
Von der Rechenkunst und den Zahlen überhaupt.

Die Rechenkunst ist eine Wissenschaft, welche lehret, wie aus bekannten und gegebenen Zahlen, durch vernünftige und den Umständen angemessene Ueberlegungen und Schlüsse, unbekannte oder verlangte Zahlen gefunden werden können.

Eine Zahl ist die Sammlung einzelner Dinge von einerlei Art. Dinge von einerlei Art sind aber solche, die einerlei Namen haben, deswegen auch gleichnamige Dinge genannt werden

Alle Zahlen werden nur durch zehn Zahlzeichen oder Ziffern ausgedruckt, von welchen die neun ersten, ihren Figuren nach, bloß Einer bedeuten, die man sich mit Puncten oder Strichen leicht anschaulich machen kann, als:

.. .. .
.
1 2 3 4 5 6 7 8 9

ein, zwei, drei, vier, fünf, sechs, sieben, acht, neun.

Das zehnte Zahlzeichen heißt Null (0); bedeutet für sich allein nichts, und dient nur, um eine leere Stelle damit zu besetzen oder auszufüllen.

Vom Numeriren.

Die Kunst, welche lehret, wie eine Zahl nach ihrem Werth ordentlich ausgesprochen, gelesen oder mit Ziffern geschrieben wird, heißt Zählen oder Numeriren.

Durch Zusammensetzung der Ziffern entstehen die eigentlichen Zahlen, wo jede Ziffer der Stelle nach, die sie einnimmt, ihren besondern Werth erhält.

In der ersten Stelle, rechter Hand, bedeutet eine Ziffer so viele Einer, als sie ihrer Figur nach anzeigt; in der zweiten Stelle eben so viel Zehner; in der

dritten Stelle so viel Hunderte, und in der vierten Stelle so viel Tausende: sie gilt also in jeder folgenden Stelle zehnmal so viel, als in der vorhergehenden. Daher ist es möglich mit diesen 10 Zahlzeichen alle vorkommenden und denkbaren Zahlen aufzuschreiben.

Es sind aber zehn Einer gleich zehn = 10;
 zehn mal zehn Einer gleich hundert = 100;
 zehn mal hundert Einer gleich tausend = 1000 u. s. w.

Die Ziffer 4 bedeutet, zum Beispiel,
 in der ersten Stelle vier Einer, 4;
 in der zweiten Stelle vier Zehner, oder vierzig, 40;
 in der dritten Stelle vier Hundert, 400;
 in der vierten Stelle vier Tausend, 4000.

Schreibet man aber die Nullen an die linke Seite dieser Ziffer, nämlich: 0004, so bleibt sie in der ersten Stelle stehen, und gilt ihrem figürlichen Werth nach nur vier Einer.

Schon hiernach können alle zwei-, drei- und vierziffrige Zahlen leicht ausgesprochen werden; wobei aber noch zu bemerken ist, daß wir Deutschen die Einer vor den Zehnern auszusprechen pflegen — 532 wird ausgesprochen: Fünfhundert zwei und dreißig. Warum? — 6487 wird ausgesprochen: Sechstausend vier hundert sieben und achtzig. Warum?

1. Uebung in Hunderten und Tausenden.

Wie werden folgende Zahlen ausgesprochen?

- 1) 300. 444. 536. 760. 802. 907.
- 2) 8000. 6666. 2756. 4730. 7200. 5704. 6054.
 3060. 7004. 8009.

Anmerk. Diese und folgende Aufgaben werden zum Aussprechen auf die Rechentafel geschrieben.

Nach der weiter aufsteigenden Ordnung der Zahlen folgen auf die Tausende die Hunderttausende, die Millionen, Billionen, Trillionen, Quadrillionen u. s. w.

Es sind aber
 tausendmal tausend Einer eine Million = 1,000,000.

Eine Million mal Million eine Billion =
1,000,000,000,000.

Eine Million mal Billion eine Trillion =
1,000,000,000,000,000,000

Eine Million mal Trillion eine Quadrillion =
1,000,000,000,000,000,000,000.

Eine Ziffer gilt also
in der 7ten Stelle Millionen,
in der 13ten Stelle Billionen,
in der 18ten Stelle Trillionen,
in der 25ten Stelle Quadrillionen. u. f. w.

Anmerk. Solche Zahlen, die in der höchsten Stelle eine 1. und in den folgenden lauter Nullen haben, werden einfache Rangzahlen genannt. Z. B. 10, 100, 1000 u. f. w. Wenn aber anstatt der 1 eine mehrgeltende Ziffer oder Zahl vor den Nullen steht, so heißt man sie vielfache Rangzahlen. Z. B. 20, 300, 4000, 500000 u. dgl. m.

Zum bequemern Ausprechen oder Lesen der Zahlen, theilet man sie, von der rechten nach der linken Hand hin, in Classen ein, welche durch kleine Beistriche von einander unterschieden werden. Eine vollständige Classe, besteht aus drei Ziffern oder Stellen; eine unvollständige Classe aber hat nur zwei, oder auch nur eine Ziffer. Z. B. in 327,584 sind zwei vollständige Classen, in 12,256,724, oder in 7,426,548 sind zwei vollständige und eine unvollständige Classe.

Wenn nun eine Zahl, von der rechten gegen die linke Hand in solche Classe eingetheilt worden, so fängt man bei der letztern zuerst an, und spricht die Ziffern einer jeden Classe besonders, und zwar die in der zweiten Classe durch tausend aus. Z. B. 12,704 wird ausgesprochen: Zwölf Tausend sieben Hundert und vier — 306,518 wird gelesen: Drei Hundert und sechs Tausend, fünf Hundert und achtzehn.

2. Uebung in Tausenden und Hunderttausenden.

Wie werden folgende Zahlen in Classen abgetheilt und ausgesprochen?

- 3) 40000 67000. 23800. 72546. 85326.
38506. 47024. 50400. 60400. 30084.
30090. 40007.

4)	800000.	490000.	362000.	573600.
	470960.	672348.	547301.	253064.
	875412.	703642.	781004.	320025.
	790546.	383020.	780310.	496140.
	850304.	507304.	607024.	780064.
	300025.	760030.	100670.	400206.
	260800.	004070.	309000.	200800.
	700040.	500009.		

Die Ziffern in der dritten Classe gelten Millionen, welche man über der ersten Ziffer dieser Classe durch einen Punct bezeichnet; die Ziffern in der folgenden vierten Classe gelten aber so viele tausend Millionen. Z. B. 375,284,625 wird ausgesprochen: Drei hundert fünf und siebenzig Millionen, zwei hundert vier und achtzig Tausend, sechs Hundert fünf und zwanzig. — 243,724,384,456 wird gelesen: Zwei hundert drei und vierzig Tausend, sieben hundert vier und zwanzig Millionen, drei hundert vier und achtzig Tausend, vier hundert sechs und fünfzig.

3. Uebung in Millionen.

Wie werden folgende Zahlen ausgesprochen?

- 5) 4873560. 97234007. 176900084.
 6470000752. 67000004276.
 900000064798.

Die Ziffern in der fünften Classe gelten Billionen, welche man auf der ersten Ziffer dieser Classe durch zwei Puncte bezeichnet; die Ziffern in der folgenden sechsten Classe gelten aber so viele tausend Billionen. Z. B. 278,740,600,076,503,212 wird ausgesprochen: Zwei hundert acht und siebenzig Tausend sieben hundert und vierzig Billionen, sechs hundert Tausend und sechs und siebenzig Millionen, fünf hundert und drei Tausend, zwei hundert und zwölf.

4. Uebung in Billionen.

Wie werden folgende Zahlen ausgesprochen?

- 6) 4591735768594. 4870059300070.
7023006750380004.
573000007384750670.

Anmerk. Man muß schon ziemlich geschwind zählen, um in einer Minute bis 100 zu kommen. In einer Stunde zählt man denn 60mal hundert, das ist 6000. Zählt man auf diese Weise einen Tag und eine Nacht unaufhörlich fort: so durchzählt man in dieser Zeit 24mal 6000, nämlich: 144,000. Ja, wollte man so eine ganze Woche Tag und Nacht fortzählen: so würde man erst am Ende der Woche die Zahl 1,008,000 erreichen, welche noch nicht viel, nämlich nur 8000 über eine Million enthält.

In einem ganzen Jahr, zu 52 Wochen gerechnet, würde man auf diese Weise, wenn gleich ununterbrochen Tag und Nacht fortgezählt wird, doch nicht weiter als bis 52,416,000 kommen. In 10,000 Jahren würde man erst die Zahl 524,160,000,000 also nur etwas über die Hälfte einer Billion: folglich in 20,000 Jahren die Zahl 1,048,320,000,000 erreichen, welche nur 48,320,000,000 mehr ist, als eine ganze Billion. Hier hat man also einen Maasstab, wonach man sich die Größe der Zahlen einigermaßen vorstellen kann.

5. Uebung in Trillionen und Quadrillionen.

Wie werden folgende Zahlen ausgesprochen?

- 7) 64738572196789547892.
590003800675094760964700306.

Von Aufschreiben der Zahlen mit Ziffern.

Wenn man eine jede Zahl richtig aussprechen und lesen kann, und den Werth der Stellen und Classen wohl kennt, so ist man auch im Stande, eine jede vorkommende Zahl mit Ziffern auszudrücken, und aufzuschreiben.

Der ganze Kunstgriff besteht nur darin: daß man Hundert, oder eine Zahl von drei Ziffern, zu schreiben weiß, welche allemal eine Classe ausmachen; und daß man

nachher eine jede Classe in diejenige Stelle zu bringen versteht, deren Werth sie enthalten soll.

Wollte man z. B. zwölf Tausend drei Hundert und sieben mit Ziffern aufschreiben: so schreibt man erst 12 hin; und weil diese 12 Tausend seyn sollen, so macht man einen Beistrich daneben, und schreibt die folgende Classe, nämlich 307 dabei, und — die Zahl ist fertig, als: 12,307.

Wollte man aber zwölf Millionen, drei Hundert und sieben schreiben, so gehört diese 12 schon in die dritte, nämlich in die Classe der Millionen, und erhält nebst dem Beistrich noch einen Punkt über sich, als das Zeichen der Millionen. Weil nun der übrige Theil der Zahl, nämlich 307, in die erste Classe rechter Hand gehört, und für die zweite Classe in der Zahl nichts enthalten ist: so muß dieselbe mit drei Nullen ausgefüllt werden, und so erhält man folgende Zahl:

12,000,307.

Frage. Wie schreibt man mit Ziffern zwanzig Tausend Billionen, sechs und fünfzig Millionen, drei Hundert und zwei Tausend und acht?

Antwort. Man schreibe zuerst 20 mit einem Beistrich hin, und, weil es 20 Tausend seyn sollen, noch drei Nullen mit einem Beistrich daneben, und bemerkt die dritte Nulle mit zwei Puncten, als dem Zeichen der Billionen, weil man zwanzig Tausend Billionen schreiben soll, als:

20,000.

Die Billionen nehmen die fünfte, so wie die Millionen die dritte Classe ein. Da nun die Zahl für die vierte Classe nichts enthält, so muß dieselbe mit drei Nullen ausgefüllt werden, als:

20,000,000,

In der folgenden dritten Classe treten nun die 56 Millionen ein. Diese unvollständige Classe muß in der Stelle der Hunderten mit einer Nulle vollständig gemacht; demnächst an die vorige Zahl gesetzt und mit einem Punct, als dem Zeichen der Millionen, bemerkt werden, als:

20,000,000,056,

Nun kommen in die nächste zweite Classe die 302 Tausend mit ihrem Beistrich zu stehen, als:

20,000,000,056,302.

Endlich nehmen die noch übrigen 8 Einer die folgende erste Classe ein, welche aber mit zwei Nullen vollständig gemacht, und der vorigen Zahl noch beigefügt werden muß, und dann ist die vorgeschriebene Zahl fertig, als:

20,000,000,056,302,008.

A u f g a b e n

zum Aufschreiben der Zahlen.

Wie werden folgende Zahlen mit Ziffern geschrieben?

- 1) Drei Hundert sechs und fünfzig
- 2) Vier Hundert und sechszig.
- 3) Fünf Hundert und acht.
- 4) Sechs Hundert.
- 5) Zwei Tausend, drei Hundert vier und sechszig.
- 6) Drei Tausend, fünf Hundert und dreißig.
- 7) Sieben Tausend, drei Hundert und neun.
- 8) Acht Tausend und zwei und dreißig.
- 9) Ein Tausend und vier Hundert.
- 10) Fünf Tausend und siebenzig.
- 11) Neun Tausend und acht.
- 12) Vier Tausend.
- 13) Zwölf Tausend, vier Hundert zwei und dreißig.
- 14) Zwanzig Tausend, sechs Hundert und fünfzig.
- 15) Sechs und fünfzig Tausend, zwei Hundert und sieben.
- 16) Zwei und dreißig Tausend und zwölf.
- 17) Achtzig Tausend, drei Hundert sechs und zwanzig.
- 18) Zwei und fünfzig Tausend und sechs Hundert.
- 19) Acht und zwanzig Tausend und fünf.
- 20) Sechszig Tausend und achtzehn.
- 21) Dreißig Tausend, fünf Hundert und sechs.
- 22) Vier und sechszig Tausend.

- 23) Zehn Tausend vier Hundert.
- 24) Siebenzig Tausend und dreißig.
- 25) Dreißig Tausend und sechs Hundert.
- 26) Neunzig Tausend.
- 27) Drei Hundert vier und zwanzig Tausend, fünf Hundert vier und sechs zig.
- 28) Sechs Hundert vier und achtzig Tausend, drei Hundert und vier.
- 29) Vier Hundert und dreißig Tausend und sieben Hundert.
- 30) Zwei Hundert und fünf Tausend, drei Hundert und sieben.
- 31) Acht Hundert Tausend, fünf Hundert u. vierzig.
- 32) Sechs Hundert drei u. vierzig Tausend u. zwölf
- 33) Neun Hundert Tausend und achtzehn.
- 34) Fünf Hundert und sieben Tausend und acht.
- 35) Acht Hundert Tausend.
- 36) Sieben Millionen, drei Hundert fünf und vierzig Tausend, sechs Hundert und elf.
- 37) Acht und vierzig Millionen, fünf Hundert und zwanzig Tausend, drei Hundert und zwei.
- 38) Drei Tausend fünf Hundert zwei und sechs zig Millionen, vier Hundert und dreißig Tausend, sieben Hundert und zwanzig.
- 39) Ein Hundert drei und zwanzig Tausend Millionen, neun Hundert und sechs zig Tausend.
- 40) Sechs Billionen, zwei Hundert und dreißig Tausend fünf Hundert und sieben Millionen, acht Hundert und ein Tausend, vier Hundert und drei.

Von Veränderung der Zahlen.

Die Zahlen lassen sich nur auf zweierlei Art verändern, nämlich durch Vermehrung oder Verminderung.

Beides kann wieder auf zweierlei Art geschehen und hieraus entstehen viererlei besondere Rechnungsarten, welche man die vier Species nennet, nämlich: Das Addiren, Subtrahiren, Multipliciren und das Dividiren.

Durch das Addiren und Multipliciren werden die Zahlen vermehrt oder vergrößert; hingegen durch das Subtrahiren und Dividiren vermindert oder verkleinert.

Vom Addiren unbenannter Zahlen.

Addiren heißt, Zusammenzählen, oder mehrere Zahlen, von einerlei Art, durch eine einzige Zahl ausdrücken. Z. B. 3 und 4 ist 7

Die einzige Zahl, welche mehrere Zahlen ausdrückt oder in sich enthält, wird die Menge, die Summe, oder das Aggregat genannt. Diejenigen Zahlen aber, welche zusammen gezählt werden, nennet man summirende Zahlen. Z. B.

$$\begin{array}{l} 2 \\ \text{und } 3 \\ \text{und } 4 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 2 \\ 3 \\ 4 \end{array}} \right\} \text{summirende Zahlen.}$$

ist 9, die Summe oder das Aggregat.

Will man nur anzeigen, daß Zahlen zusammengezählt werden sollen, so wird zwischen dieselben dieses Zeichen +, als das Zeichen der Addition gesetzt, welches durch plus, mehr oder und ausgesprochen wird. Z. B. $2 + 3 + 4$ bedeutet, daß diese Ziffern addirt werden sollen. Zwei Querstriche =, die über einander und zwischen den Zahlen und ihrer Summe stehen, sind das Zeichen der Gleichheit, und bedeuten, daß eins dem andern gleich sey. Z. B. $2 + 3 + 4 = 9$, wird gelesen: 2 mehr 3 und 4, ist gleich 9.

Regel beim schriftlichen Addiren.

1. Schreibet die Zahlen, die ihr addiret wollet, dergestalt unter einander, daß alle Einer, alle Zehner, alle Hunderte, alle Tausende — mit Einem Worte, daß alle gleichnamige Zahlen unter einander stehen.

Machet unter die aufgeschriebene Zahlen eine Linie, und addiret zuerst die Zahlensäule der Einer, dann die Säule der Zehner, ferner die Säule der Hunderten u. s. w., bis zu Ende, und schreibet die Summen darunter. Z. B. 412 und 374 sollen addirt werden, als:

412

374

so ist 786 die Summe.

Anmerk. Es ist willkürlich, die Zahlensäulen herunter oder hinaufwärts zu addiren. Vorläufig kann beides zur Probe geschehen.

1. Uebung im Addiren.

Wie groß ist die Summe von folgenden Zahlen?

- 1) Addiret 6, 5, 2 und 3.
- 2) 3, 5, 7 und 9.
- 3) 3, 6, 4, 7 und 8.
- 4) 4, 3, 2, 7, 5 und 7.
- 5) 12, 21, 32, 13 und 51.
- 6) 11, 23, 32, 21 und 52.
- 7) 121, 213 und 364.
- 8) 434, 321 und 543.
- 9) 234, 322 und 412.
- 10) 432, 321 214 und 132.
- 11) 1213, 121, 3112 und 32.
- 12) 3121, 12, 321, 3 und 2122.

Die Richtigkeit einer Addition kann auch durch die Quersumme geprüft werden.

Die Quersumme von einer Zahl wird aber gefunden, wenn man alle einzelne Ziffern, woraus die Zahl besteht, zusammenzählt. So ist z. B. von 1801 die Quersumme 10: denn $1 + 8 + 0 + 1$ ist $= 10$.

Regel zur Quersummen-Probe.

1. Suchet zu jeder summirenden Zahl die Quersumme, und wenn diese mehrziffrig ist, so suchet auch davon die Quersumme, bis sie einziffrig wird.

2. Addirt diese einziffrigen Quersummen, und suchet von deren Summe auch die einziffrige Quersumme.

3. Eben so suchet zu der herausgebrachten Hauptsumme auch die einziffrige Quersumme, wenn diese denn der vorigen gleich ist: so ist es höchst wahrscheinlich daß man richtig addiret hat. 3. B.

$$\text{summirende Zahlen } \left\{ \begin{array}{l} 736 + 16 + 7 \\ 474 + 15 + 6 \\ 859 + 22 + 4 \end{array} \right\} = 17 + 8 \text{ Probezahl.}$$

Hauptsumme 2069 + 17 + 8 Probezahl.

Die Gründe hiervon folgen erst bei den Kennzeichen zum Aufheben.

Erster Zusatz.

Wenn die Summe einer addirten Säule mit zwei Ziffern geschrieben wird, so schreibet die Ziffer rechter Hand unter die Säule; die Ziffer aber linker Hand zählt mit zur folgenden Säule, als:

$$\begin{array}{r} 675 \\ 596 \\ 758 \\ \hline 2029 \end{array}$$

2. Uebung.

Wie groß ist die Summe von folgenden Zahlen?

- 13) Addiret 43, 55 und 27.
- 14) 36, 87 und 69.
- 15) 54, 63 und 69.
- 16) 73, 87, 76, 65, 54 und 43.
- 17) 123, 234 und 345.
- 18) 876, 987, 654 und 456.
- 19) 678 345, 742, 976 und 634,
- 20) 3456, 6789, 7894 und 8906.
- 21) 1947, 3856, 4325 und 3487.
- 22) 1020, 3405, 6070, 5607, 708, 3609,
9070 und 4508. Facit 33997.

- 23) 432, 15, 497, 632, 769, 348, 38,
864, 9, 573 und 56. Facit 4233.
24) 84732, 5384, 658, 6, 57, 74, 548,
3427, 56342, 7524, 945, 63, 8,
47896, 39, 684 und 5873.

Machet hierzu die Quersummen-Probe.

- 25) 70000, 3024, 50000, 4807, 90000,
7240, 3000, 6089, 80, 7806, 27,
9480, 5 und 90206. Facit 391764.

Anmerk. Um Zeit beim Rasehen, ob richtig addirt worden sey, zu ersparen, kann man die herausgekommene richtige Summe noch einmal zu den vorigen Zahlen addiren lassen: die folgende Summe muß denn zweimal so groß seyn, als die vorige, welches ein geübter leicht nachsehen, und die Fehler bemerken kann.

Wie groß ist die Summe von folgenden Zahlen.

- 26) Fünf Hundert zwei und dreißig.
Ein Hundert drei und zwanzig.
Drei Hundert und fünf und zwanzig.
Acht Hundert u. ein u. zwanzig. Antw. 1801.
27) Acht Tausend, drei Hundert, zwei und zwanzig.
Fünf Hundert, neun und achtzig.
Acht und sechzig.
Vier Tausend, drei Hundert, acht und vierzig.
Sechs Tausend, neun Hundert, zwei u. neunzig.
Neun Tausend, zwei Hundert und zwölf.
Antw. 29531.

Zweiter Zusatz.

Bei großen Additionen kommt der Fall wohl vor, daß die Summen einzelner Säulen bis, oder über 100 steigen, und also mit drei Ziffern geschrieben werden. Für diesen Fall merkt Folgendes:

1. Schreibet die erste Ziffer rechter Hand von der herausgekommenen Summe, unterdie addirte Säule, und

zählet die beiden andern, nach ihrer zweizifferigen Bedeutung, mit zur folgenden Säule. Oder:

2. Durchschneidet solche lange Säulen etlichemal nach Belieben, mit etwas hervorstehenden Linien; addiret hernach jede Abtheilung seitwärts besonders, und zuletzt noch die Summen von diesen Abtheilungen. Z. B.

398

279

189

397

268

579

Erklärung. 1. Das erste Verfahren gründet sich mit auf die Erklärung des vorigen ersten Zusatzes.

186

2107

398

479

299

389

2. Da 2107 die Summe von den 6 ersten Zahlen; 1751 die Summe von den 5 folgenden, und 1562 die Summe der 4 letztern Zahlen ausmacht: so muß auch die Summe dieser drei Summen der Hauptsumme gleich seyn.

278

1751

197

489

598

1562

5420 = 5420

3. U e b u n g.

Wie groß ist die Summe folgender Zahlen?

- 28) 463, 784, 369, 837, 452, 548, 3562, 87, 932, 9, 864, 2692, 387, 495, 67, 1763, 875, 6, 681, 843, 123, 4948, 635, 7, 764, 857, 964. Machet hierzu die Probe.
- 29) 3478, 9326, 5847, 16793, 24, 62485, 7326, 437, 8, 9874, 6385, 7529, 36854, 9487, 2365, 76, 8431, 42573, 4678, 3924, 8517, 54, 9138, 324, 6454, 6297, 37632, 4816.

Antw. Drei Hundert und elf Tausend, ein Hundert zwei und dreißig.

Vom Subtrahiren unbenannter Zahlen.

Subtrahiren heißt, eine kleinere Zahl von einer größern abziehen; oder, den Unterschied zweier Zahlen finden. Z. B. 3 von 8 bleibt 5.

Die Zahl, von welcher abgezogen werden soll, heißt Minuend; die Zahl aber, welche abgezogen wird, heißt Subtrahend, und was nach dem Abzug übrig bleibt, wird Rest, Differenz, Residium oder Unterschied genannt. Wenn z. B. 3 von 8 abgezogen wird, so ist

8 der Minuend
3 der Subtrahend

5 der Rest, die Differenz, das Residium, der Unterschied.

Will man nur anzeigen, daß zwei Zahlen von einander abgezogen werden sollen; so wird zwischen die größere und kleinere ein Duerstrich —, oder :, als Zeichen der Subtraction gesetzt, welches minus oder weniger ausgesprochen wird. Z. B. $8 - 3 = 5$, oder $8 : 3 = 5$, wird gelesen: 8 minus oder weniger 3 ist gleich 5.

Erste Regel

Beim schriftlichen Subtrahiren.

1. Schreibet die Zahlen, welche ihr von einander abziehen wollet, dergestalt unter einander, daß die Einer unter Einer, die Zehner unter Zehner, die Hunderte unter Hunderte — mit Einem Wort: daß gleichnamige Zahlen untereinander stehen.

2. Machet unter die aufgeschriebene Zahlen eine Linie, und ziehet zuerst die Einer, demnächst die Zehner; ferner die Hunderte, u. s. w. bis zu Ende ab. Z. B. 513 sollen von 856 subtrahirt werden.

856

513

so ist 343 der Rest oder Unterschied.

1. U e b u n g.

1. Von 875 subtrahirt 314.
2. Von 569 ziehet 243 ab.
3. Subtrahirt 1134 von 5678.
4. Wie viel ist 8695 mehr, als 5423?
5. Wie viel ist 23451 weniger, als 59876?
6. Wie groß ist der Unterschied zwischen 74839 und 32514?
7. Wie viel ist 341713 von 875946 unterschieden?
8. Wie viel ist 64795 größer, als 23416?
9. Wie viel ist 31234 kleiner, als 275368?
10. Zieh 53214 von 175439 ab: Was bleibt übrig?

Anmerk. Zur Probe addirt man den Rest und den Subtrahenden; wenn nun diese Summe dem Minuenden gleich ist: so ist richtig subtrahirt worden. Z. B.

von	7685	Minuend
	(2153)	Subtrahend
	5532	Rest

Probe 7685 = dem Minuenden.

Bei der Subtraction kann auch die Quersummen-
Probe nach folgender Regel angewendet werden:

1. Sucht zuerst von dem Minuenden die einzifferige Quersumme.

2. Dergleichen auch von dem Subtrahenden und dem Reste, und von der Summe dieser beiden Quersummen auch die einzifferige Quersumme, welche denn der vorigen zur Probe gleich sein muß. Z. B.

Minuend	79258	= 31	= 4	Probezahl.
Subtrahend	32675	= 23	= 5	
Rest	46583	= 26	= 8	
			}	= 13 = 4 Probezahl.

Z w e i t e R e g e l.

Wenn gleichgroße Ziffern von einander subtrahirt wer-

20 Vom Subtrahiren unbenannter Zahlen.

den, und also nichts übrig bleibt; so muß doch eine Null
le unter diese Stelle gesetzt werden, damit dieselbe aus-
gefüllt wird, nur in der letzten Zifferstelle nicht. Z. B.

von 780405

720405

60000 der Rest.

2. U e b u n g.

11. Subtrahirt 241 von 747.
 12. Von 896 zieht 326 ab.
 13. Welches ist der Unterschied von 8763 u. 5723?
 14. Wie viel ist 3729 größer, als 3124?
 15. Wie viel ist 33415 kleiner, als 32815?
 16. Wie viel ist 23421 von 63728 unterschieden.
 17. Wie viel ist 66324 weniger, als 60004?
 18. Wie viel ist 23056 weniger, als 426090?
- Vergesset nicht die Probe zu machen!

D r i t t e R e g e l.

1. Wenn eine größere Ziffer von einer kleinern abge-
zogen werden soll; so borgt oder leihet Eins von der nächst-
folgenden Ziffer; setzt dieses E i n s, als einen Zehner,
in Gedanken neben die zu kleine Ziffer, und zieht dann
von der Bedeutung dieser beiden Ziffern ab.

2. Wenn hernach von der folgenden Ziffer subtrahirt
wird: so erinnert euch, daß dieselbe nun um E i n s we-
niger gilt, welches auch vorher beim Leihen durch einen
Punct über die Ziffer, als ein Erinnerungszeichen, pflegt
angemerkt zu werden. Z. B.

von 7364

2928

4436 der Rest.

3. U e b u n g.

19. Subtrahirt 2748 von 5272.
20. Von 93243 subtrahiret 36784.

21. Wie viel ist 74243 größer, als 34634?
22. Wie viel ist 279646 kleiner, als 843424?
23. Wie viel ist 2473658 von 5462634 unterschieden?
24. Suchet die Differenz zwischen 398589 und 846627.
25. Wie viel ist 822342 mehr, als 738697?
26. Wie viel ist 275876 weniger, als 986213?
27. Was bleibt übrig, wenn 989672 von 2222222 abgezogen wird?

V i e r t e R e g e l.

1. Wenn eine Ziffer von 0 abgezogen werden soll: so leihet Eins dazu und ziehet dann von 10 ab.

2. Wenn von einer, oder mehreren aufeinander folgenden Nullen Eins geliehen werden muß: so lasset hernach diese Nullen für 9 gelten, und die darauf folgende wirkliche Ziffer um Eins weniger, als sie sonst an sich ist.

3. B. von 8030 von 70040
Nr. 1. 2674 Nr. 2. 34586

5356 der Rest. 45454 der Rest.

Erklärung. 1. Bei Nr. 1 ziehet man 4 von 10 ab: bleiben 6. Die folgende 3 gilt nun noch 2, wovon 7 nicht abgezogen werden kann. Man leihet also Eins dazu, und zieht 7 von 12 ab: bleiben noch 5. Dieses Eins konnte nicht von 0, sondern mußte von 80 geliehen werden: folglich wurde 80 zu 79, und also aus der Null 9, und aus der 8 wurde 7. Demnach hieß es: 6 von 9 noch 3, und 2 von 7 noch 5.

2. Bei Nr. 2 zieht man 6 von 10 ab: bleiben noch 4. Die folgende 4 gilt nun noch 3, wovon 8 nicht abgezogen werden kann. Man leihet also Eins dazu, und ziehet 8 von 13 ab: bleiben noch 5. Dieses Eins konnte nicht aus den beiden nächsten Stellen von 00, sondern mußte von 700 geliehen werden, welche dadurch zu 699, folglich die Nullen zu Neunen, und die wirkliche Ziffer 7 zu 6 wurden. Demnach hieß es: 5 von 9 noch 4; 4 von 9 noch 5, und 3 von 6 noch 3.

4. U e b u n g.

28. Subtrahiret 2783 von 5160.
29. Von 7130610 ziehet 2468538 ab.
30. Wie viel ist 81400 größer, als 47238?
31. Wie viel ist 3218 kleiner, als 7009?
32. Wie viel bleibt übrig, wenn man 307 von 900 subtrahirt?
33. Wie viel ist 6000 mehr, als 4003?
34. Wie viel ist 30406 weniger, als 50000?
35. Wie groß ist der Unterschied von 40103020 und 12023034?
36. Wie viel ist 397954 von 800000 unterschieden?
37. Zieheth 7010204040 von 800050004000 ab.
38. Subtrahiret 43905780 von 50002000.
39. Wie viel restirt, wenn 24987687 von 1003002040 abgezogen wird?
40. Suchet die Differenz von 20030101100 und 52406793.
41. Von acht und dreißig Tausend und vierzig, ziehet ab, fünf Hundert und neun und dreißig. Machet hierzu die Probe.
42. Zieheth dreißig Tausend vier hundert und acht, von vierzig Tausend, sechs und zwanzig ab. Rest 9618.
43. Von fünf Hundert Tausend, drei Hundert und eins, ziehet ab, vier Hundert, zwei und zwanzig. Rest 499879.
44. Subtrahiret fünf Tausend und fünfzig, von sechszehn Tausend, fünf und vierzig. Rest 10995.

45 Von hundert Millionen und drei Hundert,
zieheth ab, zwei Millionen, drei Hundert
und sechzig Tausend, sieben Hundert und
acht. Rest 97639592.

Vom Multipliciren unbenannter Zahlen.

Multipliciren heißt, vervielfältigen, oder eine Zahl
etlichemal so groß machen. Z. B. Wenn 8 dreimal so
groß gemacht werden soll, so kann dieses durch Addition
geschehen, als: $8 + 8 + 8 = 24$. Geschwinde aber
geschieht es durchs Multipliciren, wenn man sagt: 3 mal
8 ist $= 24$. Das Multipliciren ist also ein
künstliches Addiren.

Diejenige Zahl welche multiplicirt werden soll,
heißt Multiplicant; diejenige aber, mit der man mul-
tiplicirt, heißt Multiplicator oder Factor, beide zu-
sammen genommen werden Factoren genannt, und die
Zahl, welche durchs Multipliciren herauskommt, heißt
Product oder Factum. Z. B. wenn 8 mit 3 multi-
plicirt wird, so ist

$$\left. \begin{array}{l} \text{Factoren} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 8 \\ \text{oder} \\ 3 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 8 \text{ der Multiplicant.} \\ \\ 3 \text{ der Multiplicator oder Factor.} \end{array} \right.$$

24 das Product oder Factum.

Will man nur anzeigen, daß zwei Zahlen miteinan-
der multiplicirt werden sollen: so wird zwischen dieselbe
ein Punct (.), oder ein schrägliegendes Kreuz ($\times$), als die
Zeichen der Multiplication gesetzt, welche mit
mal ausgesprochen werden. Z. B. $3 \cdot 8$, oder 3×8
 $= 24$, wird gelesen: 3 mal 8 ist gleich 24.

Zum geschwinden Multipliciren wird erfordert, daß
man die Producte aller einfachen Ziffern auswendig weiß,
und diese lernt man in dem bekannten Einmaleins.

Erste Regel.

Eine Ziffer mit einer einzigen Ziffer zu multipliciren.

1. Schreibet die Zahl, welche multiplicirt werden soll,

24 Vom Multipliciren unbenannter Zahlen.

nur Einmal hin; sehet den Multiplicator, oder diejenige Zahl, womit ihr multipliciren sollet, unter dieselbe, und ziehet eine Linie darunter her.

2. Multipliciret, durch Hülfe des Einmaleins, zuerst die Einer, dann die Zehner, ferner die Hunderte u. s. w. bis zu Ende, und sehet das jedesmal herauskommende Product gerade unter diejenige Zahl, woraus es entstanden. 3. B. 234 soll mit 2; und 312 mit 3 multiplizirt werden.

$$\begin{array}{r} 234 \\ 2 \\ \hline 468 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 312 \\ 3 \\ \hline 936 \end{array}$$

Erklärung. Es ist leicht zu begreifen, daß 468 doppelt oder 2mal so viel ist, als 234: weil in dieser Zahl jede Ziffer besonders 2mal so groß gemacht worden, eben so auch, daß 936 das Dreifache von 312 ist.

1. Uebung.

1. Multiplicirt 43 mit 2.
2. Welche Zahl ist 2mal so viel, als 32?
3. Multipliciret 31 mit 3.
4. Wie viel ist 3 mal 23?
5. Welche Zahl ist 4 mal so groß, als 42?
6. Welches ist das 4fache von 51?
7. Welche Zahl gilt 6 mal so viel als 61?
8. Wie wird 2 mal 623 mit Einer Zahl geschrieben?
9. Machet 421 viermal so groß. Facit 1684.
10. Wie viel ist dreimal 532? Facit 1596.
11. Welches ist das 3fache von 612?
12. Welche Zahl gilt 4 mal so viel, als 520?

3weite Regel.

1. Wenn eine Zahl mit 10, 100, 1000 u. s. w. multiplicirt werden soll: so hanget gegen der rechten Hand so viel Nullen daran, als der Multiplicator derselben hat.
2. Soll aber eine Zahl mit 20, 300, 4000 und dgl.

Zahlen multiplic. werden: so multipl. sie nur mit diesen wirklichen Ziffern, und setzet die Nullen neben aus, zugleich auch unter die Linie an das folgende Product. Z. B. 24 soll mit 100, und 312 mit 4000 multiplicirt werden, als

$$\begin{array}{r} 2400 \\ 312 \\ \hline 1248000 \end{array}$$

2. Uebung.

13. Multipliciret 18 mit 10.
14. 139 mit 100, und 72 mit 1000.
15. Wie viel ist 20 mal 24?
16. Welche Zahl gilt 400 mal so viel, als 42?
17. Wie viel ist 60 mal 41?
18. Wie wird 5000 mal 310 geschrieben?
19. Welche Zahl ist 6000 mal so groß, als 1004?

Dritte Regel.

Wenn das Product von einzelnen Ziffern mit zwei Ziffern geschrieben wird: so schreibt davon die Ziffer rechter Hand unter die multiplicirte Stelle; die Ziffer zur linken aber behaltet in Gedanken, oder bemerkt sie seitwärts und zählt sie mit zum folgenden Product, als:

$$\begin{array}{r} 368 \\ \text{mit 4} \\ \hline 1472 \\ 23 \end{array}$$

3. Uebung.

20. Multiplicirt 486 mit 2.
21. 648 mit 3, und 7597864 mit 4.
22. Wie viel ist 5 mal 387596? Facit 1937980.
23. Welche Zahl gilt 6 mal so viel, als 2184973?
24. Wie groß ist das Product von 7 und 8096754?
25. Macht 6084097 acht mal so groß.

26 Vom Multipliciren unbenannter Zahlen.

26. Welches ist das 9fache von 730406518?
Facit 6573658662.

V i e r t e R e g e l.

Eine Zahl mit einer zwei-, drei- und mehrzifferigen Zahl zu multipliciren.

1. Multiplicirt zuerst die Zahl mit den Einern des Multiplikators, dann mit den Zehnern, ferner mit den Hunderten u. s. w. bis zu Ende; setzet aber vor allen Dingen das erste Product des Multiplikators gerade unter seine eigene Stelle.

2. Addiret zuletzt alle diese Producte, so kommt das Hauptproduct. Z. B. 4268 soll mit 352, und auch mit 302 multiplicirt werden.

4268	4268
mit 352	mit 302
8536	8536
21340	12804
12804	1288936
	1288936 Prob.
	1502336 Prob.

Die Multiplication kann auch durch die Quersummen = Probe, nach folgender Regel geprüft werden:

1. Suchet von beiden Factoren die einziffrige Quersummen; desgleichen auch von dem Producte dieser beiden Quersummen die einziffrige Quersumme.

2. Suchet auch von dem herausgekommenen Producte der beiden Factoren die einziffrige Quersumme, wenn dann diese Quersumme der vorigen gleich ist: so kann dieses als eine Probe angesehen werden, daß richtig multiplicirt worden ist. Z. B.

Factoren	7598 = 29 = 11 = 2	
	674 = 17 = . . . 8	
	30392	16 = 7 Probezahl.
	53186	
	45588	

Product 5121052 = 16 = 7 Probezahl.

Anmerk. Man könnte zwar dieser Quersummen = Probe die Zuverlässigkeit absprechen; denn, wenn z. B. in dem Pro-

ducte aus Unachtsamkeit für die Ziffer 5 eine 4, und für die Ziffer 2 eine 3 irrthümlich wäre angeschrieben worden: so würde auch die Quersumme 16 und also die Probezahl 7 herausgekommen seyn; aber ein solcher Irrthum wird doch nicht leicht vorkommen.

