

Zweyte Abtheilung.

Mechanismus.

§. 90. Der Mechanismus der Natur äußert sich dadurch, daß wir allgemein bestimmte Bewegungen, oder wenigstens ein Streben nach bestimmten Bewegungen, welches letztere sich als Kraft oder Druck von bestimmter Größe und Richtung äußert, wahrnehmen; wobey nicht zu vergessen ist, daß auch das Ruhende eine bestimmte Bewegung, nämlich jene, mit der Geschwindigkeit $= 0$ ausübe.

a) Mechanismus an einem Systeme zusammenhängender Punkte überhaupt.

§. 91. Wenn gleich die hier vorzutragenden Gesetze, keine solche sind, welche uns unmittelbar aus Erscheinungen bekannt sind; wenn sie vielmehr blos aus, auf einige einfache sehr wahrscheinliche Hypothesen, angewendeten mathematischen Operationen hervorgegangen sind; so stimmen diese Gesetze mit den Erscheinungen auf eine so merkwürdige Art überein (wovon man sich durch gründliches Studium der physischen Astronomie, und durch Vergleichung der sich hieraus ergebenden Resultate mit den Beobachtungen am Himmel, die uns seit dem grauesten Alterthume her, bis auf die neuesten Zeiten bekannt sind, überzeugen kann); daß ich dem Plane dieser Schrift nicht zuwider handle, wenn ich diese Gesetze, die man füglich unter dem Namen der analytisch dynamischen Gesetze zusammenfassen kann, hier in der Reihe jener Gesetze anführe, welche von aller vorgefaßten Ansicht frey, sich unmittelbar aus den Erscheinungen selbst ergeben.

Wir mögen diese Gesetze, deren Auffindung dem Geiste des Menschen das höchste Document seiner intellectuellen Würde ertheilt, gleichsam als uns vom Schöpfer, durch höhere Eingebung mitgetheilte unwidersprechliche Wahrheiten, betrachten. Uebrigens aber kann jedem Einwurfe, der mich etwa hier einer Abweichung von meinem Plane beschuldigen könnte, dadurch begegnet werden, daß jedes, der hier a priori durch mathematische Analyse erwiesenen Gesetze, sich eben so gut per Inductionem aus Erscheinungen erweisen lasse. So läßt sich z. B. die Theorie des Hebels sehr wohl bloß auf dem Wege der Erfahrung an einem wirklichen Hebel erweisen, wie dieses wirklich von mehreren Lehrern der praktischen Mechanik ausgeübt wird, um die wichtigen, in das bürgerliche Leben so kräftig und vielseitig eingreifenden Lehren der Mechanik durch einen populäreren leichter aufzufassenden Vortrag allgemeiner zu verbreiten. Nach dieser Rechtfertigung schreite ich nun zu den wichtigsten Fundamentalgesetzen des Mechanismus überhaupt.

N

§. 92. Bey Anführung dieser Geseze, ist es zur Erleichterung der Uebersicht und des Ausdruckes derselben vortheilhaft, die Geseze des Mechanismus unter folgende Rücksichten zu bringen: An festen Körpern, an tropfbaren, und an elastischen Flüssigkeiten.

§. 93. Das Gesetz des Mechanismus an festen Körpern, wird durch den von mir gefundenen dynamischen Lehrsatz der virtuellen Geschwindigkeiten, sehr allgemein ausgedrückt *). Er lautet folgendermassen:

$$pds + p'ds' + p''ds'' + \dots = \frac{1}{2gdt} (\delta q. ds + \delta q'. ds' + \dots);$$

oder in Worten ausgedrückt:

Wenn Punkte und Massen unter einander so verbunden sind, daß durch die Bewegung eines dieser Punkte nach einer bestimmten Richtung um einen bestimmten Raum, alle übrigen Punkte und Massen zugleich bestimmte Räume nach bestimmten Richtungen durchlaufen müssen; so ist am Ende jeder Zeit t , binnen jedem Zeitelemente dt , folgendes richtig: die Summe der Producte aus den (an den verschiedenen Punkten des Systems) angebrachten Drucken $p, p', \dots$, in die binnen dem Zeitelemente dt von den Angriffspunkten dieser Drucke beschriebenen Räume ds, ds' , nach den Richtungen dieser Drucke, ist gleich dem Ausdrücke $\frac{1}{2gdt}$, multipliziert mit der Summe der Producte, aus den binnen dt von den Angriffspunkten der Bewegungsquantitäten nach den Bewegungsrichtungen beschriebenen Räumen $ds, ds', ds'', \dots$, in die binnen dt an denselben Angriffspunkten zugewachsenen Incremente $\delta q, \delta q', \delta q'', \dots$, von den Bewegungsquantitäten, welche Incremente jedoch ganz und allein jenem binnen dt wirksamen combinirten dynamischen Bestreben zuzuschreiben sind, durch welches der Ausdruck $pds + p'ds' \dots$ bestimmt wird.

Hier ist g die Beschleunigung der Schwere an jenem Standpunkte der Erdoberfläche, wo die übrigen Massen durch das Verhältniß ihrer Gewichte bestimmt werden.

Tritt an einem Angriffspunkte der Bewegungsquantität, binnen dt , das Massenincrement dm mit einer Geschwindigkeit w in das System [w nach der Bewegungsrichtung von m binnen dt], und hat m zu Ende von t die Geschwindigkeit v , so ist $\delta q = mdv + (v - w)dm$, u. s. w.

In meinem dynamischen Lehrsatze wird unter andern auch darauf Rücksicht genommen,

*) Siehe hierüber ein Weiteres in den von mir bekannt gemachten Schriften: Analytische Bestimmung des Gesetzes der virtuellen Geschwindigkeiten; ferner: Weitere Entwicklung und Anwendung des Gesetzes der virtuellen Geschwindigkeiten; ferner: Exposition d'un nouveau principe général de dynamique lu à l'institut de France 1815.

daß die Massen constant rücksichtlich der Größe, aber veränderlich rücksichtlich der Identität seyn können, wie dieß bey allen organischen Körpern der Fall ist.

Aus diesem dynamischen Lehrsatze der virtuellen Geschwindigkeiten folgt als ein einzelner Fall der berühmte statische Lehrsatz der virtuellen Geschwindigkeiten. Denn, wenn die Massen in dem Systeme, das wir vorhin in jedem dynamischen Zustande überhaupt betrachteten, als constante Größen angenommen werden, und ihre Geschwindigkeiten auch als beständige Größen erscheinen, welches dem statischen Zustande entspricht, so werden die Differenziale der Massen und jene der Geschwindigkeiten $= 0$, und es folgt das statische Princip nach der bekannten Form $p \, ds + p' \, ds' + \dots = 0$.

Das bekannte Gesetz vom Hebel ist nichts als die allereinfachste Ansicht des statischen Principes der virtuellen Geschwindigkeiten.

Ganz dasselbe gilt von dem bekannten Lehrsatze vom Parallelogramm der Kräfte.

Eben so folgt hieraus der Lehrsatz der schiefen Fläche. Alles dieses findet sich ausführlicher in meiner weitem Entwicklung und Anwendung des Gesetzes der virtuellen Geschwindigkeiten, und ist überdieß Jedermann aus den Elementarlehren der Mechanik hinlänglich bekannt.

§. 94. Das von den französischen Analytikern sogenannte Principe général de dynamique attribué à d'Alembert verdient hier gleichfalls angeführt zu werden: Es bestehe ein System von Massen $m, m', m'', \dots$ (deren jede als ein physischer Punkt gedacht wird); die unmittelbar in m angebrachte Kraft habe jene Richtung und Größe, daß sie der Masse m binnen dt , nach jener Richtung, wornach sich m im Systeme wirklich bewegt, das Geschwindigkeitsincrement dV erteilen würde, wenn m binnen dt vom Systeme getrennt, ganz frey wäre; es erlange aber m binnen dt nach erwähneter Richtung wirklich das Geschwindigkeitsincrement dv (weil m nicht frey, sondern am Systeme gebunden ist); es haben ferner dV', dv' in Bezug auf m , dann dV'', dv'' in Bezug auf m' , dann $\dots$ ähnliche Bedeutungen, so ist Folgendes richtig: Es besteht zwischen den Verlusten $m(dV - dv), m'(dv' - dV'), m''(dv'' - dV''), \dots$, der einzelnen Incremente an Bewegungsquantitäten eben so ein statisches Gleichgewicht, als ob die Ausdrücke $m(dV - dv), \dots$ relative Quantitäten von Drucken wären, welche Drucke in $m, m', m'', \dots$ angebracht, nach jenen Richtungen wirken möchten, wornach V, v , dann V', v' , dann $\dots$ bezogen wurden *)

N 2

*) Poisson traité de mécanique.

De la Grange hat in seiner *mechanique analytique* die Aufgaben der Statik, nach dem schon erwähnten statischen Princip der virtuellen Geschwindigkeiten unmittelbar aufgelöst, und die Aufgaben der Dynamik nach dem statischen Princip der virtuellen Geschwindigkeiten in Combination mit obigem dynamischen Principe des d'Alembert, nach einer Formel von folgender Form: $m(dV-dv)ds + m'(dV'-dv')ds' + m''(dV''-dv'')ds'' + \dots = 0$.

Hier wurde vorausgesetzt, daß jede Masse $m, m', m'' \dots$ unmittelbar durch eine Kraft ergriffen, und daß übrigens im Systeme ausserhalb dieser Massen kein Kraftangriffspunkt bestehe. Wäre aber der Fall von der Art, daß z. B. eine einzige Kraft p an einem nichtmateriellen Punkte des Systems angebracht wäre, daß zugleich an den zwey einzigen Massen, $m' m''$, keine Kräfte unmittelbar angebracht wären, so verfähre man folgendermaßen: Man fingire im Angriffspunkte von p eine Masse μ , und an den Massen m', m'' die Kräfte π', π'' , nun setze man Alles nach obigem Lehrsatz an, und operire fort, bis das letzte Resultat erhalten ist. In dieses Resultat (welches wahr bleiben muß bey allen Werthen von $\mu, m', m'', p, \pi', \pi''$) substituire man $\mu = 0, \pi' = 0, \pi'' = 0$.

§. 95. Noch verdient hier angemerkt zu werden das vorzüglich in den französischen Lehrbüchern der Mechanik unter dem Namen *Principe de la conservation des forces vives* vorkommende Gesetz. Eben so jenes, welches *principe de la moindre action* genannt wird **).

§. 96. Sind mehrere Kräfte und Widerstände an einerley Systeme angebracht, und besteht ein beständiges Gleichgewicht, oder nur Beharrungsstand, so ist im ersten Falle für jeden Zeittheil, und im zweyten Falle für die Dauer jedes mechanischen Cyclus folgendes richtig: Die Summe der Producte aus den Kräften in die von deren Angriffspunkten nach den Krafterrichtungen beschriebenen Räume, ist gleich der Summe der Producte aus den Widerständen in die von deren Angriffspunkten gegen die Widerstandsrichtungen beschriebenen Räume. Sind überdieß beständige Massen im Systeme aus der Ruhe zu beschleunigen, und wieder in Ruhe zu bringen, so ist für die Dauer jedes Cyclus obiger Satz nur dann wahr, wenn alle Tilgungen der Bewegungsquantitäten als Kraft im Systeme verwendet werden ***).

*) Nach meiner Methode werden alle Sätze der Dynamik und Statik nach einem einzigen dynamischen Principe unmittelbar aufgelöst.

**) Unter andern finden sich diese beyden Lehrsätze deutlich und bündig dargestellt, in *Poisson traité de mécanique*, und in der *mécanique philosophique* par Prony.

***). Meine weitere Entwicklung und Anwendung des Gesetzes der virtuellen Geschwindigkeiten.

§. 97. Das Gesetz der Trägheit, in der allgemeinsten Beziehung, postuliert bloß den constanten Werth für die Summe der Producte aus den Quantitäten der Bewegungen in die einzelnen denselben entsprechenden Geschwindigkeiten (Weitere Entwicklung ic. S. 81).

§. 98. Bezeichnen wir an irgend einem Systeme von Massen und Kräften die Endgeschwindigkeit eines der Punkte N dieses Systems durch w , so lassen sich die Geschwindigkeiten $v, v', v'', \dots$, ferner $v, v', v'', \dots$, die den Kräften und Massen entsprechen, und welche (wegen des Zusammenhangs aller Punkte des Systems unter einander) Functionen von w seyn müssen, durch $f(w), f'(w), f''(w), \dots$, ferner durch $F(w), F'(w), F''(w), \dots$, ausdrücken. Hier besteht die Gleichung, (wenn man die Bezeichnungsart der abgeleiteten Functionen aus de la Grange's Theorie des fonctions analytiques entlehnt):

$$dw = \frac{2g(pf(w) + p'f'(w) + p''f''(w) + \dots) dt}{mF(w)F'(w) + m'F'(w)F''(w) + m''F''(w)F'''(w) + \dots}$$

Hieraus folgen die Bedingungen, unter welchen die Geschwindigkeit w sich der gleichförmigen nähert. Es kommt nämlich hier darauf an, alles so anzuordnen, daß der Nenner des Bruchs recht groß ausfalle. Eine sehr einfache Anwendung dieses allgemeinen Gesetzes ist z. B. die Theorie des Schwinggrades, welche in der praktischen Mechanik von so großer Wichtigkeit ist (Weitere Entwicklung ic. S. 78). In diesem Falle wird w gewöhnlich auf die Winkelgeschwindigkeit bezogen.

§. 99. Für die Winkelgeschwindigkeit w eines Systems von Massen um eine fixe Ase, habe ich folgende Formel gefunden *).

$$\frac{dw}{2gdt} = \frac{\frac{S}{MA} + S'}{\frac{M \cdot MA}{MA} + T}$$

worin die Buchstaben folgende Bedeutungen haben:

MA der Abstand der Schwerpunktsaxe von der Umdrehungsaxe A .

S die Summe der statischen Momente um die Schwerpunktsaxe M , welche ganz und allein auf jene Rotation der Masse um die Schwerpunktsaxe M verwendet werden, welche darum statt findet, weil der Schwerpunkt der Masse eine fortschreitende Bewegung um die fixe Ase A nach jener Richtung besitzt, nach welcher das Increment dv positiv genommen wird; ferner

S' die Summe aller an der Masse senkrecht auf jene Ebene E wirkenden Kräfte, in welcher Ebene die beyden Axen A und M liegen.

*) Analytische Bestimmung des Gesetzes der virtuellen Geschwindigkeiten von G. v. Buquoy, p. 44.

M das Gewicht der ganzen betrachteten Masse, in einem bestimmten Standpunkte an der Oberfläche der Erde der Erde gewogen, in so ferne g die Beschleunigung der Schwere in demselben Standpunkte an der Erdoberfläche bedeutet; endlich

T die Summe der Trägheitsmomente aller unendlich kleinen Theilchen der ganzen Masse auf die Schwerpunktsaxe M bezogen.

§. 100. Die Fundamentalgleichungen der, einem Gesetze der Continuität unterworfenen, wie immer veränderlichen Bewegung, sind bekanntermaßen folgende: $ds = v dt$, $dv = 2 G dt$, $v dv = 2 G ds$, $dds = 2 G dt^2$, worinn dt als das beständige Differenzial angenommen wird. Die Buchstaben haben hier folgende Bedeutungen: $G = \frac{g \cdot P}{N}$, worinn g die Beschleunigung der Schwere in jenem Standpunkte der

Erde ausdrückt, wo die beschleunigte Masse gewogen wird, und durch das Gewicht N ausgedrückt ist. P ist die bewegende Kraft, welche am Ende der Zeit t statt findet, s und v sind die der Zeit t entsprechenden Ausdrücke für Raum und Endesgeschwindigkeit. In wie ferne diese allgemein angenommenen Fundamentalformeln in jenen Fällen, wo die Masse als eine veränderliche Größe erscheint, nicht allemal angewendet werden dürfen, habe ich in meinen erwähnten Aufsätzen über den dynamischen Lehrsatz der virtuellen Geschwindigkeiten gezeigt.

