
Inhalt.

Einleitung.

Arithmetik, oder Rechnung mit bestimmten Zahlen.

Erstes Capitel.

Rechnung mit ganzen Zahlen.

	Seite
Numeration	3
Addition	4
Subtraction	5
Multiplication	6
Division	7
Zeichen der vorhergehenden Operationen	9

Zweytes Capitel.

Rechnung mit Decimalbrüchen.

Erklärung	11
Rechnung mit Decimalbrüchen	—

Drittes Capitel.

Gewöhnliche Brüche.

Erklärung	14
Reduction der Brüche auf einerley Nenner	15
Addition und Subtraction der Brüche	16
Multiplication der Brüche	17
Division der Brüche	—
Reduction der gewöhnlichen Brüche auf zehntheilige	18
Größter gemeinschaftlicher Factor zweyer Zahlen	19
Rechnung mit genannten Zahlen	20

Erste Abtheilung.

Algebra, oder Rechnung mit unbestimmten Größen.

Viertes Capitel.

Einfache Rechnungen mit allgemeinen Zahlzeichen.

Erklärung	27
Entgegengesetzte Größen	31

	Seite
Addition	32
Subtraction	33
Multiplication	—
Division	35
Division ohne Ende	37

Fünftes Capitel.

Rechnung mit Potenzen.

Erklärung	40
Multiplication	41
Division	—
Erhebung auf Potenz	—
Potenzen, deren Exponenten Null oder negative ganze Zahlen sind	42
Potenzen mit gebrochenen Exponenten	44

Sechstes Capitel.

Irrationale und imaginäre Gröfsen.

Irrationale Gröfsen	46
Imaginäre Gröfsen	47
Vielfache Werthe der reellen Wurzeln	49

Siebentes Capitel.

Umformung der Gleichungen.

Erklärungen	53
Gleichung	55
Sonderung der Unbekannten	57
Nähere Erläuterung dieses Verfahrens	58

Achtes Capitel.

Proportionen.

Erklärung	62
Eigenschaft der Proportionen	—
Bestimmung eines Gliedes der Proportion aus den drey anderen	63
Veränderungen der Proportionen	64
Verbindung mehrerer Proportionen unter einander	65

Neuntes Capitel.

Logarithmen.

Exponentialgröfsen	67
Logarithmen	69
Eigenschaften der Logarithmen	70
Vergleichung der Logarithmen verschiedener Systeme	73

Zehntes Capitel.

Änderungen der Functionen oder Principien der Differentialrechnung.

	Seite
Erklärung	76
Einfachere Darstellung und Erweiterung des Vorhergehenden	79
Differential der einfachsten algebraischen Functionen	83
» eines Products	85
» eines Quotienten	87
» einer Potenz	—
» eines Logarithmus	90
» einer Exponentialgröße	92
Anwendung des Vorhergehenden	93

Eilftes Capitel.

Entwicklung der Functionen.

Höhere Differentialien	95
Taylor's Theorem	96
Maclaurin's Lehrsatz	101
Entwicklung des Binoms	102
Ausziehung der Wurzeln	104
Entwicklung der Logarithmen	107
Entwicklung der Exponentialgrößen	108
Bestimmung der vorhergehenden Zahl m	—
Bestimmung der vorhergehenden Zahl e	111
Berechnung der Logarithmen und Gebrauch der logarithm. Tafeln	—
Größte und kleinste Werthe, und unbestimmte Ausdrücke der Functionen	114

Zwölftes Capitel.

Auflösung der Gleichungen.

Anzahl der Wurzeln einer Gleichung	118
Auflösung der Gleichungen des ersten Grades	119
Auflösung der Gleichungen des zweyten Grades	120
Eigenschaften der Wurzeln der höheren algebraischen Gleichungen	122
Genäherte Auflösung aller numerischen Gleichungen	126
Homogenität der Glieder einer Gleichung	129

Dreyzehntes Capitel.

R e i h e n.

Geometrische Reihen	133
Arithmetische Reihen	135
Arithmetische Reihen der ersten Ordnung	137
Arithmetische Reihen der zweyten Ordnung	138

	Seite
Reversion der Reihen	138
Entwicklung der Functionen in Reihen durch die Methode der unbestimmten Coefficienten	140
Interpolation der Reihen	141

Zweyte Abtheilung.