Bei folgenden Uebungs-Aufgaben kann diese Quersummen-Probe angewendet und geübt werden, weshalb auch die Producte nicht beigelegt worden sind.

4. Uebung nebst den Proben.

27. Multiplicirt 44521 mit 21; 48357 mit 23;
56376 mit 34;
 28. Multiplicirt 7348 mit 405, und 67326 mit
6008.
 29. Wie groß ist das Product von 45 und 674835;
— 144867 und 59204?
 30. Welche Zahl gilt 67mal so viel, als 8674335;
— und welche 67004mal, so viel, als
635738?
 31. Wie viel ist 234mal 47368? und 80053mal
493827?
 32. Welches ist das Product von 567 und
850946? — und von 2746059 und
40506?
 33. Multiplicirt 270918304 mit 1234 ferner
auch mit 56789.
 34. Multipliciret die Zahl 500608 mit ihr selbst.
 35. Quadriret die Zahl 7207004.
- Quadriren heißt eine Zahl mit sich selbst multipl.

F ü n f t e R e g e l.

Eine Zahl mit einer einzelnen Ziffer zu multipl.
ciren, und die Producte zugleich von einer
andern gegebenen Zahl subtrahiren.

1. Schreibet die gegebenen Zahlen nach folgendem Bei-
spiel auf, und subtrahirt das Product der Einer von den
Einern des Minuenden; ferner das Product der Zehner

28 Vom Multipliciren unbenannter Zahlen.

Von den Zehnern u. s. w. und schreibt darunter, was jedesmal übrig bleibt. Z. B. 3241 soll mit 2 multiplicirt und das Product zugleich von 7986 subtrahirt werden.

3241

2 mal von 7986

1504 der Rest.

2. Wenn aber in einer Stelle das Product größer ist, als die Ziffer, von der es abgezogen werden soll: so leihet zu derselben, aus der folgenden Stelle so viele Zehner als nöthig sind, um das Product abzugiehen, addiret aber hernach in Gedanken diese geliehenen Zehner zu dem nächstfolgenden Product, bevor ihr dasselbe subtrahiret. Z. B. 6875 soll mit 3 multipl., und das Product zugleich von 26238 subtrahirt werden.

6875

3 mal von 26238

5613 der Rest.

Erklärung. Bei diesem letztern Beispiel wird gesagt: 3 mal 5 ist 15 von 18 noch 3; ferner: 3 mal 7 ist 21 und 1, welches geliehen worden, macht 22, von 23 noch 1; — weiter: 3 mal 8 ist 24, und 2, welche geliehen worden, machen 26, von 32 noch 6; — endlich: 3 mal 6 ist 18, und 3 welche geliehen worden, machen 21, von 26 noch 5.

Anmerk. Diese Regel verschafft hernach beim Dividiren einen besondern Vortheil, und verdient daher vorläufig fleißig geübt zu werden.

5. Uebung.

36. Multipliciret 62132 mit 2, und ziehet das Product zugleich von 148686
37. Subtrahiret 3mal 72436 von 243449.
38. Subtrahiret 4mal 82534 von 405768.
39. Subtrahiret 5mal 73846 von 432682.
40. Subtrahiret 6mal 9793541 von 63123456.
41. Subtrahiret 7mal 89748236 von 6903021045.
42. Subtrahiret 8mal 07305284 von 1234567890.
43. Subtrah. 9mal 987654321 von 9876543210.

Z u s a m m e n f a s s u n g.

Besondere Vortheile beim Multipliciren.

Wenn der Multiplicator nur zwei Ziffern, und in der Zehnerstelle Eins hat: so darf man nur die gegebene Zahl mit den Einern des Multiplicators, multipliciren, und dies Product unter die gegebene Zahl, jedoch um eine Stelle gegen die rechte Hand herausrücken, und zu derselben addiren.

2. Hat der Multiplicator in der Einerstelle Eins: so multiplicirt man die gegebene Zahl mit den Zehnern des Multiplicators, und rückt das Product um eine Stelle hereinwärts gegen die linke Hand und addirt es zu derselben. 3. B.

$$\begin{array}{r} 36 \times 12 \\ 72 \\ \hline 432 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 24 \times 31 \\ 72 \\ \hline 744. \end{array}$$

6. U e b u n g.

44. Multiplicirt auf diese Art die Zahl 572 mit 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 und 19 jedesmal besonders.

45. Multiplicirt die Zahl 2684 mit 21, 31, 41, 51, 61, 71, 81 und 91 jedesmal besonders.

3. Dieser Vortheil läßt sich auch auf folgende Zahlen anwenden, wenn man die Producte, wegen der zwischenstehenden Null, um zwei Stellen heraus oder hereinwärts rückt.

46. Multiplicirt die Zahl 3284 mit 101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108 und 109 jedesmal besonders.

47. Multiplicirt die Zahl 41562 mit 201, 301, 401, 501, 601, 701, 801 und 901 jedesmal besonders.

Vom Dividiren unbenannter Zahlen.

Dividiren heißt, eine Zahl in verlangte gleiche Theile theilen. Der verlangte Theil von einer Zahl wird aber gefunden, wenn man untersucht, wie vielmal der Theiler in der gegebenen Zahl steckt, oder enthalten ist. Der Theiler steckt aber so oft in einer Zahl, als er von derselben kann subtrahirt werden. Das Dividiren ist also ein künstliches Subtrahiren. Wenn z. B. 6 in 3 gleiche Theile getheilt werden soll, so will man eigentlich wissen, wie groß jeder von diesen drei Theilen ist. Dieses erfährt man aber, wenn man nachdenkt, wie oft 3 in 6 steckt oder enthalten ist. Man wird leicht finden, daß 3 in 6 zweimal steckt, und daß also 2 der dritte Theil von 6 ist.

Die Zahl, womit dividirt wird, heißt *Divisor*; diejenige Zahl, welche dividirt oder getheilt werden soll, heißt *Dividend*, und die Zahl, welche durchs Dividiren herauskommt, und anzeigt, wie oft der Divisor im Dividenten enthalten ist, wird *Quotient* genannt; z. B. wenn 12 durch 4 dividirt werden soll, so wird gefragt, wie oft ist 4 in 12 enthalten? — Antw. 3 mal. So ist denn 12 der Divident, 4 der Divisor, und 3 der Quotient, als:

Dividend

Divisor 4 : 12 = 3 Quotient.

Das Zeichen der Division sind zwei über einander stehende Punkte (:), welche zwischen den Dividenten, und den zur Rechten stehenden Divisor gesetzt werden. Das gebräuchlichste Zeichen der Division ist aber ein Querstrich (—), über welchen der Divident, und unter denselben der Divisor geschrieben wird; z. B. $12 : 4 = 3$. oder $\frac{12}{4} = 3$. Beides wird gelesen: 12 dividirt durch 4, ist gleich 3.

Wenn der Divident kleiner ist, als der Divisor, so ist, der Divisor im Dividenten kein Ganzesmal enthalten; z. B. wenn gefragt wird: wie oft steckt 4 in 3? so antwortet man: Keinmal! welches man durch 0 ausdrückt. Wenn man aber gefragt würde: welches ist der 4te Theil von 3? so dürfte nicht mit 0 darauf geantwortet werden: denn, wenn auch der 4te Theil von 3 kein Ganzes ist, so ist es doch mehr als 0, oder nichts. In solchen Fäl-

sen wird die Division nur bloß durch das Zeichen des Querstrichs angezeigt, und man antwortet dann, 4 steckt in 3 nur $\frac{1}{3}$, nämlich: Dreiviertel mal, oder der vierte Theil von 3 ist $\frac{1}{3}$, welcher Ausdruck ein Bruch genannt wird.

Wenn der Divisor im Dividenden nicht ganz aufgeht, sondern noch etwas übrig bleibt, so wird der Ueberschuß unter den Dividenden, oder als ein Bruch neben den herausgekommenen Quotienten geschrieben; z. B. wie oft steckt 2 in 7? — Antw. 3mal, und 1 bleibt übrig; oder $3\frac{1}{2}$ mal.

Erste Regel.

Eine Zahl von mehreren Ziffern durch eine einzige Ziffer zu dividiren.

1. Schreibt den Dividenden, oder die Zahl, welche dividirt werden soll, vor euch hin.

2. Schreibt den Divisor oder die Zahl, womit dividirt werden soll, zur Linken vor den Dividenden.

3. Fanget gegen der linken Hand an, und dividiret vor und nach eine jede einzelne Ziffer des Dividenden durch den Divisor, und schreibt die kommenden Quotienten rechter Hand hinter das Zeichen der Gleichheit; z. B. 468 soll durch 2 dividiret werden.

$$2 : 468 = 234 \text{ Quotient.}$$

1. Uebung.

1. Dividiret 64 durch 2.
2. Dividiret 69 durch 3.
3. Welches ist die Hälfte von 84?
4. Wie oft steckt 3 in 369?
5. Wie groß ist der 4te Theil von 848?
6. Welches ist der 5te Theil von 105?
7. Wie oft ist 2 in 1286 enthalten?
8. Welche Zahl ist 3mal so klein, als 936?
9. Wie groß ist der 4te Theil von 1684? Fac. 421.
10. Welche Zahl gilt halb so viel, als 14826? F. 7413.

Die gewöhnliche Probe der Division ist diese: Man multiplicirt den herausgekommenen Quotienten mit

dem Divisor; und wenn beim Dividiren etwas übrig geblieben ist: so wird dieser Ueberschuß mit eingezogen. Wenn nun das Product dem Dividenden gleich ist, so ist recht dividirt worden, als:

$$\begin{array}{r} 3 : 15968 = 5322 \\ \text{Rest } 2 \end{array}$$

15968 dem Dividenden gleich.

Hieraus folgt die Probe der Multiplication von selbst. Man dividirt nämlich das gekommene Product durch den Multiplikator, oder durch den Multiplizanden. Im erstern Falle muß der Multiplizand, und im andern der Multiplikator wieder herauskommen.

Auch bei der Division ist die Quersummen-Probe anwendbar; denn dabei muß die einziffrige Quersumme von dem Producte, welches aus der einziffrigen Quersumme des Divisor und des Quotienten entsteht, der einziffrigen Quersumme des Dividenden, zur Probe, gleich seyn. Z. B. Dividend

$$\text{Divisor } 69 : 190371 = 2759 \text{ Quotient.}$$

$$\begin{array}{r} \text{Quersf. } 15 \div 6 \quad 21 \div 3 \text{ Prbzhf. } 23 \div 5 \text{ Quersf.} \\ \text{mit } 6 \text{ Quersf. von } 15. \end{array}$$

30 ÷ 3 Probezahl.

Wenn aber beim Dividiren etwas übrig bleibt, so wird dieser Rest von dem Dividenden subtrahirt, und mit dem Ueberschuß, wie übrigens oben, verfahren. Z. B. Dividend.

$$\text{Divisor } 69 : 190402 = 2759 \text{ Quotient.}$$

$$\begin{array}{r} \text{Quersf. } 15 \div 6 \quad \text{Rest } 31 \div 4 \quad 23 \div 5 \text{ Quersf.} \\ \text{190371} \quad \text{mit } 6 \text{ Quersf. von } 15. \end{array}$$

Quersf. 21 ÷ 3 Prbzhf. 30 ÷ 3 Probezahl.

Zusatz. Zur Probe müssen auch die beiden letzten Quersummen, nämlich von dem Producte und von dem Reste zusammen, (hier $3 + 4 = 7$), der letzten Quersumme von dem Dividenden, (hier $190402 = 16 = 7$), gleich seyn.

Zweite Regel.

Wenn ihr durch Nachdenken und durch Hülfe des Einmaleins gefunden habt, wie oft der Divisor in der

Zahl des Dividenden enthalten ist, und diese Ziffer, als Quotient, an den gehörigen Ort geschrieben, so multipl. denselben jedesmal mit dem vorstehenden Divisor; schreibet dieses Product unter die Zahl des Dividenden; ziehet es davon ab; hängen an den Rest die folgende Ziffer von dem Dividenden, wenn sie vorher mit einem Punct bezeichnet worden, und setzet auf diese Weise die Division bis zu Ende fort.

2. Um aber beim Dividiren weniger Ziffern zu machen, auch nicht so viel Raum nöthig zu haben, so lernet nach folgendem Beispiel dividiren, indem ihr, nach der 5ten Regel der Multiplication, in Gedanken multiplcirt, und zugleich auch subtrahirt, als:

$$2 : 35612058 = 17806029$$

XX X

2. Übung, nebst den Proben.

11. Dividiret 465134120472 durch 3.
12. Dividiret 579603721840 in 4 gleiche Theile.
13. Welches ist der 5te Theil von 6730275085025?
14. Wie groß ist der 6te Theil von 847350258162?
15. Wie oft steckt 7 in 927547040892150?
16. Wie oft ist 8 in 1231920180576 enthalten?
17. Wie groß ist der Quotient von 9 in 1380870234342? Facit 153430026038.

Dritte Regel.

Eine Zahl durch eine andere von zwei, drei und mehrern Ziffern zu dividiren.

Verfahret auch hierbei nach der folgenden Regel, und multipl. den gefundenen Quotienten mit dem Divisor, und ziehet das kommende Product allemal von der Zahl des Dividenden ab.

Z u s a t z.

1. Um aber bei mehrziffrige Divisoren die Ziffer des Quotienten leicht und geschwinde zu finden: so fraget nur

mit der ersten Ziffer des Divisors, linker Hand, in die erste Ziffer — oder, wenn diese zu klein ist, in die zwei ersten Ziffern des Dividenten, so werdet ihr den dazu gehörenden Quotienten eben so leicht und geschwinde finden, als in den vorigen Aufgaben. Z. B. Soll 12 in 49 dividirt werden, so frage ich nicht nur: 12 in 49? sondern 1 in 4? und finde gleich den rechten Quotienten in 4: denn 12 mal 4 ist 48.

2. Sollte aber das kommende Product, nämlich aus dem so gefundenen Quotienten und dem Divisor, größer sehn, als die Zahl des Dividenten, und also nicht abgezogen werden können, welches oft der Fall ist: so ist auch der Quotient zu groß, und muß um Eins weniger angenommen werden. Z. B. Soll 24 in 178 dividirt werden, so frage ich gleich: 2 in 17? Antwort 8mal. Weil aber 8mal 24 = 192, und also mehr ist, als 178, so nehme ich den Quotienten um Eins weniger, nämlich 7 für 8. an.

3. Wenn aber das kommende Product vom Dividenten abgezogen ist, und mehr übrig bleibt, als der Divisor selbst groß ist, so ist dieses eine Anzeige, daß der Quotient, aus Unachtsamkeit gegen die erste Regel dieses Zusatzes, zu klein angenommen worden, und also größer genommen werden muß, worauf mit allem Fleiß zu merken ist. Z. B. Wenn ich 24 in 178 nur 6mal nehmen wollte, so wäre das Product 6mal 24 = 144, und der Rest, nämlich 144 von 178 abgezogen = gleich 34, folglich zu groß, weil 24 in 34 noch Einmal enthalten ist.

3. Uebung, nebst den Proben.

18. Dividiret 38179704 durch 12.
19. Dividiret 259245672 durch 21.
20. Theilet 14919996 durch 13.
21. Theilet 99649613 durch 31.
22. Welches ist der 24ste Theil von 9256176072?
23. Wie groß ist der Quotient von 36 in 1497543889?
24. Wie oft steckt 14 in 38501260?
25. Wie oft ist 43 in 3770868 enthalten?

26. Wie oft kann 56 von 7893605768 subtrahirt werden?
27. Wie oft steckt 16 in 7073856592?
28. Wie manchmal kann 76 von 284756800 abgezogen werden?
29. Wie vielmahl ist 28 in 39147605382 enthalten?
30. Welches ist der 96ste Theil von 3079856076?
31. Dividiret 112 in 387568560448.
32. Theilet 37980575639519 durch 1234, 5678 2345, 3456, 4567, 6678 und 6789 jedesmal besonders.

V i e r t e R e g e l.

1. Wenn der Divisor in der höchsten Stelle nur einen Einer, und in allen übrigen Nullen hat, so schneidet am Dividenten gegen der rechten Hand eben so viele Ziffern ab: so stehet der Quotient links, und der Rest rechts. Z. B. 73456 soll durch 100 dividirt werden, als:

$$100 : 734 \overline{) 56}$$

Also ist 734 der Quotient, und 56 der Rest.

2. Hat aber der Divisor in den höchsten Stellen zugleich mehr gestende Ziffern, so dividiret dieselben nur in die durch einen Beistrich für die Nullen abgeschnittene Ziffern linker Hand. Z. B.

$$4000 : 3785,356 = 946 \text{ der Quotient}$$

$$18$$

$$25$$

$$1356 \text{ der Rest.}$$

3. Hat sowohl der Divident als der Divisor in den Stellen rechter Hand Nullen, so streicht derselben an beiden Zahlen gleichviele gegen einander aus, und dividiret die übrigen in einander. Z. B.

$$1200\emptyset\emptyset : 7623,75\emptyset\emptyset = 635 \text{ der Quotient}$$

$$42$$

$$63$$

$$375 \text{ der Rest.}$$

4. Gemischte Uebungen.

33. Was kommt heraus, und wie viel bleibt übrig, wenn man die Zahl 27538064 durch 10, 100 1000 u. 10000 jedesmal besonders dividirt?
34. Was kommt heraus, und wie viel bleibt übrig, wenn man die Zahl 567084786952 durch 60, 1200, 136000 und 30740000 jedesmal besonders dividirt?
35. Was kommt heraus, und wie viel bleibt übrig, wenn man die Zahl 79368520000 durch 110, 3900, 256000 und 47580000 jedesmal besonders dividirt?
36. Wie oft läßt sich 54321 von 5394998757 abziehen?
37. Wie groß ist der Quotient von 43726 in 1367445922?
38. Wie vielmal ist 654321 in 479515873245 enthalten?
39. Suchet eine Zahl, wenn man sie mit 975864 multipl., daß 1509661608 herauskommen.
40. Was kommt heraus, und wie viel bleibt übrig wenn man an die jetzige Jahrzahl 4 Nullen hängt und sie dann durch 9999 dividirt?

Verwandlung der benannten Zahlen.

Größere Sorten und Benennungen können in kleinere, und kleinere in größere verwandelt werden: daher entsteht beim Rechnen das Resolviren und Reduciren.

Vom Resolviren.

Resolviren heißt hier: größere Sorten und Benennungen in kleinere verwandeln und auflösen; und dieses geschieht immer durchs Multipliciren.

Erste Regel.

Wolltet ihr größere Sorten und Benennungen in kleinere verwandeln, so multipliciret sie mit derjenigen Anzahl der kleinern, die auf eine Einheit der gegebenen größeren Sorte gehen. 3. B. 12 Malter, wie viel Sümmer sind es?

12 Maltr.

mit 4, weil 1 Mtr. 4 Sümmer hat.

Antw. 48 Sümmer.

1. Uebung.

1. Wie viel Füchse sind 15 Albus?
2. 32 Stbr., wie viel Füchse sind es?
3. Wie viel Finger sind an 24 Händen? — 120 Finger.
4. 28 Wochen, wie viel Werkstage sind es?
5. Wie viel Tage sind 23 Wochen? — 161 Tage.
6. 17 Rthlr., wie viel Schillinge sind es?
7. Wie viel Pfenninge sind 18 Ggr.? — 216 Pfenninge.
8. 36 Stüber, wie viel Häller sind es?
9. Wie viel Stunden sind 42 Tage? — 1008 Stunden.
10. 56 th., wie viel Loth sind es?
11. Wie viel Ggr., auch wie viel Sgr. sind 12 preuß. Thaler?
12. 8 preuß. Thlr., wie viel Stüber sind es?
13. Wie viel Maas sind 8 Ohm?
14. 9 Etr., wie viel th. sind es? — 990 th.
15. Wie viel Tage sind 13 Jahre? 4745 Tage.

Zweite Regel.

Wenn größere Sorten in ganz kleinere verwandelt werden sollen, so machet dieselben vor und nach zur nächsten kleinern, bis ihr endlich auf diejenige Sorte kommet,

welche verlangt wird. Z. B. 12 pr. Thlr., wie viel
Pfenninge sind es?

12 pr. Thlr.
mit 30 zu Sgr.

360 Sgr.

mit 12 zu Pf.

720

360

Antw. 4320 Pf.

2. U e b u n g.

16. Machet 13 pr. Thlr. zu Sgr. und Pfen. —
3744 Pfenninge.

17. Machet 13 Wochen zu Stunden.

18. Machet 12 Etr. zu Loth. — 42240 Loth.

19. Machet 17 Fuder zu Maaß.

20. Machet 14 Ruthen zu Zoll. — 2688 Zoll.

21. Machet 18 Jahre zu Minuten, so kommen
9460800 Minuten

D r i t t e R e g e l.

Wenn die größere Sorten noch kleinere neben sich stehen haben, so werden dieselben am gehörigen gleichnamigen Orte mit eingezogen. Z. B. 7 pr. Thlr. 24 Stbr. 8 Hlr., wie viel Häller machts?

pr. Thlr. Stbr. Hl.

7 = 24 = 8

mit 78 zu Stbr.

570 Stbr.

mit 16 zu Hlr.

3428

570

Antw. 9128 Hlr.

3. U e b u n g.

22. Machet 8 pr. Thlr. 17 Sgr. und 8 Pf. zu
Pfenninge. — Facit 3092 Pf.

23. Machet 7 Etr. 66 lb. 24 Loth zu Loth.

24. Machet 24 Rth. 56 Kreuz. 2 Hl. zu Häller.
Facit 8866 Häller.
25. Machet 18 Guld. 27 Kreuz. 3 Hl. zu Häller.
26. Machet 16 Wochen, 12 Stunden, 45 Min.
zu Minuten. Facit 162045 Minuten.
27. Machet 9 Etr. 64 lb 19 Loth zu Quentchen.
28. Machet 32 pr. Thlr. 28 Stbr. 12 Hlr. zu
Häller, Facit 409396 Hlr.
29. Machet 17 Rthlr. 5 Schill. 4 Hl. zu Häller.
gibt 16924 Hlr.
30. Machet 12 Jahre, 18 Stunden, 48 Secund.
zu Secunden. Facit 378496848 Secunden.

2. Vom Reduciren

Reduciren heißt hier: kleinere Sorten und Benennungen in größere verwandeln; und dieses geschieht immer durchs Dividiren. Das Reduciren ist also das Gegentheil vom Resolviren.

Erste Regel.

Wollet ihr kleinere Sorten und Benennungen in größere verwandeln, so dividiret sie mit derjenigen Anzahl der kleinern, die auf eine Einheit der gegebenen größern Sorte gehen. Was dabei etwa übrig bleibt, ist immer dem Dividenden am Namen gleich. Z. B. 738 Häller, wie viel Kreuzer sind es? Durch 4 : 738 Hlr. = 184 Kreuzer, und 2 Hlr. bleiben übrig.

1. Uebung.

1. Wie viel Blaff. sind 2721 Stüber.
2. 5917 Gümmer, wie viel Malter sind es?
3. Wie viel Wochen sind 7159 Werkstage? —
Antw. 1193 Wochen, 1 Tag.
4. 1365 Tage, wie viel Wochen sind es?
5. Wie viel Rthlr. sind 5914 Schillinge?
6. 30756 Stück, wie viel Duzend sind es? —
Antw. 2563 Duzend.
7. Wie viel Egr. sind 73084 Pfen.?
8. Ein Buch in Octav-Format, (das ist: den Be-

gen zu 8 Blätter gefalter), welches 656 Pa-
gina oder Blattseiten hat, wie viel Bogen
Papier enthält es? Antw. 41 Bogen.

9. Wie viel Bogen Papier sind also an diesem
Rechenbuche?
10. 59176 Stunden, wie viel Tage sind es?
11. Wie viel th sind 39072 Loth.
12. 51792 Kreuzer, wie viel Gulden oder Flo-
rin sind es?
13. Wie viel Rthlr. sind 80794 Kreuzer. —
Antw. 897 Rthlr. 64 Kreuzer.
14. 413846 th ., wie viel Etr. sind es?
15. Wie viel pr. Thlr. sind 175306 Ggr.
16. 567930 Tage, wie viel Jahre sind es?

Zweite Regel.

Wenn ganz kleine Sorten in sehr große verwandelt
werden sollen, so machet dieselben vor und nach zur
nächstgrößern, bis ihr endlich auf diejenige Sorte
kommt, welche verlangt wird. Z. B. 79818 Pf., wie
viel pr. Thlr. sind es? Antw. 221 Thlr. 21 Egr. 6 Pf.

$$\begin{array}{r} 12 : 79818 = 6651 = 221 \text{ Thlr.} \\ \quad \quad \quad 6 \text{ Pf. } 30. \end{array}$$

2. Uebung.

17. Machet 417968 Hl. zu pr. Thlr.
18. Machet 397538 Stunden zu Jahre.
19. Machet 5107389 Loth zu Etr. — Facit 1450
Etr. 105 th 29 Loth.
20. Machet 71356 Häller zu Kreuzer und Gulden.
21. Machet 913579 Häller zu Kreuzer und Rthlr.
Facit 2537 Rthlr. 64 Kr. 3 Hl.
22. Machet 817594 Hl. zu Alb., Schill. u. Rthlr.
23. Machet 370956 Pf. zu Mgr. und Thlr. —
Facit 1288 Thlr. 4 Mgr. 4 Pf.

24. Macht 517985 Zoll zu Fuß und Ruthen.
 25. Macht 7190542 Bogen Druckpapier zu Buch,
 Ries und Ballen. — Facit 438 Ballen,
 1 Ries, 1 Buch, 17 Bogen.

Vom Addiren benannter Zahlen.

R e g e l.

1. Bei dem Aufschreiben der Additions-Exempel benannter Zahlen muß beobachtet werden, daß gleichnamige Zahlen unter einander zu stehen kommen.

2. Die geringsten Sorten werden zuerst addirt, hernach die nächstgrößern, und so fort bis zu den größten Sorten.

3. Wenn die Summe einer geringern Sorte groß genug ausfällt, so wird dieselbe in die nächstgrößere verwandelt: der Rest wird unter die addirte Stelle gesetzt, und der herausgekommene Quotient zu der folgenden gleichnamigen Sorte gezählt. Z. B.

Thlr. Egr. Pf.

$$12 = 18 = 4$$

$$10 = 6 = 3$$

$$22 = 24 = 7$$

Rthlr. Stbr. Hl.

$$18 = 56 = 12$$

$$7 = 48 = 8$$

$$26 = 45 = 4$$

Anmerk. Wenn die Summe der Stbr. mit 60 zu Rth. gemacht werden muß, so kann man sich dabei eines Vortheils bedienen: Man setzt nämlich die erste Zahl von der Summe der Einer gleich unter die addirte Stelle; die Summe der Zehner aber dividirt man in Gedanken durch 6; schreibt den etwaigen Rest neben die vorigen Einer, und addirt den Quotienten zu den folgenden Rthlrn. — Dieses gilt auch für ähnliche Fälle, bei Egr. ic.

U e b u n g e n.

1. Einer hat 8 Thlr. 17 Egr. 8 Pf., und 15 Thlr. 20. Egr. — noch 9 Thlr. 12 Egr. 8 Pf.: Wie viel machts zusammen? Antw. 33 Thlr. 20 Egr. 4 Pf.

Anmerk. Wenn bei einer Additions-Aufgabe die erste Summe nachgesehen und richtig befunden worden; so kann man zu mehrerer Uebung die herausgebrachte Summe wieder zum Be-

rigen addiren lassen. Wenn denn die folgende Summe zweimal so groß ist, als die vorhergehende, so ist abermals recht addirt worden, welches also leicht zu untersuchen ist, und darum ist auch bei mehrern Aufgaben die Antwort nicht beigefügt.

2. Wie groß ist die Summe von 66 pr. Thlr. 42 Stbr. 8 Hl.; 24 pr. Thlr. 36 Stbr. 8 Hl. und 16 Thlr. 54 Stbr. 12 Hl.?
3. Wenn 18 Jahre, 9 Mon. 17 Tage; 7 Jahre 8 Mon. 19 Tage und 12 Jahre, 10 Mon. 15 Tage addirt werden: wie groß ist die Summe? Antw. 39 Jahre, 4 Mon. 21 Tage.
4. Addirt 8 Etr. 35 tb 18 Loth; und 17 Etr. 86 tb 19 Loth; noch 20 Etr. 72 tb 24 Loth.
5. Wenn man 6 Rth. 45 Stbr. 4 Hl., und 12 Rth. 37 Stbr. 8 Hl. viermal addirt, nämlich: das Gekommene allemal wieder zum Vorigen zählt: wie groß ist dann die vierte Summe? Antw. 155 Rth. 2 Stbr.
6. Wie groß ist die Summe von 29 Gld. 48 Kr. 3 Hl.; 17 Gld. 56 Kr. 2 Hl.; 32 Gld. 52 Kr. 7 Gld. 28 Kr. 3 Hl., u. 136 Gld. 37 Kr. 2 Hl.?
7. In einem Weinkeller liegen 4 Fässer, davon enthält A 9 Dhm 17 Viert. 3 Maas; B 15 Dhm 20 Viert.; C 8 Dhm und 2 Maas; D 16 Dhm 24 Viert. 3 Maas; wie viel macht's zusammen?
8. Wenn man 6 Fuder, 5 Dhm, 18 Viert. 3 Maas, und 8 Fuder 4 Dhm 20 Viert. 2 Mß. dreimal addirt: wie groß ist dann die dritte Summe? Antw. 63 Fuder 1 Viert.
9. Addirt 15 Thlr. 12 Sgr. 8 Pf., und 8 Thlr. 16 Sgr. 6 Pf. fünfmal: so werden 383 Thlr. 16 Sgr. und 8 Pf. herauskommen.
10. In einer Papiermühle sind an Schreibpapier verfertigt worden 8 Ballen, 6 Ries, 13 Buch und 18 Bogen; 12 Ballen, 7 Ries, 15 Buch

und 20 Bogen; 4 Ballen, 17 Buch und 12 Bogen; 10 Ballen, 4 Rieß und 16 Bogen; noch 3 Ballen und 13 Bogen: Wie viel machts zusammen? Antw. 38 Ballen, 9 Rieß, 8 Buch, 7 Bogen.

11. In einer Apotheke wurden verkauft 6 tb , 7 Unzen, 5 Drachma, 2 Scrupel; 5 tb , 10 Unz., 1 Scrup.; 4 tb , 6 Drachma; 12 tb , 3 Unz., 2 Scrup.; 9 tb u. 5 Drachma: Wie groß ist die Summe? Antw. 37 tb , 10 Unz., 1 Dr. 2 Scr.
12. Einer hat 24 brab. Kronenth. zu 122 Stbr., 28 pr. Thlr. zu 78 Stbr. u. für 1 Rth. 52 Stbr. 8 Hl. kleines Geld: Wie viel Rth. machts zusammen? Antw. 87 Rth. 4 Stbr. 8 Hl.
13. Ein Silberschmidt verarbeitete an Silber vor und nach 6 Mark, 12 Loth, 4 Gran; 7 Mark, 10 Loth, 3 Gran; 12 Mark, 5 Gran; 15 Loth, 2 Gran; 9 Mark, 8 Loth; 13 Mark, 6 Loth, 3 Gran: Wie viel machts zusammen? Antw. 50 Mark, 5 Loth und 5 Gran.
14. Ein Goldarbeiter verbrauchte vor und nach an Golde 2 Mark, 13 Karat, 2 Gran und 1 Grán; 3 Mark, 10 Karat, 3 Gran, 2 Grán; 1 Mark, 17 Karat, 2 Grán; 2 Mark, 3 Gran; 4 Mark, 18 Karat und 2 Grán: Wie groß ist die Summe? Antw. 14 Mark, 12 Karat, 2 Gran u. 1 Grán.

Vom Subtrahiren benannter ganzer Zahlen.

Regel.

1. Bei dem Aufschreiben zur Subtractions-Exempel benannter Zahlen, werden, wie beim Addiren, gleichnamige Zahlen untereinander gesetzt, und zwar gewöhnlich die

Subtrahenden. unter den Minuenden. — 2. Die geringsten Sorten werden zuerst, hernach auch die folgende größeren Sorten von einander abgezogen, und die Reste darunter geschrieben; z. B.

$$\begin{array}{r}
 \text{Etr.} \quad \text{th.} \quad \text{Loth.} \\
 \text{von } 20 = 86 = 18 \\
 \quad \quad 6 = 45 = 12 \\
 \hline
 \text{Rest } 14 = 41 = 6
 \end{array}$$

1. U e b u n g.

1. Von 30 Rth. 54 Etr. 8 Hl. subtrahiret 12 Rth. 30 Etr. 4 Hl. Wie viel bleibt übrig?
Antw. 18 Rthlr. 24 Etr. 4 Hl.
2. Von 36 Etr. 60 th 28 Loth, ziehet ab 20 Etr. 32 th 16 Loth; wie viel bleibt übrig?
3. Wie viel bleibt übrig, wenn man 25 Rth. 48 Kreuz. 3 Hl. von 57 Rth. 64 Kreuz. 3 Hl. abzieht? Antw. 32 Rth. 16 Kreuzer.

2. Wenn geringere Sorten abgezogen werden sollen, deren sich keine bei den Minuenden befinden: so wird bei der nächstgrößern Sorte eine ganze Einheit geliehen, und solche dem Subtrahenden gleichnamig gemacht, und demnächst davon subtrahirt. Z. B.

pr. Thlr. Etr.	Etr. th Loth.
1) von 26 = —	2) von 20 = — = —
subtr. 8 = 36	subtr. 12 = 57 = 24
Rest 17 = 42	Rest 7 = 52 = 8

Erklärung. 1. Von 26 Thlr. wird hier ein ganzer Thlr., nämlich 78 Etr. geliehen, und in Gedanken die 36 Etr. davon abgezogen. u. s. w.

2. Von 20 Etr. wird hier 1 Etr., nämlich 110 th., geliehen. Diese bringt man in Gedanken in die leere Stelle der Pfunde, und nimmt von demselben nur 1 th., nämlich 32 Loth, mit in die leere Stelle der Lothe, und zieht demnächst 20 Loth von 32; 57 th von den zurückgebliebenen 109 th., und endlich 12 Etr. von 19 Etr. ab.

2. U e b u n g.

4. Einer hat 60 Rthlr., und gibt davon aus 12 Rthlr. 24 Stbr. — Wie viel behält er noch? Antw. 47. Rth. 36 Stbr.
5. Einer ist schuldig 100 Thlr. 32 Mar. und bezahlt auf Abschlag 56 Thlr. 20 Mar. 6. Pf. Wie viel bleibt er noch schuldig? Antw. 44 Thlr. 11 Mar 2 Pf.
6. Subtrahiret 86 Thlr. 18 Sgr. 4 Pf. von 124 Thlr. und sehet, ob 37 Thlr. 11 Sgr. 8 Pf. übrig bleiben.
7. Einer verkauft von 24 Etr. Waar, 16 Etr. 72 tb : Wie viel behält er noch?
8. Subtrahiret 6 Etr. 57 tb 20 Loth, von 18 Etr.; wenn dann 11 Etr. 52 tb 12 Loth übrig bleiben, so ist's recht.
9. Ein Sohn war am 56sten Geburtstage seines Vaters 18 Jahre, 9 Mon. 12 Tage alt; Wie viel war damals der Vater älter? Antw. 36 Jahre 2 Monate 18 Tage.

Anmerk. Bei dem 2ten Geburtstage war der Vater nur 1 Jahr alt, folglich war er am 56sten Geburtstage erst 55 Jahr alt geworden.

3. Wenn geringere Sorten zwar vorhanden, aber ihre Anzahl zu klein ist, so wird von der nächstgrößern Sorte eine ganze Einheit geliehen, und diese in gleichnamigen Theilen dazu addiret, und von der Summe der Subtrahend abgezogen. 3. B.

Thlr. Sgr. Pf.	Sgr. Pf.	Thlr. Sgr.
von 32 = 10 = 4	1 = 12	1 = 30
subtr. 8 = 24 = 6	+ 4	+ 9
Rest 23 = 15 = 10	16	39
	÷ 6	÷ 24
	10 Pf.	15 Sgr.

Anmerk. Die beigelegte Nebenarbeit darf nur im Anfange schriftlich geschehen; aber nach einiger Übung muß sie in Gedanken verrichtet werden.

3. U e b u n g.

10. Einer bezahlte 72 Thlr. 14 Ggr. 8 Pf. auf Abschlaa einer Rechnung von 156 Thlr. 10 Ggr. 4 Pf. — Wie viel blieb er noch schuldig? Antw. 83 Thlr. 19 Ggr. 8 Pf.
11. Von 40 Etr. 27 tb 15 Loth wurden verkauft 13 Etr. 76 tb und 24 Loth: Was blieb übrig. Antw. 26 Etr. 60 tb 23 Loth.
12. Aus einem Faß von 5 Fuder, 3 Ohm, 12 Viert. 2 Maas, wurden abgezapft 2 Fuder, 5 Ohm, 19 Viert., 3 Maas: Wie viel blieb noch drinnen? Antw. 2 Fuder, 3 Ohm, 18 Viert., 3 Maas.
13. Eine Mutter ist heute 56 Jahre, 3 Mon., 17 Tage alt, und ihre Tochter 18 Jahre, 9 Mon., 25 Tage: Wie alt war die Mutter, als ihre Tochter geboren wurde? Antw. 37 Jahre, 5 Mon., 22 T.

4. Gemischte Uebungen.

14. Einer ist schuldig 200 Rth. und 4 Alb., und bezahlt darauf 116 Rth. 6 Schill. 6 Alb. 8 Gl. — Wie viel bleibt er noch schuldig? Antwort 83 Rth. 1 Schill. 7 Alb. 4 Gl.
15. In einer Papiermühle war an Druckpapier vorräthig 12 Ballen und 8 Buch; davon wurden verkauft 4 Ballen, 3 Riez, 16 Buch und 18 Bogen: Wie viel blieb noch übrig? Antw. 7 Ballen, 6 Riez, 11 Buch und 7 Bogen.
16. Ein Silberschmidt kaufte 7 Mark, 4 Grän Silber, und verarbeitete davon 2 Mark, 12 Loth, und 2 Grän: Wie viel behielt er noch übrig? Antw. 4 Mark, 4 Loth, 3 Grän, 1 Grän.
17. Von einem Bindsaden, welcher 8 Ruthen und 4 Zoll lang war, wurden 3 Ruthen, 10 Fuß, 8 Zoll abgeschnitten: Wie lang blieb er noch? Antw. 4° 5' 8"

18. Von 20 Malter Korn wurden 6 Malter 2 Scheffel und 3 Viert. verkauft. Wie viel blieb noch übrig? —
19. Aus dem großen Heidelberger Faß, welches 204 Fuder, 3 Ohm, 4 Viert. enthält, wurden abgezapft 28 Fuder, 17 Viert. und 2 Mß.: Wie viel blieb noch drinnen? Antw. 176 Fuder, 2 Ohm, 12 Viert., 2 Maaß.
20. Einer fand in seiner Cassé 21 Friedrichsd'ors zu 5 Thlr. 20 Sgr., und 155 fr. Kronth., zu 47 Sgr. auch noch 20 Sgr. kleine Münze, und gab davon aus 229 Thlr. 18 Sgr. 4 Pf.: Wie viel behielt er noch übrig? Antw. 132 Thlr. 26 Sgr. 8 Pf.