§. 101. Die fortschreitende Bewegung des Schwerpunktes eines von Kräften wie immer ergriffenen Körpers ist dieselbe, als ob diese Kräfte in ihren Richtungen unmittelbar den Schwerpunkt ergriffen. Die rotatorische Bewegung dieses Körpers geschieht allemal um solche Axen, die durch den Schwerpunkt laufen; und zwar um jede Axe nach der Gleichung (Winkelgeschwindigkeit $= w$) $\frac{dw}{2gdt} =$ der Summe der statischen Momente getheilt durch die Summe der Trägheitsmomente um diese Axe.

Bei einem freyschwebenden Körper wird jene Axe eine freye Axe genannt, um welche er sich in einem bestimmten Zeitmomente dreht, ohne daß hiedurch die Axe aus ihrer Lage gebracht wird. Hier unterscheidet man die freyen Axen rücksichtlich der an der freyschwebenden Masse angebrachten Kräfte von jenen freyen Axen, um welche der Körper mit jeder beliebigen Geschwindigkeit gedreht werden kann, ohne daß durch den Einfluß der Centrifugalkräfte diese Axen eine eigene Bewegung erleiden. Diese letzte Art freyer Axen nennt man Hauptaxen. Jeder Körper hat drey Hauptaxen, welche sich im Schwerpunkte senkrecht scheiden, und wovon zwey so liegen, daß die eine dem Maximum, die andere dem Minimum der Trägheitsmomente um diese Axen entspricht.

Die Rotation um eine beständige Axe setzt voraus: 1) Daß diese Axe eine Hauptaxe sey, 2) daß die, die Rotation bewirkenden Kräfte um selbige so angebracht seyen, daß diese Axe zugleich eine freye Axe rücksichtlich der Kräfte werde *).

§. 102. Um den Druck, den die fixe Umdrehungsaxe einer von Kräften wie immer ergriffenen Masse erleidet, zu bestimmen, verfahren wir folgendermaßen:

Ein System von unverschiebbar gegen einander verbundenen Massen, beschreibe um die (auf der Ebene des Papiers senkrecht stehende) fixe Axe a eine Rotation nach SL , mittelst der Kräfte (alle mit der Ebene des Papiers parallel **) $P, P', p, p', p'', p, p', \psi, \psi', \psi''$. Es ist der senkrecht auf die Axe a ausfallende Druck zu bestimmen. (Hier wird der durchs Massengewicht entstehende Druck nicht mitgerechnet.)

Es sey S (Fig. 1) der gemeinschaftliche Schwerpunkt des gesammten Massensystems, der senkrechte Abstand dieses Schwerpunktes von der Umdrehungsaxe a , nämlich $Sa = A$. Suche den Axendruck x senkrecht auf Sa , und den Axendruck y nach der Richtung Sa .

Sind die Kräfte P, P', p, p', p'', p, p' , an der verlängerten Sa in den von a senkrechten Abständen R, R', r, r', r'', r, r' ; sind ferner die Kräfte ψ, ψ', ψ'' , an der Verlängerten aH in den von a senkrechten Abständen ρ, ρ', ρ'' , angebracht, und ist unter diesen Voraussetzungen die Aufgabe gelöst, so ist hiedurch die Aufgabe für alle jene Fälle gelöst, wo die Kräfte in was immer für Punkten nach beliebigen Richtungen (jedoch parallel zur Ebene des Papiers) angebracht wären. Denn gesetzt, es bestünde in μ die Kraft $\mu\omega$, so ist dieß eben soviel, als ob an der Verlängerten aH im Punkte α die Kraft $\mu\gamma$, und an der Verlängerten Sa im Punkte β die Kraft $\mu\delta$ senkrecht angebracht wären.

Das Gewicht aller Massen sey $= M$; das Trägheitsmoment um der Schwerpunktsaxe S (S senkrecht auf der Ebene des Papiers, parallel zur Umdrehungsaxe a) sey $= I$; wir bezeichnen durch s und v den am Ende der Zeit t dem Schwerpunkte S nach SL entsprechenden Raum und die entsprechende Geschwindigkeit, der binnen dem Zeitelemente dt vom Schwerpunkte S durchlaufene Raum nach Sa sey $= f$ (dieser ist nothwendig ein unendlich kleines der zweyten Ordnung, indem der Punkt S bloß vermöge der Trägheit sich nach Sa gar nicht bewegt, demnach f jener Raum ist, welcher nach Sa aus dem Zustande der Ruhe binnen dt durchlaufen wird. Ein solcher Raum ist aber

*) Siehe hierüber Schuberts theoretische Astronomie, und zwar dessen dritten Theil, und meine Erläuterungen zu Schuberts physischer Astronomie.

**) Jede am Systeme angebrachte Kraft läßt sich in drey auf einander senkrecht stehende Kräfte zerlegen, deren zwey zur Ebene des Papiers parallel laufen, und eine darauf senkrecht steht. Aus letzterer entsteht ein Axendruck, der nach Grundsätzen der Statik leicht zu finden ist.

dem Quadrate von dt proportional); die am Ende der Zeit t bestehende Winkelgeschwindigkeit um die Ase a , folglich auch um die Ase S , sey $= w$.

Die Auflösung der Aufgabe beruht hier darauf, daß das Massensystem hier, binnen dt , als eine freyschwebende Masse betrachtet wird, und daß aus den Bedingungen der Aufgabe die fortschreitende und rotatorische Bewegung der Masse angeleht wird. Hiebey muß der Lehrsatz angewendet werden: bey einer freyschwebenden Masse, die von Kräften wie immer ergriffen ist, wird die fortschreitende Bewegung des Schwerpunktes dieselbe seyn, als ob die Kräfte in unveränderten Richtungen im Schwerpunkte angebracht wären, zu gleicher Zeit besteht um jede durch den Schwerpunkt gedachte Ase, eine rotatorische Bewegung, woben, nach einer allgemein bekannten Formel das Differenzial der Winkelgeschwindigkeit durch die Summe der statischen und der Trägheitsmomente bestimmt wird *).

Rücksichtlich der fortschreitenden Bewegung von S nach SL , ist

$$\frac{2g}{M} (-x + P' + p'' + p - p' - p - p' - P) dt^2 = dds = Adw. dt$$

Rücksichtlich der fortschreitenden Bewegung von S nach Sa ist,

$$\frac{g}{M} (y + \psi' + \psi'' - \psi) dt^2 = f = \frac{A}{2} w^2 dt^2 **)$$

Rücksichtlich der Rotation um die Ase S ist

$$\frac{dw}{2gdt} = \frac{P'(R' - A) - P(R - A) - p''(A - r'') + p'(A - r') + p(A - r) + x. A - p(A + r) + p'(A + r) - \psi(\varphi) + \psi'(\varphi') - \psi''(\varphi'')}{I}$$

$$\text{Wir haben ferner: } \frac{-x + P' + p'' + p - p' - p - p' - P}{A.M} = \frac{dw}{2gdt},$$

$$\text{endlich: } \frac{g}{M} (\psi' + \psi'' - \psi + y) = \frac{A}{2} w^2.$$

*) Ich verweise auf meine im J. 1812 bekannt gemachte analytische Bestimmung des Gesetzes der virtuellen Geschwindigkeiten, worin dieser Lehrsatz schon im 23. Paragraphen vollständig bewiesen ist, ob ich gleich in dieser Schrift auf keinen bisher bekannten Lehrsatz der Dynamik irgend eine Behauptung gründe.

**) Beweis. Hat S dem Bogen SN beschrieben, (Fig. 2.) so hat es nach SL und Sa beschrieben SQ und QN . Nun ist $SQ = SN. \sin \angle SNQ$, und $QN = SN. \cos \angle SNQ$; ferner $\angle SNQ = \angle NSa = 90^\circ - \frac{\varphi}{2}$. Also $SQ = SN. \cos \frac{\varphi}{2}$, $QN = SN. \sin \frac{\varphi}{2}$. Ist daher $SN = ds$, also φ unendlich klein, so wird $SQ = ds$, und $QN = ds. \frac{\varphi}{2}$; es ist aber $\varphi = wdt$, also $QN = \frac{1}{2} ds. wdt = \frac{1}{2} A. w^2. dt^2$.

Hieraus suche x und y .

Hieraus erhält man:

$$\begin{aligned} & \frac{I}{I + A^2 M} \left(P' - P + p'' - p' - p + p - p' \right) - \\ & - \frac{MA}{I + A^2 M} \left(P' (R' - A) - P (R - A) - p'' (A - r'') + p' (A - r') + \right. \\ & \left. + p (A - r) - p (A - r) + p' (A + r') - \psi \varphi + \psi' \varphi' - \psi'' \varphi'' \right) = x, \text{ und} \\ & - \psi' - \psi'' + \psi + \frac{M \cdot A}{2g} \cdot w^2 = y. \end{aligned}$$

Also ist der Ueindruck x von allen Kräften und ihren Angriffspunkten, von den Größen M, I, A , abhängig, aber nicht von der Winkelgeschwindigkeit w ; hingegen ist y bloß von den zur Richtung SA parallelen Kräften, nicht von ihren Angriffspunkten, dann von den Größen w, M, A abhängig. Die Centrifugalkraft des Schwerpunkts S ist $= \frac{M \cdot A}{2g} \cdot w^2$; diese ist fortwährend nur nach der Richtung aS wirksam, und ganz so, als ob die Masse M im Punkte S concentrirt wäre.

§. 103. Wenn die Schwerpunkte zweyer Massen A und B , nach einerley Richtung in einerley gerader Linie sich fortbewegen, und zwar die Masse A mit der Geschwindigkeit a , die Masse B mit der Geschwindigkeit b ; wenn ferner B von A eingeholt wird, so daß B der gestoßene, hingegen A der stoßende Körper ist, so wird durch den Stoß die Geschwindigkeit in beyden Körpern verändert. Bezeichnen wir die Geschwindigkeiten nach dem Stoße, die den Massen A und B zukommen, durch α und β , so entsteht die Gleichung $Aa + Bb = A\alpha + B\beta$, seyen die Massen vollkommen hart oder vollkommen weich, oder auch vollkommen elastisch. Im Falle der vollkommenen Härte oder Weiche besteht aber zu gleicher Zeit die Gleichung $\alpha = \beta$, daher die Geschwindigkeiten nach dem Stoße folgendermaßen ausgedrückt sind: $\alpha = \beta = \frac{A \cdot a + B \cdot b}{A + B}$. Im Falle der vollkommenen Elasticität hingegen, besteht nebst der vorletzten Gleichung auch noch folgende: $A \cdot a^2 + B \cdot b^2 = A \cdot \alpha^2 + B \cdot \beta^2$, woraus folgt,

$$\alpha = a - \frac{2B(a-b)}{A+B}, \text{ und } \beta = b + \frac{2A(a-b)}{A+B}.$$

§. 104. Wenn ein Punkt a von einem andern c beständig angezogen wird, es möge sich a in irgend einer beliebigen Entfernung von c befinden, wenn überdies die Stärke dieser Anziehung von der Entfernung abhängt, in welcher die Punkte jedesmal von einander abstehen, so daß die Größe der Anziehung eine Function von der erwähnten Ent-

fernung ist *), wenn endlich der Punkt *a* eine geradlinigte Bewegung nach irgend einer Richtung mit irgend einer gleichförmigen Geschwindigkeit beginnt; so finden allemal folgende drey merkwürdige Gesetze der Bewegung statt, wie dieses Newton mit der größten Schärfe mathematischer Evidenz darthut, und wobey es vollkommen gleichgültig ist, was für eine Function von der Entfernung, die Größe der Anziehung immerhin seyn mag **).

Die hier nothwendig entstehende krummlinigte Bewegung des Punktes *a* geschieht nach folgenden Gesetzen:

1.) Der dem jedesmaligen Standpunkte von *a* entsprechende Sector seiner Bahn, wobey der Radius vector allemal von dem fixen Punkte *c*, nach dem beweglichen Punkte *a* gezogen wird, dieser jedesmalige Sector, ist jener Zeit proportional, welche zur Beschreibung dieses Sectors erfordert wird.

2.) Die Winkelgeschwindigkeit ist dem Quadrate des Radius vector verkehrt proportional.

3.) Aber die Geschwindigkeit, welche dem Punkte *a* selbst entspricht, und zwar nach der Tangente seines jedesmaligen Standpunktes in seiner krummlinigten Bahn, ist jenem Perpendikel verkehrt proportional, welcher aus dem fixen Punkte *c* auf die eben erwähnte Tangente gefällt wird.

Newton beweist überdies, daß umgekehrt, wenn eine Bewegung eines Punktes *a* um einen fixen Punkt *c* nach den hier erwähnten drey Gesetzen vor sich geht, daß dann allemal die einem Gesetze der Stätigkeit unterliegende Anziehung, welche auf den Punkt *a* ausgeübt wird, in keinem andern Punkte liegen könne, als in eben diesem fixen Punkte *c*.

Die Wichtigkeit dieser Sätze für die Mechanik des Himmels, werden wir in dem Artikel Mechanismus am Weltgebäude zeigen.

Newton übergeht weiter aus seinen allgemeinsten Ansichten auf einzelne bedingtere über, und erhält unter andern folgendes Resultat:

Wenn die Bahn, welche der Punkt *a* um den fixen Punkt *c* beschreibt, irgend einer der Kegelschnitte ist (nach Euler eine Curve des zweyten Grades) und wenn überdies der Punkt *c* in einem Brennpunkte eines solchen Kegelschnittes liegt, so ist die Größe der Anziehung, welche *a* durch *c* erleidet, dem Quadrate der jedesmaligen Entfernung verkehrt proportional. Der Satz ist auch umgekehrt wahr.

Wenn unter mehreren Punkten eine wechselseitige Anziehung besteht; wenn keiner dieser Punkte als fix betrachtet wird, sondern jedem eine geradlinigte gleichförmige Be-

*) Dieß wäre auch der Fall, wenn die Größe der Anziehung in allen Entfernungen von *c* unabänderlich dieselbe bliebe, dann wäre nämlich die jedesmalige Anziehung eine Function der nullten Potenz dieser Entfernung.

**) Siehe hierüber den dritten Theil von Schuberts theoretischer Astronomie, und meine Erläuterungen zu Schuberts physischer Astronomie.

wegung gegeben wird, so müssen alle diese Punkte bestimmte krummlinigte Bahnen beschreiben, wobey sowohl die eigenen Bahnen dieser Punkte jede an und für sich, als auch die relativen Bahnen dieser Punkte gegen einander betrachtet, nach bestimmten Gesetzen sich ausdrücken lassen. Laplace zeigt *), daß es hier darauf ankomme, die Bewegung dreier solcher Punkte zu bestimmen, indem dann hieraus die Bewegungen von mehreren Punkten gefolgert werden kann. Diese Theorie, die als eine der größten Entdeckungen der neueren Zeit betrachtet werden muß, ist unter dem Namen, des Problems der drey Körper bekannt. Auf ihr beruht die Perturbationsrechnung, wornach jene Correkturen bestimmt werden, welche sich bey den Bewegungen der Himmelskörper auf die Abweichungen von den elliptischen Bahnen beziehen, welche Abweichungen der allgemeinen Gravitation aller Himmelskörper gegeneinander zugeschrieben werden müssen. Das Problem der drey Körper läßt sich nicht wohl kurz in Worte fassen, kann demnach hier nicht angeführt werden. Sehr deutlich dargestellt findet es sich in Schuberts theoretischer Astronomie im dritten Theile.

