

LIVRE I

NOTIONS SUR LA PESANTEUR

DÉFINITIONS

CHAPITRE I

Pesanteur et centres de gravité. Chute des corps.

§ I. — PESANTEUR.

1. — Tous les corps qui sont à la surface de la terre sont pesants ; c'est un fait patent pour la plupart, qu'ils soient en bois, en pierre ou en métal. — Pour d'autres, cela peut paraître moins évident a priori : un ballon qui s'envole dans les airs peut ne pas sembler pesant ; ce n'est pourtant qu'une apparence que l'on expliquera dans le courant de ce Traité de Physique.

Les corps ont donc un certain « poids », comme on a l'habitude de le dire ; et ce poids constitue une force. Or, on sait qu'en Mécanique trois caractéristiques déterminent une force : la direction, l'intensité, le point d'application.

2. *Direction de la pesanteur.* — La direction de la pesanteur en un lieu est ce qu'on appelle la verticale ; elle est perpendiculaire à la surface d'un liquide non agité et son intersection avec la sphère céleste fictive donne deux points : le zénith et le nadir¹. La Terre étant à peu près sphérique, les verticales des différents points de sa surface concourent approximativement au centre de la sphère ;

1. Cette direction est indiquée par le fil à plomb.

mais, comme le rayon de cette sphère (6.400 kilomètres environ) est très considérable, on peut considérer les verticales en deux points voisins comme très sensiblement parallèles. On peut donc, sur une surface peu étendue du globe, regarder les forces créées par l'action de la pesanteur sur les corps comme des forces parallèles (et de même sens).

3. *Intensité.* — Il est visible que tous les corps n'ont pas le même poids ; deux morceaux, l'un de bois et l'autre de fer, de même volume, accusent, dès qu'on les soulève, une différence de poids. On parlera plus loin de la balance qui sert à comparer les poids entre eux ; mais on peut les comparer d'une autre manière au moyen d'appareils à ressorts (Dynamomètres, pesons, etc.) : soit un ressort R attaché à un point fixe A ; en suspendant des poids différents à son extrémité libre P, on allonge plus ou moins le ressort et on peut inscrire ces déplacements sur une règle placée à côté. On pourra ainsi graduer l'appareil et évaluer toutes espèces de forces.

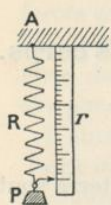


Fig. 1.

4. *Centre de gravité.* — Le point d'application de la pesanteur agissant sur un corps solide constitue par définition son centre de gravité. On peut trouver par expérience le centre de gravité d'un corps ; il suffit de le suspendre à un fil : le fil prend la direction de la verticale et cette ligne, prolongée dans le corps, passe par le centre de gravité ; en opérant sur un deuxième point de suspension, on obtient une deuxième droite qui, par son intersection avec la première, donne le centre cherché.

Quand le corps a une forme géométrique et est constitué d'une matière homogène, on peut trouver a priori le centre de gravité. Dans un cercle ou une sphère, il est au centre de figure ; dans une ligne droite, il est au milieu ; dans un rectangle, il est à l'intersection des diagonales.

On peut, dans des cas un peu plus complexes, décompo-

ser la figure en éléments simples; on arrive facilement à trouver le centre par la considération suivante : toutes les particules subissent l'attraction de la pesanteur : en composant ces forces, on trouve une résultante qui représente le poids total du corps et passe par le centre de gravité. On est donc ramené à un problème de mécanique statique : Composition de forces parallèles.

Prenons, par exemple, un triangle fait de matière homogène (par triangle, nous entendons ici un corps infiniment plat en forme de triangle).

Soit ABC ; menons une médiane AD : cette médiane partage en deux parties égales les droites EF parallèles à BC ; si on décompose le triangle en petits éléments EG , GF ,

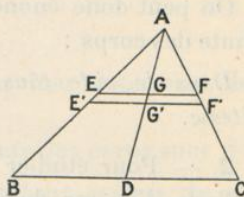


Fig. 2.

ces petits éléments sont deux à deux égaux et la composition de leurs poids donne des résultantes passant par G , G' , etc. Toutes les résultantes partielles ayant leur point d'application sur AD , la résultante générale passe en un point de AD , donc de la médiane. On eût fait le même raisonnement pour toutes les médianes : étant sur les 3 médianes, le centre de gravité se trouve à leur intersection.

On peut, par des raisonnements analogues, trouver le centre de gravité des solides géométriques homogènes; si les corps ne sont pas homogènes, on compose les poids et l'on se trouve ramené au cas général des compositions de forces parallèles.