Zeitrechnungen.

Zeitrechnungen kommen auch bei Subtractionsaufgaben vor. Z. B. Einer wurde geboren 1732 den 8. May und starb 1760 den 20. August: Wie alt ist er geworden?

In solchen gemeinen Zeitrechnungen fragt man nach Jahren, Monaten und Tagen. Das Jahr wird dann zu 12 Monat, und jeder Monat zu 30 Tagen gerechnet. Die Monate heißen: 1. Januar, 2. Februar, 3. März, 4. April, 5. May, 6. Junius, 7. Julius, 8. August, 9. September, 10. October, 11. November, 12. December.

Regel.

1. Schreibet die größere Jahrzahl, oder die Zeit des Todes, nebst den dazu gehörenden ganzen Monaten und Tagen, welche bis auf das gegebene Datum verflossen sind, zuerst auf.

2. Schreibet auf eben dieselbe Weise die kleinere Zahl, oder die Zeit der Geburt, nebst den zugehörigen Monaten und Tagen, darunter.

3. Zieheth die Zeit der Geburt von der Zeit des Todes ab, so bleibt das Alter übrig, als:

Jahre.	Mon.	Tage.
1760	= 7	= 20
1732	= 4	= 8

Antw. 28 = 3 = 12, das Alter.

48. Vom Subtrahiren benannter ganzen Zahlen.

Erkl. Nach der obigen Aufgabe starb der Mensch im J. 1760, und zwar am 20. Tage des Augusts; folglich hatte er in demselben, vom Jan. bis an den August, 7 ganze Monate und 20 Tage gelebt, welches leicht nachgezählt werden kann. — Er wurde geboren im Jahr 1732 am 8. May: also waren zu der Zeit in diesem Jahre 4 ganze Monate und 8 Tage verflossen. Nach dem Abzug dieser Zeit, bleibt also die Antwort übrig, man mag die gegebenen Jahrzahlen als laufende oder wirklich verflossene Jahre rechnen.

5. U e b u n g.

21. Einer wurde geboren 1740 den 18. Septbr., und starb 1784 den 12. April: Wie alt ist er worden? Antw. 43 Jahr, 6 Mon. 24 Tage.
22. Einer starb im Jahr 1795 den 19. Novbr., welcher 1714 den 22. April geboren wurde: Wie hoch hat er sein Alter gebracht? Antw. 81 Jahr, 6 Mon., 27 Tage.
23. Ein Vater war geboren 1724 den 25. October, und sein Sohn 1758 den 9. Febr. — Wie viel war der Vater älter? Antw. 33 Jahr, 3 Mon. 14 T.
24. Wie lange ist es von 1745 den 20 Decbr. bis 1797 den 4. Januar? Antw. 51 Jahr, 14 Tage.
25. Doctor Martin Luther wurde zu Eisleben 1483 d. 10. Nov. geboren, und starb auch daselbst 1546 den 18. Febr.: Wie alt ist er geworden? Antw. 62 Jahre, 3 Monate und 8 Tage.
26. Friedr. Wilhelm III., König von Preußen, wurde geboren 1770 den 3. August: Wie alt ist er heute?
27. Wie alt bist Du heute?
28. Ein Kind kam auf die Welt den 12. April. und starb in dem nämlichen Jahre den 8. November. — Wie alt ist es geworden? Antwort 6 Mon., 26 Tage.

29. Einer ward geboren 1757 den 27 Nov.; ein anderer 1772 den 18. Sept. — Wie viel Tage war jeder von diesen beiden am 12. May 1798 alt? Antw. Der Eine 14565; der Andere 9234 Tage;

30. Einer wurde geboren 1746 den 21. Juny Morgens um 10 Uhr und 36 Minuten, und starb 1792 den 8 März, Morgens um 6 Uhr und 20 Min. — Wie alt ist er geworden? Antw. 45 Jahr 8 Mon. 16 Tage, 19 Stund. 44 Min.

31. Einer starb 1790 den 4 März, Morgens um halb 6 Uhr, welcher 1716 den 25 Aug. Abends 7 Uhr, 48 Min. geboren worden: Wie lange hat er gelebt? Antw. 73 Jahre, 6 Mon. 8 Tage 9 Stund. 42 Minuten.

32. Wie lange ist es von 1720 den 17. July, Abends $\frac{1}{4}$ vor 10 Uhr bis heute Morgen um halb 8 Uhr? —

4. Wenn an einem gegebenen Tage das Alter eines Menschen bekannt ist, so läßt sich durch den Abzug desselben, von der gegebenen Zeit, die Zeit seiner Geburt finden. 3. B. Im Jahre 1796 den 18. Juny war jemand 57 Jahre, 7 Mon. 26 Tage alt: Wann wurde er geboren?

Jahre. Mon. Tage.

1796 = 5 = 18

57 = 7 = 26

1738 = 9 = 22

das ist: 1738 den 22. October.

Erklär. Er wurde also geboren, da 9 Monate und 22 Tage im Jahr 1738 verflossen waren: folglich fallen die 22 Tage in den 10. Monat, das ist, in den October.

2. U e b u n g.

33. Wie werden folgende Jahre mit dem Datum gelesen?

Jahre.	Mon.	Tage.	Jahre	Mon.	Tage.
1780	= 2	= 8	1792	= 3	= 15
1744	= 5	= 10	1796	= —	= 20
1787	= 7	= 12	1804	= 10	= 24

34. Im Jahr 1792 den 12. März war jemand 18 Jahr, 9 Mon. 24 Tage alt: Wann wurde er geboren? Antw. 1773 den 18. May.
35. Im Jahre 1794 den 23. April heirathete jemand, als er 41 Jahr, 6 Mon. 11 Tage alt war: Wann ist er geboren worden? Ant. 1752 den 12. Octb.
36. Friedrich II., König von Preußen, starb 1786 den 17. August, in einem Alter von 74 Jahren, 6 Mon. und 23 Tagen: Wann wurde er geboren? und wie lange ist er jetzt schon todt? Antw. 1712 den 24. Jan. — und
37. Was für ein Datum schrieb man heute vor 64 Jahren, 10 Monaten und 28 Tagen?

Genaue Zeitrechnung.

Wenn es bei Zeitrechnungen genau auf die Tage ankommt, als wenn, z. B. auf jedem Tage ein bestimmtes Kostgeld stehet, so ist dabei Folgendes zu wissen nöthig:

1. Die Erde vollendet ihre Laufbahn um die Sonne in 365 Tagen und beinahe 6 Stunden, und bestimmt dadurch die Länge eines Jahres. Diese 6 Stunden machen in 4 Jahren 24 Stunden oder 1 Tag: Daher hat man alle 4 Jahre ein Schaltjahr von 366 Tagen. Diejenigen Jahre, deren Jahrzahlen sich durch 4 ohne Rest dividiren oder aufheben lassen, sind also Schaltjahre, und in diesen hat der Monat Februar 29 Tage. — Weil aber an jenen 6 Stunden ohngefähr 11½ Minuten fehlen, welches in 100 Jahren 18½ Stunden beträgt, so ist bei der Verbesserung des Calenders festgesetzt worden, daß in 400 Jahren 3 Schalttage wegleiben sollen. Diesem zufolge werden die Jahre 1700, 1800 und 1900 nur als gemeine Jahre von 365 Tagen gerechnet. Das Jahr 2000 wird aber wieder ein Schaltjahr seyn, weil in den vorhergehenden 300 Jahren 15½ Stunden zuviel sind weggelassen worden.

Wenn man die Monate auf die Knöcheln der Hand abzählt, und auf dem ersten mit dem Januar anfängt, so haben diejenigen, welche auf die Knöchel fallen, 31; die aber dazwischen fallen, 30, und insonderheit der Februar nur 28 oder 29 Tage.

Diesemnach wird die erste Frage von der vorhergehenden 29sten Aufgabe nach genauer Zeitrechnung am sichersten auf folgende Art berechnet:

Jahre. Men. Tage.

1798 4 12

1757 10 27

Schaltjahre.

70 ganze Jahre
mit 365 zu Tage

1760

1764

1768

14600 Tage

1772

3 Tage nach dem 27 Nov.

1776

31 Dec.

1780

31 Jan.

1784

28 Febr.

1788

31 März

1792

30 April

1796

12 May

Also 10 Schalttage.

14776 Tage nach genauer Zeitrechnung.

14565 Tage nach genauer Zeitrechnung. (Aufg. 29.)

211 Tage Unterschied.

R e g e l.

1. Machet die ganze Jahre mit 365 zu Tagen.

2. Setzet die noch übrigen Tage des Monats, mit welchem die gegebene Zeit anfängt, nebst den Tagen der folgenden Monate, nach ihrer zugehörigen Anzahl, bis auf das Datum, womit die Zeit aufhört, darunter.

3. Zählet noch so viel Tage dazu, als Schaltjahre in der gegebenen Zeit enthalten sind, und beobachtet dabei, daß der Schalttag allemal im Monat Februar eingeschaltet wird. Wenn daher die gegebene Zeit mit einem Schaltjahre, und in demselben nach dem Monat Februar anfängt; auch wenn die Zeit in einem Schaltjahre vor Ende des Februars aufhört: so kann in beiden Fällen von dem Schaltjahre der Schalttag nicht mit gerechnet werden.

3. U e b u n g.

38. Wie viel Tage sind es von 1783 den 24. Juny bis 1797 den 12. Febr., Schalt und Monatstage genau berechnet? Antw. 4982 Tage.

39. Wie viel Tage sind es, von 1772 den 18. August bis 1793 den 24. May, nach genauer Berechnung? Antw. 7584 Tage.
40. Wie viel Tage sind es sowohl nach gemeiner, als genauer Zeitrechnung, von 1764. den 20. May bis 1796 den 28. Januar? Antw. 11408 Tage; genauer 11575 Tage.
41. Wie groß ist der Unterschied zwischen gemeiner, und genauer Zeitrechnung, von 1753 den 6. März bis 1788 den 18. Februar? Antw. 185 Tage.
42. Wie viel Tage bist Du heute nach genauer Zeitrechnung älter, als nach gemeiner Zeitrechnung?

Vom Multipliciren benannter ganzen Zahlen.

R e g e l.

1. Wenn mehrere in Verbindung stehende Sorten benannter Zahlen, mit einer gegebenen Größe oder Zahl, multiplicirt werden sollen; so wird mit der Multiplication bei der geringsten Sorte angefangen und damit, bis zur größten Sorte fortgefahren. Z. B.

Ctr. lb. Loth.

$$12 = 26 = 9$$

3 mal.

$$36 = 78 = 27 \text{ das Product.}$$

1. Uebung.

1. Was kommt heraus, wenn man 16 Rth. 26 Stbr. 4 Hl. mit 2 multipl. ? Antw. 32 Rth. 52 Stb. 8 Hl.
2. Welches ist das Product von 3 mal 13 Thlr. 7 Sgr. 2 Pf. ? Antw. 39 Thlr. 21 Sgr. 6 Pf.
3. Multiplicirt 18 Ctr. 12 lb. und 4 Loth mit 2, 3, 4, 5, 6 und 7: wie viel kommt jedes mal heraus? Antw. 36 Ctr. 24 lb. 8 Loth u. s. w.

2. Die Producte der geringern Sorten werden, wie beim Addiren, in die nächstgrößern verwandelt, wenn sie ganze Einheiten derselben enthalten; der Rest wird unter die multiplicirte Stelle gesetzt, und der Quotient zu dem folgenden gleichnamigen Producte gezählt. 3. B.

$$\begin{array}{r} \text{Thlr. Sgr. Pf.} \quad 12 : 30 = 2 \text{ Sgr.} \\ 12 = 25 = 10 \quad \quad \quad 6 \text{ Pf.} \\ \quad \quad \quad 3 \text{ mal} \quad 30 = 77 = 2 \text{ Thlr.} \\ \hline 38 = 17 = 6 \quad \quad \quad 17 \text{ Sgr.} \end{array}$$

Anmerk. Bei der Multiplication der Sgr., und ähnlichen Fällen, ist der Vortheil auch anzuwenden, welcher in der ersten Anmerkung bei der Addition benannter Zahlen, Seite 41 angezeigt worden ist.

2. U e b u n g.

4. Multipliciret 32 Thlr. 52 Stbr. 8 Hl. mit 3, 5, 6 und 7: Wie viel kommt jedesmal heraus? Antw. 98 Thlr. 1 Stbr. 8 Hl. u. s. w.
5. Wenn 1 tb Waar 18 Sgr. 6 Pf. gilt: Wie viel kosten dann 3 tb , 5 tb , 7 tb , 9 tb ? Antwort 1 Thlr. 25 Sgr. 6 Pf. u. s. w.
6. Einer bezahlt an 5 Personen jedem 12 Thlr. 21 Sgr. 4 Pf. — Wie viel hat er überhaupt an sie alle bezahlt? Antw. 63 Thlr. 16 Sgr. 8 Pf.
7. Aus einer Erbschaft bekamen 7 Erben jeder 32 Thlr. 14 Sgr. 8 Pf. — Wie groß war die ganze Erbschaft? Antw. 228 Thlr. 6 Sgr. 8 Pf.
8. Ein Sohn war 11 Jahr, 3 Mon. 16 Tage; der Vater aber 5mal so alt: Wie alt war demnach der Vater? Antw. 56 Jahre, 5 Mon. 20 Tage.
9. Ein Malter Korn kostet 3 Thlr. 10 Sgr. 4 Pf. Wie viel demnach 8 Malter?
10. In einem Weinkeller liegen 9 Fässer, jedes enthält 3 Fuder, 5 Ohm, 16 Viert. 3 Maaß: Wie viel enthalten sie alle zusammen? Antw. 35 Fuder, 2 Ohm, 20 Viert. 3 Maaß.

11. 1 Elle Waar gilt 3 Guld. 45 Kr. 2 Gl.:
Wie viel kosten demnach 13 Ellen?
12. Wenn ich täglich 13 Sgr. 4 Pf. verzehre:
Wie viel beträgt das im ganzen Jahre? Antw.
162 Thlr. 6 Sgr. 8 Pf.

Vom Dividiren benannter ganzen Zahlen.

Regel.

1. Wenn die gegebene benannte Zahl nur aus Einer Sorte allein bestehet, so wird dieselbe durch den gegebenen Divisor in die verlangten Theile getheilet. Z. B. welches ist der dritte Theil von 36 Thlr.

$$3 : 36 \text{ Thlr.} = 12 \text{ Thlr.}$$

2. Wenn aber dabei etwas übrig bleibt, so wird der Rest zu der nächstgeringern verlangten Sorte gemacht, und auch durch den gegebenen Divisor getheilet. Dieses geschieht so lange, als noch geringere Sorten gebräuchlich sind, oder verlangt werden; was aber endlich bei der geringsten Sorte etwa übrig bleibt, wird zum Bruch gesetzt; z. B. welches ist der 8te, und welches ist der 7te Theil von 27 Rthlr.?

I. $8 : 27 = 3 \text{ Thlr.}$

II. $7 : 27 = 3 \text{ Rthlr.}$

$$\begin{array}{r} 3 \\ 60 \\ \hline 8 : 180 = 22 \text{ Stbr.} \\ 4 \\ 16 \\ \hline 8 : 64 = 8 \text{ Gl.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6 \\ 60 \\ \hline 7 : 360 = 51 \text{ Stbr.} \\ 3 \\ 16 \\ \hline 7 : 48 = 6\frac{4}{7} \text{ Gl.} \\ 6 \end{array}$$

1. Uebung.

1. Dividirt 7 Thlr. durch 3, 4, 5, 6 und 8: Was kommt jedesmal heraus? Ant. 22 Thlr. 20 St. 1c.
2. Wie groß ist der 3te, 4te, 5te, 6te und 8te Theil von 7 Thlr.? Antw. 2 Thlr. 10 Sgr. 1c.

3. Theilt 31 Etr. in 3, 4, 7, 11, 12 und 19 Theile: Wie groß ist jeder Theil? Antw. der 3te Theil 10 Etr. 36 th 21 $\frac{1}{2}$ Loth u. s. w.
4. Welches ist von 7 Jahren die Hälfte, der 4te, 5te, 8te, 9te und 11te Theil? Antw. die Hälfte 3 Jahre, 6 Mon. u. s. w.

3. Wenn mehrere in Verbindung stehende Sorten durch einen gegebenen Divisor dividirt werden sollen, so wird damit bei der größern Sorte zuerst angefangen; der etwa übrig bleibende Rest wird zur nächstgeringern gemacht, und die vorhandenen gleichnamigen Sorten dazu addirt, und demnächst auch durch den gegebenen Divisor dividirt. Z. B. Welches ist der 4te Theil von 44 Rthlr. 51 Stbr. 8 Hlr.?

Rthlr.	Stbr.	Hl.	
4	: 14	: 51	: 8
Antw.	3	: 42	: 14

2 der Rest.
60 + 51 Stbr.
4 : 171 = 42 Stbr.
3
16 + 8 Hl.
4 : 56 = 14 Hl.

Anmerk. Die obige Nebenarbeit darf nur anfangs schriftlich geschehen; nach einiger Übung aber ist es besser, daß sie in Gedanken verrichtet wird, welches, besonders bei kleinen Zahlen, leicht ist.

2. U e b u n g.

5. Drei Erben haben zu theilen 360 Thlr. 24 Sgr. 9 Pf. Wie viel bekommt jeder? Antw. 120 Thlr. 8 Sgr. 3 Pf.
6. Welches ist der 4te Theil von 72 Rthlr. 43 Kreuzer? Antw. 18 Rthlr. 10 Kreuz. 3 Hl.
7. Ein Vater war viermal so alt, als sein Sohn, nämlich 73 Jahre, 9 Mon. 18 Tage: Wie alt war demnach der Sohn. Antw. 18 Jahre, 5 Mon. 12 Tage.
8. Was kommt heraus, wenn man 928 Etr. 102 th

- 8 Loth, durch 6 und durch 9 dividiret? Antw. Durch 6 kommt 154 Etr. 90 tb 12 Loth u. s. w.
 9. Was kommt heraus, wenn man 1273 Jahre, 10 Mon. 22 Tage und 18 Stunden durch 3, 6, 7 und 14 dividirt? Antw. Durch 3 kommt 424 Jahre, 7 Mon., 17 Tage, 14 Stunden u. s. w.

3. G e m i s c h t e U e b u n g e n.

10. Einer verzehrt jährlich 162 Thlr. 6 Sgr. 8 Pf.: Wie viel machts täglich? Antw. 13 Sgr. 4 Pf.
 11. Wenn ein Etr. Waar 10 Rth. 32 Stb. 8 Hl. gilt: Wie viel kostet denn 1 tb ? Antw. 5 Stbr. 12 Hl.
 12. Wer jährlich 1044 Thlr. 7 Sgr. 8 Pf. Einkünfte hat: Wie viel hat er davon täglich? Antw. 2 Thlr. 20 Sgr. 8 Pf.
 13. Einer verkaufte von 16 Etr. 25 tb 18 Loth Waar den 6ten Theil: Wie viel behielt er noch übrig? Antw. 13 Etr. 57 tb 31 Loth.
 14. Wie viel ist der 8te Theil von 159 Ohm und 24 Viert. mehr, als der 12te Theil? Antw. 6 Ohm, 17 Viert. 1 Maaß.
 15. Von 20 Fuder, 3 Ohm und 22 Viert. Wein bekam A den 8ten Theil, und B das Uebrige: Wie viel empfing B mehr als A? Antw. 15 Fuder, 2 Ohm, 23 Viert.
 16. Von 63 Thlr. 9 Sgr. 8 Pf. soll A den 4ten, B den 5ten Theil und C das Uebrige haben: Wie viel bekommt ein jeder?

Antw.	A 15 Thlr. 20 Sgr. 5 Pf.			
	B 12	16	4	
	C 34	20	11	

Schlussaufgabe, durch alle vier Rechnungsarten.
 Addiret 124 Thlr. 18 Sgr. 4 Pf.; 87 Thlr. 16 Sgr. und 168 Thlr. 25 Sgr. 8 Pf.

Subtrahiret von dieser Summe 221 Thlr. 17

Egr. 4 Pf.

Multiplieiret den Rest mit 7.

Dividiret das kommende Product durch 8; so muß der Quotient 139 Thlr. 14 Egr. 10 Pf. seyn.

Von der Regeldetri überhaupt.

Regeldetri heißt hier: Eine Regel von drei Zahlen. Z. B. Wenn 2 tb kosten 6 Egr.: Wie viel kosten demnach 8 tb ?

Sie lehret zu solchen drei gegebenen Zahlen, eine vierte verhältnismäßige Zahl finden, welche sich zur dritten verhält, wie die zweite zu der ersten. Dieses ist es auch, was man bei solchen drei Zahlen eigentlich sucht, und zu wissen verlangt.

Die Regel selbst, nach welcher zu den drei gegebenen Zahlen die vierte unbekannte Zahl, oder das Facit, gefunden wird, ist folgende:

Multiplieiret das zweite und dritte Glied mit einander, und dividiret das herauskommende Product durch das erste Glied.

Um nun diese Regel beim Ansatz beständig vor Augen zu haben, setzt man zur Erinnerung zwischen das erste und zweite Glied das Zeichen der Division (:), und zwischen das zweite und dritte Glied das Zeichen der Multiplication ($\times$), als

$$\begin{array}{ccccccc} \text{tb} & & \text{Egr.} & & \text{tb} & & \\ 2 & : & 6 & \times & 8 & & \\ & & & & 6 & & \\ \hline & & & & 2 : 48 & & \end{array}$$

Facit oder Antwort 24 Egr.

Hier verhält sich nun 2 zu 6, gleich wie 8 zu 24: denn, 2 ist so oft in 6, als 8 in 24, nämlich dreimal enthalten. In beiden Verhältnissen ist die Zahl des Geldes 3 mal so groß, als die Zahl der Waar.

Diese zwei Verhältnisse, nämlich: 2 zu 6, und 8 zu 24, nennet man eine geometrische Proportion; worin

jedesmal das Product der beiden äußern Glieder, dem Producte der beiden innern oder mittlern Glieder gleich ist, als:

$$\begin{array}{ccccccc} & \text{th} & & \text{Sgr.} & & \text{th} & & \text{Sgr.} \\ 2 & : & 6 & = & 8 & : & 24 \\ & \downarrow & & & & \downarrow & & \\ & & 48 & & & & & \\ & \downarrow & & & & \downarrow & & \\ & & 48 & & & & & \end{array}$$

Regel zum Aufsatze.

1. In einer jeden Aufgabe kommt eine Fragezahl vor, von der man etwas zu wissen verlangt, wie z. B. in der obigen Aufgabe die 8 th. — Setzet diese Fragezahl allemal in die 3te Stelle rechter Hand.

2. Zur Beantwortung der Frage: was nämlich diese 8 th kosten, wird ein gewisser Preis, ein gewisses Verhältniß erfordert, und diesen Preis enthalten allemal die beiden übrigen Zahlen, wie nämlich hier: 2 th kosten 6 Sgr. — Von diesem Preise oder Verhältniß kommt allemal diejenige Zahl, welche der Fragezahl wirklich am Namen gleich ist, oder ihr doch gleichnamig gemacht werden kann, vorne in die erste Stelle, linker Hand zu stehen, wie hier die 2 th. — Endlich wird noch die andere Zahl des gegebenen Preises oder Verhältnisses, wie hier 6 Sgr. mitten, oder in die zweite Stelle gesetzt.

Da nun in jeder Aufgabe eine Fragezahl, und auch ein gegebener Preis, welcher immer aus zwei Zahlen bestehet, vorkommt: so suchet und schreibet vorläufig in den folgenden 10 ersten Aufgaben die Fragezahlen, und dann auch die Preise auf.

Anmerk. Die nach der gegebenen Regel gefundene vierte Zahl, oder das Facit, ist allemal der mittelsten Zahl, oder der zweiten Stelle, dem Namen nach gleich.

Ein Mehreres von Verhältnissen und Proportionen kommt in der Einleitung zur Regel detri in Brüchen vor.

Zusatz. Nach dem hier aufgestellten Beispiele steht, wie bisher gebräuchlich, Waar gegen Geld im Verhältniß, nämlich 2 th zu 6 Sgr., und 8 th zu 24 Sgr., also im Werth auch gleichnamig. Man kann aber auch Waar gegen Waar, und Geld gegen Geld in Verhältniß setzen, als: 2 th : 8 th = 6 Sgr. : 24 Sgr.

Die Richtigkeit ist ganz klar: denn, so wie die Fragezahl 8 th um 4mal größer ist, als ihre Verhältnißzahl

2 th: eben so muß auch der berechnete Werth derselben, nämlich 24 Sgr., um 4mal so groß seyn, als die Verhältnißzahl 6 Sgr. — Auch liefern die äußern und innern Glieder gleiche Producte, nämlich 48, wie vorhin.

Hierbei ändert sich die gegebene Regel zum Aufsatze nur in so fern, daß die Fragezahl jedesmal, als zweites Glied, zu der gleichnamigen Verhältnißzahl zu stehen kommt, wie hier 2 th : 8 th.

Zu der hier noch übrigen dritten Zahl, nämlich 6 Sgr., muß nun nach der Regeldetri eine solche Verhältnißzahl gesucht werden, daß sich auch 6 zu derselben verhält, wie 2 th zu 8 th. Man pflegt für diese noch unbekannte 4te Zahl gewöhnlich X zu setzen, als 2 th : 8 th = 6 Sgr. : X Sgr., und findet für $X = 24$ Sgr.

Zur Vorübung suchet nun zu folgenden Sätzen die 4te Verhältnißzahl, wobei man denkt und spricht:

$$\begin{array}{lcl} 1 & \text{verhält sich zu } 2, & \text{gleich wie } 2 \text{ zu } X = 4 \\ 2 & & 3, & & 4 & X = 6 \\ 3 & & 4, & & 6 & X = 8 \end{array}$$

und so weiter.

$$\begin{array}{lcl} 1 : 2 = 2 \text{ zu} & | & 2 : 3 = 4 \text{ zu} & | & 3 : 4 = 6 \text{ zu} \\ 1 : 2 = 3 \text{ zu} & | & 2 : 3 = 6 \text{ zu} & | & 3 : 4 = 9 \text{ zu} \\ 1 : 2 = 4 \text{ zu} & | & 2 : 3 = 8 \text{ zu} & | & 3 : 4 = 12 \text{ zu} \\ 1 : 2 = 5 \text{ zu} & | & 2 : 3 = 10 \text{ zu} & | & 3 : 4 = 15 \text{ zu} \end{array}$$

Uebungs- Aufgaben

zur

Regeldetri ganzer Zahlen.

Es gibt nur dreierlei Regeldetri-Aufgaben, nämlich:

1. Multiplications-Aufgaben, in welchem das erste Glied eine 1 ist.
2. Divisions-Aufgaben, in welchem das zweite, oder dritte Glied eine 1 ist.
3. Proportions-Aufgaben, in welchen alle drei Glieder aus mehreren Einern bestehen; wobei denn die gegebene Regel ganz angewendet werden muß, wonach nämlich das Product des zweiten und dritten Gliedes durch das erste Glied dividirt wird.

I. Multiplications-Aufgaben

in 5 Abtheilungen.

1. Wenn 1 Mltr. Hafer 4 Thlr. gilt: Wie viel kosten denn 24 Mltr.? Antw. 96 Thlr.

2. Wie viel tb Stahl bekommt man für 56 Thlr., wenn 16 tb 1 Thlr. kosten? Antw. 896 tb .

3. Wie viel Aepfel kauft man für 28 Sgr., wenn 12 Aepfel für 1 Sgr. gegeben werden? Antw. 336 Aepfel.

4. 1 Elle Lind kostet 4 Stbr.: Wie viel kosten demnach 24 Ellen? Antw. 96 Stbr. oder 1 pr. Thlr. 18 Stbr.

Anmerk. Man macht die geringeren Sorten zu größern, wenn ihre Anzahl dazu groß genug ist, wie hier 96 Stüber mit 78 zu pr. Thlr.

5. Wie viel kosten 16 Maaß Rübol, wenn jede Maaß 9 Sgr. gilt? Antw. 4 Thlr. 24 Sgr.

6. 1 tb Caffee zu 48 Kreuzer: Wie viel demnach 37 tb ? Antw. 29 Gulden 36 Kreuzer.

7. Wenn 1 Hering 1 Sgr. 2 Pf. gilt: Wie viel denn 9 Heringe? Antw. 10 Sgr. 6 Pf.

8. 1 tb Seife zu 2 Sgr. 8 Pf.: Wie viel muß man denn für 7 tb bezahlen? Antw. 18 Sgr. 8 Pf.

9. Wenn 1 Schritt 2 Fuß und 4 Zoll lang ist: Wie weit kommt man denn mit 127 Schritten? Antw. 18 Ruth. 8 Fuß 4 Zoll.

10. Wie viel Schweinefleisch bekommt man für 16 Thlr., wenn man 8 und 3 Viertel tb für 1 Thlr. gibt? Antwort 140 tb .

11. Einer gibt täglich 7 Sgr. 5 Pf. Kostgeld:

Wie viel machts in 12 Wochen und 3 Tagen?
 Antw. 21 Thlr. 15 Sgr. 3 Pf.

12. Ein Tagelöhner verdient täglich 13 Stb.
 8 Hl.: Wie viel denn in 13 Wochen und 4 Tagen?
 Antw. 18 Rthlr. 27 Stbr.

13. Wie viel kosten 6 Etr. 57 lb 18 Loth
 Waar, wenn jedes Loth 4 Stbr. 12 Hl. gilt?
 Antw. 1398 pr. Thlr. 25 Stbr. 8 Hl.

14. Einer kauft 36 Ellen Laken jede Elle zu
 2 Thlr. 12 Sgr.: Wie viel machts? Antw. 86
 Thlr. 12 Sgr.

15. 1 Dhm Bier zu 3 Thlr. 15 Sgr. 8 Pf.:
 Wie viel kosten demnach 13 Dhm? Antw. 47
 Thlr. 11 Sgr. 8 Pf.

16. 1 Etr. Waar thut an Fracht 2 Thlr. 16
 Mgr. 4 Pf.: Wie viel kosten denn 13 Pfundschwer
 und 2 Etr.? Antw. 100 Thlr. 28 Mgr. 4 Pf.

II. Divisions-Aufgaben

in 8 Abtheilungen.

17. Es schenkte jemand 3072 Nüsse an 24
 Kinder: Wie viel bekam davon jedes Kind? Ant-
 wort 128 Nüsse.

18. In einer Woche schlägt der Stundenham-
 mer 1092 mal auf die Glocke: Wie vielmal täg-
 lich? Antw. 156 Mal.

19. 1 lb Zucker zu 56 Kreuz.: Wie viel ko-
 stet demnach 1 Loth? Antw. 1 Kreuz. 3 Hl.

20. Wenn man 78 lb Waar für 16 Thlr. be-
 kommt: Wie viel ist das für 1 Thlr.? Antw. 4
 lb 28 Loth.

21. Wie theuer ist ein Maas Wein, wenn die Ohm 39 Rthlr. gilt? Antw. 29 Stbr. 4 Hl.

22. Wenn ich jährlich 73 Thlr. Kostgeld geben muß: Wie viel machts täglich? Antw. 6 Sgr.

23. Was gilt 1 Viert. Hafer, wenn für das Maltr. 2 Thlr. 16 Sgr. gefodert wird? Antw. 4 Sgr.

24. 1 Ries Schreibpapier zu 2 Thlr. 20 Sgr.: Was kostet jeder Bogen? Antw. 2 Pf.

25. Es hat jemand 485 Rthlr. 8 Stbr. 12 Hl. jährliches Einkommen: Wie viel hat er davon täglich? Antw. 1 Rthlr. 19 Stbr. 12 Hl.

26. Welches ist der 37ste Theil von 88 Etr. 64 tb 28 Loth? Antw. 2 Etr. 43 tb 12 Loth.

27. 1 Etr. Waar kostet 205 Thlr. 10 Sgr.: Wie viel denn 1 Loth? Antw. 1 Sgr. 9 Pf.

28. Wie theuer ist eine Maas, wenn 27 Thlr. 29 Mgr. für 1 Ohm bezahlt wird? Antw. 9 Mgr. 5 Pf.

29. Wenn 100 Fuß Bretter 7 Thlr. 15 Sgr. kosten: Wie theuer ist denn 1 Fuß? Antw. 2 Sgr. 3 Pf.

Anmerk. Wenn im ersten Gliede 10, 100 oder 1000 steht, so wird durchs Abschneiden dividirt.

30. 1000 große Nägel sind bezahlt worden mit 4 Rthlr. 10 Stbr.: Wie viel kostet denn 1 Nagel? Antw. 4 Hl.

31. Wenn 1 Loth Waar 1 Mgr. 6 Pf. gilt: Wie viel bekommt man denn für 21 Thlr.? Antwort 13 tb 16 Loth.

32. Einer verzehrt täglich 15 Stbr. 8 Hl.: Wie lange wird er mit 93 pr. Thlr. auskommen? Antw. 1 Jahr 14 Wochen 5 Tage.

III. Proportions-Aufgaben.

in 3 Abtheilungen.

33. 1 Elle Siamois zu 7 Sgr.: Wie viel sind demnach 27 Ellen und 3 Viertel werth?
 Antw. 6 Thlr. 14 Sgr. 3 Pf.

34. Ein Silberarbeiter kauft 9 Mark 14 Loth Silber, die Mark zu 10 Thlr. 16 Sgr.: Wie viel machts? 105 Thlr. 8 Sgr.

35. Von vier Säcken Waar wiegt A 138 tb , B 127 tb , C 355 tb und D 425 tb , jeder Ctr. zu 12 Guld. 35 Kreuz. 2 Hl.: Wie viel machts?
 Antw. 119 Guld. 37 Kreuz. 1 Hl.

36. Wenn man von 100 Thlr. Kapital jährlich 4 Thlr. Zinsen gibt: Wie viel Zinsen thun denn 430 Thlr.? Antw. 17 Thlr. 6 Sgr.

37. Eine geschlachtete Kuh wiegt 374 tb , jede 100 tb zu 8 pr. Thlr. 51 Stbr.: Wie viel muß bezahlt werden? und was kostet 1 tb ? Antw. 32 pr. Thlr. 28 Stbr. 8 Hl., jedes tb zu 6 Stbr. 12 Hl.

38. Einer kauft eine Karre Stahl von 1000 tb für 48. Thlr. 10 Sgr., und verkauft davon 75 tb : Wie viel muß er dafür fodern, wenn er an jedem tb einen halben Sgr. verdienen will?
 Antw. 4 Thlr. 26 Sgr. 3 Pf.

39. Einer kauft 4 Fässer Wein, A 1 Ohm 16 Mß., B 1 Ohm 48 Mß., C 2 Ohm 20 Mß., D 1 Ohm 7 Mß.; jede Ohm zu 38 Thlr. 15 Sgr. und noch an Fracht 1 Thlr. 25 Sgr.: Wie viel machts? Antw. 238 Thlr. 27 Sgr. 6 Pf.

40. Einer kauft bei 3 Bauern Roggen, von A 12 Mltr. 8 Viert., von B 7 Mltr. 3 Süm-

mer, von C 18 Mtr. 4 Viert., jedes Malter zu $2\frac{1}{2}$ pr. Thlr. und noch 20 Stbr. an Fracht: Wie viel muß er in Allem bezahlen? Antw. 106 pr. Thlr. 9 Stbr. 8 Hl.

IV. Gemischte Aufgaben.

Von allen vorhergehenden dreierlei Arten.

41. 1 tk Caffee wird gekauft für 15 Sgr.; Das Brennen und Mahlen kostet 1 Sgr; es verliert darüber am Gewicht 8 Loth: Wie theuer ist demnach ein Loth gemahlener Caffee? Antwort 8 Pf.

42. Es kauft jemand für 7 Thlr. 21 Sgr. 1 Mtr. Erbsen: Wie theuer muß er die Maas wieder verkaufen, wenn er daran 8 Pf. gewinnen will? — Das Säumer zu 31 und 1 halbe Mß. gerechnet. Antw. für 2 Sgr. 6 Pf.

43. Einer hat 75 Thlr. Geld; dafür kauft er zuerst 37 und 1 halbe Elle Rattun, jede Elle zu 17 Sgr. — Für die Hälfte des übrigen Geldes kauft er Ziz, wovon die Elle 21 Sgr. 6 Pf. gilt, und für die andere Hälfte 6 Stück 17 und 1 Viertel Elle leinen Tuch, das Stück zu 24 Ellen: Wie viel Ellen Ziz hat er bekommen? und wie theuer ist jede Elle Leinwand gewesen? Antw. 37 Ellen und 2 Viert. Ziz, und 5 Sgr. jede Elle Leinwand.

44. Es hat jemand ein Capital von 675 Thlr. zu 4 Thlr. 15 Sgr. Procent auf Interesse ausstehen: Wie viel Zinsen hat er davon jährlich zu empfangen? Antwort 30 Thlr. 11 Sgr. 3 Pf.

45. Einen gemästeten Ochsen kaufte jemand für 50 Thlr. 15 Sgr., und bezahlte noch für das

Schlachten und Salzen 21 Sgr. Nach dem Schlachten wog er mit dem Nierenfett, welches 30 tb schwer war, 650 tb . Er bekam dabei in den Kauf an Darmfett 54 tb ; auch die Haut, welche 72 tb wog, wovon jedes tb 1 Sgr. 8 Pf., und jedes tb Fett durcheinander 3 Sgr. 6 Pf., und das Eingeweide 1 Thlr. 7 Sgr. gerechnet wurde. Die Frage ist: Wie theuer ist ihm jedes tb Fleisch zu stehen kommen? Antw. 1 Sgr. 9 Pf.

46. Einer kauft ein Stück Linnen, von 64 und 1 halbe Elle, für 11 Thlr. 24 Sgr. 9 Pf. — Hiervon verkauft er jede Elle für 7 Sgr. 2 Pf.: Wie viel hat er überhaupt, wie auch an jeder Elle gewonnen? Antw. 3 Thlr. 17 Sgr. 6 Pf. überhaupt, und 1 Sgr. 8 Pf. an jeder Elle.

47. Wenn jemand ein Faß Rüßöl, von 176 und 1 Viertel Maaf, für 30 fr. Kronth. zu 47 Sgr., und dazu noch 1 Thlr. 28 Sgr. 9 Pf. eingekauft hat: Wie theuer muß er jede Maaf wieder verkaufen, wenn er daran 3 Sgr. 4 Pf. gewinnen will? und was ist dann sein ganzer Gewinn? Antw. jede Maaf für 11 Sgr. 8 Pf., und 19 Thlr. 17 Sgr. 6 Pf. sein ganzer Gewinn.