§. 105. Wenn eine beliebige Anzahl von Punkten, welche unter einander irgend eine Gruppe bilden, übrigens aber unter einander in gar keinem Zusammenhange stehen, nach irgend einer Richtung mit einer bestimmten gleichförmigen Geschwindigkeit sich fortbewegen, so daß der gemeinschaftliche Schwerpunkt dieser Gruppe von Punkten, nach einer bestimmten Richtung gleichförmig fortläuft, so wird an dieser Bewegung des Schwerpunktes sowohl rücksichtlich der Richtung, als rücksichtlich der Geschwindigkeit nichts geändert, wenn gleich durch eine unter den Punkten plötzlich entstandene wechselseitige Attraction, die einzelnen Bahnen dieser Punkte verändert werden. Dieß Gesetz heißt das Gesetz der Trägheit des Schwerpunktes an einem Systeme unzusammenhängender Massen **).

§. 106. Wird irgend ein Antheil einer vollkommen flüssigen Masse, wobey die kleinsten Theilchen sich gegen einander ohne allen Widerstand bewegen können, von außen zusammengepreßt, nämlich durch die widerstehenden Wände des Gefäßes, worin die Flüssigkeit ringsum eingeschlossen ist, so ist in jedem kleinsten Theilchen, der sich nach allen Seiten hin äuffernde Druck, gleich groß, und in der ganzen Flüssigkeit besteht durchgehends ein der Fläche proportionaler Druck. Hieraus läßt sich leicht der Druck bestimmen, den irgend eine Fläche in einer schweren Flüssigkeit (wo alle Theilchen in parallelen Richtungen

D 2

*) Laplace *Mecanique céleste*.

**) Schuberts *theoretische Astronomie* III. Theil. Meine Erläuterungen zu Schuberts *physischer Astronomie*.

gravitiren) ausübt. Die allgemeinste Form, unter welcher sich dieser Gesichtspunkt auffassen läßt, bezieht sich auf folgendes Gesetz: Man denke sich ein Gefäß, das mit irgend einer schweren Flüssigkeit gefüllt ist, so daß die obersten Punkte dieser Flüssigkeit in einerley Horizontalebene fallen (streng genommen in die gekrümmte Oberfläche von einerley Sphäroid); das Gewicht der cubischen Einheit dieser Flüssigkeit sey $= \gamma$. Nun betrachte man irgend wo innerhalb der Flüssigkeit eine wie immer gekrümmte Fläche, und bezeichne den Abstand des Schwerpunktes dieser Fläche (in so fern man sie als physische Fläche von durchaus gleicher Dicke und Dichtigkeit voraussetzt) von der Oberfläche der Flüssigkeit durch a , so wie den Inhalt dieser Fläche durch f , so ist das Produkt $af\gamma$ der Ausdruck für die Summe aller Normaldrucke auf diese Fläche, d. h. für die Summe aller jener Drucke, deren jeder senkrecht auf ein Element dieser Fläche wirkt *).

§. 107. Wenn ein fester Körper sich mit einer gewissen Geschwindigkeit fortbewegt, und nach derselben Richtung von einer beständig nachdrückenden Flüssigkeit gestoßen wird, so entsteht zwischen der Fläche und Flüssigkeit ein Druck, den man den hydraulischen Druck nennt. Dieser Druck ist von dem Inhalte der Fläche, welche der feste Körper der stoßenden Flüssigkeit aussetzt, von den Geschwindigkeiten des festen Körpers und der Flüssigkeit und vom Gewichte der cubischen Einheit der Flüssigkeit abhängig. Wenn man nun gleich den oben erwähnten Druck häufig als eine Function angibt, welche der Fläche, die zum Stoße gelangt, und dem Quadrate der Differenz der oben erwähnten Geschwindigkeiten proportional ist, so stimmt diese Regel doch weder mit der Erfahrung überein, noch läßt sie sich theoretisch rechtfertigen, wenn man mit einiger Subtilität auf alle Nebenumstände Rücksicht nimmt, welche beym Stoße flüssiger Massen an Oberflächen fester Körper statt findet. Gestehen wir es freymüthig, daß über diesen Gegenstand, so wie bey nahe über die ganze Hydrodynamik, noch eine Dunkelheit walte, welche die scharfsinnigsten Untersuchungen der mathematischen Analyse bisher nicht zu zerstreuen vermochten **).

§. 108. Das wichtigste Gesetz über die Bewegung schwerer Flüssigkeiten in geschlossenen Gefäßen, woben die Formen bestimmten Gesetzen der Continuität unterworfen sind, ist in dem bekannten hydraulischen Lehrsatze von Daniel Bernoulli enthalten, obgleich auch dieser Lehrsatz nur annäherungsweise und nur unter bestimmten Voraussetzungen wahr ist. Es wird hiebey Folgendes angenommen: Wenn man sich längs des Gefäßes innerhalb des von demselben eingeschlossenen Raumes, eine centrische Linie denkt, so besteht 1.)

*) Bossut Hydrodynamique, welche mit Erläuterungen von Langsdorf übersetzt ist.

**) Manche scharfsinnige Winke hierüber finden sich in den mancherley hydraulischen Aufsätzen von Langsdorf, Eytelwein, Bossut, Prony, in Gerstners Bewegung des Wassers in Schußgerinnen, in Crells Theorie der Windmühlensflügel

in jeder durch irgend ein Element dieser centrischen Linie senkrecht gelegten Ebene, in allen Punkten dieser Ebene innerhalb des Gefäßes eine Bewegung der Theile der Flüssigkeit, in senkrechter Richtung auf dieser Ebene; 2.) besteht in dieser ganzen Ebene eine durch- aus gleich große Geschwindigkeit, in allen Theilen einer und derselben Ebene.

Daniel Bernoulli hat bey seinem Lehrsatze auf den wichtigen Widerstand nicht Rücksicht genommen, welcher aus der Adhäsion der Flüssigkeit an den Wänden des Gefäßes und an der übrigen Flüssigkeit, entsteht. Ich will daher hier den hydraulischen Lehrsatz auf eine neue Weise darstellen, wobey ich besagte Widerstände berücksichtige.

Bewegung der Flüssigkeiten in geschlossenen Gefäßen, mit Berücksichtigung der hiebey bestehenden Widerstände.

§. 109. Um bey der Bewegung der Flüssigkeiten innerhalb enger Gefäße, auch auf die Widerstände der Flüssigkeiten an den Gefäßwänden Rücksicht zu nehmen, wollen wir diesen Gegenstand folgendermaßen betrachten.

Man denke sich mehrere Gefäße, deren jedes (rückichtlich der geometrischen Figur der Wände) irgend einem Gesetze der Stetigkeit unterliege, dergestalt mit einander in Verbindung, daß der Boden des einen Gefäßes allemal den Deckel des nächstfolgenden darstelle, und denke sich in jeder dieser Trennungsplatten eine kreisrunde Oeffnung, so daß eine in diese Serie von Gefäßen gegossene Flüssigkeit alle Räume derselben fülle. Bewegt sich nun dieser Wasserkörper (was hier vom Wasser gesagt wird, gilt von jeder schweren tropfbaren Flüssigkeit) von einem seiner Spiegel nach dem andern hin, so darf man folgendes voraussetzen: 1) In jedem Gefäße bewegt sich, bis nahe an die kreisrunden Oeffnungen, der Wasserkörper in allen seinen Theilen nach der centrischen Linie des Gefäßes. 2) In jedem auf der centrischen Linie senkrechten Querschnitte haben alle Theile einerley Geschwindigkeit. 3) Beym Uebergange aus einem Gefäße ins andere bildet der Wasserkörper zwey auf einander verkehrt gesetzte abgestufte Kegeln (welches wegen der Kürze dieser Wasserkörper angenommen werden darf), deren einer den letzten Querschnitt des nächstvorhergehenden Gefäßes, der andere den ersten Querschnitt des folgenden Gefäßes zur Basis hat, wo aber beyde die kreisrunde Oeffnung zur obern Basis haben. 4) Die Adhäsion an den Wänden eines mit der Geschwindigkeit w vorüberlaufenden Wassers, auf die Flächeneinheit der Wand bezogen, darf ausgedrückt werden durch $F(w)$. 5) Die Adhäsion der Wände eines mitten im Wasser sich fortbewegenden Wasserkörpers (wie dieß bey erwähnten abgestuften Wasserkegeln der Fall ist) mit der Geschwindigkeit w , darf $= f(w)$ gesetzt werden abermals auf die Flächeneinheit bezogen.

Wir bezeichnen durch s', z', u', x', y', p' , im ersten Gefäße die zusammengehörigen Werthe der centrifchen Linie, des Querschnitts, des Querschnittsperimeters, der Abscisse und Ordinate der centrifchen Linie (welche nur von einfacher Krümmung angenommen wird), des auf die Flächeneinheit des Querschnitts z' ausfallenden Druckes. Dieselben Bedeutungen haben $s'', z'', u'', x'', y'', p''$, rücksichtlich des 2ten, dann $s''', z''', u''', x''', y''', p'''$, rücksichtlich des 3ten Gefäßes u. s. w.

Wir drücken die am Ende der Zeit t im Querschnitte f der Ausflußöffnung bestehende Geschwindigkeit durch v aus.

Es sey γ das Gewicht der kubischen Einheit des Wassers.

Es bedeuten A', a' , dann A'', a'' , dann A''', a''' den obersten und untersten Querschnitt des Wasserkörpers (die Wasserfegel hinweggelassen) im 1sten, dann im 2ten, dann im 3ten Gefäß u. s. w., ferner $\omega', \omega'', \omega'''$, die Oeffnungen am Boden des 1sten 2ten 3ten Gefäßes u. s. w., so daß f jenem ω gleich ist, das mit den meisten Strichen versehen ist.

Betrachten wir am Ende irgend einer Zeit t , binnen dem angenommenen Zeitincrementum dt , den dynamischen Zustand einer unendlich dünnen Schicht, z. B. jener $z'' ds''$ im 3ten Gefäße, so ist dabey folgendes richtig: Die träge Masse vom Gewichte $\gamma z'' ds''$ wird beschleunigt 1) durch das relative Gewicht $\gamma z'' dx''$; 2) durch die hydraulische Ueberwucht, welche aus den Drucken $p'' z''$ und $(p'' + dp'')(z'' + dz'')$ entsteht; die Differenz dieser Drucke ist $= -p'' dz'' - z'' dp''$; zum hydrostatischen Gleichgewichte muß diese Differenz seyn $= p'' z'' - p''(z'' + dz'') = -p'' dz''$; also ist hier die hydraulische Ueberwucht $= -z'' dp''$. Hingegen wird dieselbe Masse aufgehalten durch den Adhäsionswiderstand $= F \left(\frac{f \cdot v}{z''} \right) \cdot u'' \cdot ds''$.

$$\text{Es besteht also die Gleichung } \frac{d ds''}{2g dt^2} = \frac{\gamma z'' dx'' - z'' dp'' - F \left(\frac{f \cdot v}{z''} \right) u'' ds''}{\gamma \cdot z'' \cdot ds''}$$

$$\text{Nun ist aber } f v dt = z'' ds'', \text{ also } d ds'' = \frac{f \cdot dt \cdot dv}{z''} - \frac{f \cdot dt \cdot v \cdot dz''}{z''^2},$$

$$\text{woraus folgt: } dp'' = \gamma dx'' + \frac{\gamma \cdot f^2 \cdot v^2}{2g} \cdot \frac{dz''}{z''^3} - \frac{\gamma f dv}{2g dt} \cdot \frac{ds''}{z''} - F \left(\frac{f \cdot v}{z''} \right) \frac{u'' ds''}{z''}.$$

Integriert man diese Gleichung blos in Bezug auf $x'', y'', s'', z'', u'', p''$, betrachtet aber t, dt, v und dv als beständig, so erhält man die Gleichung, welche unter den zusammengehörigen Functionen $x'', y'', s'', z'', u'', p''$, am Ende einer angenommenen Zeit t , binnen einem angenommenen dt , bey angenommener Geschwindigkeit v im Querschnitt f ,

und bey angenommenen dv , Statt findet, man mag die Function x'' , y'' , s'' , z'' , u'' , p'' , auf welch immer einen Wasserquerschnitt im 3ten Gefäße beziehen. Diese Gleichung lautet so

$$p'' = C + \gamma \cdot x'' - \frac{\gamma \cdot f^2 \cdot v^2}{4 g \cdot z''^2} - \frac{\gamma \cdot f \cdot dv}{2 g dt} \int \frac{ds''}{z''} - \int F \left(\frac{f \cdot v}{z''} \right) \frac{u'' ds''}{z''}$$

Ganz dieselbe Gleichung erhält man in demselben Sinne für jeden Querschnitte im 2ten Gefäße, wenn man statt 3 Striche allenthalben 2 Striche setzt, u. s. w. Es besteht aber auch für jeden Querschnitt des obern Wasserkegels im 3ten Gefäße die Gleichung:

$$P'' = C + \gamma \cdot \mathfrak{X}'' - \frac{\gamma \cdot f^2 \cdot v^2}{4 g \mathfrak{Z}''^2} - \frac{\gamma \cdot f \cdot dv}{2 g dt} \int \frac{d\mathfrak{S}''}{\mathfrak{Z}''} - \int f \left(\frac{f \cdot v}{\mathfrak{Z}''} \right) \frac{u'' \cdot d\mathfrak{S}''}{\mathfrak{Z}''}$$

und für jeden Querschnitt des untern Wasserkegels im 3ten Gefäße die Gleichung:

$$p'' = C + \gamma \cdot \mathfrak{x}'' - \frac{\gamma \cdot f^2 \cdot v^2}{4 g \cdot \mathfrak{z}''^2} - \frac{\gamma \cdot f \cdot dv}{2 g dt} \int \frac{d\mathfrak{z}''}{\mathfrak{z}''} - \int f \left(\frac{f \cdot v}{\mathfrak{z}''} \right) \frac{u'' \cdot d\mathfrak{z}''}{\mathfrak{z}''}$$

worin die Bedeutungen der Buchstaben leicht zu errathen sind, indem für jeden obern Regel große deutsche, für jeden untern Regel kleine deutsche Lettern angenommen sind.

Da der Werth von p'' vom Ausdrücke $\int \frac{ds''}{z''}$ nur in so fern abhängen kann, als dieser Ausdruck sich auf die im 3ten Gefäße mit Wasser gefüllten Querschnitte bezieht, folglich die über dem Querschnitte A'' gedachten geometrischen Querschnitte nicht in Rechnung kommen können, da zugleich alle Wasserquerschnitte im 3ten Gefäße von A'' bis z'' in Rechnung kommen müssen, so muß bey Integration von $\frac{ds''}{z''}$ die Constante so bestimmt werden, daß $\int \frac{ds''}{z''}$ für $z'' = A''$ verschwinde. Wir wollen daher die Function $\int \frac{ds''}{z''}$ allgemein durch $\varphi''(z'') - \varphi''(A'')$ ausdrücken, und aus ähnlichen Gründen die Function $\int F \left(\frac{f \cdot v}{z''} \right) \frac{u'' \cdot ds''}{z''}$ durch $\psi''(z'') - \psi''(A'')$.

