

Erstes Capitel.

Rechnung mit ganzen Zahlen.

§. 1. (Numeration.) Die neun ersten ganzen Zahlen drücken wir bekanntlich durch folgende Zeichen oder Ziffern aus :

1 . . . eins,	4 . . . vier,	7 . . . sieben,
2 . . . zwey,	5 . . . fünf,	8 . . . acht,
3 . . . drey,	6 . . . sechs,	9 . . . neun.

Dieselben neun Ziffern können aber auch alle folgenden größeren Zahlen bezeichnen, indem man ihnen einen doppelten Werth beylegt, einen *absoluten*, nämlich den eben angezeigten, und einen *relativen*, der von dem Orte oder von der *Stellung* jeder Ziffer gegen die anderen abhängt. Diese Stellung auszudrücken, braucht man das Zeichen o (oder *Null*), das an sich selbst keinen Werth hat, sondern nur die leeren Stellen, wenn es deren gibt, bezeichnet.

So drückt das Zeichen 1, allein genommen, die Einheit aus, und dieß ist sein absoluter Werth, Allein in der zweyten Stelle (von der Rechten zur Linken) oder so ausgedrückt:

10,

bezeichnet es die Einheiten der zweyten Ordnung oder die *Zehner*. In der dritten Stelle

100

gibt es die Einheiten der dritten Ordnung oder die *Hunderte*, in der vierten Stelle die *Tausende*, in der fünften die *Zehntausende*, in der sechsten die *Hunderttausende*, und in der siebenten endlich die *Millionen* oder die Tausendmaltausende.

Demnach bezeichnet also die Zahl

32

2 Einheiten und 3 Zehner, oder wie man sich auszudrücken pflegt, zwey und dreyßig Einheiten; die Zahl

1 *

4638

beträgt 8 Einheiten, 3 Zehner, 6 Hunderte und 4 Tausende, oder: viertausend sechshundert acht und dreyßig Einheiten; und eben so beträgt die Zahl

5720406

6 Einheiten, 4 Hunderte, 2 Zehntausende, 7 Hunderttausende und 5 Millionen, oder: fünf Millionen, siebenhundert und zwanzig Tausend, vierhundert und sechs Einheiten.

So wie aber die siebente Stelle die Einheiten der Millionen enthält, so enthält wieder

die achte Stelle die Zehner der Millionen

» neunte » » Hunderte » »

» zehnte » » Tausende » »

und so fort, so daß die dreyzehnte Stelle die Einheiten der Millionen von den Millionen oder die sogenannten *Billionen*, die neunzehnte Stelle die *Trillionen* u. s. w. enthält.

Um daher eine gegebene Zahl auszusprechen, theilt man sie, von der Rechten zur Linken, in Classen von sechs zu sechs Ziffern, und drückt jede Classe auf die angezeigte Weise durch Worte aus. So ist z. B. die Zahl

45 839407 860534

gleich 45 *Billionen*,

839 Tausend, 4 Hundert und 7 *Millionen*,

860 Tausend, 5 Hundert und 34 *Einheiten*.

Numeration ist die Lehre, eine gegebene Zahl, den vorhergehenden Vorschriften gemäß, zu schreiben oder auszusprechen.

§. 2. (Addition.) Zwey oder mehrere Zahlen *addiren* heißt: sie zusammen zählen oder ihre Summe suchen.

Zu diesem Zwecke könnte man ganz einfach zuerst die Einheiten, dann die Zehner, dann die Hunderte u. f. dieser Zahlen, *jede für sich*, addiren, die so erhaltenen Partialsummen, nach dem relativen Range jeder Ziffer, unter einander stellen, und dann die gemeinschaftliche Summe dieser Partialsummen nehmen, wie folgendes Beyspiel zeigt:

$$\begin{array}{r}
 8452 \quad \text{oder} \quad 6974 \\
 \underline{7385} \quad \quad \quad \underline{5389} \\
 13 \quad \quad \quad 15 \\
 7 \quad \quad \quad 12 \\
 15 \quad \quad \quad 11 \\
 \text{Summe} \dots 15837 \quad \quad 12363.
 \end{array}$$

Man bemerkt aber sofort, daß es kürzer ist, so oft eine dieser Partialsummen mehr als eine Ziffer hat, nur die Ziffer des niedrigeren Ranges zu schreiben, und dafür die andern *sogleich* zu den Ziffern des nächst höheren Ranges hinüber zu nehmen. Dadurch erhält das zweyte Beyspiel die Form:

$$\begin{array}{r}
 6974 \\
 5389 \\
 \hline
 12363 \quad \text{wie zuvor.}
 \end{array}$$

Auf dieselbe Weise erhält man

$$\begin{array}{r}
 835 \quad \text{oder kürzer} \quad 835 \\
 247 \quad \quad \quad 247 \\
 302 \quad \quad \quad 302 \\
 \underline{468} \quad \quad \quad \underline{468} \\
 22 \quad \quad \quad 1852 \quad \text{wie zuvor.} \\
 13 \\
 17 \\
 \text{Summe} \dots 1852
 \end{array}$$

§. 3. (Subtraction.) Zwey Zahlen subtrahiren heisst, ihren Unterschied oder ihre Differenz finden.

