52^\circ \ 14' \ 19'' \ 52$$

$$18 \ 2 \ 10 \ . \ . \ . \ 90 \ 0 \ 0 \ 00$$

wo $p = 45^\circ$ und

$$P \text{ beynahe} = 89^\circ \ 56'.$$

Da aus andern Beobachtungen bekannt war, daß die Uhr in beyden Beobachtungen $1' \ 40''$ accelerirt, so sind die Stundenwinkel

$$s' = 2^h \ 0' \ 30'' = 30^\circ \ 7' \ 30'' \text{ westlich}$$

$$s' = 18 \ 0 \ 30 = -89 \ 52 \ 30 \text{ östlich}$$

Die vorhergehenden Ausdrücke geben daher

$$\frac{1}{2}x = 15^\circ \ 3' \ 59'' \ 47$$

$$\omega = 26^\circ \ 40' \ 50''$$

$$A = 1.98996$$

$$\frac{1}{2}x' = -45^\circ \ 2' \ 0'' \ 00$$

$$\omega' = -45 \ 0 \ 0$$

$$A' = -1$$

also

$$dP = \frac{718.94}{2.98996} = 240''.4514$$

also wahres

$$P = 89^\circ \ 56' + dP = 90^\circ \ 0' \ 0'' \ 45$$

$$A dP = 7' \ 58'' \ 49$$

$$A' dP = 4' \ 0'' \ 45$$

$$s - S = 30^\circ \ 0' \ 0'' \ 45$$

$$s' - S = -89 \ 59 \ 59'' \ 55$$

also wahres $S = 0^\circ \ 7' \ 29'' \ 55$

I.

Man hätte aber in diesem bloß fingirten Beyspiele

$$P = 90^\circ 0' 0''$$

und

$$S = 0^\circ 7' 30''$$

finden sollen, also ist P nur $0'' 4$ zu groß, und S eben so viel zu klein, obschon das anfangs angenommene P um $240''$ zu groß war, also der neue Fehler noch nicht

$$\frac{2}{1000}$$

des alten. In der That ist allgemein

$$dP = \frac{d\Delta \sin \omega' - d\Delta' \sin \omega}{\sin(\omega' - \omega)}$$

$$dS = \frac{d\Delta \cos \omega' - d\Delta' \cos \omega}{\sin P \sin(\omega' - \omega)}$$

also die Bestimmung von P und S desto sicherer, je näher

$$(\omega' - \omega)$$

an 90° oder 270° und je näher P an 90° ist. Um endlich zu sehen, welchen Einfluß ein Fehler in der Zeitbestimmung auf P und S hat, so findet man nach einigen leichten Verwandlungen

$$dP = (ds - ds') \frac{\sin \omega \sin \omega' \sin P}{\sin(\omega - \omega')}$$

$$dS = \frac{ds \sin \omega \cos \omega' - ds' \sin \omega' \cos \omega}{\sin(\omega - \omega')}$$

Hat man so P und S gefunden, so wird man daraus ohne Mühe die Höhe und das Azimut des terrestrischen Objectes ableiten. Berl. Jahrb. 1819. p. 139.

§. 10.

Die einfachste und sicherste Methode der Zeitbestimmung ist die durch das Mittagsrohr, d. h. durch ein Fernrohr, welches sich auf einer horizontalen Axe genau in der Ebene des Meridians bewegt. Man beobachtet nämlich die Durchgänge der Sterne an den vertikalen Fäden, welche in dem Brennpunkte beyder Gläser des Rohres befestigt sind, und indem man so die Uhrzeit der Culmination erhält, darf man nur diese Uhrzeit mit der berechneten mittlern oder Sternzeit der Culmination vergleichen, um den Fehler der Uhr zu erhalten. Zusammengesetzter wird das Verfahren, wenn das Mittagsrohr selbst Fehlern unterwor-

fen ist, wenn z. B. die horizontale Axe des Rohrs eine Neigung gegen den Horizont, oder die optische Axe des Rohres selbst eine Neigung gegen den Meridian hat, und wir werden unten, wenn wir von diesem wichtigsten Instrumente der Astronomie sprechen werden, diesen Gegenstand umständlich betrachten. Hier wollen wir das Rohr selbst fehlerfrey voraussetzen, und durch Beyspiele zeigen, wie man aus den Beobachtungen an demselben den Stand der Uhr bestimmen könne.

1787 den 11 Julius beobachtete man in Greenwich die Culmination des Procyons um $7^h 27' 15'' 58$ Zeit der Sternuhr

Pollux ... 7 31 22 83

Man suche den Stand der Uhr für diese Uhrzeiten.