Bezeichnen wir durch D' , den Druck p' , im obersten Querschnitte A' des 1sten Gefäßes und die demselben Querschnitte entsprechende Abscisse z' durch H' , so besteht für den untersten Querschnitt a' des 1sten Gefäßes, oder für den obersten Querschnitt des untern Kegels im 1sten Gefäße, dessen Abscisse x' wir durch h' bezeichnen, ein Druck d' der sich so ansehen läßt:

$$d' = D' + \gamma (h' - H') + \frac{\gamma \cdot f^2 \cdot v^2}{4 g} \left(\frac{1}{A'^2} - \frac{1}{a'^2} \right) + \frac{\gamma \cdot f \cdot dv}{2 g dt} \times$$

$$(\varphi'(h') - \varphi'(a')) + \psi'(A') - \psi'(a').$$

Aus der Substitution dieses Ausdrucks von d' statt p' , in die Gleichung $p' = \dots$, für einen Querschnitt des untern Kegels, im 1sten Gefäße, läßt sich die Constante in dieser Gleichung bestimmen, und hieraus der Druck im untersten Querschnitt ω dieses Kegels, oder im obersten Querschnitte des obern Kegels des 2ten Gefäßes finden, u. s. w. woraus sich entnehmen läßt, wie in der Gleichung $p'' = C + \dots$ die Constante bestimmt werden könne, wenn man allmählig vom 1sten Gefäße an bis zum Querschnitte z'' die oben angefangene Operation fortsetzt.

Ich will hier die Anwendung dieser Formel zeigen.

Man denke sich ein cylindrisches stets voll erhaltenes Gefäß, wobey das Wasser durch eine kreisrunde Oeffnung, die mitten im Boden angebracht ist, ausläuft; bezeichne die Druckhöhe durch H' , den Ausdruck auf die Flächeneinheit durch l , den Querschnitt der Ausflußöffnung durch ω' , den Querschnitt des Gefäßes durch A' , so ist, da die Höhe h' des Wasserkegels (über der Ausflußöffnung) gegen H' vernachlässigt werden kann, der Druck p' am untersten Querschnitte des Wasserprisma folgendermaßen auszudrücken:

$$p' = 1 + \gamma \cdot H' - \frac{\gamma \cdot \omega' \cdot H'}{2g A'} \cdot \frac{dv}{dt} - \frac{2\alpha \cdot \omega'^2 \cdot H' \cdot \sqrt{\pi} v^2}{A'^{\frac{3}{2}}}$$

wenn $F(w) = \alpha \cdot w^2$ gesetzt wird, wie dieß aus mehreren hydraulischen Versuchen erlaubt zu seyn scheint. Der beständige Coefficient α wäre aus Versuchen zu bestimmen, und mag wohl von der Glätte und Qualität der Gefäßwände abhängen. Auch könnte hierauf die Capillarität Einfluß haben, z. B. beym Auslaufen von Quecksilber aus einem gläsernen Gefäße. In diesem letzten Falle möchte $F(w)$ wohl nicht mehr $= \alpha \cdot w^2$ gesetzt werden dürfen. π drückt die halbe Kreisperipherie pro radio $= 1$ aus.

Setzt man ferner $f(\omega) = \beta \cdot \omega^3$, so folgt $\int f\left(\frac{f \cdot v}{\beta}\right) \frac{u' \cdot d\beta'}{\beta'} =$
 $= 2\sqrt{\pi} \cdot \beta \cdot \omega'^2 v^3 \int \frac{d\beta'}{\beta'^{\frac{3}{2}}} = \frac{2\sqrt{\pi} \cdot \beta \cdot \omega'^2 v^3}{A'^{\frac{3}{2}}} \int \frac{\mu^2 \cdot d\beta'}{(\mu - \beta')^3}$ worin μ eine beständige Größe ist, welche wir als eine Function von dem Verhältnisse $\frac{\omega'}{A'}$ durch $\lambda \left(\frac{\omega'}{A'}\right)^\sigma$ ausdrücken, worin die Constanten λ und σ aus Versuchen zu bestimmen sind. Obiger Ausdruck verwandelt sich daher in folgenden:

$$\frac{2\sqrt{\pi} \cdot \lambda^2 \cdot \left(\frac{\omega'}{A'}\right)^{\sigma\gamma} \cdot \beta \cdot \omega'^2 v^3}{A'^{\frac{3}{2}}} \int \frac{d\beta'}{\left(\lambda \left(\frac{\omega'}{A'}\right)^\sigma - \beta'\right)^3} =$$

Aus ähnlichen Gründen muß hier der Ausdruck $\int \frac{d\zeta'}{\zeta'}$ durch

$$\frac{\lambda^2 \left(\frac{\omega'}{A'}\right)^{2\sigma}}{A'} \int \frac{d\zeta'}{\left(\lambda \left(\frac{\omega'}{A'}\right)^\sigma - \zeta'\right)^2}$$

substituiert werden.

Der Grund dieser Substitutionen liegt hierin: wenn μ die Höhe des ganzen Kegels (wovon nur ein abgestufter Theil über ω' vorhanden ist) ausdrückt, so ist $\zeta' = \frac{A'(\mu - \zeta')^2}{\mu^2}$

Nun läßt sich einsehen, daß die Höhe dieses Kegels vom Verhältnisse $\omega': A'$ abhängig sey, man setze also allgemein $\mu = \lambda \left(\frac{\omega'}{A'}\right)^\sigma$. Dieß vorausgesetzt, besteht für den untersten Querschnitt ω' des abgestuften Kegels (über der Ausflußöffnung w') folgende Gleichung (indem der Druck p' in der Ausflußöffnung w' dem Luftdrucke 1 gleich wird).

$$p' = 1 = 1 + \gamma \cdot H' + \left(\frac{1}{A'^2} - \frac{1}{\omega'^2}\right) \frac{\gamma \cdot \omega'^2}{4g} \cdot v^2 -$$

$$- \left(\alpha \cdot H' + \beta \cdot \mu^s \left(\frac{1}{4(\mu - h')^4} - \frac{1}{4\mu^4}\right)\right) \frac{2\sqrt{\pi} \cdot \omega'^2}{A'^{\frac{3}{2}}} \cdot v^2 -$$

$$- \left(H' + \mu^2 \left(\frac{1}{\mu - h'} - \frac{1}{\mu}\right)\right) \frac{\gamma \cdot \omega'}{2gA'} \cdot \frac{dv}{dt}.$$

Substituiert man in dieser Gleichung μ durch $\lambda \left(\frac{\omega'}{A'}\right)^\sigma$, und h' durch μ , ω' und A' ; integrirt man dann die Gleichung, und sucht den Ausdruck für die Ausflußgeschwindigkeit v , so zeigt sich, daß derselbe vollkommen bestimmt sey, wenn man die Constanten α , β , λ , σ , kennt. Nun erfährt man aber ihre Werthe aus 4 genauen Versuchen an einem auslaufenden Gefäße von bekannten Dimensionen.

Integrirt man die letzte Gleichung, und sucht den Werth von v durch jenen von t ausgedrückt, so zeigt sich, daß, kurz nachdem das Auslaufen angefangen hat, die Geschwindigkeit in der Ausflußöffnung sich so wenig ändere, daß sie als gleichförmig angenommen werden darf, wie dieß auch die Versuche über das auslaufende Wasser darthun. Wir nehmen demnach v als beständig, d. h. $dv = 0$ an; dann folgt aus der letzten Gleichung folgender Werth für v , nämlich:

$$v^2 = \frac{\gamma \cdot H'}{\frac{2\sqrt{\pi} \cdot \omega'^2}{A'^{\frac{3}{2}}} \left(\alpha \cdot H' + \beta \cdot \mu^s \left(\frac{1}{4(\mu - h')^4} - \frac{1}{4\mu^4}\right)\right) + \frac{\gamma \cdot \omega'^2}{4g} \left(\frac{1}{\omega'^2} - \frac{1}{A'^2}\right)}$$

p

Nimmt man den Widerstand der Adhäsion an den Wänden und im Wasser als nicht bestehend an, setzt man nämlich $\alpha = 0$ und $\beta = 0$; nimmt man ferner ω' gegen A' so klein an, daß $\frac{1}{A'^2}$ gegen $\frac{1}{\omega'^2}$ verschwindet, so folgt aus obiger Gleichung jene $v = 2\sqrt{g.H'}$, eine bekannte Formel aus der Elementarlehre der Hydraulik.

b. Mechanismus am Weltgebäude.

§. 110. Dem Plane dieser Schrift gemäß, sollten hier die wesentlichsten Erscheinungen rücksichtlich der Bewegung der Himmelskörper unmittelbar wie dieselben sich uns darstellen, angeführt werden; und hieraus wäre dann erst zu untersuchen, auf welche Weise sich diese Bewegungen erklären lassen. Allein, da ich hier jenes nicht wiederholen will, was in andern Schriften mit großer Ausführlichkeit schon vielfältig dargestellt worden, so verweise ich diejenigen, welche wünschen, die Uebersicht der Erscheinungen an dem sich stets ändernden gestirnten Himmel in Rückerinnerung zu bringen, auf die so mancherley populären Vorträge der Astronomie, und ganz vorzüglich auf den ersten Theil von Schuberts populären Astronomie.

Ich begnüge mich hier, wo es mir mehr um eine philosophische und wissenschaftliche Uebersicht der wesentlichsten Gesetze der Naturerscheinungen zu thun ist, als um eine bloß naturhistorische Ansicht desjenigen was sich unsern Sinnen darstellt; ich begnüge mich hier damit, die wesentlichsten Gesetze der Mechanik des Himmels ihrem Geiste nach anzuführen.

Uebrigens sind die jetzt allgemein anerkannten Gesetze über das eigentliche Wesen der Bewegungen der Himmelskörper (die Gesetze der theoretischen und physischen Astronomie), die man zwar strenge genommen immer nur als Hypothesen betrachten darf, dennoch von der Art, daß alle durch Calcul darauszugezogenen Resultate mit den wirklichen Erscheinungen auf eine so auffallende Weise übereinstimmen, daß man keinen Anstand nehmen darf, diese Gesetze, als eben so unlängbare Wahrheiten anzunehmen, als jene Gesetze, die wir ohne Hypothese unmittelbar aus den Erscheinungen selbst zu ziehen vermögen.

Ich weiche demnach von dem Plane dieser Schrift nicht ab, wenn ich diese Gesetze in der Reihe derjenigen anführe, welche sich aus der Erscheinung unmittelbar ergeben. Wenn ich nämlich z. B. folgende zwey Gesetze als gleich ausgemacht hier annehme, nämlich jenes: Beym Magnete besteht Anziehung zwischen Nordpol und Südpol, hingegen Abstoßung zwischen Nordpol und Nordpol; ferner jenes: die Erde bewegt sich um die Sonne in einer Ellipse in deren einem Brennpunkte die Sonne steht, u. s. w. Nun wieder zu unserm Gegenstande.

§. 111. Wir haben allen Grund zu vermuthen, daß die ungeheure Menge von Fixsternen, wovon wir vermuthlich nur einen sehr kleinen Theil wahrnehmen können, leuchtende Körper sind, um welche, eben so wie um unsere Sonne, dunkle Himmelskörper in bestimmten Bahnen bewegt werden. Eben so wahrscheinlich ist es, daß bestimmte Gruppen von Fixsternen, in deren einer sich unsere Sonne befindet, um gemeinschaftliche Centralkörper sich bewegen; daß ferner bestimmte Gruppen solcher Hauptcentralkörper sich wiederum um andere Centralkörper bewegen, u. s. w., so daß vielleicht endlich das Ganze unübersehbare Heer von Himmelskörpern sich um einen einzigen Punkt dreht. Allein alles dieß bleibt immer nur Vermuthung, die blos auf Analogie gestützt ist.

Wir sind stolz auf unsere Entdeckungen in den Gesetzen, welchen die Himmelskörper unterworfen sind; und dennoch kennen wir über diesen Gegenstand nur dasjenige, was einen kleinen Punkt des wahrnehmbaren gestirnten Himmels betrifft, was sich nämlich auf unsere Sonne, und die sich um dieselbe bewegendenden Himmelskörper bezieht. Wollten wir weiter fragen, was uns denn von diesem kleinen Punkte der Schöpfung bekannt sey, so müßten wir mit noch größerer Demüthigung gestehen, daß wir hier nur eine einzige Gattung von Fragen zu beantworten vermögen, nämlich jene, die sich blos auf Quantität bezieht; und selbst da bleibt uns noch viel zu beantworten übrig.

§. 112. An den Fixsternen konnten wir bisher noch keine eigenthümlichen Bewegungen wahrnehmen. Bradley hat bewiesen, daß die Bewegungen, welche den Fixsternen zuzukommen scheinen, blos einer Täuschung zugeschrieben werden müssen, und von der sogenannten Aberration des Lichts herkommen.

Merkwürdig ist dasjenige, was Herschel am neblichten Himmel und in der Milchstraße, über eine fortwährende Bewegung in den Sternhaufen beobachtet haben will, wonach die bisher noch in unregelmäßigen Gruppen sich darstellenden Sternhaufen nach und nach der Kugelgestalt sich nähern sollen. Ich möchte dieß eine im Werden begriffene Crystallisation am Weltgebäude nennen. Herschel glaubt diese Erscheinungen eigenen zusammendrängenden Kräften zuschreiben zu müssen.

§. 113. Unser Sonnensystem bezieht sich auf die Sonne und die um dieselbe sich bewegendenden Himmelskörper. Nach dem bisherigen Zustande unserer Kenntnisse über diesen Gegenstand dürfen wir Folgendes behaupten:

Um die Sonne bewegen sich in elliptischen Bahnen, in deren einem Brennpunkte die Sonne steht, die Planeten in folgender Ordnung, vom Nächsten angefangen: Merkur, Venus, Erde, Mars, Vesta, Juno, Pallas, Ceres, Jupiter, Saturn, Uranus.

Ferner bewegen sich um mehrere dieser dunklen Körper einer oder mehrere Trabanten, und zwar in elliptischen Bahnen, in deren einem Brennpunkte der diesen Bahnen entsprechende Planet liegt. Die Erde hat nur einen Trabanten, nämlich den Mond.

Jupiter besitzt vier Trabanten. Merkwürdig ist der doppelte Ring des Saturns, u. s. w. Ferner gehören zu unserem Sonnensysteme die Kometen, welche größtentheils in Ellipsen von so großer Excentricität laufen, daß man näherungsweise jenen Theil ihrer Bahn, der ihnen im Perihelio zukommt, als ein Stück einer Parabel betrachten kann. Bisher sind die Elemente der ganzen Bahn, nur von zwey sich in Ellipsen bewegendenden Kometen bekannt, nämlich vom Halleyschen Kometen und vom Kometen der 1815 erschienen ist.

Die Bahnen der Planeten befinden sich sämmtlich innerhalb des Thierkreises, da hingegen die Bahnen der Kometen um die ganze Sphäre der Sonne vertheilt sind. Neuere Untersuchungen haben gezeigt, wie deutlich die Vertheilung dieser Bahnen auf eine planmäßige Anordnung des Weltgebäudes hindeute, wornach die möglich größte Anzahl von Himmelskörpern in einem bestimmten Raume sich so bewegt, daß kein Begegnen derselben zu befürchten ist *).