Man schreibt die kleinere Zahl unter die grössere so, daß in beyden die Ziffern desselben Ranges unter einander stehen. Dann zieht man, von der Rechten anzufangen, die untere Ziffer von der oberen ab, und wenn dieß nicht angeht, vermehrt man die obere Ziffer um *zehn*, indem man, um dieß wieder gut zu machen, die nächstfolgende obere Ziffer um eine ihrer Einheiten vermindert, welche Verminderung man, um Irrungen zu vermeiden, durch einen oberen Punct anzeigen kann.

$$\begin{array}{r}
 \text{So hat man} \quad 8420639 \\
 \quad \quad \quad 3614257 \\
 \text{Differenz} \dots \underline{4806382}
 \end{array}$$

Die *Probe* der richtig geführten Subtraction besteht in der Addition der zwey untersten Reihen, deren Summe der oberen Reihe gleich seyn muß. So ist in unserem Beyspiele

$$\begin{array}{r} 3614257 \\ 4806382 \\ \hline \text{Summe} \dots 8420639 \text{ wie zuvor.} \end{array}$$

§. 4. (Multiplication.) Zwey Zahlen multipliciren heisst, die eine dieser Zahlen so oft nehmen, als die andere Einheiten hat.

Die beyden gegebenen Zahlen nennt man *Factoren*, und die gesuchte Zahl heisst das *Product*.

Wenn der eine dieser Factoren nur aus einer einzigen Ziffer besteht, so kann man sein Product mit jeder einzelnen Ziffer des anderen Factors nehmen, diese Producte, nach dem Range ihrer Ziffern, unter einander schreiben, und dann ihre Summe (nach §. 2.) suchen, wie folgendes Beyspiel zeigt, wo 3 und 675 die beyden Factoren sind:

$$\begin{array}{r} 675 \\ 3 \\ \hline 15 \\ 21 \\ 18 \\ \hline \text{Product} \dots 2025. \end{array}$$

I. Allein man sieht auch hier sogleich, daß es kürzer ist, nur die erste Ziffer dieser Partialproducte zu schreiben, und dafür die zweyte *sogleich* zu dem nächst höheren Producte zu addiren. Dadurch erhält unser Beyspiel die folgende einfachere Gestalt:

$$\begin{array}{r} 675 \\ 3 \\ \hline 2025 \text{ wie zuvor.} \end{array}$$

II. Ganz eben so wird man auch verfahren, wenn jeder Factor mehr als eine Ziffer hat, wenn man nur das aus jeder höheren Ziffer (nach I.) entstandene ganze Partialproduct um eine Stelle weiter links setzt, und dann die Summe aller dieser Partialproducte nimmt. So hat man, wenn 675 und 353 die beyden Factoren sind:

$$\begin{array}{r}
 675 \quad \text{oder auch} \quad 353 \\
 353 \\
 \hline
 2025 \\
 3375 \quad 2471 \\
 2025 \quad 2118 \\
 \hline
 \text{Product} \dots 238275 \quad 238275 \text{ wie zuvor.}
 \end{array}$$

III. Hat man mehr als zwey Zahlen mit einander zu multipliciren, so sucht man zuerst von zweyen derselben das Product nach II., und dann wieder von diesem Producte mit der dritten Zahl das neue Product u. f.

Hätte man z. B. das Product der drey Factoren

25, 47 und 68

zu suchen, so ist das Product

von 25 in 47 gleich 1175,

und von 1175 in 68 gleich 79900,

wo die Ordnung, in welcher man die einzelnen Factoren wählt, willkürlich ist.

§. 5. (Division.) Zwey Zahlen dividiren heist suchen, wie oft die kleinere derselben in der größeren enthalten ist. Die kleinere Zahl wird *Divisor*, die größere *Dividend*, und die gesuchte Zahl wird *Quotient* genannt.

Es sey z. B. die Zahl 14952 durch 28 zu dividiren. Sucht man den Quotienten zuerst nur in den ganzen Hunderten, so hat man

$$\begin{array}{r}
 28 \overline{) 14952} \overline{) 500} \\
 14000 \\
 \hline
 \text{Rest} \dots 952,
 \end{array}$$

wo 14000 das Product von 28 in 500 ist. Dieß zeigt daher, daß der Divisor 28 in dem gegebenen Dividend 500 mal enthalten ist.