§ II. — CHUTE DES CORPS.

1. — Tous les corps pesants abandonnés à eux-mêmes tombent; ils ne paraissent pas tous tomber avec la même vitesse, mais c'est un phénomène accessoire qui trouble l'observation de leur chute : l'air offre en effet une résistance différente suivant la forme des objets et, alors qu'il ne

modifie que fort peu le mouvement d'une balle de plomb, il retarde très longtemps la chute d'une feuille de papier.

Pour se mettre à l'abri de ces perturbations, on peut placer des objets différents dans un tube de verre, où l'on fait le vide; en retournant brusquement le tube, les objets tombent et l'on constate qu'ils arrivent tous ensemble au fond, que ce soit une balle de plomb, un morceau de bois ou une petite feuille de papier.

On peut donc énoncer cette première loi générale de la chute des corps :

Dans le vide tous les corps tombent avec la même vitesse.

2. — Pour étudier la loi de leur mouvement, il serait difficile d'opérer dans le vide; il faudrait des tubes très longs et l'installation serait peu pratique. On opère donc dans l'air, sur des corps dont la chute est peu modifiée par la résistance de l'air : on emploie des corps métalliques qui, présentant un grand poids sous une faible surface, offrent peu de prise à la résistance de l'air.

Si on laisse tomber un corps d'un point A sans vitesse, il descend suivant la direction de la force qui le sollicite; donc il tombe suivant la verticale AX (fig. 3).

Fig. 3. Au bout du temps t , il est en B, à une distance x de son point de départ A.

On constate au moyen d'appareils enregistreurs (cylindre du général Morin) la loi du mouvement : le mouvement est uniformément accéléré, c'est-à-dire que les espaces parcourus sont proportionnels aux carrés des temps :

$$x = At^2,$$

A étant une constante pour tous les corps en un même lieu. On constate en outre que la vitesse croît proportionnellement au temps :

$$v = gt,$$

v étant la vitesse du corps au moment où il passe en B.

On trouve en outre : $A = \frac{g}{2}$.

Les deux équations exprimant la loi de la chute des corps sont :

$$x = \frac{g}{2} t^2,$$

$$v = gt,$$

g étant une constante pour un lieu déterminé de la surface du globe.

Ainsi résumées, les lois de la chute des corps sont donc :

Dans le vide, tous les corps tombent animés du même mouvement, qui est un mouvement uniformément accéléré¹.

§ III. — ACCÉLÉRATION DE LA PESANTEUR. MASSE DES CORPS.

1. — Cette constante g est appelée accélération de la pesanteur; on voit, sous une forme concrète, que sa valeur est égale à la vitesse que le corps en mouvement possède au bout de l'unité de temps; on trouve à Paris environ 9^m81 au bout d'une seconde.

Cette constante g , qui est la même pour tous les corps en un même point, varie avec la latitude terrestre et, de plus, varie en un même lieu quand on se place à différentes altitudes; elle diminue quand, à une même latitude, on mesure g à des altitudes croissantes, mais cette diminution ne devient sensible que pour de grandes différences d'altitude.

1. *Remarque.* Le Programme spécifiant qu'aucune démonstration ne sera demandée, on ne décrira pas ici les appareils qui peuvent servir à l'étude des lois de la pesanteur. On parlera, au Chapitre III de ce Livre I, de l'appareil enregistreur de Morin qui peut servir à étudier toutes sortes de mouvements rectilignes.

Elle varie, a-t-on dit, avec la latitude ; elle croît en effet quand on passe de l'équateur au pôle ; elle a donc son minimum à l'équateur et son maximum au pôle. A l'équateur (en prenant comme unité de temps la seconde), on trouve : $g = 9^m 78\ 103$, et au pôle : $g = 9^m 83\ 109$; il y a donc une différence de 5 centimètres sur la valeur de g entre le pôle et l'équateur.

On a cherché une formule donnant la valeur de g sous différentes latitudes ; cette formule est la suivante :

$g = 9^m 806\ 056 - 0,025\ 028 \cos 2\lambda$, λ étant la latitude.

La valeur de g ainsi donnée correspond à l'observation au niveau de la mer.

A Paris, cette valeur calculée au niveau de la mer est : $9^m 809$.

2. — Cette variation de l'accélération de la pesanteur influe sur la chute des corps ; l'accélération étant plus grande au pôle qu'à l'équateur, les corps tomberont un peu plus vite au pôle.