Die Himmelskörper unseres Sonnensystems, welche ausser der Sonne, alle als dunkle nicht selbst leuchtende Körper betrachtet werden müssen, haben durchgehends, nebst ihren fortschreitenden Bewegungen in ihren Bahnen zu gleicher Zeit Umdrehungsbewegungen um bestimmte Axen. Durch erstere entstehen wahrscheinlich in allen diesen Himmelskörpern ähnliche periodische Veränderungen, welche an unserm Planeten die Jahreszeiten genannt werden, so wie durch die letzteren Bewegungen in allen diesen Himmelskörpern die Erscheinungen von Tag und Nacht entstehen mögen.

Die Ase, worum sich unsere Erde dreht, ist gegen die Ebene, in welcher die Bahn der Erde liegt, unter einem veränderlichen Winkel, der aber im Durchschnitte als ungefähr 23 Grade angenommen werden darf, geneigt; überdies behält diese Ase in allen Standpunkten der Erde in ihrer Bahn, beständig einerley Lage, wodurch die scheinbare Schiefe der Ekliptik entsteht. Hierauf beruht eigentlich die Veränderlichkeit der Jahreszeiten, der veränderliche Stand der Sonne gegen den Aequator, die Veränderlichkeit in der Länge von Tag und Nacht.

Hier folgt die tabellarische Uebersicht der mittleren Halbmesser der Bahnen sowohl für die Planeten als den Mond; ferner der Umlaufzeiten bey den Planeten und bey dem Monde; endlich der Rotationsperioden an den Planeten und am Monde.

*) Siehe unter andern über diesen Gegenstand: Bode über die Lage und Vertheilung der bisher bekannten Bahnen der Planeten und 95 Kometen, in den Abhandlungen der mathematischen Klasse der königl. Preussischen Akademie der Wissenschaften 1804 — 1811.

	Mittlere Halbmesser der Bahn.	Umlaufzeiten in Tagen.	Rotationsperioden in Tagen und Stunden.
☿	 19,1833050	 30347	
♂	 9,5387705	 10746	 10 Stunden.
♂	 5,2027911	 4330	 9 St.
♀	 2,767222	 $\frac{14}{3}$	
♀	 2,765443	 $\frac{14}{3}$	
♂	 2,668015	 $\frac{13}{3}$	
☿	 2,359924	 $\frac{11}{3}$	
♂	 1,5236935	 686	 24 St.
♂	 1,	 365	 24 St.
♀	 0,7233323	 224	 23 St.
♂	 0,3870981	 87	
☿	 $\frac{1}{400}$	 28 *)	 28 Tage.
☉			 25 T. 10 St.

Das bisher Gesagte ist nur ungefähr im Durchschnitte wahr, und erleidet, wie wir sehen werden, mancherley Modificationen. Es enthält gleichsam nur die Grundzüge des Systems der Bewegungen, wie diese an den Himmelskörpern wirklich statt finden, und dankt seinen Ursprung vorzüglich Kopernikus und Keplern.

§. 114. Höchst wichtig unter den Gesetzen des Mechanismus am Weltgebäude erscheinen folgende Gesetze Keplers:

1) Jeder Planet bewegt sich in einer Ellipse, in deren einem Brennpunkte die Sonne steht.

2) Bey dieser Bewegung ist der dem jedesmaligen Standpunkte des Planeten entsprechende Sector jener Zeit proportional, welche der Planet braucht, um diesen Standpunkt zu erreichen (versteht sich, daß hier die Zeit von jenem Augenblicke an, gemessen wird, wo der Planet sich in jenem Punkte seiner Bahn befindet, welcher jenem Radius vector entspricht, von dem aus die Sektoren gemessen werden).

3) Bey mehreren Planeten, die sich um eine und dieselbe Sonne bewegen, verhalten sich die Quadrate der periodischen Umlaufzeiten, wie die Cubi der mittlern Abstände.

*) Dies ist nur überhaupt genommen; denn hier muß man den periodischen, siderischen, synodischen, anomalistischen Umlauf unterscheiden.

Diese Geseze finden nicht blos statt, rücksichtlich der Bewegungen der Planeten um die Sonne, sondern bestehen auch an den Bewegungen der Trabanten um ihre Planeten; wobey man den Planeten eben so als Centralpunkt der Bewegung betrachtet, wie dieß oben rücksichtlich der Sonne geschah.

§. 125. Newton, der die Gabe besaß, wie diese vielleicht nie einem Menschen zu Theile geworden war, die unbegreiflichsten Erscheinungen durch sinnreiche Theorien, die das Gepräge einer majestätischen Einfachheit mit sich führen, zu erklären, und hieraus mittelst mathematischer Kunstgriffe, auf eine erstaunungswerthe Weise, bis in das Innerste der Natur zu dringen, und ihre verborgensten geheimsten Geseze, in dem hellsten Lichte darzustellen; Newton, dieser große unnachahmliche Forscher in dem Reiche der Ideen und der Wirklichkeit, combinirte die ebenerwähnten Geseze Keplers mit jenen Gesezen, welche er über die Bewegung eines Punktes gegen einen andern anziehenden Punkt a priori aufgestellt hatte (Siehe den vorhergehenden Artikel, Mechanismus an einem Systeme von Punkten überhaupt), und schloß aus dem zweyten der obenangeführten Geseze, auf das Daseyn einer Centralkraft in der Sonne gegen die Planeten; ferner aus dem ersten und dritten dieser Geseze auf das Gesez dieser der Sonne zukommenden Centralkraft. Er bestimmte nämlich dieses Gesez dahin, daß die beschleunigende Kraft dieser Centralkraft, d. h. die auf die Einheit der angezogenen Masse ausfallende Kraft, dem Quadrate der Entfernung verkehrt proportional sey.

Nach dieser großen Entdeckung konnte es einem Newton wohl nicht mehr entgehen, zu vermuthen, daß dieses Gesez nicht nur zwischen der Sonne und den Planeten, so wie zwischen dem jedesmaligen Planeten und seinen Trabanten, sondern unter allen Himmelskörpern statt finde; und, daß die Erscheinungen der Schwere an der Oberfläche unseres Planeten nichts anderm zugeschrieben werden könnten, als jener allgemeinen Gravitation, welche, durch die ganze Schöpfung verbreitet, alle Materie, selbst die von einander entfernte, in dynamischer Wechselwirkung erhält.

Die Richtigkeit dieser Vermuthung bewies Newton durch die überraschendsten Uebereinstimmungen mit den Phänomenen der Schwere, und jenen der wechselseitigen Perturbationen an den Himmelskörpern.

Alle über diesen Gegenstand seither gemachten Untersuchungen, alle unsere seit dieser großen Epoche in der physischen Astronomie, als dem eigentlich philosophischen Theile der Astronomie, durch die feinsten Kunstgriffe des Calculs aufgefundenen Geseze, und die jedesmaligen Vergleichen derselben mit der Wirklichkeit, bestätigen die Evidenz und die hohe Wichtigkeit des Gesezes der Gravitation immer mehr und mehr, und müssen als eine Huldigung betrachtet werden, die man nicht aufhören kann, dem großen Erfinder dieses Gesezes zu leisten.

Das Gesetz der Gravitation lautet folgendermassen:

Die Gravitation besteht unter allen Theilen der Materie, und erstreckt sich bis auf die unermesslichsten Entfernungen hinaus. Die Anziehung, welche hiernach ein Antheil von Materie ausübt, ist unabhängig von der Geschwindigkeit, womit die angezogene Masse der anziehenden sich nähert (hierin liegt ein wesentlicher Unterschied zwischen der Gravitation und irgend einer Kraft von beschränktem Drucke und beschränkter Geschwindigkeit, wie z. B. die Kraft, welche ein Zugthier auf einen Angriffspunkt ausübt). Die Anziehung, welche eine gegebene Masse, im Ganzen auf eine andere Masse ausübt, ist, unter übrigens gleichen Umständen, der Quantität der Masse am angezogenen Körper proportional; ist nämlich der anziehende Körper eine gegebene Grösse, so ist unter übrigens gleichen Umständen, die beschleunigende Kraft, die er gegen den angezogenen Körper ausübt, unabhängig von der Masse des angezogenen Körpers; hingegen ist die bewegende Kraft, welche hier der angezogene Körper erleidet, der Masse desselben proportional (abermals ein wesentlicher Unterschied zwischen der Gravitation und irgend einer Kraft vom beschränktem Drucke und beschränkter Geschwindigkeit, als bey welcher die bewegende Kraft als gegeben erscheint, hingegen die beschleunigende Kraft jener Masse verkehrt proportional ist, auf welche die Kraft sich äussert).

Die Anziehung, welche ein gegebener Körper durch einen veränderlichen Körper erleidet, ist unter übrigens gleichen Umständen, der Masse des anziehenden Körpers proportional. Endlich ist unter übrigens gleichen Umständen, die Anziehung, welche ein Körper durch einen andern erleidet, dem Quadrate jener Entfernung verkehrt proportional, auf welche diese Körper von einander absteigen.

§. 116. Unter andern wichtigen Gesetzen folgerte Newton aus seiner Theorie der allgemeinen Gravitation dieses: die Centralkräfte, folglich die Massen der Himmelskörper, verhalten sich wie die Kuben der mittlern Abstände, und verkehrt wie die Quadrate der periodischen Umlaufzeiten, wenn man Alles auf jene Körper bezieht, welche um jene Centralmassen sich bewegen. Hiernach lassen sich die Verhältnisse der Massen jener Himmelskörper bestimmen, um welche einer oder mehrere andere Himmelskörper sich bewegen.

Newton beweist ferner, daß die oben erwähnten Kepler'schen Gesetze (welche Kepler blos aus Beobachtungen a posteriori bestimmte), strenge genommen nicht wahr seyen; daß sie aber darum der Wahrheit sehr nahe kämen, weil, wegen des großen Verhältnisses der Sonnenmasse gegen die Planetenmassen, der Schwerpunkt, welcher gemeinschaftlich der Sonne und irgend einem Planeten zukömmt, sehr nahe an den Schwerpunkt der Sonne, zu liegen kömmt. Strenge genommen aber, bewegt sich nicht der Planet um die stille stehende Sonne, sondern es bewegen sich beyde Himmelskörper um ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt, und dieß zwar nach folgenden schönen Gesetzen: Die Bahn,

welche die Sonne um den erwähnten gemeinschaftlichen Schwerpunkt beschreibt; ferner die Bahn, welche der Planet um denselben gemeinschaftlichen Schwerpunkt beschreibt; endlich die relative Bahn, welche der Planet um die Sonne beschreibt; diese drey Bahnen sind drey ähnliche Curven *).

Setzt man die Masse der Sonne = S , jene des Planeten = P , so gelangt man auf richtige Rechnungsergebnisse, rücksichtlich der relativen Bahn des Planeten um die Sonne, wenn man sich die Sonne als stillestehend denkt, zugleich aber die Masse der Sonne durch $S + P$ ausdrückt **).

Newton zeigt ferner, daß die Planeten und Trabanten keine vollkommenen Ellipsen beschreiben, indem sie, wegen der allgemeinen gegenseitigen Gravitation, Störungen oder Perturbationen in ihren elliptischen Bahnen erleiden, und das zwar durch den Einfluß aller Himmelskörper auch selbst der entferntesten Fixsterne. Indes darf bey Bestimmung dieser Abweichungen nur auf jene Himmelskörper Rücksicht genommen werden, welche durch ihre ausgezeichnete Masse, oder durch ihre größere Nähe den wichtigsten Einfluß auf diese Störungen äußern ***). So z. B. erleidet der Mond die Störungen in seiner Bahn vorzüglich durch die anziehende Kraft der Sonne.

Aus der allgemeinen Gravitation, und aus der von der Kugelgestalt abweichenden Gestalt der Planeten und Trabanten, ergeben sich deren Perturbationen in der Rotation. Dahin gehören unter andern die Libration des Mondes, oder dessen pendelmäßiges Schwanken um die auf der Mondbahn senkrechte Hauptaxe. Dahin gehört ferner die Nutation der Erdbare, woraus die Veränderlichkeit in der Schiefe der Ekliptik, und zugleich die Präcession der Nachtgleichen entsteht.

§. 117. Wenn zwey Himmelskörper um einerley Centralkörper sich so bewegen, daß der eine eine Parabel, der andere einen Kreis beschreibt, so aber, daß der Centralkörper sowohl im Mittelpunkte des Kreises, als im Brennpunkte der Parabel liegt, und daß der Parameter der Parabel dem Durchmesser des Kreises gleichkömmt, so verhält sich die Geschwindigkeit des Himmelskörpers im Kreise (welche eine beständige Größe ist), zu der

*) Die Natur der ähnlichen Curven findet sich unter andern in Eulers Analyse des Unendlichen auseinandergesetzt.

**) Ueber alle diese Gesetze Newton's siehe Schuberts theoretische Astronomie, und meine Erläuterungen zu diesem Werke.

***) Die Bestimmung dieser Abweichungen geschieht durch die Perturbationsrechnung, welche auf dem schon erwähnten Probleme der drey Körper beruht.

Geschwindigkeit, welche der nach der Parabel laufende Himmelskörper im Scheitel der Parabel hat (nämlich auf die Sonne bezogen, im Perihelio) wie $r^2:1$.^{*)}

b. Mechanismus an unserm Planeten unmittelbar.

§. 118. Unsere Erde bewegt sich um die Sonne in einer Ellipse, welche vom Kreise nicht merklich abweicht, in deren einem Brennpunkte die Sonne steht, und wobey die halbe große Ase = 20851500 deutsche Meilen beträgt.

Die Geschwindigkeit, womit die Erde ihre Bahn durchläuft, ist im Perihelio am größten, im Aphelio am kleinsten. Ueberhaupt richtet sie sich ziemlich nach dem Gesetze Newtons, wo er die Bewegung eines angezogenen Punktes um einen anziehenden Punkt bestimmt (wie dieß in dem Artikel Mechanismus an einem Systeme von Punkten überhaupt gezeigt wurde; obgleich hierin, so wie überhaupt in der elliptischen Bahn selbst manche Perturbationen statt finden, welche vorzüglich dem Einflusse vom Jupiter und Venus zuzuschreiben sind.

Wegen der Perturbation, welche die Erde in ihrer Bahn erleidet, bemerkt man ein Zurückweichen der Absiden, das jährlich gegen 6 Secunden beträgt.

§. 119. Nebst dieser Bewegung der Erde in ihrer Bahn, der sogenannten jährlichen Bewegung, erleidet sie noch eine Bewegung um ihre Axen, bey welcher, wegen der nicht kugelförmigen Gestalt der Erde, und der allgemeinen Gravitation, jene Perturbation statt findet, welche die Nutation der Erdaxe genannt wird, und wodurch die Veränderlichkeit in der Schiefe der Ekliptik und zugleich die Präcession der Nachtgleichen entstehen.

Den vorzüglichsten Einfluß hierauf äußern Sonne und Mond. Die Schiefe der Ekliptik nimmt ungefähr in 100 Jahren um 50 Secunden ab. Die Präcession der Nachtgleichen beträgt jährlich gegen 50 Secunden.

§. 120. Aus der jährlichen Bewegung entsteht die veränderte Ansicht des gestirnten Himmels. Aus der jährlichen Bewegung und der Schiefe der Ekliptik zugleich, entsteht die Veränderung an den Jahreszeiten; aus der täglichen Bewegung endlich, nämlich jener um die Erdaxe, entsteht Tag, Nacht und Dämmerung.

α. Mechanismus an unserm Planeten rücksichtlich des Anorganischen.

§. 121. Nach Newton nimmt die Schwerkraft vom Aequator nach den Polen hinzu, wie das Quadrat des Sinuses der geographischen Breite. Die Schwerkraft wird

*) Hiernach werden die parabolischen Elemente der Kometenbahnen bestimmt.

in jedem Standpunkte unserer Erde bekanntermassen aus der Länge des Secundenpendels bestimmt.