Allein das Product der beyden Zahlen 28 und 500 ist nicht 14952, sondern nur 14000, und die Differenz der beyden letzten Zahlen oder der Rest dieser ersten Division ist 952, der sich selbst wieder durch 28 dividiren läßt.

Sucht man daher neuerdings den Quotienten von 952 und 28, und zwar nur in den ganzen Zehnern, so findet man, wie zuvor:

$$\begin{array}{r}
 28 \overline{) 952} \mid 30 \\
 \underline{840} \\
 \text{Rest} \dots 112,
 \end{array}$$

und da der Rest 112 dieser zweyten Division sich ebenfalls wieder durch den alten Divisor 28, und zwar ohne weiteren Rest, dividiren läßt, so hat man

$$\begin{array}{r}
 28 \overline{) 112} \mid 4 \\
 \underline{112} \\
 \text{Rest} \dots = 0.
 \end{array}$$

Demnach enthält der gesuchte Quotient

5 Hunderte,

3 Zehner, und

4 Einheiten,

oder der gesuchte Quotient unserer Division ist

534.

I. Eine geringe Aufmerksamkeit wird auch hier sogleich bemerken, daß man diese drey Divisionen abkürzend in eine einzige zusammenziehen kann, so daß man also, ohne die angezeigten Operationen wesentlich zu ändern, diese Division unter folgender Form darstellen wird:

$$\begin{array}{r}
 28 \overline{) 14952} \mid 534 \\
 \underline{140} \dots \\
 = 95. \\
 \underline{84.} \\
 112 \\
 \underline{112} \\
 \text{Rest} \dots = 0.
 \end{array}$$

Eben so findet man z. B. daß die Zahl 3622704, durch 426 dividirt, den Quotienten 8504 gibt.

II. Die Probe der Division ist die Multiplication. Das Product des Divisors in den Quotienten muß nämlich den Dividend wieder geben. So ist in dem ersten Beyspiele:

$$\begin{array}{r}
 534 \\
 \times 28 \\
 \hline
 4272 \\
 1068 \\
 \hline
 \text{Product} \dots 14952 \text{ wie zuvor.}
 \end{array}$$

III. Man sieht von selbst, daß die Multiplication eine abgekürzte oder wiederholte Addition, und daß die Division eine wiederholte Subtraction ist.

IV. Um die Multiplication und Division mit größeren Zahlen zu erleichtern, muß man die Producte der einzelnen Ziffern dem Gedächtniß einprägen. Dazu dient das sogenannte Einmal-eins oder die folgende Tafel, aus der man z. B. sogleich sieht, daß 4 mal 6 gleich 24, oder daß 5 mal 7 gleich 35 u. f. ist.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

§. 6. (Zeichen der vorhergehenden Operationen.)

Um auszudrücken, daß man zwischen zwey oder mehreren Zahlen eine der vier vorhergehenden Operationen vornehmen soll, hat man folgende Zeichen gewählt:

- $+$ ist das Zeichen der Addition,
 $-$ » » » Subtraction,
 $\times$ » » » Multiplication,
 $:$ » » » Division.

Überdies ist noch $=$ das Zeichen der Gleichheit derjenigen Größen, zwischen welchen es steht. So hat man z. B.

$$7 + 3 = 10 \quad \text{und} \quad 7 - 3 = 4,$$

$$4 \times 6 = 24 \quad \text{und} \quad 24 : 6 = 4.$$

Endlich drückt noch das Symbol $a > b$ aus, daß a größer als b ist. So hat man $5 > 3$ oder $4 < 7$.

I. Wenn man eine dieser Operationen mit mehreren Zahlen vornehmen soll, so pflegt man diese letzteren in Klammern einzuschließen, um sie dadurch als ein zusammengehörendes Ganze darzustellen.

So heist z. B.

$$(5 + 3) \times (7 - 2),$$

daß man die Zahl $5 + 3$ oder 8 durch $7 - 2$ oder 5 multipliciren soll, so daß man demnach hat

$$(5 + 3) \times (7 - 2) = 40.$$

II. Bemerken wir noch, daß die Division auch durch einen horizontalen Strich angezeigt wird, über welchem der Dividend, und unter welchem der Divisor steht, und endlich, daß die Multiplication in solchen Fällen, wo keine Zweydeutigkeit daraus entsteht, durch einen einfachen Punkt zwischen beyden Factoren, oder auch durch ein bloßes Nebeneinanderstellen dieser Factoren ausgedrückt wird. So hat man in den vorhergehenden Beyspielen

für die Division

$$\frac{24}{6} = 4,$$

und für die Multiplication

$$(5 + 3) \cdot (7 - 2) = 40,$$

oder auch ganz einfach

$$(5 + 3)(7 - 2) = 40.$$