48. Einer kaufte ein Gefäß voll Butter von 86 tb und 12 Loth schwer, jedes tb Butter zu 9 Stbr. 8 Hlr., und zahlte gleich $7\frac{1}{2}$ pr. Thlr. auf Rechnung. Nach dem Verbrauche der Butter wog das ledige Gefäß selbst 8 tb 16 Loth: Wie viel mußte er noch nachzahlen? Antw. 2 Rthl. 34 Stbr. 13 Hlr.

49. Wenn man Gerste naß macht, auskeimen und wieder trocknen läßt, so bekommt man Malz. Nun kauft jemand 6 Malter Malz, jedes Mltr. zu 4 Thlr. 11 Sgr., auch noch 8 und ein halb tb Hopfen, jedes für 7 Sgr. 6 Pf., und läßt

Bier daraus brauen; zahlt an Braukosten 24 Thlr. 3 Sgr. 7 Pf. und bekommt 2360 Maaß Bier: Wie viel kostet ihm davon jede Maaß? und wie viel würde er gewinnen, wenn er jede Ohm für 4 Thlr. 10 Sgr. verkaufte? Antw. 8 Pf. jede Mß., und 45 Thlr. 26 Sgr. 8 Pf. Gewinn.

50. Einer kauft 4 Fässer Waar; davon befin-
det sich in A 3 Etr. 38 tb , in B 3 Etr. 17 tb ,
in C 3 Etr. 8 tb , und in D 3 Etr. 25 tb .; be-
zahlt für den Etr. 12 Thlr. 11 Sgr. 3 Pf., und
für jedes Pfundschwer 4 Thlr. 3 Sgr. 9 Pf. Fracht.
— Hiervon verkauft er einem Andern für 66 Thlr.
8 Sgr. 3 Pf., nimmt aber auf jeden Etr. 1 Thlr.
11 Sgr. 3 Pf. Nutzen. Die Frage ist: Wie viel
er für die Waar bezahlt hat? was jedes tb gekostet?
wie viel er nach dem Verkauf von der Waar noch be-
halten? und wie viel er durch den Verkauf über-
haupt, auch an jedem tb gewonnen hat?

Antw. $\left\{ \begin{array}{l} 176 \text{ Thlr.} \\ 3 \text{ Sgr. 9 Pf.} \\ 8 \text{ Etr. und 46 } \text{tb} \text{ behalten.} \\ 6 \text{ Thlr. 9 Pf. überhaupt, und} \\ 4\frac{1}{2} \text{ Pf. an jedem Pfund gewonnen.} \end{array} \right.$

Vom Aufheben.

Zwei oder mehrere Zahlen, durch eine solche gemein-
schaftliche Zahl dividiren, daß nichts übrig bleibt, heißt
Aufheben; man nennet es auch Messen. Z. B. die
Zahlen 18 und 27 lassen sich mit der gemeinschaftlichen
Ziffer 3, aber auch mit 9 gegen einander aufheben, oder
ohne Rest ausmessen, als

$$\begin{array}{rcl} 3) 18 : 27 & & \text{oder } 9) 18 : 27 \\ \hline 6 : 9 & & 2 : 3 \end{array}$$

Die Zahlen werden also durch das Aufheben verklei-

nert, ihr Verhältniß aber bleibt dabei unverändert; denn 18 verhält sich zu 27, wie 6 zu 9, oder auch wie 2 zu 3, welches das kleinste Verhältniß von 18 und 27 in ganzen Zahlen ist. Das Aufheben ist also bei der ganzen Rechenkunst von sehr großem Nutzen, weil man mit kleinen Zahlen leichter und bequemer rechnen kann, als mit großen.

Das Aufheben kann überhaupt angewandt werden beim Dividiren: folglich auch bei der Regel detri, wo das erste Glied gegen das zweite oder dritte aufgehoben werden darf. Ferner bei der Kettenregel, wo die Zahlen der linken Seite, gegen die auf der rechten dürfen aufgehoben werden. Besonders aber ist das Aufheben bei den Brüchen gebräuchlich und nützlich, indem man dadurch die Zähler und Nenner gegen einander verkleinert, jedoch an ihrem Werthe nicht vermindert.

Es ist also eine Sache von Wichtigkeit, sich folgende Kennzeichen recht bekannt zu machen, wonach man geschwind wissen kann, ob und womit zwei oder mehrere Zahlen gegen einander aufgehoben oder verkleinert werden können.

Diese Kennzeichen beziehen sich theils auf gerade und ungerade Zahlen; theils auch auf Quersummen.

Gerade Zahlen sind diejenigen, deren Endziffer zur rechten Hand eine 2, 4, 6, 8 oder 0 ist.

Ungerade Zahlen sind diejenigen, deren Endziffer zur rechten Hand eine 1, 3, 5, 7 oder 9 ist.

Die Quersumme einer Zahl wird gefunden, wenn man alle einzelne Ziffern, woraus die Zahl bestehet, zusammen addiret. Z. B. Von 1829 ist die Quersumme 20: denn $1 + 8 + 2 + 9 = 20$.

Begründende Erklärung der Kennzeichen zum Aufheben.

Jede Zahl ist durch 1, auch durch sich selbst theilbar.

— Ungerade Zahlen lassen sich nur durch ungerade Zahlen aufmessen; doch giebt es auch gerade Zahlen, die durch ungerade aufgehen, z. B. 12 durch 3.

Ob eine Zahl durch 2, 4, 8, 16 u. s. w., so wie auch, ob sie durch 5 oder 10 aufgeht, kann man schon an den Endziffern rechter Hand erkennen.

Weil 2 die erste und kleinste gerade Zahl ist, so folgt schon von selbst, daß alle andere gerade Ziffern, mithin auch alle mehrziffrige Zahlen, deren Endziffer gerade ist, durch 2 ohne Rest aufgehen. Eben so lassen sich auch alle einfache Rangzahlen: 10, 100, 1000 u. s. w., so wie auch die vielfachen Rangzahlen: 40, 500, 7000 u. s. w., durch 2 ohne Rest dividiren.

Durch $4 = 2 \cdot 2$ gehen alle Rangzahlen, die 2 oder mehrere Nullen haben, augenscheinlich ohne Rest auf; daher denn auch alle andere Zahlen, wenn nur anstatt der 2 Nullen ihre 2 Endziffern durch 4 theilbar sind.

Durch $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ heben sich alle Rangzahlen auf, wenn sie nur wenigstens 3 Nullen haben: folglich auch alle andere Zahlen, wenn anstatt der 3 Nullen nur ihre 3 Endziffern durch 8 aufgehen.

Durch $16 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ lassen sich alle Rangzahlen von wenigstens 4 Nullen aufmessen: mithin auch jede andere Zahl, wenn anstatt der 4 Nullen sich nur ihre 4 Endziffern durch 16 ohne Rest dividiren lassen.

Eben so gehen auch alle Rangzahlen durch $32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$, und durch $64 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$ ohne Rest auf, wenn sie wenigstens 5 oder 6 Nullen haben, oder an deren Stellen solche Zahlen stehen, die durch 32 oder 64 ohne Rest theilbar sind.

Die Ziffer 5 geht durch sich selbst, so wie auch in 10 und allen Rangzahlen auf: daher denn auch in allen solchen Zahlen, die eine 5 oder 0 zur Endziffer haben.

Die Zahl 10 mißt alle Rangzahlen ohne Rest auf.

Zur Wiederholung, zugleich auch zu einer desto leichtern An- und Uebersicht und zum bessern Behalten, kann man sich die vorstehenden Kennzeichen in folgender Ordnung denken:

Auf 1ne Endstelle bezieht sich 2, 5 und 10.

" 2 Endstellen die durch 4 aufgehen

" 3 " " " 8 " "

" 4 " " " 16 " "

" 5 " " " 32 " " u. s. w.

Von der Ziffer 9.

Dividiret man die einfachen Rangzahlen: 10, 100, 1000 u. durch 9: so ist jedes Mal der Rest = 1. Hat

aber die Rangzahl, wie nämlich die vielfachen, in der höchsten Stelle eine mehr als 1 geltende Ziffer oder Zahl, z. B. 500, 13000; so entsteht zuletzt der nämliche Rest, den auch die Ziffer oder Zahl in der höchsten Stelle für sich allein gibt. Z. B.

1000 : 9 gibt den Rest 1

500 : 9 . . . 5, denn 5 : 9 restirt auch 5.

1300 : 9 . . . 4, und 13 : 9 . . . 4.

Eben so läßt es sich bei jeder Zahl, die durch 9 dividirt werden soll, auch ohne wirkliche Division, leicht finden, ob und wie viel dabei übrig bleibt, oder ob es gerade aufgehen werde. Wird z. B. in der Zahl 65724 der Werth jeder Zifferstelle durch 9 dividirt: so entstehen folgende Reste:

$$\left. \begin{array}{l} 60000 : 9, \text{ restirt } 6 \\ 5000 : 9, \quad . \quad . \quad 5 \\ 700 : 9, \quad . \quad . \quad 7 \\ 20 : 9, \quad . \quad . \quad 2 \\ 4 : 9, \quad . \quad . \quad 4 \end{array} \right\} = 24, \text{ Summe der Reste.}$$

Dividirt man die Summe dieser Reste = 24 durch 9: so ergibt sich der Rest = 6. Dieser Rest kommt auch heraus, wenn die Zahl 65724 wirklich durch 9 dividirt wird.

Es ist jedoch nicht nöthig, die Reste von jeder Zifferstelle zu suchen, oder die gegebene Zahl durch 9 wirklich zu dividiren, um den letzten Rest der Division zu finden; dieser Rest findet sich viel leichter und geschwinder, wenn man nur die Quersumme von einer gegebenen Zahl durch 9 dividirt, wie solches oben augenscheinlich hervorgehet.

Die Quersumme von der Zahl 62724 ist also auch $6 + 5 + 7 + 2 + 4 = 24$, und gibt daher auch denselben letzten Rest = 6, wie oben. Die Zahl geht also durch 9 ohne Rest nicht auf. Würde aber eine von den 5 Zifferstellen um 6 kleiner, oder um 3 größer seyn, wie z. B. 65124, oder 68724: dann sieht man gleich, daß beide durch 9 aufgehen, weil ihre Quersummen, 18 und 27, durch 9 theilbar sind.

Das Aufhebe-Kennzeichen für 9 ist also in der Quersumme, wenn diese nur durch 9 theilbar ist, begründet.

Was hier von der Eigenschaft der Ziffer 9 entdeckt worden, das findet sich auch bei der Ziffer 3. Zur nützlichen Selbstübung können hierüber ähnliche Untersuchungen angestellt werden.

Weil nun die Ziffer 3 in 9 aufgeht, so beruhet auch ihr Aufhebe-Kennzeichen auf der Quersumme.

Von der Zahl 11.

Werden die einfachen Rangzahlen, von gerader Anzahl Nullstellen, durch 11 dividirt, so restirt immer $= 1$; dahingegen bleibt bei ungeraden Nullstellen jedes Mal 10 übrig. Z. B. 100 oder 10000, durch 11 dividirt, restirt $= 1$, und bei 10, 1000, 100000 bleibt 10 übrig, folglich hier 1 zu wenig, und dort 1 zu viel. Wenn daher dort 1 subtrahirt, und hier 1 addirt wird: so kommen für 11 theilbare Zahlen heraus. Z. B. dort: $100 - 1 = 99$, oder $10000 - 1 = 9999$; hier: $10 + 1 = 11$; $10000 + 1 = 10001$, oder $100000 + 1 + 100001$.

Aus dieser entdeckten Eigenschaft wird nun ein künstliches Versuchungsmittel hergeleitet, um eine Zahl für die Division mit 11 zu prüfen.

Man addirt nämlich, von vorn oder hinterher, die Ziffern in den ungeraden Stellen, hernach auch in den geraden Stellen; wenn dann der Unterschied dieser beiden Summen durch 11 theilbar ist: so geht auch die Zahl selbst durch 11 ohne Rest auf. Z. B. In der Zahl 15753716 ist die Summe der ungeraden Stellen $= 1 + 7 + 3 + 1 = 12$; in den geraden Stellen $= 5 + 5 + 7 + 6 = 23$, folglich der Unterschied beider Summen $= 23 - 12 = 11$, mithin durch 11 theilbar, so wie auch die Zahl selbst, denn der Quotient ist $= 1432156$.

In diesem Quotienten ist die Summe der ungeraden Stellen $= 1 + 3 + 1 + 6 = 11$, und in den geraden Stellen $= 4 + 2 + 5 = 11$, folglich der Unterschied dieser Summen $= 11 - 11 = 0$, also durch 11 theilbar, darum auch die Zahl selbst, denn ihr Quotient ist $= 130196$.

Dieser Quotient hat in den ungeraden Stellen zur Summe $10 = 1 + 0 + 9$, und in den geraden auch $10 = 3 + 1 + 6$, mithin zum Unterschied dieser Summen

$0 = 10 - 10$: daher durch 11 theilbar, desgleichen auch die Zahl selbst, denn ihr wirklicher Quotient ist $= 11836$.

In diesem Quotienten haben die ungeraden Stellen $1 + 8 + 6 = 15$ zur Summe, und die geraden $3 + 1 = 4$: daher ist ihr Unterschied $= 15 - 4 = 11$, welcher durch 11 theilbar ist, so wie auch die Zahl selbst, denn sie hat zum Quotienten 1076.

Endlich ist in diesem Quotienten die ungerade Summe $= 1 + 7 = 8$, und die gerade $0 + 6 = 6$: folglich der Unterschied $= 8 - 6 = 2$, mithin durch 11 nicht theilbar, darum auch die Zahl selbst nicht, denn dazu ist sie um diese 2 zu klein, oder um 9 zu groß.

Ein anderes Versuchsmittel zum Aufheben mit 11, ist folgendes: Man subtrahirt die erste Stelle linker Hand von der folgenden; den Rest wieder von der nächstfolgenden Stelle u. s. w. Wenn aber der Rest von der folgenden Stelle nicht abgezogen werden kann: so vermindert man ihn um 1, vergrößert aber die Stelle selbst um 10, und zieht dann ab. Man spricht z. B. bei der Zahl 26719 so: 2 von 6 bleibt 4; 4 von 7 bleibt 3; weil aber 3 von der folgenden 1 nicht subtrahirt werden kann, sagt man: 2 von 11 bleibt 9, und endlich 9 von 9 geht auf, als Kennzeichen, daß auch die Zahl selbst durch 11 theilbar ist. Was aber bei diesem Versuche etwa restirt, das bleibt auch bei der wirklichen Division mit 11 übrig.

Der Grund und die Richtigkeit dieses Verfahrens ist leicht einzusehen, indem man dabei eben so verfährt, als wenn man die Zahl durch 11 wirklich dividirt. Hierauf gründet sich denn auch das umgekehrte Verfahren, da man nämlich damit bei der ersten Stelle rechter Hand anfängt, wie gewöhnlich zu subtrahiren, welches daher leichter und geschwinder verrichtet werden kann: darum ist auch dieses nur zum Aufhebe-Kennzeichen mit 11 an gegeben worden.

Man hat dazu auch noch ein viertes Kennzeichen, welches hier deswegen verdient, beigefügt zu werden, weil es zugleich auch anstatt der Kenners oder Quersummenprobe gebraucht werden kann, wie hernach Seite 78 gezeigt werden soll.

Man theile nämlich die gegebene Zahl, von der rechten nach der linken Seite hin, in Classen von 2 Ziffern

stellen ab, subtrahiret von jeder Classe die nächstkleinere durch 11 theilbare Zahl; schreibt die Reste darunter, oder drüber, und addirt dieselben. Wenn dann diese Summe durch 11 aufgeht, so ist denn auch die Zahl selbst durch 11 theilbar. Im entgegengesetzten Falle subtrahirt man auch von der Summe der Reste die nächstkleinere durch 11 theilbare Zahl, und was dabei restirt, das bleibt auch bei der Division mit 11 übrig. Z. B. diene die vorige erste und letzte Zahl: 15753716 und 26719.

$$\text{I. } 15, 75, 37, 16$$

$$\text{II. } 2, 67, 19$$

$$\text{Reste } 4 + 9 + 4 + 5 = 22.$$

$$2 + 1 + 8 = 11$$

$$11, 66, 33, 11$$

$$66, 11.$$

Der Grund hiervon fällt gleich in die Augen, denn wenn die durch 11 theilbaren Reste von der Zahl abgezogen werden, so muß nothwendig eine durch 11 theilbare Zahl übrig bleiben, wenn auch jene Zahl selbst durch 11 aufgeht, wie oben zu ersehen ist.

Von andern Primzahlen, z. B. von 7, 13, 17, 19 u. dgl. m., fehlen entweder die Kennzeichen zum Aufheben, oder sie sind doch zum practischen Gebrauche viel zu künstlich und zu unbequem, und daher der wirkliche Versuch zum Aufheben vorzuziehen.

Die Kennzeichen von zusammen gesetzten oder Producten=Zahlen sind aus ihren Factoren zu entnehmen. So wird z. B. aus den Kennzeichen von 2 und 3, auch das Kennzeichen von $6 = 2 \text{ mal } 3$ hergeleitet. Weiß man die Kennzeichen von 3 und 4; von 3 und 5; von 2 und 9; von 2 und 11; so weiß man sie auch von $12 = 3 \text{ mal } 4$; von $15 = 3 \text{ mal } 5$; von $18 = 2 \text{ mal } 9$; von $22 = 2 \text{ mal } 11$ u. s. w.

Auf diese Begründung der Aufhebe=Kennzeichen mögen dieselben auch nach der Zahlordnung gemäß, zum Auswendiglernen und zur Uebung, nach einander folgen.

Kennzeichen von 2.

Alle Zahlen, deren End=Ziffer rechter Hand gerade, oder eine 2, 4, 6, 8 oder 0 ist, lassen sich durch 2 aufheben. Z. B. 3674 oder 5796 oder 1350.

Kennzeichen von 3.

Alle Zahlen, deren Quersumme durch 3 theilbar ist,

heben sich auch mit 3 auf. Z. B. 1752, weil $1 + 7 + 5 + 2 = 15$ durch 3 aufgeht.

Kennzeichen von 4.

Alle Zahlen, woran die zwei letzten Ziffern, rechter Hand, durch 4 theilbar sind, heben sich auch mit 4 auf; die übrigen Ziffern mögen beschaffen seyn, wie sie wollen. Z. B. 35792, weil 92 durch 4 aufgeht.

Kennzeichen von 5.

Alle Zahlen, deren Endziffer rechter Hand eine 5 oder 0 ist, messen sich mit 5 aus. Z. B. 7365 oder 8170.

Kennzeichen von 6.

Alle Zahlen, deren Endziffer rechter Hand gerade und die Quersumme durch 3 theilbar ist, lassen sich durch 6 aufheben: denn 6 bestehet aus 2mal 3. Z. B. 7458, weil 8 gerad, und $7 + 4 + 5 + 8 = 24$ durch 3 aufgeht.

Kennzeichen von 8.

Alle Zahlen, woran die drei letzten Ziffern durch 8 theilbar sind, lassen sich mit 8 aufheben. Z. B. 91768 weil 768 durch 8 aufgeht.

Kennzeichen von 9.

Alle Zahlen, deren Quersumme durch 9 theilbar ist, messen sich auch selbst mit 9 auf. Z. B. 38178, weil $3 + 8 + 1 + 7 + 8 = 27$ durch 9 aufgeht.

Kennzeichen von 10.

Alle Zahlen, woran die Endziffer rechter Hand eine 0 ist, heben sich mit 10 auf. Z. B. 1800.

Kennzeichen von 11.

Alle Zahlen lassen sich durch 11 aufheben, wenn die letzte Ziffer rechter Hand von der vorlestern; der Rest von der folgenden; dieser Rest wieder von der nächstfolgenden Ziffer, und so bis zu Ende abgezogen wird, und der letzte Ueberschuß eine 0 ist. Z. B.

817652

oder 745239

07433

06774

Kennzeichen von 12.

Alle Zahlen lassen sich durch 12 aufheben, woran die zwei letzten Ziffern durch 4, und die Quersummen durch 3 theilbar sind: denn 12 besteht aus 4 mal 3. Z. B. 7356, weil 56 durch 4, und $7 + 3 + 5 + 6 = 21$ durch 3 aufgeht.

Kennzeichen von 15.

Alle Zahlen, deren Endziffer rechter Hand eine 5 ober 0, und die Quersumme durch 3 theilbar ist, heben sich durch 15 auf: denn 15 besteht aus 5 mal 3. Z. B. 61725 oder 59820.

Kennzeichen von 16.

Alle Zahlen, woran die vier letzten Ziffern durch 16 theilbar sind, gehen durch 16 auf. Z. B. 673872.

Kennzeichen von 18.

Alle Zahlen deren Endziffer rechter Hand gerade, und ihre Quersummen durch 9 theilbar sind, heben sich durch 18 auf: denn 18 besteht aus 2mal 9. Z. B. 527562.

Anmerkung. Aus diesen vorhergehenden Kennzeichen, können die Kennzeichen zu mehr andern Zahlen leicht gefunden werden. Z. B. Das Kennzeichen zu 24 wird zusammengesetzt aus den Kennzeichen von 3 und 8: folglich heben sich alle Zahlen mit 24 auf, woran die drei letzten Ziffern durch 8, und ihre Quersummen durch 3 theilbar sind, als: 15792.

1. Uebungen.

1. Mit welchen Zahlen läßt sich 8371440 aufheben? Antw. Mit . . . Warum? Antw. Weil. . . .

2. Mit welchen Zahlen läßt sich 233904 nicht aufheben? Antw. Nicht mit Warum nicht? Weil

3. Womit lassen sich folgende Paar Zahlen gegen einander verkleinern? 28 und 36. 36 und 42. 45 und 48. 75 und 120. 54 und 81. 35 und 49. 64 und 72. 84 und 112. 72 und 96. 536 und 672. 9042 und 18546. 233904 und 8371440.

Den größten gemeinschaftlichen Divisor
zweier Zahlen zu finden.

Bisweilen aber fehlt es gänzlich an Kennzeichen, ob und wodurch zwei Zahlen, oder ein Bruch, gegen einander aufgehoben oder verkleinert werden können: da findet man denn auf folgende Art die größte Aufhebezahl:

Dividiret die größere Zahl durch die kleinere, oder den Nenner durch den Zähler, und ferner allemal den gebrauchten Divisor durch den vorhin übrig gebliebenen Rest. Der zuletzt gebrauchte Divisor, welcher in seinem Dividenten ohne Rest aufgegangen, ist denn auch das größte gemeinschaftliche Maaß, wodurch die zwei Zahlen, oder Zähler und Nenner, gegen einander aufgehoben oder verkleinert werden können. Z. B. Wodurch kann man 1703 und 3289, und den Bruch $\frac{2669}{7123}$ aufheben?

I. große 3289	1	II. Nenner 7123	2
kleine 1703	1	Zähler 2669	1
Rest 1586	13	Rest 1785	2
„ 117	1	„ 884	52
„ 65	1	„ 17	
„ 52	4		
„ 13			

Folglich lassen sich die zwei Zahlen durch 13, und der Bruch durch 17 aufheben, als:

$$13) 1703 : 3289$$

$$131 : 253$$

$$\frac{2669}{7123} = \frac{157}{417}$$

Dieses angegebene Verfahren gründet sich auf den bekannten Satz: Wenn bei einer Division etwas übrig bleibt, und man multiplicirt den Quotienten mit dem Divisor, addirt aber zu diesem Producte den übrig gebliebenen Rest: so muß, zur Probe, der Divident wieder herauskommen. Z. B.

$$\begin{array}{l} \text{Divisor } 8 : 75 = 9 \text{ der Quotient} \\ \text{Rest } = 3 \quad \quad 8 \text{ der Divisor} \end{array}$$

$$72 + 3 = 75 \text{ der Divident.}$$

Bei dem oben gegebenen I. Beispiele blieben vor und nach folgende Reste übrig: 1586, 117, 65, 52, 13. Die-

Der letzte Rest $= 13$ geht nicht allein in dem vorletzten Reste $= 52$ auf; sondern auch in allen vorhergehenden Resten, wie leicht nachzusehen ist. Hieraus folgt denn von selbst, daß auch jene zwei Zahlen, 1703 und 3289, durch 13 ohne Rest theilbar seyn müssen, welche sich daher gegen einander verhalten, wie 131 zu 253. Daß hier aber 13 die möglichgrößte Aufhebezahl ist, wird daran erkannt, weil die Zahlen 131 und 253 keinen gemeinschaftlichen Divisor mehr haben, indem sie bei dem vorbeschriebenen Verfahren endlich auf den Divisor 1 kommen, welche daher Primzahlen gegen einander sind.

2. U e b u n g.

4. Wodurch lassen sich folgende Paar Zahlen gegen einander verkleinern? 663 und 884. 532 und 665. 345 und 798. 6251 und 10013. 44069 und 91313. 402831 und 665379.

Wenn aber bei dieser Arbeit der Divisor endlich auf 1 kommt, so kann man versichert seyn; daß sich die beiden Zahlen nicht gegen einander verkleinern lassen, wie z. B. 358 und 399.

3. U e b u n g.

5. Untersucht, ob sich folgende Paar Zahlen gegen einander aufheben lassen, oder nicht. 1365 und 10208. 23051 und 41328. 280426 und 791301. 6468 und 9009.

Begründung der Quersummenprobe.

Die bei den vier Rechnungsarten angegebenen Quersummen-Proben gründen sich auf die Reste, welche bei der Division mit gewissen Zahlen entstehen, wozu sich vornehmlich die Divisoren 9 und 11 eignen, von denen jedoch die Ziffer 9 zu diesem Gebrauche am bequemsten ist, woher denn die Quersummen-Probe auch wohl Neuner-Probe genannt wird.

Vorhin ist schon bei dem Aufhebe-Kennzeichen von 9 gezeigt worden, daß bei der Division der einfachen Rang-

zahlen durch 9, jedes Mal der Rest = 1 übrig bleibt, und daß bei den vielfachen Rangzahlen der nämliche Rest entsteht, welchen auch die mehr als 1 geltenden Ziffern in den höchsten Stellen zurück lassen. Ferner ist daselbst auch augenscheinlich hervorgegangen, daß die durch 9 dividirte Quersumme von allen und jeden Zahlen dieselben Reste gibt, welche auch bei der wirklichen Division derselben Zahlen durch 8 jedesmal übrig bleiben. Zur Wiederholung diene z. B. die Zahl 8539. Die Quersumme derselben ist $8 + 5 + 3 + 9 = 25$, diese, durch 9 dividirt, gibt den Rest = 7. Dieser Rest bleibt auch zurück, wenn die Zahl selbst durch 9 dividirt wird.

Auf eben dieselben Reste kommt man auch, wenn man die mehrziffrigen Quersummen auf die einziffrigen bringt. Z. B. die obige zweiziffrige Quersumme 25, giebt die einziffrige $2 + 5 = 7$, ist also dem obigen Reste gleich. Die einziffrige Quersumme ist zwar bei allen Zahlen, welche durch 9 ganz aufgehen, immer = 9; wird diese aber durch 9 dividirt: so gibt sie den nämlichen Rest = 0, wie auch die wirkliche Division der Zahl selbst durch 9.

Man schließt daher bei den vier Rechnungsarten aus der Gleichheit der einziffrigen Quersummen mit hoher Wahrscheinlichkeit auf die Richtigkeit der geschehenen Arbeit; und zwar 1) bei der Addition, wenn die einziffrige oder letzte Quersumme von den summirenden Zahlen zusammen, der letzten Quersumme von der herausgekommenen Hauptsumme gleich ist. 2) Wenn bei der Subtraction die letzte Quersumme von den Subtrahenden und von dem Reste zusammen, gleich ist der letzten Quersumme von dem Minuenden. 3) Bei der Multiplication, wenn das Product von den beiden letzten Quersummen der Factoren die nämliche letzte Quersumme herausbringt, welche auch aus dem Hauptproducte der Factoren entspringt. Endlich 4) wenn bei der Division die letzte Quersumme von dem Producte, welches aus den einziffrigen Quersummen des Divisors und des Quotienten entsteht, der letzten Quersumme von dem Dividenten gleich ist.

Man sehe übrigens die Regeln dieser Proben am gehörigen Orte nach; besonders die Anmerkung bei der Multiplications-Probe, welche auch für die übrigen gilt.

Zusatz. Das vorhin Seite 71 beigefügte vierte Aufhebe-Kennzeichen für die Zahl 11 dient auch eine Elferprobe, um die Richtigkeit arithmetischer Arbeiten zu prüfen. Sie ist zwar nicht so bequem, wie die Quersummenprobe: dagegen aber desto zuverlässiger, und erhebt jene hohe Wahrscheinlichkeit, zu einer fast untrüglichen Gewissheit, wie hier nur beiläufig an einer Multiplication zu sehen ist. 3. B. $6375482 \times$ mit $4705 = 29996642810$.

Factor = 6 , 37 , 54 , 82 Factor = 47 , 05

Elfer = 0 , 33 , 44 , 77 Elfer = 44 , 0

Reste = $6 + 4 + 10 + 5 = 25$. Reste = $3 + 5 = 8$.
mit 8

Product der Reste = $200 - 198 = 2$ Probezhl.

Prod. = 2 , 99 , 96 , 64 , 28 , 10

Elfer = 0 , 99 , 88 , 55 , 22 , 0

Reste = $2 + 0 + 8 + 9 + 6 + 10 = 35 - 33 = 2$ Prbz.

Erklärung. Man subtrahirt nämlich von dem Producte der beiden Restensummen der Factoren, (8. 25 = 200); desgleichen auch von der Restensumme des Hauptproducts, (35), die nächstkleinern, durch 11 theibaren Zahlen, (198 und 33), wobei man denn zur Probe gleiche Reste, wie hier die Probezahlen 2, erwartet.

Von den Brüchen überhaupt.

Wenn man ein Ganzes in etliche Theile theilet, und nimmt davon einen Theil oder etliche Theile, so hat man einen Bruch. Nimmt man z. B. vier Pfenningsstücke, so hat man einen ganzen Silbergroschen in 4 gleichen Theilen. Ein Pfistück ist also Einviertel-Sgr.; drei Pfistücke sind aber Dreiviertel-Sgr.

Ein Bruch entsteht also aus einem Theil, oder mehreren gleichen Theilen eines Ganzen, und wird durch das Zeichen der Division, nämlich durch einen Querstreich ausgedrückt.

Die Zahl unter dem Querstreich zeigt an, in wie viel gleiche Theile das Ganze, wovon der Bruch hergenommen ist, getheilt worden, und wird deswegen Nenner genannt.

Die Zahl über dem Querstreich zeigt an, wie viel gleiche

Theile von diesem Ganzen der Bruch enthält, und wird deswegen Zähler genannt. Z. B. Dreiviertel wird so geschrieben: $\frac{3}{4}$. — 4 ist der Nenner, und 3 der Zähler. Ein Bruch bekommt daher vom Nenner seinen Namen und vom Zähler seinen Werth.

Um einen desto deutlichere Begriff von einem Bruch zu bekommen, so machet euch selbst eine Linie, z. B. wie AB und stellet euch darunter die Länge einer Elle vor. Theilet sie in der Mitte bei c in zwei gleiche Theile; so ist Ac, oder Bc = $\frac{1}{2}$ Elle. Theilet jede Hälfte wieder in zwei gleiche Theile; so ist Ad = $\frac{1}{4}$, und Ae = $\frac{3}{4}$ Elle. Wenn ihr noch weiter jedes Viertel in zwei gleiche Theile theilet; so ist jedes derselben, z. B. Af = $\frac{1}{8}$ Viertel, oder $\frac{1}{8}$ von der ganzen Elle AB: folglich wäre demnach Ag = $\frac{3}{8}$, oder Ah = $\frac{5}{8}$ Elle u. s. w.



Aus dieser eingetheilten Linie lassen sich folgende neun nützliche Bemerkungen herleiten:

1. Die oben stehenden Brüche, sind den darunter stehenden an Länge und Werth gleich, nämlich: $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}, \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$. Wenn man daher einen von diesen obenstehenden Brüchen aufhebt; so kommt der darunter stehende heraus.

Einen Bruch aufheben heißt: den Zähler und Nenner desselben mit einer solchen gemeinschaftlichen Zahl dividiren, daß nichts übrig bleibt. Z. B. obige Brüche:

$$\frac{2}{8} = \frac{1}{4}, \quad \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad \frac{6}{8} = \frac{3}{4}, \quad \frac{8}{8} = 1.$$

Folglich verlieren die Brüche durch das Aufheben an ihrem Werth nichts: die dadurch entstehenden Brüche sind den vorhergehenden am Werthe völlig gleich, weil das Verhältniß des Nenners zum Zähler unverändert bleibt. Ihr Werth ist aber in kleinern Zahlen besser und deutlicher zu erkennen; auch mit aufgehobenen Brüchen bequemer zu rechnen: darum ist das Aufheben der Brüche von sehr großem Nutzen.

1. U e b u n g.

Hebet folgende Brüche auf: $\frac{4}{8}, \frac{6}{9}, \frac{8}{12}, \frac{2}{12},$
 $\frac{12}{18}, \frac{12}{16}, \frac{12}{18}, \frac{15}{18}, \frac{15}{20}, \frac{16}{20}, \frac{14}{21}, \frac{11}{22}, \frac{16}{24}, \frac{18}{24}, \frac{21}{28},$
 $\frac{25}{30}, \frac{28}{36}, \frac{36}{42}, \frac{45}{48}, \frac{35}{48}, \frac{32}{54}, \frac{45}{54}, \frac{64}{72}, \frac{54}{81}, \frac{72}{96}, \frac{84}{112},$
 $\frac{75}{120}, \frac{144}{256}, \frac{84}{1024}, \frac{536}{672}, \frac{363}{1081}.$

Wenn zu folgenden Brüchen die Kennzeichen zum Aufheben fehlen sollten, so suchet das größte gemeinschaftliche Maaß nach der gegebenen Anweisung S. 75.

- $\frac{63}{884}, \frac{529}{865}, \frac{345}{798}, \frac{358}{399}, \frac{1356}{10208}, \frac{8717}{12213}, \frac{21129}{26825}.$
2. Wenn Zähler und Nenner gleich groß sind, so gilt der Bruch gerade ein Ganzes. Z. B. $\frac{4}{4}$ oder $\frac{8}{8} = \text{AB}$ den 4 in 4, oder 8 in 8 habe ich 1 mal; und solche nennet man unechte Brüche.

2. U e b u n g.

Schreibet eine Reihe Brüche auf, welche einem Ganzen am Werthe gleich sind. Z. B. $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}$ u. s. w.

3. Wenn der Zähler kleiner ist, als der Nenner, so gilt der Bruch weniger, als ein Ganzes. Z. B. $\frac{3}{4} = \text{Ae}$ oder $\frac{3}{5} = \text{Ahc.}$ und solche nennet man echte Brüche.

3. U e b u n g.

Schreibe eine Reihe Brüche auf, welche weniger als ein Ganzes gelten. Z. B. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}$ u. s. w.

4. U e b u n g.

Schreibet unter diese aufgeschriebene Brüche, wie viel sie weniger gelten als ein Ganzes.

4. Wenn der Zähler größer ist als der Nenner, so gilt der Bruch mehr als ein Ganzes. Z. B. $\frac{5}{4}$ oder $\frac{8}{4}$ u. a. m.; auch solche Brüche nennet man unechte Brüche.

5. U e b u n g.

Schreibet eine Reihe Brüche auf, welche mehr als ein Ganzes gelten. Z. B. $\frac{5}{4}, \frac{8}{4}$ u. s. w.

6. U e b u n g.

Schreibet unter diesen aufgeschriebenen Brüche, wie viel sie mehr gelten, als ein Ganzes.

5. Wenn man bei solchen unechten Brüchen, die mehr als ein Ganzes gelten, den Zähler durch den Nenner wirklich dividirt, und den etwaigen Ueberschuß bruchweise neben die herausgekommenen Ganzen schreibt: so erhält man einen gemischten Bruch, welcher dem vorigen unechten am Werthe gleich ist, z. B. $\frac{3}{3} = 2\frac{3}{3}$.

Gemischte Brüche sind also solche, die auch ganze Zahlen vor sich stehen haben, wie z. B. $2\frac{3}{4}$, $3\frac{7}{8}$, u.

7. U e b u n g.

Verwandelt folgende unechte Brüche in gemischte Brüche: $\frac{4}{3}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{12}{5}$, $\frac{19}{6}$, $\frac{20}{7}$, $\frac{25}{8}$, $\frac{29}{9}$, $\frac{31}{10}$, $\frac{36}{11}$, $\frac{29}{10}$, $\frac{37}{13}$, $\frac{35}{15}$, $\frac{40}{18}$, $\frac{56}{16}$, $\frac{60}{17}$, $\frac{66}{18}$.

6. Aus gemischten Brüchen kann man wieder unechte Brüche machen, wenn man nämlich die vorstehenden Ganzen mit des Bruchs Nenner multiplicirt, und diesen Zähler zu diesem Producte addirt, und unter diese Summe den Nenner bruchweise schreibt; welches man Einrichten nennet. Z. B. $2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$, $4\frac{2}{3} = \frac{14}{3}$.

8. U e b u n g.

Verwandelt folgende gemischte Brüche durchs Einrichten in unechte Brüche: $3\frac{1}{2}$, $5\frac{2}{3}$, $4\frac{3}{4}$, $6\frac{2}{5}$, $7\frac{5}{6}$, $8\frac{4}{7}$, $9\frac{5}{8}$, $19\frac{7}{9}$, $113\frac{7}{10}$, $236\frac{8}{11}$, $318\frac{5}{12}$, $405\frac{3}{14}$, $528\frac{2}{15}$.

7. Ganze Zahlen macht man zu Brüchen, wenn nur der Nenner 1 bruchweise darunter gesetzt wird. Z. B. $4 = \frac{4}{1}$. $7 = \frac{7}{1}$ u. dgl. mehr.

Ist aber eine andere Zahl zum Nenner gegeben, den die Ganzen haben sollen; so wird die ganze Zahl mit diesem gegebenen Nenner multipl., und unter dies Product derselbe Nenner bruchweise geschrieben. Z. B. Wie viel Drittel gibt die Zahl 4? Antw. $4 = \frac{4}{1}$. Die Zahl 7 soll in einem Bruch verwandelt werden, dessen Nenner 5 ist: so ist $7 = \frac{35}{5}$.

Verwandelt die Zahl 4 in Halbe; 5 in Drittel
12 in Viertel; 20 in Fünftel; 24 in Sechstel.

8. Wenn der Zähler oder Nenner noch besonders ein Bruch
oder eine gemischte Zahl ist, so werden solche Brüche
Doppelbrüche genannt. 3. B. $Af = \frac{1}{2}$, ein halb
Viertel; oder $\frac{2}{5}$ zweidrittel Fünftel: $Ah = \frac{2\frac{1}{2}}{4}$, zwei

und ein halb Viertel; oder $\frac{3\frac{1}{8}}{8}$, drei und ein Viertel
Achtel und dgl. m.