§. 122. Die magnetische Kraft nimmt bey zunehmender Breite ab. So macht eine Magnetenadel zu Berlin 60 Schwingungen in 316,5 Secunden, hingegen zu Rom in 281,6 Secunden *). Hingegen läßt sich an der magnetischen Kraft keine merkliche Veränderung wahrnehmen, wenn man sich über dem Meeresniveau sehr beträchtlich erhebt; wie dieß die Versuche von Biot, Gay-Lussac und Humboldt beweisen **).

§. 123. Der Druck der Atmosphäre erleidet regelmäßige Veränderungen zwischen den Wendekreisen, indem daselbst der Barometer regelmäßigen Oscillationen unterliegt, welche blos vom Stande der Sonne abzuhängen scheinen. Schon Humboldt und Bonpland hatten dieß bemerkt, und neuerdings hat es Krusenstern bestätigt.

§. 124. Zu den Erscheinungen des Mechanismus an unserm Planeten, rücksichtlich des Anorganischen, gehören auch die mancherley Meeresströmungen, die mancherley regelmäßigen Winde, die sogenannten Passatwinde, vielleicht die Wirkung einer Art von Ebbe und Fluth in der Atmosphäre. Allein ich vermag nicht bestimmte Geseze hierüber anzugeben.

Das wichtigste Gesez, das uns rücksichtlich der Ebbe und Fluth bekannt ist, bezieht sich darauf, daß die Springfluthen um die Syzygien, hingegen die todten Fluthen um die Quadraturen fallen, woraus sich die Anziehung des Mondes auf den Ocean bewährt, welches abermals Newtons Gesez der allgemeinen Gravitation bestätigt.

Die vorzüglichsten Richtungen der Meeresströmungen sind folgende: Die allgemeine, Ost nach West, — Von den Polen nach dem Aequator. — Ströme im Meer. — Golfstrom bis Mexico, von S. W. nach N. O. — Andere veränderliche Ströme, von S. nach N. zwischen den westindischen Inseln. — Reißender Strom vom Vorgebirge der guten Hoffnung bis zum Meerbusen Fernando Po, von W. nach O. — Ein anderer vom Cap nach Süd. — Ein Strom von Ceylon vom März bis Oktober nach Süd, dann umgekehrt. — Zwischen Malacca und Cochin vom April bis Ende August ein Strom nach Ost, dann mit großer Heftigkeit umgekehrt. — Beständiger Strom von Süd nach Nord, an der Westküste von Amerika. — Strom von Peru nach N., vom Feuerland nach O. — Im Mittelmeer ein starker Strom von O. nach West, (Strom von Gibraltar). — Ströme der Nordsee stark, aber von Winden abhängend. — Ströme der Ostsee meist von N. O. nach S. W. sind sehr stark, scheinen vom Einstömen der Flüsse ent-

*) Mémoires de la société d'Arcueil.

**) Voyage d'Alexandre Humboldt 1807.

standen. — Strom im Sibirischen Meere von O. nach W. — Eben so jenseits des Feuerlandes in der Straße Le Maire, ein starker Strom von O. nach W. — Dem stärksten wird bis 80 Fuß Geschwindigkeit in einer Secunde beygelegt. — Gewöhnliche Tiefe gegen 80 Fuß. — In der Tiefe oft ein Strom nach entgegengesetzter Richtung. — Ähnliche Ströme in der allgemeinen, bildenden Fluth, mußten den Gebirgen schon im Allgemeinen ihre eigenthümliche und besondere Richtung, ihren Abfall u. a. geben, und bildeten vielleicht schon den ersten Umriß jener Thäler, in denen jetzt die Flüsse gehen. — Vielleicht schon durch die damalige allgemeine Richtung der Strömung von O. nach W. und von N. nach S., die gewöhnlichen Verhältnisse des Abfalls entstanden *).

§. 125. Was die Bewegung des Wassers in Bächen, Strömen, Flüssen anbelangt, so scheint es beynahe unmöglich, bestimmte Geseze hierüber anzugeben, da hier zu viele Unregelmäßigkeiten eintreten **). Ein bestimmtes Gesez läßt sich nur da erwarten, wo das Wasser in einem regelmäßigen Gerinne fortläuft. Ich will hier kurz dasjenige hierüber anzeigen, was sich weitläufiger in Eytelweins Handbuch der Hydraulik vorfindet.

Wenn ein prismatischer Wasserkörper längs eines geneigten regulären Gerinnes fortläuft, so kann nur in den ersten Momenten der Bewegung eine zunehmende Geschwindigkeit statt finden; denn, da der Widerstand der Adhäsion des Wassers an den Wänden des Gerinnes mit der Geschwindigkeit zunimmt, so tritt bald jener Zustand ein, daß der Adhäsionswiderstand dem, nach der Richtung des Gerinnes sich äussernden Theile der Schwere des Wasserkörpers gleich kommt, wo dann dieser Wasserkörper nach dem Geseze der Trägheit jene Geschwindigkeit unabänderlich beybehält, bey welcher der Adhäsionswiderstand den erwähnten Werth erlangt hat. Diesen Betrachtungen gemäß ergibt sich folgende Formel $c = 90,9 \sqrt{\frac{s \alpha}{p \lambda}}$, worin c die Geschwindigkeit, s den Querschnitt, p den die Wände des Gerinnes berührenden Antheil des Perimeters jedes Querschnittes, α das Gefälle, λ die Stromlänge ausdrücken.

β. Mechanismus an unserm Planeten, rücksichtlich des Organischen.

§. 126. Hieher gehören die Geseze, welche sich auf die allmähliche Verbreitung der

Q 2

*) Schubert Geognosie.

**) Viel Praktisches über diesen Gegenstand, gestützt auf eine große Anzahl von Messungen, findet sich in den hydrotechnischen Schriften von Wiebeking, auch manches in Funt's Beyträgen zur Wasserbaukunst.

Pflanzen, Zoophyten, Thiere, ja selbst der Menschen, und zwar bestimmter Völkerstämme beziehen. Ob uns nun gleich in dieser Rücksicht viele einzelne Facta bekannt sind, so zweifle ich, daß wir nach dem gegenwärtigen Zustande unserer Wissenschaften schon im Stande seyn sollten, diese bekannten Thatfachen unter allgemeine Gesetze zu bringen; es bleibt demnach hier der physischen Geographie, der Naturgeschichte, ja selbst der Geschichte noch Vieles zu thun übrig.

Ferners gehören hieher auch die Gesetze, wornach eine große Anzahl von Thieren ihren Wohnort periodisch verändern. Viele Thiere bringen Winter und Sommer an der Oberfläche der Erde oder im Wasser, in einer und derselben Gegend zu. Andere leben nur in der warmen Jahreszeit über der Erde, verkriechen sich aber für den Winter in Höhlungen, in hohle Baumstämme Noch andere fliehen sogar die Gegend, die sie während des Sommers bewohnen, um bey eintretender Kälte die ihnen unentbehrliche höhere Temperatur in andern Klimaten zu suchen, und solchermassen immer dahin zu ziehen, wo die Vegetation in der vollsten Ausübung ihrer Kraft steht; dieß ist der Fall bey Landthieren, bey Vögeln, bey Fischen und überhaupt bey vielen Bewohnern der See.

d. Mechanismus am Anorganischen, ohne Beziehung auf unsern Planeten.

§. 127. Nach Newton und Laplace ist die Cohäsion dem Kubus, die Gravitation dem Quadrate der Abstände verkehrt proportional.

§. 128. Die Erscheinungen der Capillarität, gehören zwar hieher, eben sowohl aber auch zum Anatomismus und Plasticismus, wo schon hierüber gehandelt wurde.

§. 129. Gleichnamige Elektricitäten stoßen sich ab, ungleichnamige ziehen sich an. Dasselbe besteht bey Magneten.

§. 130. Die Gesetze der Schallfortpflanzung *) unterliegen noch mancher Berichtigung. Darf man annehmen, daß die Stärke der Schallfortpflanzung durch verschiedene homogene feste Körper, im Verhältnisse der Cohärenz derselben stehe; daß sie hingegen

*) Die Fortpflanzung des Schalls ist eine Aeußerung des Mechanismus, denn, wir können uns durch anläßbare Versuche überzeugen, daß wir einen Schall nur dann wahrnehmen können, wenn unser Gehörorgan mit dem schallenden Körper durch materielle Theile ununterbrochen verbunden ist, welche in Vibration gesetzt werden. Nicht so unmittelbar läßt sich die sogenannte Fortpflanzung des Lichts und der Wärme, der Elektricität, des Magnetismus . . . , als eine Aeußerung des Mechanismus betrachten, indem wir bey diesen Erscheinungen durch unsere Sinne keine in Bewegung gesetzte Materie wahrzunehmen vermögen, sondern höchstens nur die Bewegung einer fingirten Materie als Hypothese annehmen können. Daher wird in dem gegenwärtigen Artikel: Mechanismus am Anorganischen, wohl der Schallfortpflanzung, nicht aber der Bewegung des Lichts, der Wärme erwähnt.

bey flüssigen Körpern dem specifischen Gewichte proportional sey, wie dieß Arnim aus Versuchen darthun will *).

Nach welchem Gesetze die Geschwindigkeit des Schalls in der atmosphärischen Luft vom Barometer- und Thermometerstande abhängt, wird in Gilberts Annalen 1810, Stück 8 gezeigt. Im Durchschnitte darf man 1028 Fuß für die Secunde annehmen.

Ueber die Schallphänomene in verschiedenen Gasarten und Dämpfen haben vorzüglich Ehladni und Benzenberg Versuche angestellt **). Newton beweiset, daß sich die Geschwindigkeit des Schalls in 2 elastischen Flüssigkeiten bey gleichen Wärmegraden gerade verhalten müssen, wie die Kubikwurzel aus den specifischen Elasticitäten dieser Flüssigkeiten. Aus diesem läßt sich also das eine finden, wenn das andere bekannt ist. Gewöhnlich glaubt man, daß das specifische Gewicht der verschiedenen Luftarten allein von ihrer specifischen Elasticität abhängt, und setzt daher diese Größen einander proportional. In der Newton'schen Proportion hat man daher statt der specifischen Elasticitäten die specifischen Schwere gesetzt, und daraus die Geschwindigkeit in verschiedenen Luftarten hergeleitet. Benzenberg zeigt aber, daß die Voraussetzung unstatthaft sey, weil aus ihr folgen würde, daß alle Gasarten bey einer Temperatur, wo sie aufhören elastisch zu seyn, gleich schwer wären, und behauptet, daß das specifische Gewicht nicht nur von der specifischen Elasticität, welche die Entfernung der kleinsten Theile von einander bestimmt, und folglich die Anzahl, die in einem gegebenen Raume enthalten sind, sondern auch von dem specifischen Gewichte der kleinsten Theilchen, die ihre Basis ausmachen, abhängt.

§. 131. Wenn eine vollkommen trockene Gasart, ohne Veränderung der Temperatur und ohne Etwas an der Quantität des Gases zu ändern, aus einem Volum in ein anderes übergeht, so ist die Expansivkraft, dem Volumen verkehrt proportional, wie dieß Mariotte zuerst erwiesen hat.

§. 132. In wie ferne die Expansivkraft der Wasserdämpfe, welche ungehindert aus dem Wasser in einen gesperrten Raum aufsteigen können, von der Temperatur abhängt, haben Bedancourt, Schmidt, Gerstner . . . ganz vorzüglich aber Dalton in Manchester durch Versuche auszumitteln gesucht. Aus Dalton's Versuchen hat Soldner dieß Gesetz durch eine Formel ausgedrückt, welche auch für andere Flüssigkeiten als Wasser gilt, wenn man in der Formel andere beständige Größen substituirt, welche der jedesmaligen Natur der Flüssigkeit entsprechen. Bey der Temperatur = $(80 + u)^\circ$ Reaumur, sey der Barometerstand der Wasserdämpfe = e englische Zolle, so ist $\log. e =$

*) Gilberts Annalen 1800. Band 4.

*) Gilberts Annalen 1812. 9.

log. 30 + 0,1365. u. log. (1,3802 — 0,00253. u); vorausgesetzt, daß der Frier- und Siedepunkt des Thermometers bey 30 englischen Zollen bestimmt worden, und der Thermometer mit Octogesimalscale angewendet wird.

Aus obiger Gleichung läßt sich unmittelbar die Expansivkraft der Dämpfe von irgend einer Flüssigkeit für jeden Temperaturstand finden, wenn die Temperatur bekannt ist, bey welcher diese Flüssigkeit bey 30 engl. Zollen Barometerstand zu Sieden anfängt. Denn es besteht hier folgendes Gesetz: Die Expansivkraft der Dämpfe von verschiedenen Flüssigkeiten ist durchgehends gleich, wenn durchgehends eine gleiche Anzahl von Graden über, oder durchgehends eine gleiche Anzahl von Graden unter jenen Temperaturen besteht, bey welchen jene Flüssigkeiten unter einerley Barometerstande sieden. Dieß Gesetz findet statt, es mögen die Dämpfe sich aus den Flüssigkeiten in gesperrte Räume, in leere Räume, oder in solche gesperrte Räume erheben, welche mit irgend einer Gasart oder Dampfart von einer andern Art, gefüllt sind *). Dieß letztere bezieht sich auf die Ansichten Daltons, wornach bey Gasgemischen, jedes Gas für sich seinen eigenen Druck ausübt, (wovon in der vierten Abtheilung Combinationismus weitläufiger gesprochen wird.)

§. 133. Die Gesetze der Expansivkraft der Dämpfe einer Flüssigkeit, erleiden manche Modificationen, wenn die Flüssigkeit mit crystallisirten Körpern in irgend eine Wechselwirkung tritt, wie wir dieß hier zeigen wollen.

§. 134. An dem Dampfe oder dunstförmigen Flüssigkeit, welche sich aus irgend einer tropfbaren Flüssigkeit frey entwickelt, ist die Temperatur (die objective Wärmeaction **) des Dampfes, ganz dieselbe, als die Temperatur, welche die erwähnte tropfbare Flüssigkeit in ihren obersten Schichten äußert (Denn, tiefer nach dem Boden des Gefäßes hin, nimmt die Temperatur zu). Zwischen der jedesmaligen Temperatur der Dämpfe, und der zu gleicher Zeit an denselben bestehenden Expansivkraft (der corrigirten Barometerhöhe) besteht ein bestimmtes Verhältniß, welches, besagtermassen, Dalton durch eine Tabelle ausgedrückt, und wornach Soldner die sich dahin beziehende Gleichung berechnet hat ***).

Das erwähnte Verhältniß zwischen Temperatur und Expansivkraft, wird bey einer und derselben Flüssigkeit, durch mancherley Auflösungen sehr merklich abgeändert, und 3. B. auf folgende Weise:

*) Bibliothéque Britannique 1802.

**) Der Ausdruck objective Wärmeaction wird im Artikel Imponderabilismus, wo von den Wärmeerscheinungen gesprochen wird, deutlicher werden.

***) Laplace hat aus derselben Tabelle eine Gleichung für den jedesmaligen Barometer- und Thermometerstand der Wasserdämpfe berechnet. Diese Formel ist von einer andern Art, als jene von Soldner; sie findet sich unter andern auseinandergelegt in: Biot physique 1816. Th. I. pag. 277.

1) Wird ein Salz z. B. Soda in Wasser aufgelöst, so ist bey irgend einem Temperaturzustande der Barometerstand geringer, als wenn die Dämpfe sich aus dem reinen Wasser entwickelt hätten.