Aus den Sterncatalogen findet man für

	Procyon	Pollux
1787. 00 die mittl. AR ..	$7^h 28' 8'' 32$..	$7^h 32' 15'' 25$
Präcession und Aberration	+ 0. 37	+ 0. 49
Nutation	+ 1. 12	+ 1. 33
scheinbare AR	$7^h 28' 9. 81$..	$7 32 17. 07$
Uhrzeit	$7 27 15. 58$	$7 31 22. 83$
Correction der Uhr	+ $54'' 23$	+ $54. 24$

also die Correction der Uhr gegen Sternzeit

+ $54'' 235$ um $7^h 29'$ Uhrzeit.

Ex. II. 1786 den 31. December beobachtete man in Marseille die Culmination von

α Andromedae $4^h 56' 37'' 85$ Zeit der mittl. Uhr

γ Pegasi 5 1 29 73

Für den Beobachtungstag ist

	α Andromedae	γ Pegasi
scheinbare AR	$23^h 57' 25'' 20$..	$0^h 2' 17'' 81$
mittl. AR $\odot$ im Mittag des 31. Decembers	$18 40 10. 47$..	$18 40 10. 47$
genäherte mittl. Zeit	$5 17 14. 73$	$5 22 7. 34$
Acceleration d. Fixsterne	51. 97	52. 77
corrig mittl. Zeit	$5 16 22. 76$..	$5 21 14. 57$
Uhrzeit	$4 56 37. 85$	$5 1 29. 73$
Correction der Uhr	+ $19 44. 91$	+ $19 44. 84$
		1 2

also Correction der Uhr gegen mittl. Zeit

$$+ 19' 44'' 875 \text{ zu } 4^h 59' \text{ Uhrzeit}$$

Man sieht aus diesen Beyspielen, wie viel bequemer die Sternuhr ist, als die mittlere, daher auch die neuern Astronomen immer die erste brauchen, die noch den Vortheil hat, daß die Culminationen der Fixsterne durch das ganze Jahr auf nahe dieselben Zeiten fallen, da sie im Gegentheile täglich um nahe 4 Minuten mittlerer Zeit früher culminiren.

§. 11

Wenn man aber mit keinem Mittagsrohre versehen ist, so muß man gestehen, daß alle vorhergehenden Methoden, da sie so oft wiederholt angewendet werden müssen, nicht wenig beschwerlich und zeitraubend sind. D. Olbers hat, um dieser Beschwerde abzuhefen, einen Vorschlag gemacht, der wegen der Leichtigkeit und der Präcision seiner Anwendung, allgemeinen Eingang verdient. Hat man nämlich in der Nähe seines Beobachtungsortes eine beträchtlich hohe senkrechte Mauer, oder sonst ein vertikales terrestrisches Object, z. B. einen Blitzableiter, so kann man an ihm die Verschwindung der Fixsterne beobachten, und wenn man das Fernrohr bey diesen Beobachtungen immer genau in dieselbe Lage bringt (indem man es freyhaltend immer an dieselbe Stelle, z. B. die Fenstermauer anlegt, oder indem man den Ort der Füße seines Gestelles auf dem Boden bezeichnet) so ist klar, daß, so lange die Rectascension und Declination des Sterns dieselbe ist, sie alle Tage zu derselben Sternzeit verschwinden werden. Hat man also an einem dieser Beobachtungstage die Correction der Uhr z. B. durch correspondirende Sonnenhöhen gefunden, so kennt man die Sternzeit oder die mittlere Zeit dieser Verschwindungen, für diesen Beobachtungstag, und daraus wird man leicht die mittlere Zeit für die anderen Tage ableiten können. So fand z. B. Olbers die Verschwindung von δ Coronae

den 6. September 1800 um $11^h 14' 20'' 7$

und aus correspondirenden Höhen ergab sich, daß die Correction der Uhr gegen mittlere Zeit für diese Beobachtung

$$+ 8' 57'' 6 \text{ ist,}$$

also ist den 6. September 1800 die mittlere Zeit der Verschwindung von δ Coronae

$$11^h 23' 18'' 3$$

und daraus fand sich die Sternzeit der Verschwindung desselben Sterns

$$22^h 26' 21'' 78$$

und um diese Sternzeit wird er jeden andern Tag ebenfalls verschwinden. Braucht man aber eine mittlere Uhr, so wird er jeden Tag um

$$3' 55'' 9$$

früher verschwinden. So verschwand er den 12. September um

$$10^h 49' 21''$$

Uhrzeit. Die Acceleration der Fixsterne für 6 Tage ist

$$23' 55'' 4$$

also war es den 12. September bey seinem Verschwinden mittlere Zeit

$$11^h 23' 13'' 3 - 23' 55'' 4 = 10^h 59' 42'' 9$$

oder die Correction der Uhr gen mittl. Zeit war

$$+ 10' 31'' 9,$$

Um nicht immer von demselben Stern abzuhängen, kann man noch eine Anzahl anderer zu allen Stunden der Nacht beobachten, und aus der bekannten Sternzeit des δ Coronae und dem Unterschiede der Beobachtungszeiten die Sternzeiten der andern Sterne finden.