G e o m e t r i e.

Vierzehntes Capitel.

Erste Grundsätze der Geometrie.

Erklärungen	147
Dreyecke	148
Vierecke	149
Kreise	—
Gleichheit und Ähnlichkeit der Figuren	150
Folgerungen aus den vorhergehenden Erklärungen.	
I. In Beziehung auf gerade Linien und Winkel	—
II. In Beziehung auf den Kreis	151
Summe der Winkel eines Dreyecks	153
Eigenschaften der parallelen Linien	156
Verhältniß der Seiten rechtwinkliger Dreyecke	157
Erste trigonometrische Functionen	159
Ähnliche rechtwinklige Dreyecke	161
Darstellung dieser Functionen im Kreise	162
Tangenten, Secanten etc.	165

Fünfzehntes Capitel.

Eigenschaften der Dreyecke und weitere Entwick- lung der trigonometrischen Functionen.

Fundamentalgleichung des Dreyeckes	168
Verhalten der Quadrate der Seiten des rechtwinkligen Dreyeckes	170
Verhältniß der Seiten jedes Dreyeckes	172
Sinus und Cosinus der Summe und der Differenz zweyer Winkel	—
Relationen zwischen dem Sinus, Cosinus, Tangente u. f. dessel- ben Winkels	176
Summe und Differenz der Sinus und Cosinus zweyer Winkel	177
Sinus und Cosinus der halben und doppelten Bogen	178
Sinus und Cosinus der vielfachen Bogen durch die der einfachen	—
Potenzen der Sinus und Cosinus der einfachen Bogen durch die Sinus und Cosinus der vielfachen Bogen	179
Tangenten der halben und doppelten Bogen	181
Tangente der Summe und Differenz zweyer Winkel	182
Differentialien der trigonometrischen Functionen	183

Sechzehntes Capitel.

Numerische Bestimmung der Peripherie des Kreises und der trigonometrischen Functionen für jeden gegebenen Bogen.

	Seite
Verhältniß der Peripherie des Kreises zu seinem Halbmesser	187
Ausdruck des Sinus und Cosinus durch seinen Bogen	190
Ausdruck des Sinus und Cosinus durch imaginäre Größen	193

Siebzehntes Capitel.

Das geradlinige Dreyeck, oder ebene Trigonometrie.

Weitere Betrachtung der Gleichungen des Dreyecks	196
Ähnlichkeit der Dreyecke	198
Gleichheit der Dreyecke	200
Auflösung der Dreyecke	201
Gleichschenklige und gleichseitige Dreyecke	204
Anwendung des Vorhergehenden auf den Kreis	205
Peripheriewinkel im Kreise	206
Winkel der Secanten	—
Winkel der Sehnen	207
Winkel der Berührungslinie am Kreise	—

Achtzehntes Capitel.

Parallelelogramme und regelmässige Polygone.

Eigenschaften des Parallelelogramms	208
Äquivalente Parallelelogramme	209
Ausmessung des Parallelelogramms	210
Regelmässige Polygone	212
Winkel und Fläche des regelmässigen Polygons	—
Bestimmung der Seiten des regelmässigen Polygons	213
Verdoppelung der Seiten des Polygons	216
Aus dem einem Kreise eingeschriebenen Polygon das ihm umschriebene zu finden	217
Ähnlichkeit der Polygone	218

Neunzehntes Capitel.

Practische Geometrie.

Errichtung eines gleichschenkligen Dreyeckes auf einer gegebenen Geraden	221
Einen gegebenen Winkel halbiren	—