Der Verständlichkeit wegen ist es gut, wenn bei Dop-
pelbrüchen der Hauptbruch oder Divisionsstrich etwas
stark zwischen den Zähler und Nenner geschrieben wird.

Wie werden folgende Doppelbrüche mit Ziffern
geschrieben: Zweidrittel Fünftel? Fünfsachtel Sie-
bentel? Zwei und ein halb Achtel? Sechs und
ein Drittel Zehntel? Neun und dreiviertel Zwölftel?

Aus Doppelbrüchen kann man einfache Brüche ma-
chen, wenn man beide Nenner mit einander multipl.
und den Zähler bruchweise über dies Product schreibt.

$$3. \text{ B. } Af = \frac{1}{2} = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{2} = \frac{2}{10}.$$

Gemischte Zahlen bei Doppelbrüchen werden einge-
richtet, und mit dem Nebennenner der andere Theil des
Doppelbruchs noch multipliciret.

$$3. \text{ B. } Ah = \frac{2\frac{1}{2}}{4} = \frac{5}{8} \cdot \frac{3\frac{1}{2}}{8} = \frac{13}{32} \cdot \frac{3}{4\frac{2}{3}} = \frac{9}{14}$$

u. dgl. mehr. Dieses mag vorläufig genug seyn, weil
die Verwandlung der Doppelbrüche Kenntniße vom
Dividiren der Brüche voraussetzt.

10. U e b u n g.

Verwandelt folgende Doppelbrüche in einfache

$$\text{Brüche: } \frac{\frac{1}{4}}{4}, \frac{\frac{3}{4}}{5}, \frac{\frac{1}{2}}{6}, \frac{\frac{3}{4}}{7}, \frac{\frac{5}{8}}{12}, \frac{2\frac{1}{2}}{3}, \frac{3\frac{2}{3}}{4}, \frac{4\frac{1}{2}}{5}, \frac{5\frac{1}{4}}{6}, \frac{7\frac{1}{2}}{9},$$

$$\frac{7\frac{1}{2}}{60}, \frac{18\frac{3}{4}}{60}, \frac{4}{5\frac{1}{2}}, \frac{6}{7\frac{1}{2}}, \frac{12}{8\frac{1}{4}} \text{ so wird zuerst}$$

$$-\frac{\frac{1}{4}}{4} = \frac{1}{16} \text{ und zuletzt } \frac{12}{8\frac{1}{4}} = \frac{48}{33} = \frac{16}{11} = 1\frac{5}{11}.$$

9. Wenn der Zähler nur halb so groß ist, als sein Nenner, so gilt der Bruch ein Halbes. Z. B.

$$\text{Ac} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ u. a. m.}$$

11. U e b u n g.

Schreibet eine Reihe Brüche auf, welche ein Halbes gelten und zwar:

Erstens in geraden Zahlen: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, u. f. w.

Z. B. $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ u. f. w.

12. U e b u n g.

Zweitens in ungeraden Zahlen: 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25 u. f. w.

Z. B. $\frac{1}{2} = \frac{1\frac{1}{2}}{3} = \frac{2\frac{1}{2}}{5}$ u. f. w.

13. U e b u n g.

Verwandelt diese Doppelbrüche wieder in einfache Brüche, und hebet diese nachher auf, als:

$$\frac{1\frac{1}{2}}{3} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \text{ u. f. w.}$$

Resolutio in Brüchen.

Der Werth eines Bruches von größerer Sorte, in verlangte geringere Sorte verwandeln, heißt hier resolviren oder auflösen.

Das Resolviren geschieht auf folgende Weise: Man multiplicirt den Zähler des gegebenen Bruchs, mit den gesammten Theilen des Ganzen, in derjenigen Sorte, die man verlangt, und dividirt dies Product durch den Nenner. Z. B. Man wolle $\frac{3}{4}$ Rthlr. in Stbr. auflösen: so multipl. man den Zähler mit den gesammten Stübern eines ganzen Reichsthalers, nämlich mit 60, und dividirt das Product 180 durch den Nenner 4: so findet man, daß $\frac{3}{4}$ Rthlr. gerade 45 Stbr. sind, als:

$$\frac{3}{4} \cdot 60 = \frac{180}{4} = 45 \text{ Stbr.}$$

Vortheil: Der Nenner des gegebenen Bruchs darf auch zuerst gegen die Auflösungszahl aufgehoben werden, wie hier 4 gegen 60, so hat man den Zähler 3 mit 15 nur zu multipl. = 45 Stbr.

Wollte man aber $\frac{3}{4}$ Thlr. in Sgr. auflösen, so muß der Zähler 3 mit 24 multipl. und das Product 72 durch den Renner 4 dividiren, als:

$$\frac{3}{4} \cdot 24 = \frac{72}{4} = 18, \text{ oder } 3 \cdot 6 = 18 \text{ Sgr.}$$

$$\text{Oder in Sgr. ist } \frac{3}{4} \cdot 30 = \frac{90}{4} = 22\frac{1}{2} \text{ Sgr.}$$

1. U e b u n g.

1. $\frac{2}{3}$ Thlr., $\frac{4}{5}$ Thlr., $\frac{5}{6}$ Thlr., $\frac{7}{12}$ Thlr., $\frac{11}{12}$ Thlr.: Wie viel Sgr. macht jedes besonders? Antw. 20 Sgr., zuletzt 22 Sgr.

2. $\frac{1}{2}$ Thlr., $\frac{2}{3}$ Thlr., $\frac{3}{8}$ Thlr., $\frac{5}{6}$ Thlr., $\frac{7}{8}$ Thlr.: Wie viel Sgr. ist jedes besonders? Antw. 12 Sgr., zuletzt 21 Sgr.

3. $\frac{1}{2}$ Stbr., $\frac{3}{4}$ Stbr., $\frac{5}{8}$ Stbr.: Wie viel Hl. finds? Antw. 8 Hl., zuletzt 10 Hl.

4. $\frac{1}{2}$ Sgr., $\frac{2}{3}$ Sgr., $\frac{3}{4}$ Sgr., $\frac{5}{6}$ Sgr.: Wie viel Pf. finds? Antw. 6 Pf., zuletzt 10 Pf.

5. $\frac{1}{2}$ lb, $\frac{3}{4}$ lb, $\frac{7}{8}$ lb, $\frac{11}{16}$ lb: Wie viel Loth finds? Antw. 16 Loth, zuletzt 22 Loth.

Wenn bei dem Resolviren noch etwas übrig bleibt, so wird der Ueberschuß als ein Bruch angehängt, oder noch in die nächstgeringere Sorte aufgelöst. Z. B. $\frac{3}{4}$ Thlr. wie viel Sgr. finds?

$$\frac{3}{4} \cdot 30 = \frac{90}{4} = 22\frac{1}{2} \text{ Sgr., oder } 22 \text{ Sgr. } 6 \text{ Pf.}$$

Erklär. Wenn hier der Ueberschuß 2, nicht zum Bruch gesetzt, sondern noch zu Pf. aufgelöst werden soll, so muß er mit 12 multipl. und das Product durch den Renner 4 dividirt werden. Dies geschieht aber mit Vorthail, wenn man vorher in Gedanken den Renner 4 gegen 12 aufhebt, und den Ueberschuß 2 nun noch mit 3 multiplicirt.

2. U e b u n g.

6. $\frac{3}{4}$ preuß. Thlr., $\frac{7}{8}$ Thlr., $\frac{11}{16}$ Thlr., $\frac{13}{12}$ Thlr., $\frac{8}{9}$ Thlr.: Wie viel Stbr. und Hl. ist jedes besonders? Antw. 58 Stbr. 8 Hl., zuletzt 69 Stbr. 5 $\frac{1}{2}$ Hl.

7. $\frac{3}{8}$ Thlr., $\frac{5}{6}$ Thlr., $\frac{7}{8}$ Thlr., $\frac{11}{12}$ Thlr., $\frac{13}{16}$ Thlr.: Wie viel Sgr. und Pf. sind es? Antw. 11 Sgr. 3 Pf., zuletzt 21 Sgr. 8 Pf.

8. $\frac{3}{4}$ Etr., $\frac{5}{8}$ Etr., $\frac{1\frac{1}{2}}{10}$ Etr., $\frac{7}{8}$ Etr., $\frac{1\frac{1}{2}}{2}$ Etr.: Wie viel th und Loth finds? Antw. 82 th 16 Loth. u. s. w.

9. $\frac{4}{5}$ Tag, $\frac{7}{8}$ Tag, $\frac{1\frac{1}{2}}{2}$ Tag: Wie viel Stunden und Minuten finds? Antw. 19 Stunden 12 Min. u. s. w.

10. $\frac{5}{6}$ Mltr., $\frac{1\frac{1}{2}}{2}$ Mltr.: Wie viel Sümmer, Viertel und Becher finds? Ant. 3 Sümmer, 1 Viertel, 1 Becher u. s. w.

3. Gemischte Uebung.

11. $\frac{3}{4}$ Jahr: Wie viel Tage und Stunden sind es?

12. $\frac{2}{3}$ Rth.: Wie viel Schill. Alb. und Hl. sind es?

13. $\frac{1}{2}$ Ohm: Wie viel Maaf sind es?

14. $\frac{5}{12}$ Ruthen: Wie viel Fuß und Zoll sind es?

15. $\frac{7}{8}$ Rth.: Wie viel Mgr. und Pfenn. sind es? Antw. 31 Mgr. 4 Pfenn.

16. $\frac{7}{8}$ Ellen: Wie viel Fuß und Zoll sind es?

17. $\frac{1\frac{1}{2}}{4}$ Fuder: Wie viel Ohm, Viertel und Maaf sind es? Antw. 4 Ohm, 6 Viertel, 2 Maaf.

18. $\frac{1\frac{1}{2}}{8}$ Mark: Wie viel Unzen, Karat, Gran und Grän sind es? A. 5 Unz., 2 Kar., 1 Gr., 1 Grän.

19. $\frac{1\frac{1}{2}}{6}$ Unze: Wie viel Drachma, Scrupel u. Grän sind es? Antw. 6 Drach. 1 Scrupel, 10 Grän.

Reductio in Brüchen.

Den Werth geringere Sorten, in einen Bruch größerer Sorten verwandeln, heißt hier reduciren, oder zurücksühren. Das Reduciren ist also das Gegenheil vom Resolviren.

Das Reduciren geschieht auffolgende Weise: Man schreibt die gegebene Theile geringerer Sorten als Zähler hin, und setzt die gleichnamigen gesammten Theile des Ganzzen, von der verlangten größeren Sorte, als Kenner darunter, und hebt nach Möglichkeit auf 3. B. Man wollte 37 Stbr., oder auch 72 Kreuzer zum Bruch eines Rth. machen: so sind $37 \text{ Stbr.} = \frac{37}{72} \text{ Rth.}$, und $72 \text{ Kr.} = \frac{72}{72} = \frac{1}{1} \text{ Rth.}$

1. U e b u n g.

1. 18 Stbr., 25 Stbr., 42 Stbr., 45 Stbr., 54 Stbr.: Was für Brüche von Rthl. sind es? — und 24 Kreuz., 35 Kr., 48 Kr., 56 Kr., was für Guldenbrüche sind es? — Antw. $\frac{3}{10}$ Rthl. u. s. w.

2. Machet 4 Hl., 8 Hl., 12 Hl., zum Bruch Stbr.: so kommt $\frac{1}{4}$ Stbr., zuletzt $\frac{3}{4}$ Stbr.

3. Machet 4 Pfenn., 6 Pf., 8 Pf. zum Bruch Sgr.: so kommt $\frac{1}{3}$ Sgr., zuletzt $\frac{2}{3}$ Sgr.

4. Machet 4 Loth, 8 Loth, 12 Loth, 16 Loth 20 Loth, 24 Loth, 28 Loth zum Bruch tb: so kommt $\frac{1}{8}$ tb; zuletzt $\frac{7}{8}$ tb.

5. Machet 8 Stunden, 16 Stund., 18 Stund., 20 Stund. zum Bruch eines Tages: so kommt $\frac{1}{3}$ Tag, zuletzt $\frac{5}{6}$ Tag.

6. Machet 25 tb, 44 tb, 60 tb, 75 tb 88 tb, zum Bruch Centner: so kommt $\frac{5}{22}$ Ctr. u. s. w.

Wenn in Geringern Sorten eine gemischte Zahl gegeben ist, die zum Bruch größerer Sorten gemacht werden soll; so entsethet ein Doppelbruch, welcher in einen einfachen verwandelt werden muß. Z. B. Man wolle $22\frac{1}{2}$ Sgr. zum Bruch Thlr. machen; so sind

$$22\frac{1}{2} \text{ Sgr.} = \frac{22\frac{1}{2}}{30} = \frac{45}{60} = \frac{3}{4} \text{ Thlr.}$$

2. U e b u n g.

7. Machet $5\frac{1}{3}$ Loth, $7\frac{1}{2}$ Loth, $7\frac{1}{3}$ Loth zum Bruch tb: so kommt $\frac{1}{6}$ tb, zuletzt $\frac{1}{3}\frac{1}{8}$ tb.

8. Machet $4\frac{1}{2}$ Stunden, $9\frac{1}{2}$ Stund., $10\frac{1}{2}$ Stund. zum Bruch eines Tages: so kommt $\frac{4}{24}$ Tag u. s. w.

9. Machet $2\frac{2}{3}$ Pf., $6\frac{2}{3}$ Pf., $7\frac{1}{2}$ zum Bruch Mgr.: so kommt $\frac{1}{3}$ Mgr., zuletzt $\frac{9}{10}$ Mgr.

10. Machet $1\frac{1}{2}$ Zoll, $5\frac{1}{4}$ Zoll, $4\frac{1}{2}$ Zoll, $5\frac{1}{3}$ Zoll zum Bruch Fuß: so kommt $\frac{1}{8}$ Fuß u. s. w.

Wenn verschiedene geringere Sorten in Brüche größe-

rer Sorte verwandelt werden sollen, so macht man zuerst die geringste Sorte zum Bruch der nächstgrößern; diesen Bruch hängt man an die nächste gleichnamige Sorte und macht diese gemischte Zahl zum Bruch der folgenden Sorte. Dieses wird so lange fortgesetzt, bis man auf den Namen desjenigen Bruches kommt, der verlangt wird. Z. B. 5 Mon. 7 Tage 12 Stunden sollen zum Bruch-Jahr gemacht werden.

$$\frac{1}{24} = \frac{1}{2} \text{ Tag,}$$

$$+ 7 \text{ Tage}$$

$$\text{gibt } \frac{7\frac{1}{2}}{30} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4} \text{ Monat.}$$

$$+ 5 \text{ Mon.}$$

$$\text{gibt } \frac{5\frac{1}{4}}{12} = \frac{21}{48} = \frac{7}{16} \text{ Jahr.}$$

3. U e b u n g.

11. Machet 7 Egr. 6 Pf., 11 Egr. 8 Pf. — 5 Egr. 4 Pf., 6 Egr. 9 Pf. — 6 Mgr. 6 Pf., 10 Mgr. 4 Pf. jedes zum Bruch Thlr.: so kommt $\frac{1}{4}$ Thlr., zuletzt $\frac{7}{24}$ Thlr.

12. Machet 41 lb 8 Loth, 63 lb 23 Loth, 71 lb 28 Loth, 91 lb 21 $\frac{1}{3}$ Loth jedes zum Bruch Etr.: so kommt $\frac{2}{3}$ Etr., zuletzt $\frac{5}{6}$ Etr.

13. Machet 6 Fuß 8 Zoll, 7' und 4'', 8' und 9'' 11' und 10 $\frac{1}{2}$ '' jedes zum Bruch einer Ruthe: so kommt $\frac{5}{12}$ Ruthe, zuletzt $\frac{95}{128}$ Ruthe.

14. Was für einen Theil eines Rthlers sind 3 Schill. 3 Alb. 4 Hl.? 6 Schill. 6 Alb. 8 Hl.? — 17 Blass. 1 Etr. 8 Hl.? 12 Blass. und 10 $\frac{2}{3}$ Hl.: Antw. $\frac{5}{12}$ Rthlr., zuletzt $\frac{11}{18}$ Rthlr.

15. Was für einen Theil eines Jahres sind 283 Tage, 21 Stunden und 20 Minuten? — 250 Tage, 22 Stunden und 30 Min.? Antw. $\frac{7}{9}$ Jahr u.

4. Gemischte Uebung.

16. Machet 27 Kreuzer, 45 Kr., 60 Kr., 72 Kr. jedes zum Bruch Rth.: so kommt $\frac{3}{10}$ Rthlr. u. s. w.

17. Machet 24 Kreuzer, 36 Kr., 45 Kr. 54 Kr. jedes zum Bruch Guld.: so kommt $\frac{3}{4}$ Guld. u. s. w.

18. Machet 48 Maas, 58 $\frac{1}{2}$ Maas, 61 $\frac{3}{4}$ Mß. zum Bruch Ohm: so kommt $\frac{6}{13}$ Ohm u. s. w.

19. Machet 4 Ohm 6 Viert. 2 Maas zum Bruch Fuder, so muß kommen $\frac{1}{24}$ Fuder.

20. Was für einen Theil einer Mark sind 7 Unzen 1 Karat 2 Gran und 2 Grän? Antw. $\frac{1}{8}$ Mark.

21. Machet 6 Drachma 2 Scrupel und 16 Gran zum Bruch einer Unze: so muß kommen $\frac{1}{12}$ Unze.

22. Was für einen Theil eines Pfundschwers sind 2 Etr. 68 $\frac{1}{2}$ und 12 Loth? Antw. $\frac{7}{8}$ Pfundscher.

23. Machet 13 $\frac{3}{4}$ Loth, 20 $\frac{5}{8}$ Loth, 26 $\frac{2}{3}$ Loth jedes zum Bruch eines Centners: so muß kommen $\frac{1}{256}$ Centner, zuletzt $\frac{1}{128}$ Etr.

24. Machet 8 Ries 6 Buch 16 Bogen Schreibpapier zum Bruch eines Ballens: so kommt $\frac{1}{2}$ Ballen.

25. Machet 170 Quadratfuß u. 96 Quadrat Zoll; ferner 113 $\square$ Fuß und 112 $\square$ Zoll, jedes zum Bruch einer Ruthe: so kommt $\frac{2}{3}$ Ruthe u. s. w.

26. Machet 64 $\square$ Ruthen, 4 Riemruth., 9 $\square$ Fuß und 20 $\frac{5}{7}$ $\square$ Zoll zum Bruch eines Morgen Landes: so kommt $\frac{2}{7}$ Morgen.

Additio in Brüchen.

Es kommen dreierlei Fälle vor zu addiren.

1. Brüche von gleichen Nennern.
2. Brüche von ungleichen Nennern.
3. Gemischte Brüche.

1. Was addirt werden soll, muß sich am Namen gleich seyn: Brüche von einerlei Nenner sind sich am Namen gleich, man addirt also ihre Zähler, und dividirt die herausgekommene Summe durch einen ihrer Nenner. Ist die

Summe ein unechter Bruch, so wird er in einen gemischten verwandelt, als:

$$\begin{array}{r} \frac{1}{2} \\ \text{und } \frac{2}{5} \\ \hline \text{ist } \frac{7}{10} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{2}{3} \\ \frac{1}{4} \\ \frac{6}{7} \\ \hline \text{ist } \frac{11}{14} = 1\frac{1}{14} \end{array}$$

1. U e b u n g.

1. Addiret $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{9}$ und $\frac{4}{9}$.

2. Addiret $\frac{1}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{7}{12}$ und $\frac{11}{12}$.

3. Addiret $\frac{1}{13}$, $\frac{4}{13}$, $\frac{3}{13}$ und $\frac{1}{13}$.

4. Addiret $\frac{3}{16}$, $\frac{5}{16}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{13}{16}$ und $\frac{15}{16}$.

5. Addiret $\frac{3}{20}$, $\frac{5}{20}$, $\frac{7}{20}$, $\frac{11}{20}$, $\frac{13}{20}$, $\frac{17}{20}$ und $\frac{19}{20}$.

2. Wenn die Brüche nicht einerlei Nenner haben, so müssen sie vor dem Addiren zu einerlei Nenner gemacht werden. Z. B. $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{4} = \frac{2}{4}$; oder $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{8} = \frac{4}{8}$. Im ersten Beispiel ist hier $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$; im andern ist $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$.

Folgende Brüche, sind ohne weitere Regel, durch eigenes Nachdenken leicht zu addiren.

2. U e b u n g.

6. Addiret $\frac{1}{2}$ und $\frac{3}{4}$ tb; $\frac{1}{2}$ und $\frac{5}{8}$ tb; $\frac{1}{2}$ und $\frac{7}{8}$ tb; $\frac{1}{2}$ und $\frac{5}{12}$ tb; so kommt $1\frac{1}{4}$ tb, zuletzt $1\frac{1}{2}$ tb.

7. Addiret $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ und $\frac{3}{8}$ Elle; $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ und $\frac{5}{8}$ Elle; $\frac{1}{2}$ und $\frac{5}{8}$ Thlr.; $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ und $\frac{7}{6}$ Thlr. jedes besonders: so kommt $1\frac{1}{8}$ Elle, zuletzt $1\frac{1}{3}$ Thlr.

8. Addiret $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, und $\frac{5}{12}$ Thlr.; $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{8}$, und $\frac{7}{12}$ Thlr.; $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{12}$, und $\frac{11}{24}$ Thlr.; jedes besonders: so kommt $1\frac{2}{3}$ Thlr. u. s. w.

Man muß also die Brüche vor dem Addiren, einer solchen Zahl am Namen gleich machen, in welcher alle Nenner derjenigen Brüche, welche addirt werden sollen, ohne Rest aufgehen, und eine solche Zahl nennet man Hauptnenner.

3. Einen Bruch macht man aber mit dem Hauptnenner gleichnamig, wenn man den Nenner des Bruchs in den Hauptnenner dividiret, und den Quotienten mit dem Zähler

des Bruches multiplicirt. Z. B. von folgenden Brüchen $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{8}$ und $\frac{11}{12}$ ist 24 der Hauptnenner, weil alle Nenner dieser Brüche in 24 gerade aufgehen. Nach folgender Ordnung werden nun dieselben, der gegebenen Regel gemäß, zu 24theilen gemacht, und hernach addirt, als:

24			
$\frac{1}{2}$	12 .	1 = 12	das ist: $\frac{1}{2}$ ist = $\frac{12}{24}$
$\frac{2}{3}$	8 .	2 = 16	$\frac{2}{3}$ ist = $\frac{16}{24}$
$\frac{3}{4}$	6 .	3 = 18	$\frac{3}{4}$ ist = $\frac{18}{24}$
$\frac{5}{6}$	4 .	5 = 20	$\frac{5}{6}$ ist = $\frac{20}{24}$
$\frac{7}{8}$	3 .	7 = 21	$\frac{7}{8}$ ist = $\frac{21}{24}$
$\frac{11}{12}$	2 .	11 = 22	$\frac{11}{12}$ ist = $\frac{22}{24}$

$$\text{Summa } 4\frac{13}{24} \quad \frac{199}{24} = 4\frac{13}{24}.$$

3. U e b u n g.

9. Addiret $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{5}{6}$ und $\frac{7}{8}$ durch den Hauptnenner 18: so wird kommen $2\frac{7}{9}$.

10. Addiret $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{12}, \frac{4}{9}, \frac{5}{6}$ und $\frac{3}{4}$ durch den Hauptnenner 36: so kommen $3\frac{7}{9}$.

11. Addiret $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{7}{8}, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{1}{12}, \frac{1}{18}$ und $\frac{1}{20}$ durch den Hauptnenner 120: so wird kommen $6\frac{7}{20}$.

12. Addiret $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{7}{9}, \frac{1}{12}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{1}{18}$ und $\frac{3}{8}$ durch den Hauptnenner 180: so wird $5\frac{5}{9}$.

Anmerk. Wenn man alle Nenner derjenigen Brüche, welche addirt werden sollen, mit einander multiplicirt; so ist zwar dies Product der Hauptnenner zu denselben, weil jene alle in diesem aufgehen; aber dieses Product ist nicht immer der möglich kleinste folglich auch nicht der bequemste Hauptnenner. Z. B. das Product aller Nenner, von der vorigen 12ten Aufgabe, ist = 1679680, daher auch der Hauptnenner zu diesen Brüchen, der aber augenscheinlich viel größer ist als 180, und darum auch viel unbequemer, weil sonst jene Brüche dieser großen Zahl gleichnamig gemacht werden müßten.

4. Es ist also eine wichtige Frage: Wie findet man immer den kleinsten Hauptnenner?

Antwort: Schreibt alle Nenner derjenigen Brüche, die gleichnamig und addirt werden sollen, nach folgendem Beispiel, neben einander; streicht die kleinen Zahlen, welche in den größern ganz aufgehen, durch, und setzt die übrigen wieder in eine neue Reihe herunter; hebt diese vor und nach mit 2, 3, 4, 5, u. s. w. gegen einan-

der so lange auf, als dieses bei zwei und mehreren Zahlen geschehen kann; multipl. hierauf alle Zahlen, welche nicht mehr gegen einander aufgehoben werden können, mit einander, und endlich multipl. dieses Product noch mit dem Producte der seitwärts stehenden Zahlen, mit welchen aufgehoben worden ist: so ist dieses letztere Product der kleinste Hauptnenner.

Ein Beispiel, zu folgenden Zahlen die kleinste Zahl zu finden, in der sie alle aufgehen.

4, 6, 2, 3, 12, 7, 15, 9, 13, 18, 20.

3) 12, 7, 15, 13, 18, 20.

4, 7, 5, 13, 6, 20.

2) 7, 13, 7, 20.

7, 13, 3, 10.

30, = 3 . 10.

390

7

2730

6 = 2 . 3.

16380 die kleinste Zahl.

4. U e b u n g.

13. Suchet nun hiernach den Hauptnenner zur vorhergehenden 9. 10. 11. und 12ten Aufgabe.

14. Welches ist die kleinste Zahl, in welcher die Zahlen 2, 3, 4, 5, 6 und 8 aufgehen? Antw. 120.

15. Suchet die kleinste Zahl, in welchen folgende Zahlen, nämlich 3, 5, 6, 7 und 8 aufgehen. Sie ist 840.

16. Suchet zu folgenden Nennern 2, 6, 9, 7, 12, 18, 4, 15 und 24 den kleinsten Hauptnenner. Er ist 2520.

17. Stellet euch eine Uhr mit 12 Zeigern vor, die alle über einander stehen, und wovon der erste in Einer, der zweite in 2, der dritte in 3, u. s. w.

und endlich der zwölfte in 12 Stunden Einmal herum geht. Wenn nun diese Uhr in Gang gesetzt wird, so wird der eine Zeiger bald hierher, die andern dorthin weisen: Wie lange wird aber eine solche Uhr im Gange bleiben müssen, bis alle diese Zeiger zum Erstenmal wieder über einander zu stehen kommen? Antw. 3 Jahr 60 Tage.

Anmerk. Es versteht sich von selbst, daß schon nach 24 Stunden alle diejenigen Zeiger wieder zusammen kommen, deren Umlaufszahlen in 24 aufgehen, nämlich: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, Nach 3mal 24 = 72 Stunden wird auch der 9te Zeiger; nach 10mal 72 = 720 Stunden, auch noch der 5te und 10te Zeiger mit dem vorigen übereinander zu stehen kommen; daher entsteht denn die Regel: Suchet nur zu den Zahlen von 1 bis 12 die kleinste Zahl in der sie alle aufgehen. Sie ist 27720.

5. U e b u n g.

18. Welches ist die Summe von folgenden Brüchen: $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{6}{7}$? Antw. $4\frac{3}{8}\frac{0}{4}\frac{7}{0}$.

10. Wie groß ist die Summe von $\frac{1}{15}$ und $\frac{7}{9}$? — von $\frac{7}{8}$ und $\frac{9}{13}$? — von $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{3}$, und $\frac{5}{8}$? — von $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{21}$ und $\frac{2}{30}$? — Antw. $1\frac{2}{3}$. — $1\frac{5}{104}$. — $2\frac{1}{120}$ $\frac{43}{480}$.

5. Wenn gemischte Zahlen addirt werden sollen, so werden zuerst die Brüche addirt, und die aus denselben etwa herausgekommene Ganzen zu den übrigen Ganzen gezählt. 3. B.

$$\begin{array}{r|l}
 24 & \\
 12\frac{3}{4} & 6 \cdot 3 = 18 \\
 8\frac{5}{8} & 3 \cdot 5 = 15 \\
 20\frac{1}{3} & 8 \cdot 2 = 16 \\
 \hline
 42\frac{1}{4} & \frac{42}{24} = 2\frac{1}{4}.
 \end{array}$$

6. Gemischte Uebung.

20. Wie groß ist die Summe von folgenden Zahlen: $2\frac{3}{4}$, $7\frac{3}{7}$, 12, $9\frac{7}{13}$, $\frac{1}{15}$, $13\frac{7}{8}$ und $5\frac{1}{2}$? Antwort $51\frac{1}{6}\frac{2}{3}\frac{9}{8}$.

21. Einige Stücke Tuch enthalten $12\frac{1}{2}$, $10\frac{5}{8}$, $15\frac{2\frac{1}{2}}{4}$, $19\frac{5\frac{1}{2}}{8}$, 20 und $9\frac{7}{16}$ Ellen: Wie viel macht's zusammen? Antwort $87\frac{7}{8}$ Ellen.

22. $2\frac{5}{8}$ Thlr., $6\frac{5}{8}$ Thlr., 20 Sgr., $12\frac{4}{8}$ Thlr., 9 Thlr. 16 Sgr., $16\frac{5}{12}$ Thlr., 4 Thlr., 26 Sgr. 3 Pf., $10\frac{2}{6}$ Thlr., 8 Thlr. 7 Sgr. 6 Pf.: Wie viel Thlr. macht's zusammen? Antw. $72\frac{4}{10}$ Thlr.

23. $6\frac{7}{8}$ Ctr., 4 Ctr., $62\frac{1}{2}$ tk, $12\frac{1}{2}$ Ctr., 7 Ctr. 15 tk $5\frac{1}{3}$ Loth, 12 Ctr. und $21\frac{2}{3}$ Loth, $8\frac{1}{2}$ Ctr., 10 Ctr. $71\frac{3\frac{1}{2}}{4}$ tk: Wie viel Centner macht's zusammen?

Antw. $62\frac{7\frac{5}{8}}{3\frac{5}{8}}\frac{1}{20}$ Ctr.

24. $17\frac{1}{4}$ Dhm, 9 Dhm $7\frac{1}{2}$ Viert., $8\frac{7}{8}$ Dhm, 10 Dhm $6\frac{1}{2}$ Maas, $12\frac{3}{4}$ Dhm $71\frac{1}{2}$ Mß., $7\frac{1}{2}$ Dhm 13 Viert. $2\frac{1}{2}$ Mß.: Wie groß ist hiervon die Summe? Antw. $66\frac{1}{16}\frac{5}{8}$ Dhm.

Subtractio in Brüchen.

Es kommen fünferlei Fälle vor zu subtrahiren.

1. Brüche gleicher Nenner.
2. Brüche ungleicher Nenner.
3. Brüche von Ganzen.
4. Gemischte Zahlen von gemischten.
5. Gemischte Zahlen von gemischten, wobei der untere Bruch, oder Subtrahend größer ist, als der obere.

1. Was von einander subtrahirt werden soll, muß sich am Namen gleich seyn. Brüche von einerlei Nenner sind sich am Namen gleich: man subtrahirt also ihre Zähler von einander, und setzt einen ihren Nenner bruchweise unter den Rest. Z. B. von $\frac{6}{7}$

$$\begin{array}{r} \text{subtr. } \frac{2}{7} \\ \hline \frac{4}{7} \end{array}$$

1. Uebung.

1. Subtrahiret $\frac{1}{2}$ von $\frac{4}{5}$, $\frac{2}{9}$ von $\frac{7}{9}$, $\frac{4}{11}$ von $\frac{9}{11}$:
so kommt $\frac{3}{5}$, zuletzt $\frac{5}{11}$.

2. Subtrahiret $\frac{3}{8}$ von $\frac{7}{8}$; $\frac{5}{12}$ von $\frac{7}{12}$; $\frac{8}{15}$ von $\frac{13}{15}$; so kommt $\frac{1}{2}$, zuletzt $\frac{1}{3}$.

3. Wenn die Brüche nicht einerlei Nenner haben, so müssen sie vor dem Subtrahiren zu einerlei Nenner gemacht werden. Folgende Brüche sind, ohne wörtliche Regel durch eignes Nachdenken leicht zu subtrahiren.

2. Uebung.

3. Subtrahiret $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ von $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{2}$ von $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{4}$ von $\frac{3}{8}$; $\frac{3}{8}$ von $\frac{7}{8}$; $\frac{3}{8}$ von $\frac{5}{6}$; $\frac{1}{6}$ von $\frac{7}{12}$; $\frac{2}{3}$ von $\frac{11}{12}$; $\frac{3}{4}$ von $\frac{11}{12}$: so kommt zuerst $\frac{1}{4}$, und zuletzt $\frac{1}{6}$.

3. Sind aber die Brüche in ihren Nennern weit von einander unterschieden, daß einer in den andern nicht aufgeht, so macht man sie, wie beim Addiren, durch einen Hauptnenner gleichnamig, und subtrahirt dann ihre gleichnamige Zähler. 3. B.

$$\begin{array}{r|l}
 24 & \\
 \text{von } \frac{2}{3} & 8 \cdot 2 = 16 \\
 \text{subtr. } \frac{3}{8} & 3 \cdot 3 = 6 \\
 \hline
 \text{bleibt } \frac{7}{24} & \frac{7}{24}
 \end{array}$$

3. Uebung.

4. Subtrahiret $\frac{5}{8}$ von $\frac{11}{12}$; $\frac{2}{3}$ von $\frac{5}{6}$; $\frac{5}{8}$ von $\frac{5}{6}$; $\frac{4}{9}$ von $\frac{13}{18}$; $\frac{3}{7}$ von $\frac{8}{9}$; $\frac{1}{12}$ von $\frac{13}{18}$; $\frac{5}{11}$ von $\frac{17}{22}$; $\frac{8}{7}$ von $\frac{19}{14}$; $\frac{1}{2}$ von $\frac{13}{18}$; $\frac{2}{9}$ von $\frac{17}{18}$; $\frac{4}{11}$ von $\frac{13}{22}$; so kommt $\frac{7}{24}$, und zuletzt $\frac{631}{22009}$.

4. Sollen Brüche von Ganzen subtrahirt werden, so leihet man von demselben ein Ganzes; macht dieses dem Brüche, welcher abgezogen werden soll, gleichnamig, und zieht dann dessen Zähler davon ab. 3. B.

$$\begin{array}{r}
 \text{von } 12 \\
 4\frac{3}{5} \\
 \hline
 \text{Rest} = 7\frac{2}{5}
 \end{array}
 \qquad
 1 = \frac{5}{5}$$

5. Subtrahiret $\frac{2}{3}$ von 8; $\frac{4}{7}$ von 18; $2\frac{5}{9}$ von 20; $5\frac{6}{11}$ von 18; $7\frac{3}{12}$ von 32; $10\frac{7}{12}$ von 24; $12\frac{5}{8}$ von 16; $4\frac{3}{19}$ von 30: so bleibt übrig $7\frac{1}{3}$ u. s. w.

5. Bei gemischten Zahlen werden zuerst die Brüche, hernach auch die ganzen Zahlen subtrahirt, und beide Reste neben einander gesetzt. 3. B.

$$\begin{array}{r} \text{von } 16\frac{1}{3} \quad 3 \cdot 4 = 12 \\ \text{subtr. } 4\frac{1}{3} \quad 5 \cdot 1 = 5 \\ \hline \text{Rest} = 12\frac{7}{15} \quad \quad \quad \frac{7}{15} \end{array}$$

5. U e b u n g.

6. Subtrahirt $5\frac{3}{8}$ von $24\frac{2}{3}$; $12\frac{5}{9}$ von $18\frac{11}{12}$; $9\frac{3}{7}$ von $20\frac{7}{10}$; $58\frac{5}{12}$ von $123\frac{2}{3}$; $69\frac{4}{5}$ von $203\frac{6}{12}$: so kommt $19\frac{7}{24}$, zuletzt $134\frac{20}{24}$.

6. Bisweilen ist bei gemischten Zahlen der untere Bruch größer als der obere. Dieses erfahren aber ungeübte Rechner gemeiniglich nicht eher, bis die Brüche dem Hauptnenner gleichnamig gemacht sind. Man leihet alsdann von dem obern Ganzen ein Ganzes zu dem zu kleinen Bruch: dieses geschieht, wenn man zu demselben den Hauptnenner addirt. Demnächst wird von dieser Summe abgezogen. 3. B.

$$\begin{array}{r} \text{von } 35\frac{3}{8} \quad 3 \cdot 3 = 9 + 24 = 33 \\ \text{subtr. } 10\frac{7}{8} \quad 8 \cdot 2 = 16 \quad = \quad 16 \quad 1 = 2\frac{1}{4} \\ \hline \text{Rest} = 14\frac{1}{4} \quad \quad \quad \frac{1}{4} \end{array}$$

6. Gemischte Uebung.

7. Subtrahiret $8\frac{7}{8}$ von $20\frac{5}{12}$; $7\frac{2}{3}$ von $19\frac{3}{4}$; $12\frac{7}{9}$ von $30\frac{4}{5}$; $18\frac{5}{6}$ von $52\frac{5}{18}$; $24\frac{1}{8}$ von $116\frac{7}{10}$; $237\frac{9}{11}$ von $500\frac{7}{32}$: so kommt $11\frac{1}{32}$ u. s. w.

8. Von 120 Ellen sind zuerst verkauft $5\frac{3}{4}$ Ellen; vom Rest $12\frac{7}{8}$ Ellen; demnächst $26\frac{3}{4}$ Ellen; ferner $20\frac{1}{4}$ Ellen; und endlich 30 Ellen und 13 Salzen;

Wie viel sind jedesmal, und zuletzt übrig geblieben? Antw. $23\frac{7}{8}$ Ellen zuletzt.

9. Einer war schuldig $156\frac{1}{2}$ Thlr. und bezahlte hierauf zuerst 30 Thlr. $22\frac{1}{2}$ Sgr.; demnächst 24 Thlr. $10\frac{1}{2}$ Sgr.; ferner noch 87 Thlr. $21\frac{1}{4}$ Sgr.: Wie viel blieb er jedesmal, und zuletzt noch schuldig? Antw. $13\frac{1}{2}$ Thlr. zuletzt. Machet die Sgr. zum Bruchthlr.

10. Von einem Etr. Caffee wurden zuerst verkauft $24\frac{1}{2}$ lb; demnächst 18 lb 28 Loth; ferner 36 lb $5\frac{1}{3}$ Loth; endlich auch 20 lb 30 Loth, und da fand man noch 5 lb 31 Loth vorrätzig: Wie viel hatte demnach der Caffee über dem Auswiegen am Gewicht verloren? Antw. 3 lb $17\frac{2}{3}$ Loth.