So vertritt also ein kleines Fernrohr, was die Zeitbestimmung betrifft, fast die Stelle eines Mittagsrohres. Wenn man nur einigermaßen den Gang der Uhr kennt, so weiß man im voraus die Minute, da jeder Stern verschwindet, was die Beobachtungen sehr erleichtert, besonders wenn man sich einer Sternuhr bedient.

Auch kann man durch diese Beobachtungen den Stundenwinkel und das Azimut des Sterns zur Zeit seiner Verschwindung finden. So ist für den 6. Sept. 1800 und δ Coronae

$$\text{die scheinbare AR} = 235^\circ 18' 23'' 7 = \alpha$$

$$\text{scheinbare Declination} 26^\circ 41' 31'' 0 = \delta$$

Aber die Sternzeit der Beobachtung

$$22^h 26' 21'' 78$$

durch 15 multipliziert, gibt

$$336^\circ 35' 26'' 8 = A$$

für die Rectascension des Zeniths, also ist der Stundenwinkel des Sterns zur Zeit seiner Verschwindung gleich

$$A - \alpha = 101^\circ 17' 3'' 1$$

Aus diesem Stundenwinkel, der scheinbaren Declination δ und der Polhöhe Bremens

$$\varphi = 53^\circ 4' 38''$$

findet sich das Azimut des Sterns

$$64^\circ 56' 21'' 4$$

und der parallactische Winkel

$$\pi = 37^\circ 31'$$

Ändert nun mit der Zeit der Stern seine Restascension um $d\alpha$, so ändert sich die Gröſſe A genau um eben so viel, und dabeyde Änderungen entgegengesetzte Zeichen haben, so bleibt für jedes Verschwinden der Stundenwinkel unverändert, aber die Sternzeit der Verschwindung wird um $d\alpha$ gröſſer, wenn $d\alpha$ positiv ist. Ändert sich aber die Declination um $d\delta$, so wird dadurch der Stundenwinkel s um

$$d s = - d \delta \cdot \frac{\operatorname{Tg} \pi}{\operatorname{Cos} \delta}$$

geändert, d. h. in dem obigen Beyspiele um

$$d s = - 0'' 86 (d \delta)$$

Um also z. B. die Sternzeit des Verschwindens für δ Coronae den 6. September 1801 zu erhalten, hat man für diese Zeit

$$\text{scheinbare AR} = 235^\circ 19' 5.7 = \alpha'$$

$$\text{scheinb. Declination } 26^\circ 41' 17.8 = \delta'$$

$$\text{also } \alpha' - \alpha = 42'' 0 \quad \delta' - \delta = - 13'' 2$$

$$\begin{array}{r} 11 \ 35 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} - \ 0.86 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{Summa } 53.35 \quad d s = 11.35$$

$$\text{in Zeit } 3'' 56$$

$$\begin{array}{r} 22 \ 26 \\ \hline 21.78 \end{array} \text{ Sternzeit 6. September 1810}$$

$$\begin{array}{r} 22 \ 26 \\ \hline 25.34 \end{array} \text{ Sternzeit 6. September 1811.}$$

§. 12.

Alle übrigen Methoden der Zeitbestimmung sind meistens für die Anwendung von geringem Nutzen, daher ich sie hier übergehe, und diesen Gegenstand mit folgender Aufgabe beschliesse, die zuweilen vorthailhaft angewendet werden kann. Behält man die obigen Bezeichnungen bey, so ist

$$\sin h = \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos s$$

und für eine zweyte Beobachtung eines andern Sterns

$$\sin h' = \sin \varphi \sin \delta' + \cos \varphi \cos \delta' \cos s'$$

Multipliziert man die erste dieser Gleichungen durch $\cos \delta'$, und die zweyte durch $\cos \delta$, so ist ihre Summe

$$\begin{aligned} \sin h \cos \delta' + \sin h' \cos \delta &= \sin \varphi \sin (\delta + \delta') \\ &= \cos \varphi \cos \delta \cos \delta' (\cos s + \cos s') \dots (1) \end{aligned}$$

und ihre Differenz

$$\begin{aligned} \sin h' \cos \delta - \sin h \cos \delta' &+ \sin \varphi \sin (\delta - \delta') \\ &= \cos \varphi \cos \delta \cos \delta' (\cos s' - \cos s) \dots (2) \end{aligned}$$