2) Ja noch mehr. Gesezt, es befände sich in in der torricellischen Leere eines Barometers eine kleine Quantität Wassers, und über demselben befinden sich die bereits aufgestiegenen Wasserdämpfe von einer bestimmten Temperatur und der sich darauf beziehenden Expansivkraft; so wird die Expansivkraft dieser Dämpfe bey unveränderter Temperatur erniedrigt, wenn man ein Stückchen Soda in die Flüssigkeit bringt, in der sich dasselbe durch sein geringeres specifisches Gewicht längs der Quecksilbersäule erhebt, und das Wasser erreicht, ohne bis zu dessen Oberfläche zu gelangen, folglich, ohne mit dem Dampfe eine unmittelbare Berührung einzugehen.

Diese Erscheinungen lassen sich beyde, sowohl nach dem atomistischen Systeme, als nach unserer Ansicht von der Umstimmung der Typen erklären. Vorzüglich gilt dieß von der ersteren Erscheinung, bey welcher man annehmen kann; entweder, daß unter den sich berührenden kleinsten Theilchen des Wassers und des aufgelösten Salzes, eine (der Capillarattraction ähnliche) Anziehung bestehe, wodurch die Expansion des Wärmestoffs vermindert wird; oder, daß das crystallinische Salz, am Wasser den Typus zur Solidification (zur Darstellung des festen Aggregatzustandes) auf einen Grad weckt, der zwar zu schwach ist, um eine Crystallisation zu bewirken, nichts desto weniger aber doch stark genug ist, um sich einer dunstförmigen Expansion mit einer gewissen Stärke zu widersetzen.

Weit schwerer wird es, die zweyte Erscheinung nach der atomistischen Lehre zu erklären, nach welcher die Wirkung sich doch nur auf die sich unmittelbar berührenden Molekuls bezieht; indem, außer der allgemeinen Gravitation, welche hier nicht in Rechnung kommen kann, die durch Anziehung hervorgebrachten Wirkungen, blos in der nächsten Umgebung des anziehenden Punktes, vor sich gehn (wie dieß bey Erklärung der Capillarattraction, der chemischen Affinität u. s. w. angenommen wird u. s. w.) Dergleichen atomistische Erklärungsweisen passen sehr schlecht auf die zweyte Erscheinung, wo sich die Wirkung der Soda bis auf die obersten Schichten des Wasserdampfes hin, erstreckt, wo doch die Soda nicht einmal die unterste Schichte des Wasserdunstes berührt. Weit ungezwungener erscheint hier die Erklärung, wenn wir blos eine Umstimmung von Typen berücksichtigen. Wir betrachten diesem gemäß, die zweyte Erscheinung folgendermassen:

Die Soda, das Wasser und der Dampf, sind drey Dinge, die unter einander in Wechselwirkung stehen, nicht eben darum, weil eine mittelbare oder unmittelbare Berührung statt findet, sondern weil sie gegen einander in jene Lage versetzt sind, in welcher eine wechselseitige Einwirkung unter denselben statt finden kann. So wirkt ein Körper auf den andern, durch den Stoß, durch Berührung; so wirkt die Sonne auf den beleuchteten

Körper ohne Berührung, sie weckt in ihm den Typus zur leuchtenden Action; so wirkt eine Farbe wechselseitig auf die andere, und hieraus entspringt Harmonie oder Disharmonie; so wirkt die Wahrnehmung auf die Reflexion und diese auf ein Heer geschaffener Bilder. Und wer sollte hier eine Berührung voraussetzen können?

In unserm in Nr. 2 betrachteten Falle, entsteht zwischen der Soda und dem Wasser eine wechselseitige Umstimmung der Typen zur Action nach Darstellung des Aggregatzustandes. Die Soda weckt im Wasser den Typus zur Solidification, hingegen weckt das Wasser in der crystallinischen Soda den Typus zur liquification. Die im Wasser geweckte Action zur Solidification äußert sich subjectiv und objectiv. Subjectiv dadurch, daß sie zwar nicht crystallisirt, aber doch dichter wird, weniger flüchtig ist; und in der That ist eine gesättigte Soole weniger flüchtig, als reines Wasser. Objectiv äußert sich diese Action dadurch, daß sie in dem über sich stehenden Wasserdampfe den Typus zur Solidification weckt; d. h. ihm einen Theil seiner Expansivkraft raubt; da ja die Expansion der Gegensatz der Solidification ist. Hier äußert sich der veränderte Zustand im Wasser auf den veränderten Zustand in dem aus jenem emporgestiegenen Dampfe, ungefähr so, wie eine Veränderung in den mineralischen Bestandstoffen des Bodens auf die aus diesem emporgewachsene Pflanze, einwirkt; so wie eine fixe Idee der Mutter auf die Ausbildung des Kindes Einfluß hat (Muttermaale, die einem Schrecken, einem besondern Anblicke . . . zuzuschreiben sind), so wie die Stimmung des Magnetiseurs auf jene des Magnetisirten einwirkt, u. s. w.

§. 135. Ueber das Verdünsten der Flüssigkeiten *) bestimmte Dalton vorzüglich Folgendes **): Die Menge der Verdunstung an einerley Flüssigkeit, ist unter übrigens gleichen Umständen der Differenz jener Expansivkräfte proportional, welche dem aus der Flüssigkeit aufsteigenden Dampfe, und dem schon in der Luft über der Flüssigkeit gebildeten Dampfe (von derselben Art als der aufsteigende Dampf) zukommen.

Dalton meint, daß hier die Dämpfe eben so durch die Luft streichen, wie Wasser durch Kieselsteine. Er unterscheidet das Verflüchtigen, welches blos an der Oberfläche der Flüssigkeit vor sich geht, von dem eigentlichen Sieden. Ersteres soll allemal vorgehen, wenn die Temperatur so hoch ist, daß die dieser Temperatur entsprechende Expansivkraft der Dämpfe, die Expansivkraft jener gleichnamigen Dämpfe übertrifft, welche in der Luft

*) Das Verdünsten der Flüssigkeiten ist eine Aeußerung des Mechanismus, ohne hiebei irgend eine Hypothese anzunehmen. Denn, es mag dieses Verdünsten vor sich gehen, wie es nur immer wolle, so erleidet allemal die Flüssigkeit eine Verminderung, die jener Quantität gleich kommt, welche man erhält, wenn man die Dämpfe aufängt, und sie auf den tropfbarflüssigen Zustand zurückführt. Es ist also hier offenbar ein Entweichen, folglich eine Bewegung vorhanden.

**) Gilberts Annalen 1803.

schon gebildet sind. Das Sieden hingegen soll ein Verflüchtigen nicht bloß an der Oberfläche, sondern in allen Theilen der Flüssigkeit zugleich seyn, und soll nur bey jener Temperatur statt finden, bey welcher die Dämpfe eine Expansivkraft erreichen, welche jene übertrifft, die der Luft sammt den darin gebildeten Dämpfen entspricht (dieß bezieht sich auf Daltons Ansichten über das individuelle Verhalten der Gase und Dämpfe in Gemischen derselben unter einander, welches in der vierten Abtheilung Combinationismus weitläufiger dargestellt wird).

e. Mechanismus an der Pflanze, ohne Beziehung auf unsern Planeten.

§. 136. Die auffallendste und allgemeinste Erscheinung des Mechanismus an der Pflanze ist das Wachsen derselben. Bey näherer Betrachtung dieses wundervollen Processes aber, zeigt sich bald, daß der Mechanismus hier eine nur sehr secundäre Rolle spiele, und daß die Idee vom Wachsen sehr hölzern, dieser hohen Function sehr unpassend ausfallen müßte, wenn man im Wachsen der Pflanzen den Mechanismus vorzüglich auffassen wollte. Die sich hieher beziehenden Betrachtungen gehören weit zweckmäßiger in den Artikel, Organismus.

§. 137. Merkwürdig ist die an vielen Pflanzen vorkommende Bewegung der Blüthen und Blätter, welche mit dem Laufe der Sonne in engster Verbindung steht. Ebenso interessant ist das Oeffnen und Schließen der Blüthen zu gewissen Stunden des Tages.

Wir bemerken an vielen Pflanzen eine Art von krampfhafter Zusammenziehung, wenn wir sie an gewissen Theilen berühren. Diese Zusammenziehung ist jedoch allemal nur lokal, verbreitet sich nicht über die ganze Pflanze wie bey dem Thiere, das an irgend einem Theile des Körpers schmerzlich affizirt wird.

Beym Verleßen einer mit gefärbtem Saft gefüllten Aushöhlung, erfolgt, mittelst einer mit Receptivität verbundenen Contraction, das Entweichen eines Theils dieses Saftes, nie aber jenes Phänomen, das mit der Verblutung bey dem Thiere sich vergleichen ließe. Hier zeigt sich, wie vorhin ein geringerer Zusammenhang, eine schwächere Wechselwirkung unter den Theilen mit dem Ganzen, als dieß bey den Thieren der Fall ist. Dieß deutet auf eine niedrigere Stufe des Lebens hin, an der Pflanze als am Thiere. Am Crystalle, wo das Leben in seiner niedrigsten Stufe erscheint, vielleicht in seinem absoluten Zero angenommen werden darf, besteht unter den Theilen gar keine dynamische Wechselwirkung; höchstens findet sich ein Zusammenhang in Form und Lagerung der Theile, nämlich am Anatomismus und Plasticismus.

§. 138. Der Saft in den Pflanzen, welcher durch die Wurzelsafern aus dem Bo-

R

den eingesogen, hingegen durch die Blätter aus der Atmosphäre aufgenommen, und wieder in die Atmosphäre ausgeschieden wird, bewegt sich nur während der Vegetationszeit. Unter gewissen Graden der Temperatur tritt Stillstand der Vegetation, ein Stocken aller Säfte, ein scheinbarer Tod an den Pflanzen ein, es besteht nur mehr ein potenzielles Leben, das zu seinem Erwachen die rückkehrende Wärme erwartet.

Die Bewegung der Säfte in den Pflanzen reducirt sich beynahe blos auf ein Aufsteigen und Niedersteigen in parallel laufenden saftführenden Gefäßen, und auf ein langsames Uebertreten aus einer Zelle in die andere am Parenchym. Es ist demnach dieser Proceß weit einfacher, als die Bewegung des Blutes und der übrigen Säfte an den Thieren. Indes darf doch diese Bewegung der Säfte nicht als eine bloße Wirkung der Capillarattraction angesehen werden; der Organismus ist hier im hohen Grade thätig.

Die Bewegung des Saftes geht bey den Pflanzen bey weitem nicht so regelmäßig vor sich, wie bey den Thieren. Bey jenen ist sie weit abhängiger von äußern Umständen, als bey diesen, und namentlich von der Einwirkung des Lichts und der Wärme. Wir bemerken demnach eine niedrigere Stufe des Lebens an den Pflanzen als an den Thieren, bey welchen letztern eine selbstbedingte Thätigkeit weit energischer vorherrscht.

Folgende sind die Hauptmomente der Saftbewegungen an den baumartigen Gewächsen: Der mittelst der Wurzelsafern eingesogene Saft steigt größtentheils in den Spiralgefäßen, die nahe am Marke liegen, von unten hinauf; hingegen steigen die durch die Blätter aufgenommenen Säfte, vorzüglich durch die punktirten Gefäße oder Treppengänge, in der Gegend der Rinde, von oben herab.

Das Aufsteigen des Saftes geht im Frühlinge, das Absteigen desselben gegen Ende des Sommers am lebhaftesten vor sich. Während der ersten Periode treiben die Pflanzen vorzüglich ins Laub, während der letzten mehr in die Wurzeln. Das Niedersteigen geht viel langsamer vor sich, als das Aufsteigen (daher das Begießen der Blätter weniger wirksam ist, als jenes der Wurzeln *).

1. Mechanismus an Zoophyten und Phytozoen ohne Beziehung auf unsern Planeten.

§. 139. Hier geschieht die Ernährung größtentheils durch eine bloße Einsaugung des Nahrungsaftes aus der Bauchhöhle in das gallertartige Parenchyma.

*) Treviranus Biologie Ferner Link Physiologie und Anatomie der Pflanzen. Ferner Humphry Davy Agriculturchemie. Ferner: Mehreres in den Schriften von Priestley, Ingenhous, Saussure, Cenebier

Häufig wird an den Zoophyten und Phytozoen eine mehr oder weniger thierähnliche Muskularbewegung wahrgenommen. Bey den Zoophyten läßt sich sogar eine Art von willkürlicher Bewegung bemerken *).

g. Mechanismus am Thiere, ohne Beziehung auf unsern Planeten.

§. 140. Der Mechanismus am Thiere äußert sich auf eine doppelte, von einander sehr auffallend verschiedene Weise. Gewisse Bewegungen und Ausübungen von Kraft auf äußere Angriffspunkte, liegen in der Willkühr des Thieres; andere hingegen hängen vom Willen desselben gar nicht ab.

Erstere beziehen sich wesentlich auf Veränderung des Standpunktes, auf Veränderung der Gruppierung der Gliedmaßen gegen einander (das Thier vermag zu stehen, zu liegen, sich zu dehnen, zusammenzurollen) auf mechanisches Einwirken gegen die äußern mit dem Thierkörper in Berührung stehenden Gegenstände; ferner, auf ein deutlicheres Auffassen sinnlicher Eindrücke, wobey die Gegenstände, welche diese Eindrücke veranlassen, nicht mit dem Thierkörper in unmittelbarer Berührung zu stehen brauchen (das Thier spitzt die Ohren nach einer gewissen Gegend hin; wendet die Augen gegen einen aufzufassenden Punkt, betastet die verschiedenen Theile eines Körpers um dessen Form wahrzunehmen)

Die unwillkürlichen Bewegungen hingegen beziehen sich auf die Erhaltung des Thieres und auf dessen Entwicklung, das heißt, auf die successive Entwerfung bestimmter Lebensbilder, nach einem vorgeschriebenen Gesetze der Continuität. Hieher gehören die Bewegungen, am Athmen, Verdauen, Assimiliren, Ausscheiden Die unwillkürlichen Bewegungen sind nicht zufällig, sondern sind eine Folge des einmal geweckten Typus zum erwähnten Entwurfe successiver Lebensbilder.

In der Willkühr des Thieres liegt es, innerhalb bestimmter Gränzen auf die Außenwelt einzuwirken; Bewegungen darin hervorzubringen; verbundene Theile zu trennen, getrennte zu verbinden; die Action der Außenwelt nach ihren verschiedenen Modificationen aufzunehmen, oder von sich zu weisen; den Lebensfunctionen nachtheilige und zuträgliche Einflüsse zu suchen und zu vermeiden, oder umgekehrt; u. s. w. Nicht in der Willkühr des Thieres liegt es aber, den Typus seines Lebens aus seinem Schlummer zu wecken; diesem Typus diese oder jene Tendenz, für den Entwurf successiver Lebensbilder, nach diesem oder jenem Gesetze der Continuität zu erteilen; die Einwirkungen der Außenwelt auf die innern

N 2

*) Viel Interessantes über Zoophyten, namentlich Infusionsthierc findet sich unter andern in Treviranus Biologie.