Elle a une autre influence, c'est sur le poids des objets ; si, au moyen de notre peson à ressort précédemment décrit, nous mesurons le poids d'un corps, nous trouvons des valeurs différentes suivant la latitude.

Supposons que sous deux latitudes λ_1 λ_2 nous mesurons le poids et la valeur de g ; nous trouvons P_1 et P_2 poids différents tous deux, et g_1 g_2 accélérations de la pesanteur différentes, et dont les deux valeurs nous sont données par la formule précédemment exposée.

Or, on trouve que les rapports $\frac{P_1}{g_1}$, $\frac{P_2}{g_2}$ sont égaux ; donc :

en tout point du globe, pour un corps donné, le rapport du poids (mesuré au peson à ressort) à l'accélération de la pesanteur est un nombre constant, caractéristique du corps.

C'est ce qu'on appelle sa *masse*. $\frac{P_1}{g_1} = \frac{P_2}{g_2} = m$.

Done, connaissant la masse d'un corps, pour avoir son poids en un endroit déterminé du globe, il faudra multiplier sa masse par l'accélération de la pesanteur à l'endroit considéré :

$$P = mg.$$

CHAPITRE II

Définitions. Unités fondamentales et dérivées. Système CGS.

§ I. — MESURE DES GRANDEURS. UNITÉS FONDAMENTALES ET DÉRIVÉES.

L'étude des objets et des phénomènes suppose que l'on sait effectuer la mesure des grandeurs ; la définition exacte de cette opération peut s'énoncer ainsi :

Mesurer une grandeur, c'est la comparer à une grandeur de même espèce prise pour unité, et exprimer par un nombre le résultat de cette comparaison, la valeur de ce rapport.

Il faudra donc une unité pour chaque espèce de grandeur : unité de longueur, de surface, de vitesse, de temps, etc. ; mais il existe entre certaines unités des relations : par exemple, on sait qu'une surface est le produit de deux longueurs, il existera donc une relation entre l'unité de surface et l'unité de longueur.

On peut ainsi déterminer l'unité de surface en partant de celle de longueur : convenons par exemple de prendre comme unité de surface la surface formée par un carré ayant pour côté l'unité de longueur ; de même, pour unité de volume, le cube ayant pour arête l'unité de longueur. Il nous suffira de déterminer l'unité de longueur pour que celles de surface et de volume soient fixées. On dit que l'unité de longueur est une unité fondamentale ; celles de surface et de volume sont des unités dérivées.

Il est nécessaire d'avoir au moins trois unités fondamentales pour mesurer les divers objets et phénomènes ; en Physique, on adopte comme unités fondamentales les unités de Longueur — Masse — Temps.

Actuellement, la plupart des mesures scientifiques sont faites au moyen des unités du Système CGS; il est donc nécessaire d'étudier ce système, ses unités fondamentales, ses unités dérivées et leurs rapports avec beaucoup d'unités couramment employées dans la pratique.

§ II. — SYSTÈME CGS UNITÉS FONDAMENTALES.

On a vu que la Physique employait comme unités fondamentales les unités de Longueur, Masse, Temps. Le système CGS prend pour unités de

Longueur : Le Centimètre.

Masse : Le Gramme.

Temps : La Seconde.

D'où son nom, des initiales CGS des 3 unités.

1. *Centimètre.* — On sait qu'à la fin du XVIII^e siècle et au commencement du XIX^e des mesures furent faites dans le but de déterminer la longueur d'un méridien terrestre; on mesura l'arc de 1 degré et on convint d'adopter comme unité de longueur le mètre, que l'on croyait être exactement la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre.

On concrétisa cette longueur du mètre par une barre sur laquelle étaient tracés deux repères, distants de 1 mètre à une température déterminée; depuis lors, les mesures géodésiques ont montré que le mètre ainsi défini sur cette barre ne représente pas une fraction exacte du méridien¹. Mais, par suite d'une entente internationale, on a convenu de prendre pour base des mesures le mètre indiqué sur la barre dont nous venons de parler. Le mètre international est donc une longueur conventionnelle qui est représentée exactement sur l'étalon en platine déposé au Pavillon de Breteuil (Saint-Cloud).

Le centimètre est la centième partie de cette longueur : nous définissons donc l'unité de longueur dans le système CGS :

1. Elle en est cependant très voisine.

La centième partie du mètre international dont l'étalon est déposé au Pavillon de Breteuil.