	Seite
Eine gegebene Gerade halbiren	222
Durch einen gegebenen Punct in, oder außer einer Geraden auf dieser Geraden ein Loth errichten	222
An dem Endpuncte einer Geraden, ohne sie zu verlängern, ein Loth errichten	—
Aus drey gegebenen Geraden ein Dreyeck construiren	—
An einem gegebenen Punct einer Linie einen Winkel von gegebener Größe errichten	223
Verjüngter Maßstab und Vernier	—
Durch einen gegebenen Punct mit einer gegebenen Geraden eine Parallele ziehen	225
Eine Gerade in eine gegebene Anzahl Theile theilen, die ein gegebenes Verhältniß unter sich haben	—
Zu drey gegebenen Linien die vierte Proportionale finden	—
Zwischen zwey Geraden von gegebener Größe eine mittlere geo- metrische Proportionale finden	—
Ein Quadrat verzeichnen, das der Summe von zwey gegebenen Quadraten gleich ist	226
Theilung eines Parallelogramms in vier andere	227
Ein gegebenes Dreyeck in ein Parallelogramm verwandeln, das mit jenem dieselbe Fläche hat	—
Ein gegebenes Dreyeck in ein Parallelogramm verwandeln, das einen gegebenen Winkel und eine gegebene Seite hat	—
Der Meßtisch	228
Der Theodolit	229
Rectification des Theodoliten	231
Höhen- und Azimutalkreis	234
Höhenmessungen	235
Eine Distanz auf dem Felde messen, zu deren zwey Endpuncten man wohl gelangen, die man aber dem ungeachtet nicht un- mittelbar nach ihrer ganzen Länge mit der Meßkette aus- messen kann	237
Eine Distanz finden, zu deren einem Endpuncte man nur gelan- gen kann	239
Eine Distanz finden, zu deren keinem Endpuncte man gelangen kann	—
Berechnung eines Polygons	241
Bestimmung der Lage der Hauptpuncte eines Polygons	244
Aus drey ihrer Lage nach bekannten Orten, und aus den Win- keln, welche die Distanz dieser Orte, aus einem vierten Orte gesehen, an diesem letzten Orte bilden, die Lage die- ses vierten Ortes gegen jene drey finden	248

Zwanzigstes Capitel.

Linien im Raume und Ebenen.

Einfachste Körper.

	Seite
Erklärungen	251
Lothe auf Ebenen	—
Neigung der Ebenen gegen einander	252
Neigung der Linien gegen Ebenen	253
Lage paralleler Geraden zu einer gegebenen Ebene	254
Winkel der Lothe von einem Punkte auf zwey Ebenen	—
Einfachste von Ebenen begrenzte Körper	255
Cylinder, Kegel und Kugel	256
Parallelepiped von gleichem Volum	257
Ausmessung des Volums eines Parallelepipeds	258
Ausmessung des Prismas und der Pyramide	259
Ausmessung des Cylinders und des Kegels	260
Verhältnisse ähnlicher Polyeder	261

Ein und zwanzigstes Capitel.

Das Dreyeck auf der Oberfläche der Kugel, oder sphärische Trigonometrie.

Erklärungen	264
Grundgleichung des sphärischen Dreyecks	266
Weitere Gleichungen des sphärischen Dreyecks	267
Umbildung der vorhergehenden Ausdrücke	268
Differentialausdrücke der vorhergehenden Gleichungen	270
Vergleichung der Ausdrücke des sphärischen und des ebenen Dreyecks	272
Auflösung der sphärischen Dreyecke	—
Auflösung der rechtwinkligen sphärischen Dreyecke	276
Berechnung der sphärischen Dreyecke	277
Eigenschaften des sphärischen Dreyecks	284
Verbindungen mehrerer Ebenen oder Kreise unter einander	287

Zwey und zwanzigstes Capitel.

Gleichungen der geraden Linie.

A. Gerade Linie in einer gegebenen Ebene.

Gleichung der geraden Linie	293
Bestimmung des Durchschnittspunctes zweyer Geraden	295
Gleichung einer Geraden, die durch zwey gegebene Punkte geht	296
Bestimmung des Winkels zweyer gegebenen Geraden	298
Umformung der Gleichung der geraden Linie	299

B. Gerade Linie im Raume.		Seite
Bestimmung eines Punctes im Raume		300
Gleichungen der Geraden im Raume		302
Parallele und solche Gerade, die durch gegebene Puncte gehen.		303
Distanz zweyer Puncte im Raume		305
Winkel zweyer gegebenen Geraden		306
Winkel einer gegebenen Geraden mit den drey coordinirten Axen		308
Verschiedene Ausdrücke der Coordinaten eines Punctes		309

Drey und zwanzigstes Capitel.

Gleichung der Ebene.

Bildung der Gleichung einer Ebene	311
Ebenen, die auf den coordinirten Ebenen senkrecht stehen.	312
Anderer Ausdruck der Gleichung einer Ebene	315
Zusammenhang der Größen A, B, C und L, M, N	316
Winkel zweyer Ebenen	—
Winkel einer gegebenen Ebene mit den drey coordinirten Ebenen	317

Vier und zwanzigstes Capitel.