Lebensfunctionen auf diese oder jene Weise zu erwiedern; nicht in der Willkühr des Thieres liegt es, unter gegebenen äußern Umständen die Intensität seines Lebens zu erhöhen oder abzuspannen, so wie der geworfene Körper an den Elementen seiner parabolischen Bahn nichts zu ändern vermag. Ist der Typus des Lebens auf eine festgesetzte Weise (nach Quantität und Qualität) geweckt, so ist die Succession der Lebensbilder für den ungestörten Zustand vorhinein bestimmt, so wie durch die erste Tangentialgeschwindigkeit eines Planeten und seine Centrakraft, dessen Bahn für aller Ewigkeiten Ewigkeit vorhinein bestimmt ist. Der wirkliche Entwurf dieser Lebensbilder kann durch äußere Einwirkungen mancherley Störungen erleiden; allein, selbst diese Störungen sind für jede gegebene äußere Einwirkung vorhinein bestimmt, so wie die Perturbationen an einem Planeten, bey dem die Elemente der Bahn um eine Centrakraft einmal bestimmt sind, für jede gegebene äußere Einwirkung eine gewisse Perturbation erleidet, die sich sogar berechnen läßt.

Wollen wir das hier Vorgetragene kurz zusammenfassen, so sagen wir: Es liegt in der Willkühr des Thieres innerhalb gewisser Gränzen, auf die Außenwelt einzuwirken, Einwirkungen aufzunehmen, oder von sich zu weisen. Aber bloß von der Natur des geweckten Lebensstypus hängt es ab, wie der Entwurf der successiven Lebensbilder durch die äußern Einwirkungen modificirt, sich wirklich darstellt.

§. 141. Das vorzüglichste Gesetz, das wir an der willkührlichen Aeußerung des Mechanismus am Thiere bemerken, ist, daß die Kraft (in Gewichtmaaf ausgedrückt) welche ein Thier auf einen Angriffspunkt auszuüben vermag, am größten ist, wenn dieser stille steht, und daß diese Kraft allmählig abnimmt, wenn der Angriffspunkt an Geschwindigkeit zunimmt, daß endlich eine gewisse größte Geschwindigkeit statt findet, bey welcher, und über welche hinaus das Thier keine Kraft mehr auszuüben vermag *).

Man hat in der Mechanik, wo die Kenntniß dieses Gesetzes von der größten Wichtigkeit ist, dasselbe durch folgende Formel ausgedrückt, welche sich freylich nicht a priori erweisen läßt, da die lebende Natur, die frey und ungebunden, nach geheimen und höhern Gesetzen waltet, sich dem geometrischen Messen nicht unterwerfen läßt, $d = A \left(\frac{C - v}{C} \right)$ worin A den größten Druck, den das Thier auf einen feststehenden Punkt auszuüben vermag, C jene Geschwindigkeit, bey welcher die Thierkraft dem Punkte nicht mehr folgen kann, d den bey der Geschwindigkeit v jedesmal statt findenden Druck auf den Angriffspunkt ausdrücken **).

*) Wir haben im Artikel Mechanismus am Weltgebäude gesehen, wie sich die allgemeine Gravitation mit unveränderlichem Werthe der beschleunigenden Kraft gegen die ergriffene Masse verhält, bewege sich diese mit was immer für einer Geschwindigkeit.

**) Siehe über diesen Gegenstand: Langsdorfs Maschinenlehre. Bolidor archit. hydr. Prony nouvelle archit. hydr. Hachette traité des machines.

Betrachten wir die Kraft d , welche das Thier auf den Angriffspunkt auszuüben vermag, als das Maas für die Intensität; und die Geschwindigkeit v , womit die Thierkraft den Angriffspunkt verfolgt, als das Maas für das Extensive der willkürlichen mechanischen Action; so sehen wir, daß die willkürliche mechanische Action des Thieres intensiv abnehme, wenn sie extensiv zunimmt, und umgekehrt. Ein ähnliches Gesetz läßt sich an der unwillkürlichen mechanischen Action, ja selbst an der ganzen innern Lebensaction organisirter Körper wahrnehmen. So treibt ein Baum um so kräftigere Aeste und Früchte, je weniger man ihm die Extension in die Aeste gestattet. So verliert in der Reproduction der Gegenstand derselben, durch künstlich erhöhte Quantität an seiner Qualität, d. h. bey einer vermehrten Hervorbringung erscheint am Hervorgebrachten eine geringere Energie in der bildenden Action, wodurch dieß Hervorgebrachte entstanden ist; z. B. die Kälber sind schwächlich, ohne Muth und innerer Lebenskraft, wenn dem Stiere zu viel Ruhe zugetheilt werden. Kurz, so wie jedes Thier ein bestimmtes Maximum des mechanischen Momentes hat (in der Mechanik wird dieses gewöhnlich $= \frac{AC}{4}$ angenommen), so kömmt überhaupt jedem organisirten Wesen ein Maximum des organischen Momentes zu, welches sich gleichfalls als das Product aus der Intensität in die zugehörige Extensität der organischen Action betrachten läßt.

Allein, werden wir dieß je einem Calcul unterwerfen können? Vermuthlich eben so wenig, als es uns je möglich seyn wird, die intellectuellen Geisteskräfte zweyer Menschen gegen einander zu vergleichen, ob man gleich hierüber oft sehr schnell aburtheilt.

§. 142. Wir wollen nun ausschließlich die unwillkürliche Aeußerung des Mechanismus am Thiere betrachten.

§. 143. Der Blutumlauf bey Menschen, bey den Säugethieren überhaupt und den Vögeln, bezieht sich wesentlich auf Folgendes: Das Blut bewegt sich von den Lungenarterien zu den Lungenvenen, von diesen durch die linke Vorkammer des Herzens, und den linken Herzventrikel zur Aorta und zu deren Zweigen; ferner von hier aus zu den sämtlichen Zweigen der Hohlvene und zur Hohlvene selbst; dann weiters durch die rechte Vorkammer des Herzens, und durch die Kammer wieder in die Lungenarterien. Anders geht der Blutumlauf bey den Embryonen dieser Thiere vor sich. Der Foetus durchläuft mehrere Verwandlungsstufen, die sich vorzüglich im Gefäßsysteme ausdrücken. Der Kreis, den das Blut desselben beschreibt, liegt zum Theil außerhalb seinem Körper. Das Blut geht theils aus der Aorta durch die Nabelarterie bey den Säugethieren zum Mutterkuchen, bey den Vögeln zum Chorion, und kehrt durch die Nabelvene zur Hohlader zurück; theils fließt es durch die Gefäßarterie zum Nabelbläschen der Säugethiere, oder zur Dottelhaut der Vögel, und nimmt durch die Dottervene den Rückweg zur Pfortader. Das aus diesen

Venen und den Blutadern des Körpers sich in dem gemeinschaftlichen Stamme der Hohlader sammelnde Blut, geht bey dem Foetus einen weit einfachern Weg, als bey dem ausgebildeten Thiere; es gibt in der frühern Lebensperiode desselben, nur eine Vorkammer des Herzens, die alles Blut aus der Hohlvene empfängt, und nur einen Ventrikel, welcher dieses bloß durch die Aorta wieder aussendet. Zusammengesetzter wird das Herz allmählig in den spätern Bildungsperioden, und hiedurch auch die Bewegung des Blutes verwickelter. Diese niedern Bildungsstufen des Gefäßsystems der Embryonen bey Säugthieren und Vögeln, und die diesen Gefäßsystemen entsprechenden Arten der Blutcirculation finden sich in den völlig ausgebildeten Organismen der niedrigeren Thierklassen wiederholt. Jedoch finden bey diesen überdieß noch ganz eigene Modalitäten statt *).

Daß der Blutumlauf mit den Functionen des Herzens und der Lunge, im Zusammenhange steht, läßt sich nicht bezweifeln; daß er aber bloß nach hydraulischen Gesetzen, durch die Bewegungen dieser zwey wichtigen Organe vor sich geht, wobey etwa die Arterien und Venen, bloß als leitende Gefäße, als bloße Communicationskanäle zu betrachten wären, läßt sich keineswegs behaupten. Es scheint vielmehr, als besitze das Blut ein eignes Leben, oder als werde das Blut durch eine eigene Lebensaction nach jenen uns unerklärbaren Gesetzen fortgetrieben, wogegen alle unsere Gesetze der Mechanik zu Schanden werden. Man hat versucht, an lebenden Individuen das Herz auszuschneiden, und sah den Blutumlauf sich oft noch eine Stunde lang fortsetzen. Auch hat man bey mißgestalteten Herzen und Arterien, in vielen Fällen einen regelmäßigen Blutumlauf angetroffen.

Die Circulation des Blutes scheint vorzüglich von der Action des Gehirns, ferner von der Action des Rückenmarks und der daraus entspringenden Nervenstämme abzuhängen.

Das Gehirn äußert sich auf die nicht bloß mechanische, sondern zugleich vitale Bewegung der Lungen, auf die Function des Athmens vorzüglich thätig, und hiedurch erst auf den allgemeinen Blutumlauf.

Das Rückenmark influenzirt den Blutumlauf mehr in seinen einzelnen Theilen, indem hier jeder aus dem Rückenmarke entspringende Nervenstamm, als ein belebendes Agens in jenem Organe hervortritt, das er mit Nerven zweigen versorgt.

Wird das Gehirn vom Rückenmarke getrennt, so geräth der allgemeine Kreislauf ins Stocken, indem das Athmen aufhört. Bewirkt man, durch Einblasen in die Lungen, ein künstliches Athmen, so wird durch diese bloß mechanische Bewegung der Lungen der Blutumlauf zwar einige Zeit hindurch erhalten; allein, der Leichnam und das Blut werden hie-

*) Ein Weiteres hierüber in folgenden Schriften: Treviranus Biologie. Schummers Gefäßlehre. Cuvier Leçons d'Anat. comp. Blumenbachs vergleichende Anatomie. H. A. Wrisberg observ. anat. de corde testud. marinae. Annales du Mus. d'Hist. nat. Malpighi.

bey kalt, und alles geht hier bloß mehr nach hydraulischen Gesezen vor sich, aber ohne die geringste Aeußerung von Vitalität.

Durchschneidet man einen einzelnen Nervenstamm, so dauert der allgemeine Kreislauf des Blutes fort; und nur in jenem Organe entsteht ein Stillstand, welches von dem durchschnittenen Nervenstamme mit Nerven versehen wird.

Das Blut ist die Quelle, woraus (bey der unaufhörlich, in allen Theilen des Thierkörpers fortgehenden Assimilation und Ausscheidung) alle Organe den Stoff zu ihrer Bildung und Erhaltung nehmen; und zugleich gibt jedes Organ seine auszuschcheidenden Theile an das Blut wieder ab.

§. 144. Der Brey kömmt aus dem Magen durch den Magenmund in den Zwölfsfingerdarm, und so übergehen die aufgenommenen Nahrungsmittel allmählig in den Chylus welcher den ersten Stoff zu der Masse der übrigen Säfte abgibt. Bey den wiederkauenden Thieren, mit mehreren Mägen, kömmt die Nahrung aus einem Magen in den andern.

Der Chylus übergeht aus dem Darmkanale (in welchem lymphatische Gefäße, die sich allmählig zu einem gemeinschaftlichen Stamme vereinigen, welcher ins Blutadersystem übergeht, entspringen) in die Milchgefäße, und aus diesem durch den Brustgang zum Herzen. Wichtigen Einfluß äußern hier die Venen des Darmkanals, das Nef, das Fett; ferner das Zellgewebe, welches die Flüssigkeit zur Milch, zur Thymus, zur Schilddrüse, zu den Nebennieren führen, um in Blut verwandelt zu werden.

§. 145. Zu den unwillkürlichen Bewegungen der mancherley Organe im thierischen Körper gehören vorzüglich: die eigene Bewegung des Magens; die peristaltische Bewegung der Eingeweide, die Bewegung des Darmkanals, welche die Darmausleerung zur Folge hat.

Von der Bewegung des Herzens und der Lungen wurde schon gesprochen.

h. Mechanismus am Organischen überhaupt, ohne Beziehung auf unsern Planeten.

§. 146. Es ist in den Artikeln: Mechanismus an der Pflanze und Mechanismus am Thiere hinlänglich gezeigt worden, daß der Mechanismus am Organischen überhaupt sich sehr thätig äußere. Ja man kann sagen, daß er sich hier allein in seiner höchsten Energie unter der vielseitigsten Form darstelle, wo nicht bloß ein dumpfes, träges, den Charakter der Passivität mit sich führendes Fortbewegen nach einer einmal angenommenen Richtung mit einer einmal angenommenen Geschwindigkeit besteht. Welche Gradation läßt sich hier in den Bewegungen wahrnehmen, wenn man von den untersten Stufen der Vitalität allmählig bis zu den höchsten emporsteigt? Keine innere Bewegung im Ery-

stalle; eine höchst einfache im Polypen, eine durch ihre mannigfaltigen Erscheinungsformen unübersehbare im Innern am menschlichen Körper. Der Crystall behält die ihm ertheilte Richtung und Geschwindigkeit für alle Ewigkeit; und wenn er ja von der einfachen geraden Linie, von der einfachen gleichförmigen Bewegung abweicht, so sind die krummlinigten mit veränderlicher Geschwindigkeit von ihm durchlaufenen Bahnen, woben zwar die geistvollsten Geseze hervortreten, nichts anderes, als ein Aggregat von Ablenkungen, die er nur von Außen in auf einander folgenden Momenten erhalten konnte. Um wie viel bedeutungsvoller erscheint gegen den Crystall betrachtet die langsame aber zweckmäßige Bewegung der trägen Schnecke? Uebergeht man nun von dieser nach und nach zu dem Affen, so wird die Betrachtung der Aeußerungen des Mechanismus immer interessanter und unbegreiflicher. Welches Erstaunen erregen aber endlich die Bewegungen eines Athleten, oder eines gratiofen Tänzers? Bewegungen, in denen man nicht mehr bloß die Zweckmäßigkeit zur Erreichung physischer Bedürfnisse wahrnimmt, sondern durch welche der Geist hervorleuchtet, und sich in der Sprache des Plasticismus auszudrücken bemüht.

Am Anorganischen läßt sich alle Bewegung aus der Trägheit der Massen, und aus den auf diese einwirkenden bewegenden Kräften erklären, und daher lassen sich hier die Aeußerungen des Mechanismus, solchen Gesezen unterwerfen, welche sich mit strenger mathematischer Evidenz durch den Calcul ausdrücken lassen. Nicht so an den Aeußerungen des Mechanismus im Organischen, wo allen einzelnen Theilen eine eigenthümliche Spontaneität zuzukommen scheint, und wo alle Bewegungen auf einen uns unbegreiflichen letzten Endzweck hindeuten; welcher Zweck selbst, sobald er erreicht ist, wieder aufgehoben wird.

Man wäre geneigt, die Action des Lebens selbst, als eine in sich bedingte Action zu betrachten, so wie der Müßige sich selbst ein Geschäft auferlegt, welches ihn oft zu nichts führt, und weiters keinen andern Zweck hat, als ihm die unerträgliche Last der Zeit zu erleichtern.

Wir werden nie die Erscheinungen des Lebens begreifen können, weil sie von der Natur unserer Geistesaction durch zu wenig scharfe Gränzen getrennt sind, wir also nie vermögen, sie als einen von uns abgesonderten Gegenstand zu betrachten.

§. 147. An jenen Substanzen im organischen Körper, welche dazu bestimmt sind, aus demselben, als nicht mehr zu dem Systeme des in sich geschlossenen Organismus gehörend, ausgeschieden zu werden, äußert sich der Mechanismus mehr nach jener einseitigen Form, die dem Anorganischen entspricht. So werden die Excremente durch die mechanischen Bewegungen des Darmkanals aus dem Organismus geschieden; so geht das Entweichen des Harns ganz nach den Gesezen der Hydraulik vor sich