Multiplicato in Brüchen.

Es kommen vielerlei Fälle vor zu multipliciren.

1. Brüche mit Brüchen.
2. Ganze mit Brüchen.
3. Gemischte Zahlen mit Brüchen.
4. Gemischte Zahlen mit gemischten.

1. Soll ein Bruch mit einem Bruch multipl. werden: so muß man beide Zähler, hernach auch beide Nenner mit einander multipl., und das Product der Zähler durch das Product der Nenner dividiren, oder zum Bruch setzen.

Vortheil. Der eine Nenn.: darf auch gegen den andern Zähler vorher aufgehoben werden. Z. B.

$$\begin{array}{r} \frac{5}{4} \\ \text{mit } \frac{5}{4} \\ \hline \end{array}$$

$$\frac{1}{2} \frac{5}{4} = \frac{5}{8} \text{ das Product.}$$

1. Uebung.

1. Multipliciret $\frac{3}{8}$ mit $\frac{2}{3}$; $\frac{2}{5}$ mit $\frac{7}{7}$; $\frac{7}{9}$ mit $\frac{3}{4}$;

$\frac{1}{12}$ mit $\frac{8}{15}$; $\frac{7}{11}$ mit $\frac{9}{10}$; $\frac{3\frac{1}{2}}{6}$ mit $\frac{13}{16}$; $\frac{1}{3}$ mit $\frac{6\frac{2}{3}}{12}$ so

kommt $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{6}$.

2. Was kostet $\frac{3}{4}$ lb Waar, wenn das ganze lb $\frac{5}{8}$ Gulden kostet? Antw. $37\frac{1}{2}$ Kreuzer.

2. Soll eine ganze Zahl mit einem Bruch multiplicirt werden; so muß man sie mit des Bruchs Zähler multipliciren, und dies Product durch den Nenner dividiren.

Zusatz. Man kann und darf auch die Ganzen durch den Nenner 1 zum Bruch machen, und diesen denn mit dem andern multipliciren. Z. B.

$$\begin{array}{r} 13 \\ \text{mit } \frac{2}{3} \\ \hline 26 \\ 3 \end{array} = 8\frac{2}{3} \quad \text{oder: } \begin{array}{r} 13 \\ \text{mit } \frac{2}{3} \\ \hline 26 \\ 3 \end{array} = 8\frac{2}{3} \text{ das Product.}$$

2. U e b u n g.

3. Multipl. in beiderlei Weise 7 mit $\frac{3}{4}$; 9 mit $\frac{4}{5}$; 12 mit $\frac{5}{9}$; 23 mit $\frac{1}{2}$; 17 mit $\frac{7}{8}$; 57 mit $\frac{1}{2}$; 113 mit $\frac{3}{8}$; so kommt $5\frac{1}{4}$ u. s. w.

4. Wenn eine Elle $\frac{7}{8}$ Thlr. kostet: Was gelten denn 49 Ellen? Antw. 42 Thlr. 26 Sgr 3 Pf.

5. Wie viel ist $\frac{5}{8}$ aus 22? — $\frac{11}{8}$ aus 19? $\frac{21}{5}$ aus 26? Antw. $18\frac{1}{3}$, $4\frac{5}{2}$, $12\frac{2}{5}$.

3. Soll eine gemischte Zahl mit einem Bruch multiplicirt werden, so multipl. man zuerst beide Brüche; hernach auch die Ganzen mit dem andern Bruch, und addirt beide Producte.

Zusatz. Man kann und darf auch die gemischte Zahl zu einem unechten Bruche machen, und diesen mit dem andern Bruche multipl. Z. B.

$$\begin{array}{r} 6\frac{2}{3} \\ \text{mit } \frac{3}{4} \\ \hline 20 \\ 4\frac{2}{3} \\ \hline 4\frac{2}{3} \text{ das Product.} \end{array} \quad \text{Oder } \begin{array}{r} 6\frac{2}{3} = \frac{20}{3} \\ \text{mit } \frac{3}{4} \\ \hline 20 \\ 4\frac{2}{3} \\ \hline 4\frac{2}{3} \text{ Prod.} \end{array}$$

3. U e b u n g.

6. Multipl. in beiderlei Weise $9\frac{2}{3}$ mit $\frac{3}{4}$; $17\frac{1}{2}$ mit $\frac{5}{8}$; $31\frac{1}{2}$ mit $\frac{8}{9}$; $319\frac{4}{5}$ mit $\frac{5}{7}$; $290\frac{7}{8}$ mit $\frac{8}{5}$; so kommt $7\frac{1}{4}$, zuletzt $181\frac{1}{6}$.

7. Wie viel kosten $27\frac{3}{4}$ Ellen, wenn jede Elle $\frac{2}{3}$ pr. Thlr. gilt? Antw. 23 Rthlr. $9\frac{3}{4}$ Stbr.

8. Wenn 1 tb Waar $\frac{2}{3}$ Thlr. gilt: Wie viel kosten demnach $19\frac{7}{8}$ tb ? Antw. 13 Thlr. 6 Gr.

9. Wie viel ist $\frac{3}{8}$ aus $17\frac{2}{3}$? — $\frac{4}{7}$ aus $20\frac{4}{7}$? — $\frac{1}{12}$ aus $41\frac{1}{2}$? — $\frac{1}{12}$ aus $66\frac{1}{4}$? Antw. $6\frac{5}{8}$ u. s. w.

4. Sollen gemischte Zahlen mit gemischten multipl. werden, so multipl. man 1) Bruch mit Bruch; 2) Ganze mit Ganzen; 3) die obern Ganzen mit dem untern Bruch; 4) die untern Ganzen mit dem obern Bruch; endlich 5) werden alle diese Producte addirt.

Zusatz: Man kann und darf auch die gemischten Zahlen zu unechten Brüchen machen, und diese dann mit einander multipliciren, oder das Product der eingerichteten Zahlen durch das Product der Renner dividiren. Z. B.

$$\begin{array}{r}
 17\frac{3}{4} \text{ oder: } 17\frac{3}{4} = \frac{53}{4} \quad \text{oder } 17\frac{3}{4} \text{ mit } 11\frac{1}{2} \\
 \text{mit } 11\frac{1}{2} \quad 11\frac{1}{2} = \frac{47}{2} \\
 \hline
 17\frac{6}{12} \quad \frac{2491}{12} = 207\frac{7}{12} \quad \begin{array}{r} 53 \\ 47 \\ \hline 141 \\ 235 \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{r} 17 \\ 12\frac{3}{4} \\ 7\frac{1}{2} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 3. 4 = 12 : 2491 \\ \hline \text{Product } 207\frac{7}{12}. \end{array} \\
 \hline
 207\frac{7}{12} \text{ das Product}
 \end{array}$$

4. Gemischte Uebungen.

10. Multipl. in 3erlei Weise $7\frac{2}{3}$ mit $5\frac{3}{4}$; $13\frac{5}{8}$ mit $8\frac{2}{3}$; $29\frac{3}{4}$ mit $16\frac{3}{4}$; $65\frac{3}{8}$ mit $23\frac{3}{4}$; $216\frac{5}{8}$ mit $31\frac{7}{8}$: so kommt $44\frac{1}{12}$, zuletzt $6951\frac{3}{8}$.

11. Multipl. $9\frac{1}{2}$ mit 4; 13 mit $2\frac{3}{4}$; $11\frac{7}{8}$ mit 15; $37\frac{5}{8}$ mit 19; $18\frac{5}{8}$ mit $\frac{7}{8}$; $35\frac{4}{7}$ mit $\frac{5}{9}$; $23\frac{5}{8}$ mit $\frac{7}{11}$: so kommt 38, $35\frac{3}{4}$ u. s. w.

12. Wie viel ist anderthalb mal anderthalb? — Fünftehalb mal fünftehalb? — Achtehalb mal achtehalb? Antw. $2\frac{1}{4}$, $20\frac{1}{4}$, $56\frac{1}{4}$.

13. Quadriret folgende Zahlen: $7\frac{3}{4}$; $9\frac{4}{7}$; $12\frac{7}{8}$; $37\frac{1}{2}$: so kommt $60\frac{1}{6}$, $96\frac{1}{2}$, $165\frac{1}{2}$, $1437\frac{1}{4}$. Quadriren heißt: eine Zahl mit sich selbst multipliciren.

14. Wie viel Quadratfuß enthält ein Brett, welches 13' 4" lang, und 2' 7½" breit ist? Antw. 35 □ Fß,

15. Wie viel Thlr. verzehrt man in 23 Wochen, wenn jede einen franz. Kronenthaler zu 47 Sgr. erfordert? Antw. 36 Thlr. 1 Sgr.

16. Wie viel Thlr. kosten 7½ Ellen, jede zu 20 Sgr.? Antwort 5½ Thlr. = 5 Thlr. 5 Sgr.

17. Wie viel kosten 12 Etr. 96 lb 8 Loth Waar, wenn jeder Etr. 6½ Thlr. gilt? Antw. 87½ Thlr.

18. Wie viel Thlr. kosten $\frac{3\frac{1}{2}}{4}$ Elle jede zu 3½

Schilling? Antw. $\frac{4\frac{9}{8}}{1\frac{2}{8}}$ Thlr. = 10 Sgr. 9 Pf.

Zusatz. Bei der Ausrechnung practischer Multiplications-Exempel in Brüchen, ist es, sowohl der schönen Ordnung, als auch der dabei anzubringenden Vortheile wegen, am dienlichsten und bequemsten, daß die vorkommenden Geld- und Gewicht-Sorten, u. bis auf die gebräuchlichsten geringern Sorten, während der Ausarbeitung aufgelöst werden. Es ist daher sehr wichtig, die bequemste Methode und Kunstgriffe hierzu schon vorläufig, durch folgende Beispiele und Erklärungen, kennen zu lernen, um sich dieselben üben anzugewöhnen.

	Loth.		Sgr.		Loth.
19.	1	zu	2½	was	7?
			7		

$$\begin{array}{r} 14 \\ 3 = 6 \end{array}$$

Antw. Sgr. 17 = 6 Pf.

Erklärung. In Gedanken wird hier 7 mit $\frac{1}{2}$ multipl., und anstatt des Productes 3½, sogleich 3 Sgr. 6 Pf. zu 14 Sgr. addirt.

	tb	Etr.	tb	
20.	1	zu	5¾	was 29?

$$\begin{array}{r} 5\frac{3}{4} \\ 2 = 25 \\ 21 = 12 \\ 12 \text{ fl.} \end{array}$$

Antw. Rthlr. 2 : 46 = 12 Hlr. 7 *

Erfl. 29 wird hier mit 5 Stbr. multipl., und die erstere Ziffer von dem Product, nämlich 5, gleich an den gehörigen Ort geschrieben, weil sie allemal wegen der Null an dem Divisor 60, stehen bleibt, die folgende Zahl des Products, nämlich 14, wird in Gedanken durch 6, von der Zahl 60, dividirt, und der Quotient, nämlich 2 Rthlr., vorne hin, der Rest 2 aber neben die 5 gesetzt. Endlich wird 29 mit dem Zähler 3, ohne von der Stelle zu setzen, multiplicirt, und das Product 87 seitwärts niedergeschrieben, und durch den Nenner 4 dividirt. Die restirenden 3 Stbr., müssen mit 16 zu Hlr. aufgelöst werden; 16 hebt sich aber gegen den Nenner, oder Divisor 4 auf: man hat also nur noch 3 mit 4 zu multipliciren, und alles an gehörigen Ort zu setzen, und zu addiren. Dies läßt sich auch bei Thlr. Sgr. und Pf. anwenden.

1. U e b u n g

in praktischen Multiplications-Aufgaben.

21. 1 Loth zu $3\frac{1}{4}$ Sgr., was 9 Loth? Antw. 29 Sgr. 3 Pf.

22. 1 tb zu $7\frac{1}{4}$ Stbr., was 11 tb ? Antw. 1 Rthlr. 19 Stbr. 12 Hlr.

23. 1 Maaß zu $9\frac{1}{2}$ Sgr., was 17 Maaß? Antw. 5 Thlr. 15 Sgr. 9 Pf.

Elle Sgr Ellen.

24. 1 zu $25\frac{5}{8}$, was $27\frac{1}{2}$? Zähler-Auflösungs.

	$27\frac{1}{2}$	5	12
			2
22	15	5	
	12	6	
	22	6	
		175	
		50	

Antw. Th. 23

675

Erfl. 1. Hier müßte das Product der Zähler, nämlich 5, mit 12 zu Pf. gemacht, und diese durch das Product der Nenner dividirt werden; beide Zahlen werden aber seitwärts hingeschrieben, und die Auflösungszahl 12 gegen den Nenner 6, und die kommende 2 gegen den andern Nenner 2, ausgestrichen folglich fällt hier das

sonst nöthige Multipliciren und Dividiren gegen einander weg, und man hat nur den Zähler 5 als Pf. anzuschreiben.

2. Weil hier 25 mit der zweiziffrigen Zahl 27 multiplicirt werden muß, so geschiehet dies von der Stelle seitwärts, und das kommende Product 675 wird in Gedanken durch 30 dividirt, und der kommende Quotient 22 Thlr. 15 Sgr. zugleich an seinen Ort gesetzt.

3. 25 wird in Gedanken mit dem Bruch $\frac{1}{2}$ multipl. und 12 Sgr. 6 Pf. beigelegt.

4. Die untere 27 und der obere Nenner 6 lassen sich durch 3 verkleinern, und werden 9 und 2. Jetzt denkt und spricht man: 5 mal 9 ist 45, durch 2 dividirt, gibt die beigelegte 22 Sgr. 6 Pf. — Zuletzt werden alle Producte addirt.

2. U e b u n g.

25. 1 Elle zu 37 Stbr., was $27\frac{3}{4}$ Ellen? Antw. 17 Rthlr. 6 Stbr. 12 Hlr.

26. 1 Elle zu 28 Sgr., was $32\frac{7}{8}$ Ellen? Antw. 30 Thlr. 20 Sgr. 6 Pf.

27. 1 tb zu $7\frac{1}{2}$ Sgr., was $9\frac{1}{2}$ tb? Antwort 2 Thlr. 11 Sgr. 3 Pf.

28. 1 tb zu $9\frac{2}{3}$ Sgr., was $29\frac{1}{2}$ tb? Antwort 11 Thlr. 21 Sgr. 2 Pf.

29. 1 tb zu $25\frac{3}{4}$ Mgr., was $57\frac{5}{8}$ tb? Antw. 41 Thlr. 7 Mgr. $6\frac{3}{4}$ Pf.

Str. Thlr. Str.

30. 1 zu $13\frac{5}{8}$ was $37\frac{7}{8}$?

Zähler Aufz.

35 30
5 8

8 : 175 = 21 Sgr.

$\frac{7}{3}$

2 : 21 = $10\frac{1}{2}$ Pf.

8 : 91 = 11 Thlr.

$\frac{3}{30}$

8 : 90 = 11 Sgr.

$\frac{2}{3}$

2 : 6 = 3 Pf.

Utw. Th. 53 : 18 : $1\frac{1}{2}$ Pf.

39 : 21 : $10\frac{1}{2}$

11 : 11 : 3

2 : 15 : —

Erkl. 1. Weil mitten pr. Thlr. stehen, so ist bei dem Bruch-Producte die Auflösungszahl = 30. Hierin geht der Kenner 6 auf und bringt 5, womit das Product der Zähler = 35 multipl., und das Product 175 durch den andern Kenner = 8 dividirt wird. Der Rest = 7 Sgr. müßte nun mit 12 zu Pf. gemacht, und durch 8 dividirt werden; 12 und 8 heben sich aber mit 4 auf, daher wird der Rest = 7 nur mit 3 multipl. und mit 2 dividirt. Jetzt werden die Ganzen 13 und 3 mit einander multipl. und alles gehörig angeschrieben.

2. Die obere 13 wird mit dem untern Zähler 7 multipl. und seitwärts durch den Kenner 8 dividirt. Der Rest = 3 Thlr. wird mit 30 zu Sgr. gemacht und diese auch durch 8 dividirt. Der Rest = 2 Sgr. wird nur mit 3 zu Pf. gemacht und durch 2 dividirt, weil 8 und 12 sich wieder mit 4 aufheben lassen.

3. Die untere 3 geht in dem obern Kenner 6 auf, und so hat man den Zähler 5 nur in Gedanken durch 2 zu dividiren, um 2 Thlr. 15 Sgr. zu erhalten und zu den vorigen Producten zu addiren.

3. U e b u n g.

31. 1 Etr. zu $7\frac{2}{3}$ Rthlr., was 19 Etr.? Antw. 145 Rthlr. 40 Stbr.

32. 1 Etr. zu $5\frac{3}{5}$ Thlr., was $\frac{7}{8}$ Etr.? Antw. 4 Thlr. 27 Sgr.

33. 1 Elle zu $2\frac{3}{4}$ Thlr., was $9\frac{3}{4}$ Ellen. Antw. 26 Th.

34. 1 Elle zu $3\frac{7}{12}$ Thlr., was $13\frac{3}{4}$ Elle? Antw. 49 Thlr. 6 Sgr. 6 Pf.

35. 1 Dhm zu $13\frac{3}{4}$ Thlr., was $67\frac{7}{8}$ Dhm? Antw. 941 Thlr. 6 Sgr.

36. 1 Dhm zu $75\frac{5}{8}$ Gulden, was $31\frac{5}{8}$ Dhm? Antw. 2398 Gulden 13 Kr. 3 Hlr.

37. 1 Altr. zu $15\frac{7}{8}$ Thlr., was $21\frac{1}{2}$ Maltr.? Antw. 347 Thlr. 33 Mgr. 3 Pf.

Die Uebung dieser Methode, welche nachher in der Regeldetrie fortgesetzt wird, kann nicht genug empfohlen werden; sie führt zu einer ungemeinen Fertigkeit im Rechnen.

(Siehe Aufg. 62 in der Regeldetri.)

Divisio in Brüchen.

Es kommen fünferlei Fälle vor zu dividiren.

1. Brüche durch Brüche.
2. Ganze durch Brüche.
3. Brüche durch Ganze.
4. Gemischte Zahlen durch Brüche.
5. Gemischte Zahlen durch Gemischte.

1 Haben die Brüche einerlei Nenner, so werden sie eingerichtet, nämlich die Zähler heruntergesetzt, und in einander dividirt. 3. B.

$$\frac{2}{3} : \frac{2}{6} \\ \hline 2 : 6 = 3 \text{ mal.}$$

1. U e b u n g.

2. Wie oft steckt $\frac{1}{3}$ in $\frac{2}{3}$? — $\frac{1}{4}$ in $\frac{3}{4}$? — $\frac{2}{5}$ in $\frac{4}{5}$? — $\frac{2}{7}$ in $\frac{5}{7}$? — $\frac{3}{8}$ in $\frac{7}{8}$? — $\frac{2}{9}$ in $\frac{7}{9}$? —
 Antw. 2mal zuletzt $3\frac{1}{2}$ mal.

Haben die Brüche ungleiche Nenner, so müssen sie gleichnamig gemacht werden. Dieses geschieht, wenn man jeden heruntergerückten Zähler mit des andern Bruchs Nenner multiplicirt. Hierauf wird denn mit dem Product des Divisors das andere Product dividirt.

Vortheil: Vor dem Multipliciren dürfen beiderseitige Nenner, oder auch Zähler, gegen einander aufgehoben werden.

Zusatz. Weil das Multipliciren vom Dividiren das Gegentheil ist, so kann die Division der Brüche auch durch die Multiplication verrichtet werden: man darf nur den Bruch des Dividenten mit dem umgekehrten Bruch des Divisors multipliciren. 3. B.

$$1) \frac{2}{3} : \frac{2}{3}$$

$$\begin{array}{r} 3 \quad 2 \\ 3 \quad 8 \\ \hline \end{array}$$

$$9 : 16 = 1\frac{7}{9} \text{ mal.}$$

$$2) \frac{4}{9} - 3 : \frac{7}{12} - 4$$

$$\begin{array}{r} 4 \quad 7 \\ 4 \quad 3 \\ \hline \end{array}$$

$$16 : 21 = 1\frac{5}{16} \text{ mal.}$$

Oder:

$$\text{mit } \frac{3}{2} \text{ ungef.}$$

$$\frac{16}{9} = 1\frac{7}{9} \text{ mal.}$$

$$\text{mit } \frac{12}{7} - 4 \text{ multipl.}$$

$$\frac{16}{16} = 1\frac{5}{16} \text{ mal.}$$

Erklärung. Oben bei dem ersten Beispiele wurden die 3 Achttheile mit dem Nenner 3; so wie auch die 2 Dritttheile mit dem Nenner 8 zu 24theilen, und also in 9 und 16 gleichnamig gemacht. Diese Erklärung gilt auch bei allen übrigen Fällen, und darüber muß jedesmal nachgedacht werden.

2. Uebung.

2. Dividiret auf beiderlei Weise $\frac{2}{3}$ in $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{2}$ in $\frac{5}{6}$; $\frac{3}{8}$ in $\frac{5}{6}$; $\frac{2}{3}$ in $\frac{6}{7}$: so kommt $1\frac{1}{8}$ u. s. w.

3. Dividiret $1\frac{1}{2}$ durch $\frac{3}{8}$; $1\frac{1}{2}$ durch $\frac{3}{8}$; $\frac{2}{3}$ durch $\frac{12}{25}$; $\frac{7}{8}$ durch $\frac{5}{12}$; so kommt $2\frac{2}{9}$ u. s. w.

3. Soll eine ganze Zahl durch einen Bruch dividirt werden, so multipl. man die Ganzen mit des Bruchs Nenner, damit sie durch den Zähler gleichnamig werden, welcher dann in dies Product dividirt wird.

Zusatz. Man kann und darf auch die Ganzen vorher durch den Nenner 1 zum unechten Bruch machen, und diesen dann mit dem umgekehrten Bruch des Divisors multipliciren. Z. B.

$$\begin{array}{r} \frac{3}{4} : 5 \quad \text{oder } \frac{5}{4} \\ \hline 3 : 20 = 6\frac{2}{3} \text{ mal} \quad \frac{20}{3} = 6\frac{2}{3} \text{ mal.} \end{array}$$

3. Uebung.

4. Wie oft steckt $\frac{2}{3}$ in 7? — $\frac{3}{8}$ in 11? — $\frac{5}{6}$ in 15? — $\frac{4}{5}$ in 17? — $\frac{5}{9}$ in 20? — $1\frac{1}{2}$ in 126? — Antw. $10\frac{1}{2}$ mal, zuletzt $137\frac{1}{11}$ mal.

4. Soll ein Bruch durch eine ganze Zahl dividirt werden, so ist dieser Fall von dem vorigen nur dadurch unterschieden, daß die Ganzen den Divisor, und der Bruch den Dividenten vorstellen, und also jedesmal zum Quotienten einen Bruch herausbringen, Z. B.

$$\begin{array}{r} 2 : \frac{3}{4} \quad \text{oder } \frac{3}{4} \\ \hline 4 : 3 = \frac{3}{4} \text{ mal} \end{array}$$

Man darf auch des Bruchs Nenner mit der dividirenden ganzen Zahl multipliciren: daher lassen sich folgende Aufgaben leicht in Gedanken rechnen.

4. U e b u n g

5. Dividiret $\frac{2}{3}$ durch 2; $\frac{4}{7}$ durch 3; $\frac{7}{8}$ durch 5; $\frac{5}{9}$ durch 6; $\frac{6}{11}$ durch 9; $\frac{1}{13}$ durch 15: so kommt $\frac{1}{3}$, zuletzt $\frac{3}{55}$.

6. Welches ist der dritte Theil von $\frac{2}{3}$? — der 4te Theil von $\frac{5}{6}$? — der 6te Theil von $\frac{9}{13}$? Antw. $\frac{2}{9}$, zuletzt $\frac{3}{20}$.

Soll eine gemischte Zahl durch einen Bruch dividiret werden, so richtet man beide Zahlen ein, macht sie nach der gegebenen Erklärung gleichnamig, und dividiret den Divisor in den Dividenten.

Zusatz. Man kann und darf auch nur den Divisor einrichten, und die gemischte Zahl mit des Divisors Nenner multipliciren, und gleich darauf dividiren.

2. Man kann und darf auch die gemischte Zahl zu einem unechten Bruch machen, und diesen mit dem umgekehrten Bruch des Divisors multipliciren. 3. B.

$$\begin{array}{r} \frac{2}{3} : 4\frac{1}{2} \quad \text{oder: } \frac{2}{3} : 4\frac{1}{2} \\ \hline 2 \quad 9 \\ 2 \quad 3 \\ \hline 4 : 27 = 6\frac{3}{4} \text{ mal.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{oder: } 4\frac{1}{2} = \frac{9}{2} \\ \text{mit } \frac{3}{2} \text{ umgekehrt.} \\ \hline \frac{27}{4} = 6\frac{3}{4} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 13\frac{1}{2} = 27 \\ \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \end{array}$$

5. U e b u n g.

Dividiret nach diesen Beispielen $5\frac{1}{3}$ durch $\frac{3}{4}$; $4\frac{5}{6}$ durch $\frac{4}{5}$; $6\frac{2}{3}$ durch $\frac{5}{8}$; $12\frac{1}{2}$ durch $\frac{5}{6}$; $\frac{2}{3}$ in $1\frac{1}{2}$; $\frac{7}{8}$ in $3\frac{3}{4}$; $\frac{5}{6}$ in $6\frac{5}{12}$: so kommt zuerst $7\frac{1}{2}$, und zuletzt $11\frac{1}{20}$.

6. Soll eine gemischte Zahl durch eine gemischte dividiret werden, so richtet man beide Zahlen ein; macht sie nach dem Vorhergehenden gleichnamig, und dividiret demnächst den Dividenten durch den Divisor: wobei auch die bei-

den vorhergehenden Zusätze angewandt werden können. 3 B.

$$\begin{array}{r} 2\frac{2}{3} : 9\frac{3}{4} \\ \hline 8 \quad 39 \\ 4 \quad 3 \\ \hline 32 : 117 = 3\frac{2}{3}\frac{1}{2}\text{mal.} \end{array} \quad \begin{array}{r} \text{oder: } 2\frac{2}{3} : 9\frac{3}{4} \\ \hline 3 \\ \hline 8 : 29\frac{1}{4} = 3\frac{2}{3}\frac{1}{2}\text{mal.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 : 117 = 3\frac{2}{3}\frac{1}{2}\text{mal.} \\ \hline 21 \\ \hline \text{oder: } 2\frac{2}{3} : 9\frac{3}{4} \\ \hline \frac{8}{3} : \frac{39}{4} \\ \hline \text{mit } \frac{8}{3} \text{ ist umgekehrt.} \\ \hline \frac{117}{8} = 3\frac{2}{3}\frac{1}{2}\text{mal.} \end{array}$$

Gemischte Übung.

8. Wie oft steckt $1\frac{3}{4}$ in $7\frac{1}{2}$? — $2\frac{3}{4}$ in $8\frac{1}{2}$? —
 $3\frac{2}{3}$ in $11\frac{1}{6}$? — $9\frac{1}{4}$ in $4\frac{1}{2}$? — $6\frac{2}{3}$ in $117\frac{5}{8}$? —
 Antwort $4\frac{8}{12}$, $3\frac{7}{26}$, zuletzt $18\frac{3}{16}$.

9. 1 Loth zu $\frac{1}{2}$ Egr., wie viel dann für
 $\frac{3}{4}$ Egr.? Antw. $1\frac{1}{2}$ Loth.

10. 1 Loth zu $\frac{3}{4}$ Egr., wie viel dann für
 7 Egr.? Antw. $9\frac{1}{3}$ Loth.

11. $\frac{2\frac{1}{2}}{4}$ Elle für 1 Thlr., was $\frac{7}{16}$ Elle?

Antw. 21 Egr.

12. Einer verzehrt täglich $\frac{3}{8}$ Thlr., wie lange
 kommt er demnach mit 36 Thlr. aus? Antw. 13
 Wochen 5 Tage.

13. 3 tb zu 1 Thlr., was $\frac{5}{8}$ tb? Antw. 18
 Kreuz. 3 Hlr.

14. 5 Erben haben $\frac{3}{4}$ Kirchensitz: Was für ei-
 nen Theil hat daran Jeder? Antw. $\frac{3}{20}$ Theil.

15. 4 tb zu 1 Thlr., was $13\frac{1}{2}$ tb; Antwort
 3 Thlr. 11 Egr. 3 Pf.

16. 4 Personen sollen $23\frac{2}{3}$ Thlr. zu gleichen
 Theilen unter sich theilen: Wie viel bekommt Je-
 der? 5 Thlr. 22 Egr. = 27 Egr. 6 Pf.

17. $\frac{3}{5}$ Elle zu 1 Thlr., was $7\frac{3}{4}$ Ellen? Antw. 20 Thlr. 24 Mgr. = 20 Sgr. = 16 Ggr.

18. $2\frac{2}{3}$ Thlr. kostet 1 Mltr., wie viel bekommt man denn für $24\frac{5}{6}$ Thlr.? Antw. 9 Mltr. 5 Viert.

19. Wenn $3\frac{1\frac{1}{2}}{4}$ th Waar 1 Rth. gelten: Wie viel kosten denn 52 th ? Antw. 15 Rth. 24 Stbr. $7\frac{1}{2}$ Hlr.

Schluß-Aufgabe durch alle vier Rechnungsarten.

Addiret $6\frac{3}{4}$, $10\frac{5}{6}$, $13\frac{3\frac{1}{2}}{4}$, $9\frac{3}{10}$ und $\frac{56\frac{3}{4}}{3}$.

Subtrahiret von dieser Summe $12\frac{2}{3}$.

Multiplirciret den Rest mit $19\frac{1}{3}$.

Dividiret dies Product durch $5\frac{2\frac{1}{2}}{6}$
so muß $168\frac{3\frac{1}{4}}{1\frac{1}{2}}$ herauskommen.

Regeldetri in Brüchen.

Was schon Seite 57 von der Regeldetri überhaupt, als Einleitung zur Regeldetri ganzer Zahlen, gesagt worden, gilt auch hier bei der Regeldetri in Brüchen. Es ist also hier nur das Nöthigste von Verhältnissen und Proportionen nachzuholen.

Die Vergleichung zweier ähnlichen Größen, oder Zahlen zu einander, nennet man ein Verhältniß, und diese 2 Größen heißen die Glieder des Verhältnisses.

Es kann aber eine jede Zahl mit einer andern auf zweierlei Art verglichen werden. 1) Durch die Subtraction, in Ansehung ihres Unterschiedes, (Differenz); wie viel nämlich die eine mehr oder weniger ist, als die andere. 2) Durch die Division in Ansehung ihres Quotienten (Exponent); wie viel mal die eine in der andern enthalten ist. Das erste nennet man ein Arithmetisches Verhältniß; das andere aber ein Geometrisches Verhältniß.

Wenn ich z. B. 2 th und 8 th gegen einander halte und vergleiche, und dabei durch die Subtraction auf ihren Unterschied sehe, so finde ich das arithmetische Verhältniß dieser Zahlen, daß nämlich 8 th um 6 th mehr sind als 2 th .

Seh ich aber durch die Division, auf ihren Quotienten, so finde ich das geometrische Verhältniß dieser Zahlen, daß nämlich 2 th in 8 th viermal enthalten sind.

Wenn man zwei gleiche Verhältnisse, welche nämlich einerlei Differenz oder Exponenten haben, in eine Gleichung zusammen setzet, so entstehen dadurch eine Aehnlichkeit oder Proportion, und die Größen oder Zahlen, welche sie ausmachen, nennet man die Glieder der Proportion. Jene nennet man eine arithmetische Proportion und diese eine geometrische Proportion. Die erstere schreibt man mit dem Zeichen der Subtraction (—) und die andere mit dem Zeichen der Division (:), vermittelst des Zeichens der Gleichheit (=) in eine Gleichung.

Arith. Propor.

$$8 - 2 = 9 - 3.$$

Geometr. Propor.

$$2 : 8 = 3 : 12.$$

In beiden Fällen spricht man: Die erste GröÙe verhält sich zur zweiten, gleich wie sich die dritte zur vierten verhält.

Die Proportionen haben sehr merkwürdige Eigenschaften, welche man sich, ihres Nutzens wegen, bekannt machen muß.

1. In arithmetischen Proportionen ist die Summe der beiden äußern Glieder, gleich der Summe der beiden mittlern, und in geometrischen Proportionen ist das Product der äußern Glieder, gleich dem Producte der mittlern. Z. B.

$$\begin{array}{r} 8 - 2 = 9 - 3 \\ + 9 \quad + 8 \\ \hline 11 = 11 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 : 8 = 3 : 12 \\ \text{mit 3} \quad \text{mit 2} \\ \hline 24 = 24 \end{array}$$

Hieraus folgt 1) daß man zu drei gegebenen Gliedern einer arithmetischen Proportion, das vierte Glied findet, wenn man das zweite oder dritte Glied zusammen addirt, und von der Summe das erste Glied subtrahirt.

Hieraus folgt 2) daß man zu drei gegebenen Gliedern einer geometrischen Proportion, das vierte Glied findet, wenn man das zweite und dritte Glied mit einander multiplicirt, und das Product durch das

erste Glied dividirt; und hierauf gründet sich die Regel:

$$\text{detri. 3. B. } 8 - 2 = 9 \qquad 2 : 8 = 3$$

$$+ 2$$

$$8$$

$$11$$

$$2 : 24$$

$$8$$

$$\text{das 4. Glied} = 12$$

$$\text{das 4. Glied} = 3$$

2) Die vier Glieder einer Proportion lassen sich auf folgende 8 verschiedener Weise versetzen und bleiben doch jedes Mal proportionirt:

Arith. Proport.

Geom. Proport.

$$8 - 2 = 9 - 3$$

$$2 : 8 = 3 : 12$$

$$8 - 9 = 2 - 3$$

$$2 : 3 = 8 : 12$$

$$2 - 8 = 3 - 9$$

$$8 : 2 = 12 : 3$$

$$2 - 3 = 8 - 9$$

$$8 : 12 = 2 : 3$$

$$9 - 8 = 3 - 2$$

$$3 : 2 = 12 : 8$$

$$9 - 3 = 8 - 2$$

$$3 : 12 = 2 : 8$$

$$3 - 2 = 9 - 8$$

$$12 : 8 = 3 : 2$$

$$3 - 9 = 2 - 8$$

$$12 : 2 = 8 : 2$$

2. Wenn man die zwei ersten, oder auch die zwei letzten Glieder einer geometr. Proportion, mit einer beliebigen Zahl multiplicirt, oder dividirt, so ist und bleibt doch die folgende Proportion der vorigen gleich. 3. B.

$$2 : 8 = 3 : 12$$

$$2 : 8 = 3 : 12$$

$$\text{mult. 4 : 4}$$

$$6 : 6 \text{ mult.}$$

$$8 : 32 = 3 : 12$$

$$2 : 8 = 18 : 72$$

$$\text{div : 2 : 2}$$

$$: 3 : 3 \text{ div.}$$

$$4 : 16 = 3 : 12$$

$$2 : 8 = 6 : 24$$

$$3$$

$$4$$

$$6$$

$$2$$

$$\text{Probe 48} = 48$$

$$48 = 48 \text{ Probe.}$$

Wenn dieses mit beiden Paar Gliedern geschieht, so bleibt die Proportion doch mit dem vorigen einerlei 3. B.

$$2 : 8 = 3 : 12$$

$$2 : 8 = 3 : 12$$

$$\text{mult. 4 } 4 \quad 6 \quad 6$$

$$6 : 6 = 8 : 8 \text{ mult.}$$

$$8 : 32 = 18 : 72$$

$$12 : 48 = 24 : 96$$

$$\text{divid. 2 } 2 \quad 3 \quad 3$$

$$3 \quad 3 \quad 4 \quad 4 \text{ divid.}$$

$$4 : 16 = 6 : 24$$

$$4 : 16 = 6 : 24$$

$$6$$

$$4$$

$$9$$

$$4$$

$$\text{Probe 96} = 96$$

$$96 = 96 \text{ Probe.}$$

Auch bleibt einerlei Proportion, wenn das erste und dritte, oder das zweite und vierte Glied mit einerlei Zahlen multipl. oder dividirt werden. 3. B.

	$2 : 8 = 3 : 12$	$2 : 8 = 3 : 12$
mult. 6	6	8
	$12 : 8 = 18 : 12$	$2 : 64 = 3 : 96$
div. 3	3	4
	$4 : 8 = 6 : 12$	$2 : 16 = 3 : 24$
	6	3
	4	2
Probe 48	$= 48$	$48 = 48$

Hieraus folgt, daß bei der Regelbetri das erste Glied gegen das zweite, oder gegen das dritte Glied aufgehoben oder verkleinert werden darf. Hieraus folgt ferner, daß das erste Glied mit demjenigen Nenner multiplicirt werden muß, mit welchem etwa das zweite oder dritte Glied eingerichtet worden ist; auch, daß das zweite oder dritte Glied mit dem Nenner des ersten Gliedes muß multipl. werden, wenn man es mit demselben eingerichtet hat.

Wenn bei einer arithmetischen Proportion, zu den oben angeführten Gliedern gleiche Zahlen addirt, oder von denselben subtrahirt werden, so bleiben sie auch jedes Mal proportionirt.

Zu desto besserer Einsicht dieser wichtigen Proportionslehre, können die angezeigten Eigenschaften an den folgenden Proportionen zur Uebung wiederholt werden.

Arith. Proport.	Geom. Proport.
$7 - 3 - 12 - 8$	$3 : 9 = 5 : 15.$

Aufgaben zur Uebung der Regelbetri in Brüchen.

I. Multiplications Aufgaben, in 10 Abtheilungen, in welchen das erste Glied eine 1 ist.

1. Wenn 1 $\frac{1}{2}$ Paar 27 Sgr. gilt: Wie

viel kostet demnach $\frac{1}{2}$ tb? Antw. 13 Silbergr.
6 Pf.

$$\begin{array}{rcccl} \text{tb} & & \text{Sgr.} & & \text{tb} \\ 1 & : & 27 & \times & \frac{1}{2} \end{array}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\text{Sgr. } 13 = 6 \text{ Pf.}$$

Anmerk. Diese und mehr folgende Aufgagen können, nachdem sie aufgesetzt worden, leicht in Gedanken, ohne alle Nebenarbeit berechnet werden. Wenn dieses aber noch nicht geläufig genug seyn sollte, der bediene sich doch der in dem Zusatz Seite 99 und folgenden angewiesenen Methode. Alle andere Verfahrungsarten sind hier absichtlich weggelassen, um sich diese einzig und allein anzugewöhnen, weil sie ohnstreitig unter allen die Beste ist.

2. 1 Loth Waar zu $\frac{3}{4}$ Stbr.: Wie viel denn 13 Loth? Antw. 9 Stbr. 12 Hl.