Krumme Linien des zweyten Grades.

Verwandlung der Coordinaten.	320
Linien des zweyten Grades	321
Reduction der Gleichung dieser Curven auf eine einfachere Gestalt	323
Nähere Betrachtung der letzten Gleichung	324
Die Ellipse	327
Der Kreis, als besonderer Fall der Ellipse	329
Die Hyperbel	—
Die Parabel	333

Fünf und zwanzigstes Capitel.

Andere krumme Linien.

Die Neil'sche Parabel	334
Die Ellipsoide	—
Die Astrois	335
Die Logistik	336
Die Kettenlinie	—
Die Cyclois	337
Die Spiralen	338

Sechs und zwanzigstes Capitel.

Berührungen der Curven.

Differentialien der Coordinaten der Curven	341
Tangenten und Normalen der Curven	342
Krümmungskreise der Curven	347
Evoluten der Curven	351

	Seite
Die vorhergehenden Ausdrücke durch Polarcoordinaten	354
Curven von doppelter Krümmung	356
Tangente einer Curve von doppelter Krümmung	358
Tangirende Ebenen	360

Sieben und zwanzigstes Capitel.

Erzeugung der Flächen.

Cylindrische Flächen	365
Bestimmung der individuellen cylindrischen Fläche, von welcher die Gleichungen der erzeugenden und der leitenden Linie gegeben sind	367
Anderer Ausdruck für die Gleichung der cylindrischen Flächen	370
Digression über die Bedeutung der Differentialgleichungen	373
Conische Flächen	376
Schiefe Flächen oder <i>surfaces gauches</i>	380
Rotationsflächen	382
Anderes Verfahren, die Rotationsflächen gegebener Curven zu finden	384
Einhüllende Flächen	387

Acht und zwanzigstes Capitel.

Principien der Integralrechnung.

Erklärung	391
Einfachste Integralformeln	394
Integration des Ausdrucks $d\varphi \sin^m \varphi \cos^m \varphi$	397
Integration des Ausdrucks $\varphi^m d\varphi \sin \varphi$	402
Zusammenstellung der vorhergehenden Ausdrücke	403

Neun und zwanzigstes Capitel.

Rectification der Curven.

Element des Bogens einer Curve	409
Rectification des Kreises	412
» der Parabel	416
» der Neil'schen Parabel	417
» der Astrois	418
» der Evolute der Ellipse	419
» der Logistik	—
» der Cyclois	420
» der Kettenlinie	421
» der Spiralen	—
» der Ellipse	423

Dreißigstes Capitel.

Quadratur der Curven.

Element der Fläche einer Curve	426
Quadratur der Parabel	428

	Seite
Quadratur des Kreises	429
» der Ellipse	430
» der Hyperbel	431
» der Lemniscate	432
» der Astrois	—
» der Cyclois	433
» der Kettenlinie	434
» der Spiralen	—

Ein und dreyßigstes Capitel.

Complanation der Flächen.

Element der krummen Oberflächen	436
Oberfläche des parabolischen Conoids	438
Oberfläche der Kugel	—
Oberfläche des verlängerten Sphäroids	439
Fläche des abgeplatteten Sphäroids	440
Complanation des Rotationskörpers der Astrois	441
Complanation derjenigen Flächen, welche durch die Rotation der Cyclois entstehen	442

Zwey und dreyßigstes Capitel.

Cubatur der Körper.

Element der Körper	445
Volum des parabolischen Conoids	446
» des hyperbolischen Conoids	447
» der Kugel	448
» des verlängerten Sphäroids	449
» des abgeplatteten Sphäroids	450
» der cycloidischen Sphäroide	—
Anwendung des allgemeinen Ausdrucks auf solche Körper, die nicht durch Rotation entstanden sind	452

Drey und dreyßigstes Capitel.

Statische Bestimmung der Oberfläche und des Volums der Rotationskörper.

Allgemeine Ausdrücke für diese Bestimmung	454
Körper, die durch Rotation eines regelmäßigen Dreyeckes entstehen	456
Rotation des regelmäßigen Viereckes	457
» des regelmäßigen Fünfeckes	—
» des Kreises	458
» der Lemniscate	459
» der Astrois	—
» der Cyclois	460