Dividirt man 2 durch 1, so erhält man

$$\begin{aligned} \operatorname{Tg} \frac{s + s'}{2} \operatorname{Tg} \frac{s - s'}{2} \\ &= \frac{\sin h' \cos \delta - \sin h \cos \delta' + \sin \varphi \sin (\delta - \delta')}{\sin h \cos \delta' + \sin h' \cos \delta - \sin \varphi \sin (\delta + \delta')} \end{aligned}$$

Die Gleichung 2 gibt auch, wenn $\delta' - \delta$ klein ist

$$\begin{aligned} \sin \frac{s' + s}{2} \sin \frac{s' - s}{2} &= \frac{2 \cos \delta \cos \frac{h + h'}{2} \sin \frac{h - h'}{2}}{2 \cos \varphi \cos \delta \cos \delta'} \\ &+ \frac{(\delta' - \delta) (\sin \varphi - \sin h \sin \frac{\delta' + \delta}{2})}{2 \cos \varphi \cos \delta \cos \delta'} \dots (4) \end{aligned}$$

Sind die Beobachtungen auf derselben, oder sind sie auf verschiedenen Seiten des Meridians angestellt, so ist im ersten Falle $s' - s$, und im zweyten $s + s'$ gegeben. wenn man die Uhrzeiten der Beobachtungen kennt, also findet man in beyden Fällen durch die Gleichungen 3 oder 4 die einzelnen Stundenwinkel s und s' oder die Zeiten der Beobachtungen.

Ist $\delta = \delta'$ bey demselben Fixsterne, so wird die letzte Gleichung

$$\sin \frac{s' + s}{2} \sin \frac{s' - s}{2} = \frac{\sin \frac{h - h'}{2} \cos \frac{h + h'}{2}}{\cos \varphi \cos \delta}$$

und dadurch findet man die Zeit aus zwey Höhen desselben Sterns und aus der Zwischenzeit der Beobachtung.

Sind endlich in (2) die Höhen gleich, so ist

$$\sin \frac{s-s'}{2} = \frac{\sin \varphi \sin (\delta - \delta') + 2 \sin h \sin \frac{\delta + \delta'}{2} \sin \frac{\delta - \delta'}{2}}{2 \cos \varphi \cos \delta \cos \delta' \sin \frac{s+s'}{2}}$$

woraus man wie oben §. 2. die Correction der correspondirenden Höhen findet.

Ex. zur Gleichung (4)

1794. März 27. in Göttingen wurden folgende

Höhen des Mittelpunkts der Sonne genommen, die von Refraction, Höhenparallaxe etc. schon corrigirt sind

$h = 23^\circ 12' 23''$ 3 Uhrzeit $20^h 50' 20''$ Vormittag

$h' = 24 \quad 37 \quad 31 \quad 5 \quad 4 \quad 1 \quad 29$ Nachmittag

Die Declination der Sonne ist für die

erste Beobachtung $\delta = 2^\circ 44' 3''$ 3

zweyte $\delta' = 2 \quad 50 \quad 44 \quad 0$

Die halbe Zwischenzeit der Beobachtungen ist

$3^h 35' 34'' 5$.

Da die Uhr in 24 wahren Sonnenstunden zeigte

$24^h 3' 39'' 9$

so ist

$$24^h 3' 39'' 9 : 3^h 35' 34'' 5 = 360^\circ : x$$

also

$$x = \frac{s' + s}{2} = 53^\circ 45' 25''$$

also sind die drey Theile der Gleichung (4)

$$\frac{s' - s}{2} = -4659'' 5 + 313'' 3 - 7'' 6 = -4353'' 8$$

also in Zeit

$$\frac{s' - s}{30} = -290'' 25$$

in wahrer Zeit, oder

$$-290.25 - 0''.74 = -4' 50''99 \text{ in Uhrz.}$$

$$3^h \quad 35' \quad 34. \quad 5$$

$$s = 3^h \quad 40' \quad 25''49 : s' = 3^h \quad 30' \quad 43''51$$

$$\text{Uhrzeit } 20 \quad 50 \quad 20.00 : \quad 24 \quad 1 \quad 29.00$$

$$\text{Uhrzeit im wahren Mittag} \quad 0^h \quad 30' \quad 45.49 \quad 0 \quad 30 \quad 45.49$$

Man wird sich aus der Gleichung (4) leicht überzeugen, daß zu dieser Zeitbestimmung weder die Declination, noch die Polhöhe, noch die absoluten Höhen selbst mit der äußersten Schärfe bekannt seyn müssen, daß aber die Differenz der beyden Höhen und die Differenz der Declination genau bekannt seyn muß, wenn der Stundenwinkel nicht zu unrichtig werden soll.