3. Wenn 1 tb Caffee 25 Stbr. gilt: Wie viel kostet denn $\frac{3}{4}$ tb? Antw. 18 Stbr. 12 Hl.

4. 1 Elle Zib zu 20 Sgr: Wie theuer ist denn $\frac{5}{8}$ Elle? Antw. 12 Sgr. 6 Pf.

5. 1 Elle Manchester zu 52 Kreuz.: Wie viel kostet demnach $\frac{7}{8}$ Elle? Antw. 45 Kr. 2 Hl.

6. Wenn $\frac{3}{4}$ tb Waar 1 Thlr. kostet: Wie viel bekommt man denn für 17 Thlr.? Antw. 12 tb 24 Loth.

2. A b t h e i l u n g.

7. 1 Elle Stoff zu $\frac{5}{8}$ Thlr.: Wie viel kosten demnach 7 Ellen? Antw. 5 Thlr. 25 Sgr.

8. 1 Ctr. zu 17 Thlr.: Was thun denn 17 Ctr.? Antw. 9 Thlr. 27 Sgr. 6 Pf.

9. Wenn 1 Ctr. an Fracht thut $\frac{5}{8}$ pr. Thlr.: Wie viel muß man denn für 19 Ctr. bezahlen? Antw. 11 $\frac{1}{2}$ Thlr. 29 Stbr. 4 Hl.

10. 1 Dhm Wein zu 31 Thlr.: Wie viel denn $\frac{7}{8}$ Dhm? Antw. 27 Thlr. 3 Sgr.

3. A b t h e i l u n g.

11. Wie viel kosten 7 Loth Waar, wenn jedes Loth $2\frac{1}{2}$ Stbr. gilt? Antw. 17 Stbr. 8 Hlr.

12. 1 Elle Seidenband zu $1\frac{1}{4}$ Sgr.: Wie viel kosten 11 Ellen? Antw. 19 Sgr. 3 Pf.

13. Was kosten 9 Brod, jedes zu $5\frac{1}{2}$ Sgr? Antw. 1 Thlr. 19 Sgr. 6 Pf.

Brod Sgr. Brod

$$1 : 5\frac{1}{2} \times 9$$

$$1 : 15$$

$$4 : 6$$

Auf diese Weise auch die folgenden Aufgaben.

$$\text{Thlr. } 1 : 19 : 6$$

14. 1 Loth Waar zu 6 Stbr 8 Hl.: Was 1 lb? Antw. 3 Rthlr. 28 Stbr.

15. 1 lb Butter zu 5 Sgr 2 Pf.: Wie viel 26 lb? Antw. 4 Thlr. 14 Sgr. 4 Pf.

16. 1 Elle Siamois zu 23 Kreuz.: Wie viel kosten demnach $6\frac{3}{8}$ Ellen? Antw. 2 Guld. 26 Kr. $2\frac{1}{2}$ Hlr.

17. Wie viel kosten 8 Maas, jede zu 12 Sgr. 8 Pf.? Antw. 3 Thlr. 11 Sgr. 4 Pf.

18. Wie viel muß man für 5 lb 24 Loth Waar bezahlen, wenn jedes lb 17 Mgr. kostet? Antw. 2 Thlr. 25 Mgr. 6 Pf.

4. A b t h e i l u n g.

19. Wenn man 26 Sgr. für 1 lb Zucker gibt: Wie viel thun den $13\frac{1}{4}$ lb? Antw. 11 Thlr. 14 Sgr. 6 Pf.

$$\begin{array}{rcccl} \text{lb} & & \text{Sgr.} & & \text{lb} \\ 1 & : & 26 & \times & 13\frac{1}{4} \\ & & 13\frac{1}{4} & & \end{array}$$

$$11 : 8$$

$$6 : 6$$

$$\text{Thlr. } 11 : 14 : 6 \text{ Pf.}$$

$$\begin{array}{r} 78 \\ 26 \end{array}$$

$$30 : 338 = \text{Thlr. } 8 \text{ Sgr.}$$

20. Ein Brodt zu 12 Stbr. 12 Hlr.: Was kosten 17 Brodet? Antw. 3 Rthlr. 36 Stbr. 12 Hlr.

21. Was thun 123 Ellen Doppelftein, jede Elle zu 17 Stbr. 4 Hl.? Antw. 27 pr. Thlr. 15 $\frac{3}{4}$ Stbr.

22. 1 tb Caffee zu 29 Stbr.: Wie viel demnach 47 tb 28 Loth? Antw. 17 Thlr. 23 Sgr. 11 Pf. zahlb.

23. Wer täglich 12 $\frac{3}{4}$ Kreuz. ausgibt: Wie viel machts im ganzen Jahr? Antw. 77 Gld. 33 Kr. 3 H.

24. Wenn ich täglich 15 $\frac{3}{4}$ Stbr. ausgabe: Wie groß ist demnach die Ausgabe in 187 Tagen? — Antw. 49 Rth. 5 $\frac{1}{4}$ Stbr. = 37 Thlr. 22 $\frac{3}{4}$ Sgr. zahlb.

25. 1 Maas zu 29 Sgr. 4 Pf.: Was 28 Mß? Antw. 27 Thlr. 11 $\frac{1}{2}$ Sgr. = 35 Rthlr. 35 $\frac{1}{4}$ Stbr. zahlb.

26. Wenn 2 $\frac{3}{8}$ tb Waar 1 Mgr. kostet: Wie viel bekommt man denn für 13 Mgr.? Antwort 30 tb 28 Loth.

5. A b t h e i l u n g.

27. 1 Mltr. Gerste zu 5 $\frac{1}{4}$ Rth.: Was 6 Mltr.? Antw. 34 $\frac{1}{2}$ Rth. = 26 Thlr. 16 Sgr. 2 Pf. sehr nahe.

28. Wie viel kosten 7 $\frac{3}{8}$ Mltr. Weizen, wenn jedes Mltr. 13 Rth. gilt? Antw. 95 Rth. 78 Kr. 3 Hl.

29. 1 Etr. Waar zu 18 $\frac{5}{8}$ Gulden: Wie viel demnach 16 Etr.? Antw. 301 Guld. 20 Kr.

30. Wenn man 27 Thlr. für eine Dhm gibt: Was thun denn 12 $\frac{5}{8}$ Dhm? Antw. 340 Thlr. 21 Sgr. = 26 $\frac{1}{4}$ Sgr.

31. 1 Mltr. Korn zu 5 Thlr.: Wie viel denn 13 $\frac{3}{4}$ Mltr.? Antw. 68 Thlr. 22 Sgr. 6 Pf.

6. A b t h e i l u n g.

32. 1 Loth Silber zu $\frac{4}{7}$ Rthlr.: Was thun $\frac{3}{4}$ Loth? Antw. 36 Stbr. = 13 Sgr. 10 Pf. zahlb.

33. 1 tb blaue Farbe zu $\frac{5}{8}$ pr. Thlr.: Was denn $\frac{5}{8}$ tb ? Antw. 40 Stbr. 10 Hl. = 15 Sgr. 7 $\frac{1}{2}$ Pf.

34. $\frac{7}{8}$ tb Waar für 1 Thlr.: Wie viel für $\frac{2}{3}$ Thlr.? Antw. 18 $\frac{2}{3}$ Loth.

35. Von $\frac{1}{2}$ Etr. fodert man 1 Zhr. Fracht: Wie viel wird demnach für $\frac{1}{8}$ Zhr. eben so weit gefahren? Antw. 37 tb 26 Loth.

7. A b t h e i l u n g.

36. 1 tb zu 19 Etr. 8 Hl.: Was $\frac{3}{4}$ tb ? Antw. 14 Etr. 10 Hl. = 5 Egr. $7\frac{1}{2}$ Pf.

37. Wie viel kostet $\frac{7}{8}$ tb , wenn 1 tb für 24 Egr. 8 Pf. verkauft wird? Antw. 21 Egr. 7 Pf.

38. Wenn $7\frac{1}{2}$ tb Fleisch 1 Zhr. gilt: Wie viel bekommt man denn für 15 Egr.? Antw. 4 tb 22 Lth.

39. 1 Elle Rattun zu $31\frac{1}{2}$ Etr.: Was kostet denn $\frac{7}{8}$ Elle Antw. $27\frac{1}{2}$ Etr. zahlbar.

40. 1 Maas Del zu 11 Mgr. 4 Pf.: Wie viel demnach $\frac{3}{4}$ Maas? Antw. 8 Mgr. 5 Pf.

41. 1 Elle zu $28\frac{2}{3}$ Egr.: Was $\frac{3}{8}$ Elle? Antw. 10 Egr. 9 Pf., = 16 Mgr. 1 Pf.

42. 1 tb zu 9 Egr. 4 Pf.: Was $\frac{5}{8}$ tb ? Antw. 5 Egr. 10 Pf. = 15 Etr. $2\frac{2}{3}$ Hl.

43. Was kostet $\frac{3}{4}$ Etr. Waar, jeden Etr. zu $13\frac{1}{2}$ Zhr.? Antw. 10 Zhr. 3 Egr. 9 Pf.

44. 1 Etr. zu $19\frac{1}{2}$ Zhr.: Wie viel $\frac{7}{8}$ Etr.? Antw. 17 Zhr. 5 Etr. 2 Hl. = 2 Egr. $\div 1\frac{1}{2}$ Pf.

45. $7\frac{1}{2}$ Rth. kosten 1 Ohm: Wie viel $\frac{7}{8}$ Ohm? A. 6 Rth. 51 Etr. 4 Hl. = 5 Zhr. 8 Egr. 2 Pf. z.

8. A b t h e i l u n g.

46. 1 Elle Lind zu $2\frac{1}{2}$ Etr.: Was kosten denn $7\frac{3}{4}$ Ellen? Antw. 19 Etr. 6 Hl. = 7 Egr. 5 Pf. z.

47. 1 Loth Waar zu 3 Etr. 12 Hl.: Was $9\frac{1}{2}$ Lth.? Antw. 35 Etr. 10 Hl. = 11 Egr. sehr nahe.

48. Ein Stockfisch von 2 tb 12 Loth, jedes tb zu 2 Egr. 6 Pf.: Wie viel machts? Antwort 5 Egr. $11\frac{1}{2}$ Pf. = 4 Egr. 9 Pf.

49. 1 Elle zu 25 Kr. 2 Pf.: Wie viel kosten demnach $5\frac{1}{4}$ Ellen? Antw. 2 Gulden $26\frac{1}{2}$ Kr. z.

50. Eine Magd wird mit $4\frac{1}{2}$ pr. Thlr. zu Markte geschickt; sie kauft daselbst von einem Bauer $15\frac{1}{2}$ tb Butter zu $9\frac{3}{4}$ Stbr.; $7\frac{1}{2}$ tb Speck zu $12\frac{1}{4}$ Stbr. $1\frac{1}{2}$ Viertel Eier zu $11\frac{1}{2}$ Stbr.; noch einen Käs von 8 tb zu $4\frac{1}{4}$ Stbr.: Wie viel Geld muß sie wieder mit zurück bringen? Antw. 56 Stbr. 12 Hl.

51. In einem Brodbüchelchen sind verzeichnet
Brod Egr.

9 zu $3\frac{1}{2}$ = $31\frac{1}{2}$ Egr. u. s. w. in Gedanken.

10 — $3\frac{3}{4}$ =

10 — $4\frac{1}{2}$

11 — $4\frac{2}{3}$

15 — $5\frac{1}{2}$

17 — $5\frac{3}{4}$

Wie viel fr. Rrth. zu 47 Egr. machts? und was kostet jedes Brod durcheinander? Antw. 7 fr. Rrth. $9\frac{1}{2}$ Egr., und jedes Brod im Durchschnitt 4 Egr. $8\frac{1}{2}$ Pf.

52. 1 Maas für 16 Egr. 8 Pf.: Was kosten $9\frac{5}{8}$ Mß? Antw. 6 Th. 16 Egr. 5 Pf. = 20 Egr 64 Pf.

53. Wenn $9\frac{7}{8}$ tb Waar einen Thlr. kosten: Wie viel kann man denn für $13\frac{5}{8}$ Thlr. haben? Antw. 136 tb $19\frac{1}{2}$ Loth.

9. A b t h e i l u n g.

54. Wie viele Rth. berg. cour., und wie viele Rth. edictmäßig, oder im 24 Guldenfuß sind folgende Stücke fr. Kronth., zu 2 Rth. 2 Stbr. Cour., oder 1 Rth. 50 Stbr. edictm., nämlich: 20, 39, 57, 78 und $67\frac{1}{2}$ fr. Kronth? Antw. 41 Rth. 40 Stbr. cour., = 36 Rth. 40 Stbr. edictm., zuletzt 137 Rth. 15 Stbr. cour., = 123 Rth. 45 Stbr. edictm.

Regel. Multipl. in beiden Fällen die Rrth. mit 2, und addirt im ersten Falle zu dem Producte für jeden Rrth. noch 2 Stbr oder $\frac{1}{5}$ Rthlr., dazu; ziehet aber im andern Falle für jeden Rrth. die an 2 Rth. fehlenden 10 Stbr., oder $\frac{1}{6}$ Rth. ab. Z. B.

I. 27 fr. Rthl.

2

II. 27 fr. Rthl.

2

Rthl. 54

54

$$+ 54 \text{ Stbr.} = \frac{27}{2} \text{ Rthl.} \div 4 = 30 = \frac{27}{2}$$

Rthl. 54 = 54 Stbr. cour. Rthl. 49 = 30 Stbr. edictm.

55. Nach der vorigen Aufgabe gilt jetzt der fr. Kronth. $2\frac{1}{3}$ Rthl. berg. cour., aber im 24 Guldenfuß, oder in dem ehemaligen edictmäßigen Gelde, galt er $1\frac{5}{6}$ Rthlr., daher verhält sich Jenes zu Diesem, wie $1\frac{5}{6}$ zu $2\frac{1}{3}$, oder in ganzen Zahlen, wie 55 edictm. zu 61 Rthlr. cour. — Wie viele Rthl. berg. cour. müßten demnach jetzt für folgende Obligationen, von 600, 775 und 925 Rthlr. edictm. zurückgezahlt werden? Antw. zuerst 665 Rthl. $27\frac{1}{4}$ Stbr., und zuletzt 1025 Rthl. $54\frac{1}{2}$ Stbr. cour. zahlbar.

56. Wie viele berg. Rthl. cour. sind folgende pr. Thlr., nämlich: 16, 27, 38, 49 und 137 Thlr.? Antw. 20 Rthl. 48 Stbr., zuletzt 178 Rthl. 6 Stbr.

Regel. Der berg. Rthl. hat 60, der pr. Thlr. aber 78 Stbr., also 18 Stbr. mehr. Diese zerlegen sich in 12 Stbr. = $\frac{1}{2}$ Rthl. und 6 Stbr. = $\frac{1}{10}$ Rthl., welches $\frac{1}{2}$ von dem $\frac{1}{2}$ ist. Darum addiret zu den berg. Rthlrn. den 5. Theil derselben, und von diesen noch die Hälfte hinzu. Oder: berechnet sie nach dem Verhältniß: 10 zu 13, weil sich 60 zu 78 eben so verhalten. 3. B.

53 Thlr. pr.

Thlr. Rthl. Thlr.

$$+ \frac{1}{2} 10 = 36 \text{ Stbr.}$$

$$\text{Oder: } 10 : 13 \times 53?$$

$$+ \frac{1}{2} 5 = 10 \text{ «}$$

kommt auch 68 Rthl. 54 Stbr.

gibt 68 Rthl. 54 Stbr.

57. Wie viele pr. Thlr. und Stbr., und wie viele pr. Thlr. und Sgr. sind folgende berg. Rthl., nämlich 42, 68, 97, $128\frac{1}{2}$ und 217 Rthl. 36 Stbr.? Antw. zuerst 32 Thlr. 24 Stbr. = 32 Thlr. 9 Sgr. 3 Pf. beinahe, zuletzt 167 Thlr. 30 Stbr., = 167 Thlr. 11 Sgr. 6 Pf. zahlb.

Regel. Multipliciret, zufolge der vorigen Regel, in beiden Fällen mit 10 und dividiret das Product durch 13. Was bei dem erstern Falle übrig bleibt, sind 6 Stüberstücke, weil 13 in 78 aufgeht und 6mal darin enthalten ist; im andern Falle aber berechnet den Ueberschuß mit 30 zu Sgr. und Pf. 3. B.

I. 57 Rthlr. berg.

mit 10

$$13 : 570 = 43 \text{ Thlr.}$$

Rest = 11

$$\text{mit } 6 = 7\frac{5}{6}$$

$$66 \text{ Stbr.}$$

II. 57 Rthlr. berg

mit 10

$$13 : 570 = 43 \text{ Thlr.}$$

Rest = 11

$$\text{mit } 30$$

$$13 : 330 = 25 \text{ Sgr.}$$

Rest = 5

$$\text{mit } 12 \text{ zu Pf.}$$

$$13 : 60 = 4 \text{ Pf. 3/4}$$

10. A b t h e i l u n g.

58. Wie viel Thlr. sind folgende fr. Kronth. zu 47 Sgr., nämlich 11, 19, 25 und $37\frac{1}{2}$ fr. Krth.? Antw. 17 Thlr. 7 Sgr., zuletzt 58 Thlr. $22\frac{1}{2}$ Sgr.

59. Wie viel kosten 13 Mltr. und 3 Sümmer Korn, jedes Mltr. zu 4 Rth. 50 Stbr.? Antw. 66 Rth. $27\frac{1}{2}$ Stbr. = 51 Thlr. 2 Sgr. 11 Pf. zahlb.

60. 1 Berl. Mltr. Hafer zu 2 Thlr. 24 Sgr.: Wie viel demnach 7 Mltr. 8 Scheffel? Antw. 21 Thlr. 14 Sgr. = 11 Sgr. 2 Pf. zahlb.

61. Was thun $3\frac{1}{2}$ Elle Kasimir, wenn jede Elle $21\frac{1}{2}$ Schill. gilt? Antw. 9 Rth. 24 Stbr. 6 Hlr. = 7 Thlr. 8 Mgr. 4 Pf. beinahe.

62. Einer kauft $9\frac{7}{8}$ Etr. Waar, und gibt für jeden Etr. $14\frac{5}{6}$ pr. Thlr.: Wie viel macht's in folgenden vier Geldsorten? — Zur Uebung in mancherlei Geldsorten, nach der Methode Seite 100, Aufg. 24.

$$\text{Antw. } \left\{ \begin{array}{l} 146 \text{ Thlr. } 37 \text{ Stbr. } 6 \text{ Hlr.} \\ 146 \text{ Thlr. } 14 \text{ Sgr. } 4\frac{1}{2} \text{ Pf.} \\ 146 \text{ Thlr. } 11 \text{ Sgr. } 6 \text{ Pf.} \\ 146 \text{ Thlr. } 17 \text{ Mgr. } 2 \text{ Pf.} \end{array} \right.$$

Anmerk. Die Thlr. sind einander gleich, die übrigen Münzsorten können nach ihren Verhältnissen gegen einander verglichen werden.

63. 1 Pfundschwer thut an Fracht $2\frac{1}{2}$ pr. Thlr.: Wie viel Fuhrlohn kosten demnach 13 Pfundschwer und zwei Etr. in den vorigen 4 Geldsorten?

Antw. $\left\{ \begin{array}{l} 36 \text{ Thlr. } 56 \text{ Etr. } 14 \text{ Hlr.} \\ 36 \text{ Thlr. } 21 \text{ Sgr. } 10\frac{1}{2} \text{ Pf. u. s. w.} \end{array} \right.$

64. Einer kauft 13 Ohm $58\frac{1}{2}$ Maass Wein, jede Ohm für $21\frac{3}{4}$ pr. Thlr.: wie viel machts in den obigen 4 Geldsorten.

Antw. $\left\{ \begin{array}{l} 294\frac{1}{2} \text{ Thlr. } 37 \text{ Etr. } 12\frac{1}{2} \text{ Hlr.} \\ 294\frac{1}{2} \text{ Thlr. } 14 \text{ Sgr. } 6\frac{3}{4} \text{ Pf. u. s. w.} \end{array} \right.$

II. Divisions-Aufgaben.

in 7 Abtheilungen,

in welchen das zweite und dritte Glied eine 1 ist.

65. Wenn man für $\frac{3}{4}$ Elle 1 Thlr. gibt: Was kosten denn 8 Ellen? Antw. 10 Thlr. 20 Sgr.

66. Wenn 1 Elle $\frac{3}{4}$ Thlr. kostet: Wie viel bekommt man denn für 13 Thlr.? Antwort $19\frac{1}{2}$ Ellen.

67. Wie viel th Baar bekommt man für 12 Thlr. wenn jedes th $\frac{1}{7}$ Thlr. gilt? Antw. 27 th $13\frac{1}{2}$ Loth.

68. 1 Loth Silber zu $\frac{1}{2}$ Thlr.? Wie viel demnach für 32 Thlr.? Antw. 2 Mark 8 Loth.

69. Wenn man in Frankfurt für 1 Guld. $\frac{5}{8}$ Elle Seide kaufen kann: Wie viel kosten 43 Ellen? Antw. 68 Gulden 48 Kr.

2. Abtheilung.

70. $\frac{3}{4}$ th grüne Farbe für 1 Thlr.: Wie theuer $\frac{1}{2}$ th ? Antw. 20 Sgr.

71. $\frac{1}{2}$ Elle feine Spigen zu 1 Thlr.: Was $\frac{7}{8}$ Elle? Antw. 1 Thlr. 18 Ggr. = $22\frac{1}{2}$ Ggr.

72. Wenn 1 Elle Spigen $\frac{2}{3}$ Thlr. gilt: Wie viel bekommt man denn für $\frac{3}{4}$ Thlr.? Antwort $1\frac{7}{8}$ Elle.

73. 1 Ctr. thut an Fracht $\frac{5}{6}$ Thlr.: Wie viel wird demnach für $\frac{3}{4}$ Thlr. beigeladen? Antwort 99 tb.

3. A b t h e i l u n g.

74. Für $\frac{3}{4}$ Tag foderte ein Tagelöhner 5 Ggr. 3 Pf.: Wie viel nimmt er für den ganzen Tag? Antw. 7 Ggr. = 18 Stbr. $3\frac{1}{2}$ Hl.

75. $\frac{8}{9}$ Ctr. Waar zu $7\frac{3}{4}$ Thlr.: Wie viel demnach 1 Ctr.? Antw. 12 Thlr. 12 Ggr.

76. Wenn $\frac{3}{4}$ Mltr. Erbsen mit $2\frac{5}{6}$ pr. Thlr bezahlt werden: Wie theuer ist denn ein ganzes Malter? Antw. 3 Thlr. 60 Stbr. $10\frac{2}{3}$ Hl. = 3 Thlr. 28 Mgr.

77. $\frac{4}{5}$ Ctr. Waar zu 1 Thlr. Fracht: Was thun denn $6\frac{3}{4}$ Ctr.? Antw. 8 Thlr. 10 Ggr. 6 Pf.

4. A b t h e i l u n g.

78. Ein Tagelöhner bekam 26 Stbr. für $1\frac{1}{2}$ Tag Arbeit: Wie hoch war demnach der ganze Tageslohn? Antw. 19 Stbr. 8 Hl. = $7\frac{1}{2}$ Ggr.

79. Wenn man $7\frac{1}{2}$ tb Schweinefleisch für 1 Thlr. bekommt: Wie viel muß man den für 100 tb bezahlen? Antw. 13 Thlr. 10 Ggr.

80. Ein Reisender verzehrt wöchentlich $4\frac{2}{3}$ Thlr.: Wie lange kommt er denn mit 91 Thlr. aus? Antw. 19 Wochen $3\frac{1}{2}$ Tag.

81. Ein Stück Linnen von 34 Ellen und $\frac{1}{2}$ Viert. ist gekauft für 7 pr. Thlr.: Was kostet 1 Elle? Antw. 16 Stbr. = 6 Ggr. $1\frac{1}{2}$ Pf.

82. Für $11\frac{1}{4}$ Thlr. wurde gekauft 1 Etr. Baar: Wie viel tb war das für 1 Thlr.? Antw. 9 tb $24\frac{3}{8}$ Loth.

83. Wenn 1 tb Baar $18\frac{3}{4}$ Kreuz. gilt; Wie viel bekommt man denn für 12 Gulden? Antw. 38 tb $12\frac{3}{4}$ Loth.

5. A b t h e i l u n g.

84. 1 Duzend zu $45\frac{3}{4}$ Stbr.: Was ein Stück? Antw. 3 Stbr. 13 Hl. = 1 Mgr. 6 Pf. zahlb.
Anmerk. Es ist besser, daß bei diesen und ähnlichen Aufgaben nicht eingerichtet wird.

85. 3 Ellen Kasimir sind gekauft für $7\frac{2}{3}$ Thlr.: Wie theuer ist jede Elle? Antwort 2 Thlr. 13 Sgr. 4 Pf.

86. 1 Duzend kostet $1\frac{2}{3}$ Thlr.: Wie theuer ist 1 Stück? Antw. 4 Sgr. 2 Pf. = $10\frac{3}{4}$ Stbr. zahlb., = 3 Sgr. 4 Pf.

87. In einer Woche verzehrt jemand $4\frac{1}{2}$ Rth.: Wie viel war das für jeden Tag? Antw. 41 Stbr. $2\frac{7}{8}$ Hlr. = 15 Sgr. 10 Pf. sehr nahe.

88. Wenn man $2\frac{2}{3}$ pr. Thlr. für 1 Mltr. Erdäpfel gibt: Wie theuer ist denn 1 Viertel? Antw. 4 Sgr. 6 Pf. = 5 Mgr. 5 Pf. beinahe.

89. 1 Etr. Baar zu $17\frac{7}{8}$ pr. Thlr.: Was 1 tb ? Antw. 12 Stbr. $10\frac{7}{8}$ Hlr., = 3 Sgr. $10\frac{1}{2}$ Pf. = 5 Mgr. $6\frac{1}{2}$ Pf. = 4 Sgr. $10\frac{1}{2}$ Pf.

6. A b t h e i l u n g.

90. 100 tb Baar zu 12 Thlr. 15 Sgr.: Was 1 tb ? Antw. 3 Sgr. 9 Pf. = $9\frac{3}{4}$ Stbr.

Siehe die Anmerk. bei Aufg. 29 in ganzen Zahlen.

91. Wenn 100 Tannenbord $13\frac{3}{4}$ Rth. und noch 4 Rth. Fracht kosten: Wie theuer ist denn 1 Bord? Antw. 10 Stbr. $6\frac{3}{4}$ Hlr. = 4 Sgr.

92. 100 Fuß Bretter zu $5\frac{1}{4}$ Thlr., Fracht 9 Ggr.: Was kostet denn 1 Fuß? Antw. 1 Ggr. 4 Pf. zhlb.

93. Für $6\frac{1}{4}$ pr. Thlr. kaufte jemand 100 Fuß Zim-
merholz: Wie theuer war 1 Fuß? Antw. 4 Stbr.
14 Hlr. = 1 Ggr. $10\frac{1}{2}$ Pf.

94. 100 tb Rohfleisch zu $7\frac{1}{2}$ pr. Thlr.: Was 1 tb?
Antw. 2 Ggr. 3 Pf. = 5 Stbr. 12 Hlr. zhlb.

7. A b t h e i l u n g.

95. Einer kauft $4\frac{1}{2}$ tb Waar für 1 Rth.: Was
kosten denn $59\frac{3}{4}$ tb? Antw. 13 Rth. 16 Stbr. $10\frac{3}{4}$ Hl.
Anmerk. Der Kürze wegen ist es dienlich, daß nur das erste
Glied eingerichtet, und mit dessen Nenner mitten oder hinten
multiplicirt wird.

96. Ein Stück Leinwand von $19\frac{1}{2}$ Elle für $6\frac{1}{2}$
Thlr.: Was 1 Elle? Antw. 10 Ggr. = 26 Stbr.

97. Ein Stück von $32\frac{1}{2}$ Ellen zu $43\frac{1}{3}$ Thlr.:
Wie theuer ist davon jede Elle? Antw. 1 Thlr.
10 Ggr., = 12 Mar.

98. Wenn 1 tb $7\frac{1}{2}$ Kreuz. gilt: Wie viel er-
hält man demnach für 31 Gulden $20\frac{3}{4}$ Kreuzer?
Antw. 2 Str. 30 tb $24\frac{8}{9}$ Loth.

99. Wie viel Ellen kauft man für $92\frac{1}{7\frac{1}{2}}$ Thlr.,
wenn jede Elle $4\frac{1}{2}$ Ggr. kostet? Antw. 125 Ellen.

100. Für $6\frac{1}{4}$ Thlr. kauft man 1 Stück Waar:
Wie viel demnach für $43\frac{7}{8}$ Thlr.? Das Stück zu 24
Ellen. Antw. 6 Stück 12 Ellen.

101. Wie viel Ellen bekommt man für 14 Thlr.
9 Ggr., wenn jede Elle 1 Thlr. $4\frac{1}{2}$ Ggr. gilt?
Antw. $12\frac{1}{2}$ Ellen.

102. Einer kauft 3 Säcke Waar, davon sind
in A $123\frac{1}{4}$ tb, in B 218 tb, in C 296 tb 13
Loth, und bezahlt für $15\frac{1}{4}$ tb 1 Thlr.: Wie viel
macht's? Antw. 40 Thlr. 10 Ggr. 10 $\frac{1}{2}$ Pf.

103. Gekauft 4 Fässer Waar, davon enthält
A $315\frac{7}{8}$ tb, B 97 tb 20 Loth, C 182 tb und D

327 tb 19 Loth: bekommt $17\frac{1}{2}$ tb für 1 Rth.: Wie viel machts? Antw. 52 Rth. 67 Kreuz. 1 Hl. zahlb.

104. Einer kauft $160\frac{7}{8}$ tb Eisen, $16\frac{1}{2}$ tb für 1 Rth. und $154\frac{7}{8}$ tb Stahl, $13\frac{1}{8}$ tb für 1 Rth.: Wie viel machts? Antw. 21 Thlr. 16 Sgr. 8 Pf. 3.

105. Einer verkauft $3\frac{1}{4}$ Etr. u. 36 tb Paar, $3\frac{1}{4}$ tb für 1 Thlr.; noch $1\frac{3}{8}$ Etr, $4\frac{1}{2}$ tb für 1 Thlr.: Wie viel machts zusammen? Antw. 154 Thlr. 20 Sgr. 7 Pf. = 16 Sgr. 6 Pf. zahlb.

106. Von $125\frac{1}{2}$ Paar Lind kosten $14\frac{3}{4}$ Stück 1 Thlr.: Wie viel machts? Das Paar 20 Stück. Antw. 174 Thlr. $47\frac{1}{4}$ Stbr. = 18 Sgr. 2 Pf. 3.

107. Von 85 Paar und $6\frac{1}{4}$ Stück kosten $9\frac{1}{2}$ Stück 1 Thlr.: und von 21 Paar 18 Stück thun $42\frac{3}{4}$ Stück 1 Thlr.: Wie viel machts? Vom ersten jedes Paar 12 Stück, vom andern jedes Paar 40 Stück. Antw. 128 Thlr. 4 Sgr. 5 Pf. zahlb.

108. Einer kauft in Hannover einen Pack halbbleiches Garn, nämlich $12\frac{1}{2}$ Paar Sorte von 7 Stränge; 8 Paar von 8 Strängen; 13 Paar von 9 Strängen; $12\frac{1}{2}$ Paar von 10 Strängen; 16 Paar von 11 Strängen, und gibt für $9\frac{3}{8}$ Stränge 1 Thlr.: Wie viel machts in dasigem Gelde? Antw. 121 Rth. 17 Mgr. 6 Pf. = 11 Sgr. 10 Pf. zahlb.

Anmerk. Die Sorten Garn werden nach den Strängen, wie viel nämlich derselben in jedem halben Paare enthalten sind, bestimmt: Daher müssen die ganzen Paare mit der doppelten Anzahl der angegebenen Stränge multiplicirt werden, als:

Paar	Paar	Paar	Paar	Paar
$12\frac{1}{2}$	8	13	$12\frac{1}{2}$	16
14	16	18	20	22
175	128	534	350	352
				250
				234
				128
				175

Stränge Thlr. $\times$ 1139 Stränge.
 $9\frac{1}{8}$: 1

112. Wenn $\frac{3}{4}$ Maas Baumöl $\frac{5}{8}$ Rthlr. gilt: Wie viel kostet denn $\frac{1}{2}$ Maas? Antw. 33 Stbr. $5\frac{1}{2}$ Hlr., = 15 Mgr. 3 Pf. zahlb.

113. Wenn $\frac{7}{8}$ Elle goldene Tressen $\frac{3}{4}$ Thlr. gilt: Wie viel bekommt man denn für $\frac{3}{4}$ Thlr.? Antw. 1 Elle $1\frac{1}{2}$ Talje.

114. Einer verkaufte $\frac{5}{8}$ Elle Spitzen für $\frac{2}{3}$ Rth.: Wie viel gibt er denn für $\frac{1}{2}$ Thlr.? Antw. $13\frac{3}{4}$ Taljen.

2. A b t h e i l u n g.

115. Wenn $\frac{3}{4}$ tb Rosinen $\frac{1}{8}$ pr. Thlr. gilt: Wie viel kosten denn 25 tb? Antw. 5 Thlr. 43 Stbr. $5\frac{1}{2}$ Hlr. = 5 Thlr. 16 Sgr. 8 Pf.

116. Wie theuer ist 1 tb Safran, wenn $\frac{3}{4}$ Loth $\frac{5}{4}$ Thlr. gilt? Antw. 17 Thlr. 18 Sgr. 8 Pf.

117. Wenn man $\frac{1}{4}$ pr. Thlr. für $\frac{5}{8}$ tb Galläpfel gibt: Wie viel kosten demnach 12 tb? Antw. 4 Thlr. 24 Sgr. = 6 Rth. 14 Stbr. 4 Hl. berg. zahlb.

118. Was kostet 1 Mark und 12 Loth Silber, wenn man $\frac{2}{3}$ Thlr. für $\frac{3}{4}$ Loth fodert? A. 24 Thlr. $26\frac{2}{3}$ Sgr.

3. A b t h e i l u n g.

119. $\frac{4}{5}$ Etr. Waar zu 7 Rth.: Wie viel muß man denn für $3\frac{1}{2}$ Etr. bezahlen? Antw. 30 Rth. 37 Stbr. 8 Hlr. = 23 Thlr. 13 Sgr. 4 Pf. zahlb.

120. Für $\frac{5}{8}$ Thlr. kauft man 18 tb: Wie viel demnach für $17\frac{1}{2}$ Thlr.? Antw. 378 tb.

121. Wie viel bekommt man für 20 Thlr., wenn für $\frac{5}{8}$ Thlr. $12\frac{3}{4}$ Ellen gegeben werden? Antw. 306 Ellen.

4. A b t h e i l u n g.

122. $\frac{1}{6}$ Dhm zu $8\frac{2}{3}$ Thlr.: Wie viel kosten denn $17\frac{1}{4}$ Dhm? Antw. 265 Thlr. 23 Sgr. 4 Pf.

123. $\frac{1}{10}$ Etr. Waar für $11\frac{5}{8}$ Thlr.: Wie viel demnach $9\frac{5}{8}$ Etr.? Antw. 162 Thlr. 17 Sgr.

124. Wenn $2\frac{1}{4}$ Elle $\frac{7}{8}$ Thlr. gilt: Wie viel bekommt man denn für $24\frac{1}{2}$ Thlr.? Antw. 63 Ellen.

5. A b t h e i l u n g.

125. $1\frac{1}{2}$ Elle zu $2\frac{2}{3}$ Thlr.: Wie viel demnach $32\frac{1}{8}$ Ellen? Antw. 57 Thlr. 16 Sgr. 8 Pf.

126. $1\frac{1}{2}$ Thlr. thun $37\frac{1}{2}$ Maas: Wie viel denn für $31\frac{1}{4}$ Thlr.? Antw. $7\frac{1}{2}$ Ohm $1\frac{1}{4}$ Maas.

127. Was kosten $11\frac{1}{8}$ Ctr. Waar, wenn $13\frac{3}{4}$ th für $1\frac{3}{8}$ Thlr. verkauft werden? Antw. 171 Thlr. 21 Sgr. = 26 Sgr. 3 Pf.

128. $6\frac{2}{3}$ Viertel Mehl zu $2\frac{1}{10}$ Thlr.: Wie viel kosten $9\frac{3}{4}$ Mltr.? Antw. 53 Thlr. 24 Sgr. 7 Pf. 3.

6. A b t h e i l u n g.

129. Ein Stück Siamoisen von 28 Ellen, zu $9\frac{2}{3}$ pr. Thlr.: Was kosten davon 6 Ellen? Antw. 2 Thlr. 5 Stbr. $9\frac{1}{7}$ Hlr. = 2 Sgr. 1 Pf. zahlb.

130. 1 Ctr. Waar zu $9\frac{5}{8}$ Thlr.: Wie viel kosten davon 35 th ? Antw. 3 Thlr. 1 Sgr. 6 Pf.

131. Wie viel kosten 54 Maas Wein, die Ohm zu $64\frac{1}{4}$ Guld.? Antw. 33 Gld. 21 Kr. $2\frac{7}{8}$ Hl.

132. Für $2\frac{2}{3}$ Thlr. kauft man 1 th Gewürz: Wie theuer sind davon $12\frac{1}{2}$ Loth? Antw. 2 Thlr. 2 Sgr. 6 Pf. = 2 Thl. 6 Stbr. 8 Hlr.

133. 1 Mltr. Salz zu $6\frac{2}{3}$ pr. Thlr.; Wie viel kosten demnach $1\frac{1}{2}$ Viertel? Antw. 48 Stbr. 4 Hl. = 18 Sgr. 6 Pf. zahlb.

7. A b t h e i l u n g.

134. Ein Ochse wird geschlachtet, und wiegt 543 th , jede 100 th zu $8\frac{1}{3}$ Thlr.: Wie viel kostet derselbe? Antw. 45 Thlr. 7 Sgr. 6 Pf.

135. 100 th Waar zu $15\frac{1}{4}$ Thlr.: Wie viel demnach 6 Ctr. $32\frac{1}{2}$ th ? Antw. 109 Thlr. 2 Sgr. $\frac{3}{4}$ Pf.

136. Wie viel muß für $41\frac{1}{4}$ th Fleisch bezahlt werden, wenn 100 th $12\frac{1}{2}$ Thlr. kosten? Antwort 5 Thlr. 3 Sgr. 9 Pf. = 5 Thlr. $4\frac{2}{3}$ Sgr. zahlb.

137. Einer kauft 2 Fässer Waar: In A sind 3 Ctr. $10\frac{1}{2}$ th , in B $5\frac{3}{8}$ Ctr.; bezahlt für jede

100 tb $8\frac{1}{4}$ Thlr., und noch $1\frac{1}{2}$ Thlr. an Fracht: Wie viel machts? den Etr. zu 106 tb ? Antw. 91 Thlr. 5 Sgr. 2 Pf. zahlb.

