

Gittervektoren.

Ein Gittervektor entsteht, wenn man 2 Gitterpunkte (Punkte mit ganzzahligen Koordinaten) miteinander verbindet. Die Verbindungslinie ist mit aquidistanten Punkten besetzt. Die Länge (Tensor) des Vektors ist der Abstand zweier benachbarter Punkte.

In den folgenden Abschnitten soll gezeigt werden, wie die Operationen mit solchen Vektoren für einige Gebiete der Zahlentheorie und der Geometrie nutzbar gemacht werden können. Im ersten werden die Quadrate der Gittervektoren, Zahlen, die in die Summe zweier Quadrate zerlegt werden können, untersucht. Der zweite wird zeigen, wie sich die Gittervektoren in geraden Linien und (Netz-)Ebenen aneinanderreihen, d. h. wie sich die diophantischen Gleichungen ersten Grades auf graphischem Wege lösen lassen. Im dritten Abschnitt wird untersucht, wie sich die Gittervektoren einer und derselben Form um einen Gitterpunkt gruppieren. Die in eine Netzebene fallenden Vektoren liefern regelmässige ebene Punktsysteme. Im vierten endlich wird versucht werden, die algebraische Multiplikation (Streckenmultiplikation) von Gittervektoren im Raum auszuführen, was für eine grosse Zahl von Fällen auch gelingt.

Ein erster Anhang wird zeigen, wie für einen beliebigen Vektor Näherungsvektoren berechnet werden können, ein zweiter handelt von harmonischen Vektoren.

I. Gitterzahlen.

Definition: Gitterzahlen (GZ) (Gittervektorquadratzahlen), sollen die Zahlen heissen, welche in die Summe zweier Quadratzahlen (QZ) zerlegt werden können. Ist eine der beiden Quadratzahlen gleich Null, so geht die GZ in eine QZ über.

$$\text{Ist} \quad GZ = a^2 + b^2 = \begin{vmatrix} a & b \\ b & a \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ b & a \end{vmatrix}$$

wo die Komponenten a und b ganze Zahlen sind, so sieht man (Fig. 1), dass sich