138. Einer leihet ein Kapital von $436\frac{2}{3}$ Thlr. und gibt jährlich $4\frac{1}{2}$ Procent Interesse: Wie viel Interesse muß er von diesem Kapital jährlich bezahlen? Antw. 19 Thlr. 19 Sgr. 6 Pf.

139. Einer hat $755\frac{5}{8}$ pr. Thlr. zu $5\frac{1}{4}$ Proc. ausstehen: Wie viel Interessen hat er davon jährlich zu empfangen? Antw. 39 Thlr. 53 Stbr. $2\frac{1}{2}$ Hlr.

140. Einer muß nach dem Steuerfuß in 100 Thlr. bezahlen 3 Sgr. 4 Pf.: Wie groß ist sein Antheil in einem Ausschlage von 2730 Thlr? Antw. 3 Thlr. 1 Sgr. = 3 Rth. $56\frac{1}{2}$ Stbr. zahlb.

141. Einer kauft 5 Ballen Waar, davon enthält A 2 Etr. $3\frac{1}{2}$ Viert., B 4 Etr. 65 tb , C $6\frac{3}{8}$ Etr., D 7 Etr. $56\frac{3}{4}$ tb , E $4\frac{1}{2}$ Etr. $19\frac{1}{2}$ tb ; gibt für 100 tb $25\frac{1}{2}$ Thlr., und zahlt noch an Fracht für jedes Pfundschwer $6\frac{3}{4}$ Thlr.: Wie viel machts? und wie theuer ist 1 tb ?

Antw. { 787 Thlr. 15 Sgr. $11\frac{1}{4}$ Pf.
8 Sgr. 3 Pf. jedes tb .

142. Einer kauft 3 Ballen Waar, davon enthält A 308 tb , B 345 tb , C 418 tb ; von A kosten 100 tb 31 Thlr. $22\frac{2}{3}$ Sgr., von B 35 Thlr. $12\frac{1}{2}$ Sgr., von C 40 Thlr. $22\frac{1}{2}$ Mgr.; bezahlt gleich hierauf $45\frac{1}{2}$ Pistolen, zu $5\frac{3}{4}$; Wie viel blieb er noch schuldig? und was kostet 1 tb von jedem Ballen?

Antw. { 132 Thlr. 13 Sgr. 4 Pf. blieb er noch
schuld. Von A 7 Sgr. 8 Pf., von B
10 Sgr. $7\frac{1}{2}$ Pf., von C 14 Mgr. 5
Pf. hat 1 tb von jedem Ballen gekostet.

143. Form einer Rechnung.

Anmerk. Bei solchen practischen Rechnungen werden in den niedrigsten Geldsorten nur zahlbare Münzen angeschrieben. Auch pflegt man die zuletzt übrig bleibenden Brüche für nichts zu achten, oder sie für 1 Ganzes gelten zu lassen, wenn sie ein Halbes oder darüber sind, welches hierbei doch nicht geschehen ist.

				Thl. Sgr. Pf.	
		Herr Johann Grashalm			
		empfang von Peter Weidenbaum			
1833		Sgr.			
Aug.	12	2 $\frac{1}{2}$ Ellen Zib	zu 17 $\frac{1}{2}$	1	13 9
		3 lb Caffee	" 12 $\frac{1}{4}$		
		1 $\frac{1}{2}$ lb Zucker	" 11 $\frac{1}{2}$		
Sep.	4	3 $\frac{1}{2}$ Maaß Del	" 13 $\frac{1}{4}$		
	8	2 $\frac{1}{2}$ lb Reis	" 5		
		1 $\frac{3}{4}$ lb Pflaumen	" 2 $\frac{1}{2}$		
	15	32 $\frac{1}{2}$ Ellen Leinentuch	" 5 $\frac{3}{4}$		
Oct.	9	1 Paar Mannsstrümpfe	"	23	8
		1 Paar Frauenstrümpfe	"	16	4
Dec.	20	1 Seidenhalstuch zu 1 fr. Rth.	47		
		2 $\frac{1}{4}$ Elle Manchester	" 21 $\frac{3}{4}$		
1834	3	Ellen Chalon	" 6 $\frac{5}{6}$		
	19	$\frac{1}{2}$ Maaß Brantwein	" 7 $\frac{1}{2}$		
Jan.	16	1 Topf Butter, 65 $\frac{1}{2}$ lb	" 5 $\frac{1}{4}$		
		Der leere Topf wiegt 6 lb			
		20 Loth.			
April	7	54 lb Mehl, 12 $\frac{1}{2}$ lb für 1 Thlr.			
May	24	2 Schinken, wogen 25 $\frac{1}{4}$ lb	" 4 $\frac{1}{2}$		
Juny	3	1 Stockfisch, 2 lb 10 Rth.	" 3 $\frac{1}{6}$		
	18	12 $\frac{1}{2}$ Maaß Erbsen	" 2 $\frac{1}{2}$		
				41	2
		Zahlte hierauf			
1833					
Oct.	9	an baar . . . Thlr. 10 =	20 Sgr.		
1844		an Gegenrechnung =	9 = 23 $\frac{1}{4}$		
July	4	7 fr. Rth. zu 47 Sgr			
				10	17 11
		Restirt also noch . . . Thlr.		10	17 11

IV. Gemischte Aufgaben.

144. Einer kauft in Holland $12\frac{1}{2}$ Stück Waar, jede Elle zu $4\frac{1}{2}$ Stbr. holländ.: Wie viel muß er daselbst bezahlen? Das Stück zu 50 Ellen. Antw. 140 Guld. $62\frac{1}{2}$ Cents. — Der Guld. hat 100 Cents holl.

145. In Holland kauft jemand $17\frac{1}{2}$ Stück Ziß jede Elle für 1 Guld. $12\frac{1}{2}$ Stbr.: Wie viel machts daselbst? Das Stück zu 75 Ellen. Antw. 2132 Gld. $81\frac{1}{4}$ Cents.

146. Einer kauft in Frankfurt $42\frac{1}{2}$ Ellen Ziß, jede Elle zu $12\frac{1}{2}$ Bagen; und $18\frac{3}{4}$ Ellen seiden Taffent, jede Elle zu $2\frac{3}{4}$ Guld.; noch 26 Ellen $2\frac{1}{2}$ Viertel Rattun, jede Elle zu $36\frac{1}{4}$ Kreuzer: Wie viel machts? Antw. 103 Guld. 3 Kr. 3 Hl. zhlb.

147. Einer hat 7 Mltr. 2 Viert. Korn, wovon nach dem dermaligen Preise, jedes Mltr. $4\frac{1}{2}$ Thlr. kostet: er wird mit einem Bäcker einig, ihm für den Werth desselben 7 pfündige Brodte zu liefern, jedes zu $3\frac{1}{6}$ Sgr. gerechnet: Wie viel Brod bekommt er überhaupt, und wie viele aus jedem Mltr.? Antw. $303\frac{3}{4}$ Brodte, und 42 Brodte und noch $4\frac{8}{9}$ $\frac{1}{3}$ Brod aus jedem Mltr.

148. Wenn ein Ries Schreibpapier in der Papiermühle 3 Mthlr. $2\frac{1}{2}$ Schill. gilt: Wie viel bekommt man denn für $39\frac{3}{4}$ pr. Thlr.? — und wenn noch jedes Ries $11\frac{1}{4}$ Stbr. an Fracht kostet, wie theuer ist demnach 1 Buch mit der Fracht? Antw. 15 Ries 12 Buch — Jedes Buch $10\frac{1}{2}$ Stbr.

149. Eine Magd ist von Maytag an auf ein Jahr gemiethet für 12 Thlr.; sie heirathet aber, und zieht aus am 20 Febr.: Wie viel Lohn gebührt ihr? Antw. 9 Thlr. 20 Sgr.

150. Ein Knecht zieht auf Maytag in seinen Dienst für $18\frac{3}{4}$ Thlr. Lohn; hat darauf vor und nach empfangen $10\frac{1}{2}$ Thlr.: Wie viel Lohn bekommt er noch, wenn er am 12. März. auszieht? Antw. 5 Thlr. 20 Sgr. 4 Pf.

151. Einer bezieht auf Maytag ein Haus für 60 Rthlr. bera. Pacht, worauf er gleich seinem Hausherrn $22\frac{1}{2}$ preuß. Thlr. vorstreckt: Bis auf welchen Monat und Tag hat er die Pacht damit bezahlt? Antw. bis auf den 26. October.

152. A, B und C kaufen 24 Ohm Wein, jede Ohm zu $43\frac{1}{2}$ Thlr. — Dazu bezahlt A 418 Thlr., B 374 Thlr. und C den Rest, nebst 16 Thlr. Unkosten. Von diesem Weine wird jede Ohm für $56\frac{1}{2}$ Thlr. wieder verkauft: Wie viel ist überhaupt gewonnen? Und was gebührt Jedem vom Gewinne? S. Gesellschaftsrechnung.

300 Thlr. überhaupt gewonnen.
 Antw. $\left\{ \begin{array}{l} \text{A gebührt davon } 118 \text{ Thlr. } 22\frac{1}{2} \text{ Sgr.} \\ \text{B} \quad \quad \quad \quad \quad 106 \quad \quad 7\frac{1}{2} \quad \quad \quad \\ \text{C} \quad \quad \quad \quad \quad 75 \quad \quad \quad \quad \quad \end{array} \right.$

153. Einer läßt einen Stockfisch, von 2 tb 20 Loth schwer holen, das tb zu $2\frac{3}{4}$ Sgr.: Wie viel Geld muß er von $\frac{1}{2}$ Thlr. wieder zurückerhalten? Antw. 2 Sgr. 9 Pf. zahlb.

154. Es bedingt Jemand 2 Stück $24\frac{1}{2}$ Ellen Waar für $72\frac{3}{8}$ Thlr.: Wie viel muß er noch bei $57\frac{1}{2}$ br. Kronenth., zu 46 Sgr., legen, wenn er von dieser Waar 3 Stück $\div 1\frac{1}{4}$ Elle bezahlen will? Das Stück 60 Ellen. Antw. 28 Sgr. 9 Pf.

155. Einer kauft 1122 Bund Garn, gibt für 68 Bund 100 preuß. Thlr.; dieses Garn wiegt $55\frac{1}{2}$ Ctr., bezahlt für jedes Pfundschwer 4 Thlr. 3 Gr. Fracht: Wie viel machts? — Und wie viel Stränge hat er für 1 Thlr.?

Antw. $\left\{ \begin{array}{l} 1726 \text{ Thlr. } 7\frac{1}{2} \text{ Sgr.} \\ 13 \text{ Stränge } \div 8\frac{1}{37} \text{ Strang.} \end{array} \right.$

156. Einer kaufte von einem Metzger eine geschlachtete Kuh, welche mit dem Nierenfett 460

th wog, jede 100 th für $9\frac{1}{2}$ Thlr. — Sie hatte 24 th Nieren- und 37 th Darmfett in sich, jedes th durcheinander zu $3\frac{1}{2}$ Sgr. gerechnet. Die Haut wog 53 th, wovon jedes th für $1\frac{1}{2}$ Sgr. verkauft wurde. Das Eingeweide wurde angeschlagen zu 25 Sgr.: Wie theuer war demnach jedes th Fleisch mit dem Nierenfett, und auch ohne dasselbe?

Antw. $\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ Sgr. } 4\frac{1}{2}\frac{9}{32} \text{ Pf. mit dem Nierenfett.} \\ 2 \text{ Sgr. } 3\frac{1}{2}\frac{1}{8} \text{ Pf. ohne dasselbe.} \end{array} \right.$

157. Einer kauft ein Brett, welches $15\frac{1}{2}$ Fuß lang und $1\frac{3}{4}$ Fuß breit ist, jeden Quadratzuß zu $1\frac{1}{2}$ Sgr.: Wie viel muß er von 2 Thlr. zurück haben? Antw. 19 Sgr. $3\frac{3}{4} = 4$ Pf. zahlb.

158. Eine Stube, welche $18\frac{1}{2}$ Fuß lang und 14 Fuß $7\frac{1}{2}$ Zoll breit ist, soll mit Eichenbretter belegt werden: Wie viel kosten dieselben, wenn jede 100 Fuß $6\frac{1}{2}$ Thlr. gelten? Antw. 17 Thlr. 4 Sgr. zahlb. Man sehe Geometrie S. 34. im 2. Theil.

159. Ein Brett, welches $12\frac{3}{4}$ lang, an beiden Enden aber nicht gleich breit, sondern in der Mitte $1' 4\frac{1}{2}''$ breit ist: Wie viel Quadratzuß hat es im Inhalt? Antw. $17\frac{1}{3}\frac{1}{2} \square$ Fuß.

160. Wie viel hat man für die Bretter in der gegenwärtigen Schulstube bezahlt, wenn jede 100 Fuß $5\frac{1}{2}$ Thlr. gekostet haben? —

161. Ein Brett, welches $12\frac{1}{2}'$ lang, unten $2\frac{1}{2}'$ und oben $1\frac{3}{4}'$ breit ist: Wie viel ist dasselbe werth, wenn jeder $\square$ Fuß $1\frac{1}{2}$ Sgr. gilt? Antw. 1 Thlr. 9 Sgr. 10 Pf. zahlb. Geometrie S. 36. Ziffer 1.

162. Einer kauft 18 Bretter, wovon jedes $12\frac{1}{2}'$ lang und $2' 1\frac{1}{2}''$ breit ist, jede 100 Fuß mit der Fracht $4\frac{1}{2}$ Thlr.; ferner noch 12 Bretter, jedes $16\frac{1}{4}'$ lang und $1' 7\frac{1}{2}''$ breit; bezahlt hiervon auf der Stelle, wo sie liegen, für 100 Fuß $3\frac{1}{2}$ Thlr.

und noch für Fracht und Unkosten überhaupt $2\frac{2}{3}$ Thlr.: Wie viel machts? — Wie viel kosten von den letzten Brettern jede 100 Fuß mit der Fracht? Und wie viel von sämtlichen Brettern durcheinander jeder Fuß?

Antw. $\left\{ \begin{array}{l} 38 \text{ Thlr. } 1 \text{ Egr. } 7 \text{ Pf. zahlb.} \\ 4 \quad \quad \quad 21 \quad \quad \quad 5 \quad \quad \quad \quad \\ \quad \quad \quad \quad \quad 1 \quad \quad \quad 5 \quad \quad \quad \quad \end{array} \right.$

263. Ein Hausdach, welches auf beiden Seiten 39' lang und 25' breit ist, soll mit Tannenbord jedes 10' lang und $\frac{3}{4}$ ' breit, belegt, und hernach mit Leyen gedeckt werden. Wenn nun 100 Bord $13\frac{1}{2}$ Thlr., und jede Karre, nämlich 75 Stück, 3 Thlr. Fracht; ferner jedes Ries Leyen $2\frac{1}{2}$ Thlr. und jede Karre, das ist $2\frac{1}{2}$ Ries, auch 3 Thlr. Fracht gilt: Wie viel kostet demnach dieses Dach an Bord und Leyen, wenn 5 Bord mit 1 Ries Leyen bedeckt werden? Antw. 237 Thlr. 27 Egr.

164. Ein Haus, welches 30' lang, 20' breit, und bis an das Dach 18 Fuß hoch ist, soll mit Bord und Leyen bekleidet werden. Nun sind an demselben 20 Kreuzrahmen, von 6' hoch und 4' breit, noch 2 Thüren, jede $7\frac{1}{2}$ ' hoch und 4' breit. Wenn nun allemal 8 Bord mit 1 Ries Leyen bekleidet werden: Wie viel kostet sodann diese Bekleidung an Bord und Leyen, den übrigen Bedingungen voriger Aufgabe nach? Antw. 107 Thlr. 3 Egr.

165. Unter 6 Ellen $9\frac{1}{4}$ Viertel breites Laken, zu $3\frac{1}{8}$ Thlr., soll $\frac{3}{4}$ Elle breites Futterzeug, zu 7 Egr., gekauft werden: Wie viel kostet das Laken und Futterzeug zusammen? Antw. 24 Thlr. 3 Egr. 6 Pf. S. Geom. S. 34. im 2. Theil.

166. Der preuß. Thlr. wiegt $463\frac{1}{7}$ holl. Aßen 12: löthiges Silber, und der brabant. Kronenth. hat 613

holl. Aſen 13½löthiges Silber. Wenn dieſer nun zu 122 Stbr. ausgegeben wird: Wie viel Stbr. iſt demnach der preuß. Thlr., und wie viel Sgr. iſt der brab. Krth. gegen den preuß. Thlr. werth?

Antw. { der preuß Thlr. 79 Stbr. 10 Hl. ohne Bruch.
 { der brab. Krth. 45 Sgr. 11 Pf. ohne Bruch.

Anmerk. u. Erklär. Wenn 1 Mark, od. 16 Loth Silber, aus 12 Loth feinem Silber und 4 Loth Kupfer beſteht: ſo wird es 12löthig genannt. Folglich ſind denn in 16 Aſen 12löthigem Silber auch 12 Aſen feines Silber. Hiernach kann alſo der innerliche feine Gehalt der beiden Geldſorten, mithin auch der Werth derſelben gegen einander berechnet werden. Siehe Münzfuß im 2. Theil.

167. Wie viel Sgr., und wie viel Stbr. iſt der fr. Krth., welcher 608 holl. Aſen 14½löthiges Silber hat, gegen den preuß. Thlr. werth, wenn derſelbe zu 78 Stbr. gerechnet wird?

Antw. { der fr. Kronenth. iſt gegen den preuß. Thlr.
 { werth 47 Sgr. ohne Bruch
 { oder 122¼ Stbr.

168. Einer kaufte in Holland 100 tb Thee netto, wovon ihn hier jedes tb, mit allen Unkoſten 1⅘ Thlr. zu ſtehen kam. Davon verkaufte er hieſelbſt erſtlich 35 tb, jedes tb für 1⅞ Thlr.; nach einiger Zeit, da der Thee in Abſchlag gekommen, verkaufte er wieder 28½ tb, jedes tb für 1¾ Thlr.; endlich, nachdem der Preis wieder geſtiegen, verkaufte er den Reſt, jedes tb für 2⅛ Thlr., fand aber hier 1 tb 24 Loth Verluſt an Gewicht: Wie viel hat er in Allem, wie auch an jedem verkauften Pfunde durcheinander gewonnen? 100 tb Holl. ſind 106 tb hier.

Antw. { 48 Thlr. 19 Sgr. 11 Pf. zahlb. in Allem, und
 { 14 Sgr. an jedem verkauften tb gewonnen.

169. Eine Frau kauft 32½ tb Flachſ, jedes tb für 7½ Sgr. und läßt aus jedem tb 5 Stränge ſpinnen; gibt von jedem Strang 2 Sgr. Spinnlohn;

der Weber liefert aus dem Garn 145 Ellen $4\frac{1}{2}$ Viertel breites Tuch, und nimmt für jede Elle zu weben $3\frac{1}{2}$ Sgr.; für jede Elle zu bleichen zahlt sie 1 Sgr., und außer diesem noch überhaupt an Porto $11\frac{1}{4}$ Sgr.: Wie theuer kommt ihr jede Elle Tuch zu stehen? Antw. 8 Sgr. 6 Pf. zahlbar.

Eine Rechnung.

Herr Caspar Schönhaus
empfang von Wilh. Baumann.

Hier werden nur ganze Pfenninge angeschrieben.

1834		Thl. Sgr. Pf.	
Mrz.	18	2 $\frac{1}{4}$ Dhm Rheinwein jede . zu 52 $\frac{1}{2}$ Th.	
		25 Flaschen jede = 1 $\frac{3}{4}$ Sgr.	
		2 $\frac{1}{2}$ Duzend Römer jeder . . = 2 "	
Juny	8	345 $\frac{1}{2}$ lb Wolle = 11 $\frac{1}{4}$ "	
Aug.	10	57 $\frac{1}{2}$ Elle holl. Cattun . . = 13 $\frac{1}{4}$ "	
Nov.	6	86 Mß Rüböl = 10 $\frac{5}{8}$ "	
1835		54 $\frac{3}{4}$ Mß. Thran = 10 $\frac{3}{4}$ "	
Febr.	18	4300 Zaumnägel, das 100 = 6 $\frac{3}{4}$ "	
		3700 Böhmnägel, das 100 = 7 $\frac{1}{2}$ "	
April	20	25 Kuchenpfannen . . = 21 $\frac{1}{4}$ "	
		13 kleinere Pfannen . . = 17 $\frac{3}{4}$ "	
May	12	1 $\frac{1}{2}$ Dhm Wein-Essig, d. Mß. = 3 $\frac{1}{2}$ "	
		Thlr.	389 18 6
Zahlte und lieferte hierauf.			
1834			
Sep.	10	An Gegenrechnung . . Th. 12-25-9	
		18 $\frac{1}{2}$ Friedrds, zu 5 $\frac{7}{8}$ Th. " " "	
Dec.	15	45 $\frac{1}{2}$ Ellen Laten, zu 3 $\frac{5}{8}$ Th. " " "	
1835		18 Eichenbretter, 16 $\frac{1}{2}$ Fuß,	
Mrz.	17	lang, 1 $\frac{3}{4}$ Fuß breit	
		die 100 Fuß zu 6 $\frac{1}{2}$ Th. " " "	
		Thlr.	65 8 7

also restirt noch . Thlr. 65 8 7

Rechnet vor der Auszahlung nach.

V. Einige Aufgaben, theils ohne Antwort, und zur ferneren Uebung im Nachdenken.

Anmerk. Nach der gewöhnlichen Probe der Regelbetri, setzt man aus dem gemachten Ansat das dritte Glied vorne; das herausgekommene Facit mitten, und das erste Glied als Fragezahl hinten, und erwartet bei der Ausrechnung zur Antwort und Probe, das mittelfte Glied aus der Aufgabe. Nach den in der Einleitung gemachten Versezungen der geometrischen Proportionen, lassen sich noch mehr andere Probefätze aufstellen.

171. Am 1. Aug. 1816 wurden in Remscheid 3 neue Glocken, nämlich die mittlere Thurm- und zwei Uhr-
glocken, gegossen. Die alte mittlere und die Uhr-
glocke, welche beide geborsten waren, wurden dazu mit
eingeschmolzen; wovon die erstere 2618 th , und die
letzte 201 th wog. — Die neue Thurm-
glocke wiegt nun $2779\frac{1}{2}$ th , die größte Uhr-
glocke 158 th , und die kleinste
 $127\frac{1}{2}$ th . — Die jezigen drei Thurm-
glocken haben unter sich folgendes Ton-Verhältniß: Die größte Glocke
hat den Ton D, die neue mittlere Dis, und die kleinste E.
Die beiden Uhr-
glocken geben die Töne G. und H an.

Mit dem Glockengießer Voitel war folgender
Accord getroffen worden; jedes Pfund hinzugetha-
nes Metall ward ihm mit 45 Stbr. bezahlt; außer-
dem wurden 6 th Verlust auf jede 100 th gerechnet;
und auch zu 45 Stbr. vergütet, und noch für jede
100 th 10 Rth. an Gießlohn gegeben. Hiernach
ist nun zu rechnen: 1. Wie viel hat der Glockengießer
empfangen? 2. Wie viel ist jede neue Glocke werth?

Antw.	{	der Glockengießer	628 Rth.	$55\frac{1}{2}$ Stbr.
		die Thurm- glocke	2487 —	39 —
		die gr. Uhr- glocke	144 —	$24\frac{1}{2}$ —
		die kl. Uhr- glocke	114 —	$6\frac{3}{4}$ —

172. Eine Kirche ist 108' lang und 81' breit;
eine andere ist aber 104' lang und 72' breit: Wie
viel Fuß müßte diese verlängert werden, wenn sie
so viel Inhalt haben sollte, wie jene? Geom. S. 35.

173. Wenn 100 Mann Soldaten täglich 6

Stunden weit marschiren können: Wie weit können denn 1000 Mann in einem Tage?

174. Wenn aus einem Faß, das 120 Maasß enthält, in 12 Minuten 80 Maasß durch den Kraken abfließen: In wie viel Minuten läuft denn das ganze Faß leer?

175. Es vermachte Jemand in seinem Testamente den hinterlassenen Kindern seiner verstorbenen drei Geschwistern 5652 Thlr. — Nun hatte der Stamm A 4, B 3, und C 2 Kinder. Von den zwei ersten vollbürtigen Stämmen sollte aber jedes Kind 2 mal so viel haben, als ein Kind von dem halbbürtigen Stamme C: Wie viel bekam denn jedes Kind von diesen 3 Stämmen?

176. Ein Kostgänger mußte im Jahr 1796 v. 20 Januar bis den 12. Nov. täglich $7\frac{1}{2}$ Sgr. bezahlen: Wie viel Thlr. machts? Antw. 74 Thlr. $7\frac{1}{2}$ Sgr. Man sehe der genauen Zeitrechnung S. 50 nach.

177. Ein Kind wurde geboren 1784 den 24. Oct. Wie groß war schon die Summe im Jahr 1800 den 18. April, die es seinen Aeltern schuldig war, wenn man nach genauer Zeitrechnung, für Pflege und Erziehung $7\frac{2}{3}$ Sgr. täglich rechnen wollte? Antw. 1444 Thlr. 27 Sgr. 4 Pf.!!

178. Ein Capital von 540 Thlr. hat zu $4\frac{1}{2}$ Proc. $2\frac{1}{2}$ Jahr lang auf Zinsen gestanden: Wie hoch beläuft sich dieselbe?

179. Ein Herr hat 3421 $\frac{7}{8}$ Thl. zu 4 Proc. ausstehen: Wie viel Zinsen hat er davon täglich zu genießen?

180. Ein Capital von 862 $\frac{1}{2}$ Thlr. hat zu 4 Proc. cent auf Zinsen gestanden von 1793 den 1. May: Wie hoch belaufen sich davon die Zinsen bis heute?

181. Ein Vater ist jetzt 37, und sein Sohn 12 Jahre alt: Nach wie vielen Jahren wird dieser halb so alt seyn, als sein Vater?

Regel. Multipl. des Sohnes Alter mit 2, weil er so viel halbe, als der Vater ganze Jahre alt sein soll, und ziehet dies Product vom Alter des Vaters ab: so kommt die Antwort. Machet hierüber die Probe.

182. Eine Mutter ist jetzt 67, und ihre Tochter 42 Jahre alt: Vor wie vielen Jahren war die Tochter gerade halb so alt, als ihre Mutter?

Regel wie vorhin, nur daß das Alter der Mutter vom doppelten Alter der Tochter subtrahirt wird.

183. Ein Vater ist geboren 1752 den 11. Febr. und seine Tochter 1787 den 26. März: Wann war diese halb so alt, als ihr Vater? Antwort 1822 am 11. May.

Anmerk. Wende dieses auf dich und deine Eltern an. Darüber läßt sich alsdann ein schöner Brief schreiben.

184. Einer kauft 24 kölnische und 20 elberfelder Malter Korn, zusammen für 208 $\frac{3}{4}$ Thlr. Nun kosten 6 Malter, vom ersten so viel als 5 Malter vom andern: Wie theuer ist jedes Malter von beiden Sorten gewesen?

Anmerk. Zur Probe müssen beiderlei Malter nach den herausgebrachten Preisen berechnet werden, und zusammen 208 $\frac{3}{4}$ Thlr. ausmachen.

185. Einer kauft für 48 $\frac{3}{4}$ Thlr. 120 Ellen Doppelstein und 60 Ellen Streifen: und hat für 5 Ellen Doppelstein so viel gegeben, als für 4 Ellen Streifen: Wie viel hat die Elle von jeder Sorte gekostet?

186. Einer kauft 26 $\frac{3}{4}$ Ellen Streifen und 18 $\frac{1}{2}$ Ellen Doppelstein für 12 Thlr. 25 $\frac{1}{2}$ Sgr.: Wie viel hat eine Elle von jeder Sorte gekostet, wenn die Elle Streifen 2 Sgr. theurer gewesen, als eine Elle Doppelstein?

187. Einer kauft 57 $\frac{1}{2}$ brabant Ellen Laken, jede Elle für 32 $\frac{1}{2}$ Schill., und verkauft davon jede köln. Elle wieder für 3 $\frac{1}{2}$ preuß. Thlr.: Wie viel hat

er überhaupt, wie auch an jeder kölnischen Elle und Proc. gewonnen?

188. In Frankfurt kauft jemand 1 Stück Ellen: Waar, von 72 Ellen, jede zu $41\frac{1}{2}$ Kreuz. in br. Kronthaler zu 2 Gulden 42 Kr., bezahlt hier noch an Unkosten 25 Sgr., und verkauft jede brab. Elle für $21\frac{1}{4}$ Sgr., in brab. Kronth. zu 45 Sgr.: Wie viel gewinnt er überhaupt an jeder br. Elle, und Procent? 32 Frankfurter Ellen sind 25 Brabanter.

189. 1 Etr. Waar kostet 39 $\frac{1}{2}$ Rthlr. und noch so viel als 4 tb kosten: Wie theuer ist demnach 1 tb?

190. Einer kauft 5 Stück ÷ 12 Ellen feines Linnen für 156 $\frac{1}{8}$ Thlr. Wie viel Ellen hat jedes Stück gehalten, wenn jede Elle $\frac{5}{8}$ Thlr. gekostet?

191. Es kaufte jemand für 19 $\frac{1}{2}$ Thlr. Leinwand, jede Elle für 6 $\frac{1}{2}$ Sgr., und ließ Hemder daraus machen, jedes zu 6 $\frac{1}{2}$ Ellen: Wie viel Hemder bekam er? Und wie viel behielt er übrig?

192. Mit wie vielen 3 und 4 Pfenningsstücken lassen sich durch einander 25 Sgr. auszahlen? — Gibt 24 Fälle.

193. Wie viel 2 $\frac{1}{2}$ und 10 Sgrstücke werden durch einander erfordert, wenn man damit 5 $\frac{2}{3}$ Thlr. bezahlen will? — 16 Fälle.

194. Wie viel ganze Stücke pr. Thlr. zu 78 Stbr., und brab. Kronth. zu 117 Stbr. muß man durch einander nehmen, um 468 Rth. ohne kleine Münze auszuzahlen? — 119 Fälle.

195. Einer schickte an einen Kerzenmacher 56 tb Unschlitt, um ihm dafür Kerzen zu liefern, aber für den Macherlohn derselben Unschlitt zurück zu behalten: Wie viel tb Kerzen mußte er nun wie-

der haben, wenn jedes tb Unschlitt $4\frac{1}{2}$ Sgr. und der Gießlohn von jedem tb Kerzen 9 Pf. gerechnet wird?

Anmerk. Zur Probe muß der Gießlohn, von den gelieferten Kerzen, dem Werthe des zurückbehaltenen Unschlitts gleich seyn.

196. Einer verdingte einem Arbeiter ein Stück Erdäpfel auszugraben, und zwar jedes Malter für 10 Sgr.; ward aber mit ihm einig, daß er für seinen Arbeitslohn Erdäpfel im Felde annehmen sollte. Nachdem sie nun alle ausgemacht waren, fanden sich $19\frac{1}{2}$ Malter: Wie viel mußte er davon überliefern, wenn jedes unausgegrabene Malter zu $1\frac{2}{3}$ Thlr gerechnet wird?

197. Es hat so eben 8 Uhr geschlagen: In wie vielen Minuten wird der Minutenzeiger den Stundenzeiger einholen und bedecken? Antw. in $43\frac{1}{7}$ Minuten. — Machet die Probe.

198. In wie viel Minuten holt der Minutenzeiger den Stundenzeiger nach halb 4 Uhr ein? — Machet die Probe.

199. Ein Haase war 60 Sprünge voraus, als ihm ein Hund nachsetzte; wenn sie nun gleich geschwind springen, 4 Hundssprünge aber so weit reichen, als 5 Haasensprünge: In wie vielen Sprüngen wird dann der Hund den Haasen einholen? Antw. in 240 Sprüngen. — Machet die Probe.

200. Ein Kostgänger, welcher täglich $7\frac{1}{2}$ Sgr. bezahlen mußte, rechnete mit seinem Wirth ab, und blieb ihm $18\frac{1}{3}$ Thlr. schuldig. Hierauf versprach er, künftig jede Woche bis zur Tilgung dieser Schuld, $2\frac{2}{3}$ Thlr. auf alte und neue Rechnung zu geben: In wie viel Wochen wurde er mit seinem Wirth gleich? — Machet die Probe.

Verzeichniß und Eintheilung der Münzen.

1. Jülich, Cleve, Berg. Vormals.

Rthl. Reichsort.	Schill.	Blaff.	Stbr.	Albus.	Füchse.	Shr.
1 =	4 =	8 =	20 =	60 =	80 =	240 = 960.
	1 =	2 =	5 =	15 =	20 =	60 = 240.
		1 =	2½ =	7½ =	10 =	30 = 120.
			1 =	3 =	4 =	12 = 48.
				1 =	1½ =	4 = 16.
					1 =	3 = 12.
						1 = 4.

Jetzt rechnet man hier in preuß. Contr., nämlich:
 1 Thlr. zu 30 Sgr., jeden zu 12 Pfenn., oder 24 Sgr. jeden zu
 12 Pf. auch zu 78 Stbr.; jeden zu 16 Shr.

Daher sind

10 Thlr. = 13 Rthlr. berg. Cour.

Vormals galt hier

1 franz. Kronenth. 110 Stbr. edictmäßig,

jetzt 122 Stbr. cour. m. o. w.

1 brabant. Kronenth. 108 Stbr. edictm.

jetzt 120½ Stbr. cour. m. o. w.

Der preuß. Cours der Kronenth. ist in den Aufgaben beigesetzt.

2. Hannover, Osnabrück, Hessen-Cassel.

Thlr.	Sgr.	Mar.	Pf.
1 =	24 =	36 =	288.
	1 =	1½ =	12.
		1 =	8.

Dieser Thlr. ist dem preuß. Thlr. gleich.

3. Frankfurt, und Oberghein.

Rthl.	Guld.	Baßen.	Kreuz.	Sl.
1 =	1½ =	22½ =	90 =	360.
	1 =	15 =	60 =	240.
		1 =	4 =	16.
			1 =	4.

4. Amsterdam in Holland.

Gulden.	Stbr.	Cents.	Pf.
1 =	20 =	100 =	320.
	1 =	5 =	16.
		1 =	3½.

Vom Gewicht.

1. Handelsgewicht.

- 1 Pfundschwer oder Schiffspfund hat 3 Str. oder 20 Lothpfund.
 1 Centner hat 110 $\mathcal{H}$, 1 $\mathcal{H}$ hat 32 Loth, 1 Loth hat 4 Quent-
 chen. — 1 Loth köln. hat 304 holl. Aßen.
 Das köln. Gewicht ist dem preussischen gleich.

2. Gold- und Silbergewicht.

Cöln. Mark. Unzen. Loth. Karat Gran. Grän. Neßgen.

1	=	8	=	16	=	24	=	96	=	288	=	4352.
		1	=	2	=	3	=	12	=	36	=	544.
				1	=	1 $\frac{1}{2}$	=	6	=	18	=	272.
						1	=	4	=	12	=	181 $\frac{1}{2}$.
								1	=	3	=	45 $\frac{1}{2}$.
										1	=	15 $\frac{1}{2}$.

3. Deutsches Apothekergewicht.

Pfund. Unzen. Drachma. Scrupel. Gran. Grän.

1	=	12	=	96	=	288	=	5760	=	17280.
		n	=	8	=	24	=	480	=	1440.
				1	=	3	=	60	=	180.
						1	=	20	=	60.
								1	=	3.

Maaß von flüssigen Sachen.

Fuder. Ohm. Viertel. Maaß. Schoppen.

1	=	6	=	156	=	624	=	2496.
		1	=	26	=	104	=	416.
				1	=	4	=	16.
						1	=	4.

1 preuß. Ohm = 2 Eimer = 120 Quart.

1 Eimer = 60 Quart = 45 $\frac{1}{2}$ cöln. Maaß.

Getreide-Maaß.

Malter. Sümmer. Viertel. Becher. Maßchen.

1	=	4	=	16	=	48	=	192.
		1	=	4	=	12	=	48.
				1	=	3	=	12.
						1	=	4.

1 preuß. Malter = 12 Scheffel = 48 Viertel = 194 Megen.

1 Scheffel = 4 Viertel. = 5 $\frac{1}{2}$ cöln. Viertel.

Längenmaaß.

1. Ellenmaaß.

Elle. Fuß. Viertel. Taljen. Zoll.

1	=	2	=	4	=	16	=	24.
		1	=	2	=	8	=	12.
				1	=	4	=	6.
						1	=	1 $\frac{1}{2}$.

1 cöln. Elle ist = 254 $\frac{1}{2}$ pariser Linien.1 brab. Elle ist = 306 $\frac{1}{2}$ " " " "1 preuß. Elle ist = 295 $\frac{1}{2}$ " " " "

Daher sind:

6 cöln. Ellen = 5 brab. Ellen.

116 cöln. Ellen = 100 preuß. Ellen.

100 preuß. Ellen = 99 $\frac{1}{2}$ brab. Ellen.

2. Ruthen- und Fuß-Maas.

Ruthe.	Fuß.	Zoll.	Linien.
1 =	16 =	192 =	2304.
	1 =	12 =	144.
		1 =	12.

1 Preussische oder 1 Rheinländische Ruthe hat 12 Fuß, jeder 149 $\frac{3}{5}$ pariser Linien.

1 Cölnische Ruthe hat 16 Fuß, jeder 12 Zoll, oder 127 $\frac{3}{4}$ pariser Linien.

1000 Cölnische Ruthen sind 1221 preuß. Ruthen.

Cölnisches Quadratmaas.

Quadratruthe. Riemruthe. Quadratfuß. Quadratzell.

1 =	16 =	256 =	36864.
	1 =	16 =	2304.
		1 =	144.

1 Cöln. Morgen Land = 150 □ Ruthen = 10 $\frac{3}{4}$ Sechzig.

Preussisches Quadratmaas.

Quadratruthe. □ Fuß. □ Zoll.

1 =	144 =	20736.
	1 =	144.

1 preuß. Morgen = 180 □ Ruthen.

150 cöln. □ Ruthen = 223 $\frac{3}{4}$ preuß. □ Ruthen.

Papierhandel.

1. Schreibpapier.

Ballen.	Ries.	Buch.	Bogen.
1 =	10 =	200 =	4800.
	1 =	20 =	480.
		1 =	24.

2. Druckpapier.

Ballen.	Ries.	Buch.	Bogen.
1 =	10 =	200 =	5000.
	1 =	20 =	500.
		1 =	25.

Eintheilung der Zeit.

Ein gemeines Jahr hat 365 Tage, oder 52 Wochen 1 Tag.

Ein Schaltjahr hat 366 Tage, oder 52 Wochen 2 Tage.

Eine Woche hat 7 Tage, aber nur 6 Werkstage.

Ein neuer Tag fängt um Mitternacht an, und hat 24 Stunden, jede Stunde 60 Minuten, jede Minute 60 Sekunden.

Noch mehr von der Zeitrechnung findet man Seite 47 bis 51.