2. *Masse*. — Les fondateurs du Système métrique avaient défini le kilogramme : le poids d'un décimètre cube d'eau distillée à 4° centigr. ; on fit un étalon de cette mesure, au moyen d'un cylindre de platine que l'on chercha à faire exactement du poids d'un kilogramme. Cet étalon, déposé avec celui du mètre international, ne représente pas exactement le poids d'un décimètre cube d'eau à 4° . D'autre part, comme on aurait de la difficulté à comparer à de l'eau à 4° , température difficile à obtenir exactement, on a convenu de prendre pour définition de la masse-unité (kilogramme-masse) : la masse du kilogramme étalon en platine déposé au Pavillon de Breteuil.

Dans le système CGS, l'unité de masse est donc :

La millième partie du kilogramme masse.

Cette définition est la seule précise, et la seule dont on tienne compte dans les expériences de physique ; mais, dans la pratique, on peut admettre qu'il y a identité entre le poids du décimètre cube d'eau distillée à 4° et celui du kilogramme étalon, tant la différence entre eux est faible et insignifiante dans la plupart des applications.

3. *Unité de Temps*. — Le système CGS adopte pour unité de temps la seconde sexagésimale de temps solaire moyen (cf. Cosmographie).

§ III. — SYSTÈME CGS. UNITÉS DÉRIVÉES.

1. *Unités dépendant de l'unité de longueur*. — On définit immédiatement les unités de surface et de volume : l'unité de surface est le centimètre carré, représenté par la surface d'un carré d'un centimètre de côté. L'unité de volume, le centimètre cube, représenté par le volume d'un cube ayant un centimètre pour arête.

2. *Vitesse*. — La vitesse, dans un mouvement uniforme, est le rapport de l'espace parcouru au temps employé à le parcourir; dans un mouvement varié, c'est la limite du rapport d'un espace très faible et qu'on fait décroître indéfiniment, au temps employé à le parcourir : en d'autres termes, c'est la dérivée de l'espace par rapport au temps.

On définira donc l'unité de vitesse dans le système CGS : la vitesse du mobile qui, animé d'un mouvement uniforme, parcourt 1 centimètre en 1 seconde.

3. *Accélération*. — On définit en mécanique l'accélération comme la dérivée de la vitesse par rapport au temps; on a vu (chapitre 1, § III) que l'on pouvait définir sa valeur par la valeur de la vitesse que l'accélération a imprimée au mobile partant du repos, au bout d'une seconde.

Donc, l'accélération unité dans le système CGS sera l'accélération communiquant au mobile parti du repos une vitesse égale, au bout d'une seconde, à un centimètre par seconde.

On a vu que l'accélération de la pesanteur donnait au corps pesant une vitesse de 9^m 809 par seconde au bout d'une seconde (à Paris); on voit donc que l'accélération de la pesanteur vaut 980, 9 unités d'accélération CGS.

4. *Force*. — On a vu que le poids (chap. 1, § III) était le produit d'une masse par une accélération; on définit de même en mécanique toutes les forces : la force unité du système CGS sera le produit de l'unité de masse (gramme masse) par l'unité d'accélération. On lui donne un nom particulier : on l'appelle la Dyne.

5. *Travail*. — On définit en mécanique le Travail d'une force F , dont le point d'application A se déplace de A en B , d'une longueur l , par le produit $F \times l \times \cos \alpha$, α étant l'angle formé par les directions de la force et du déplacement. L'unité de travail du système CGS sera le travail fourni par une

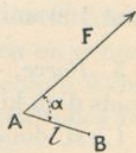


Fig. 4.

Physique et chimie. — GILLE.

force d'une dyne dont le point d'application se déplace d'un centimètre dans la direction de la force.

Cette unité reçoit le nom particulier d'Erg.

Ces deux unités, on le verra au paragraphe suivant, sont très faibles ; aussi, au lieu de les employer, use-t-on souvent de la Mégadyne et du Mégerg qui valent un million de dynes et un million d'ergs.

§ IV. — RELATIONS ENTRE LES UNITÉS CGS ET LES UNITÉS PRATIQUES.

Dans beaucoup de cas (machines à vapeur, etc.), on emploie des unités pratiques, dérivées la plupart du temps du système dont les unités fondamentales seraient : mètre, kilogramme-masse, seconde.

1. *Unités fondamentales.* — On voit immédiatement leurs rapports : Le centimètre, centième partie du mètre. Le gramme, millième partie du kilogramme.

2. *Unités dérivées de l'unité de longueur.*

Le mètre carré vaut $(100)^2$ centimètres carrés, donc 10.000 ou 10^4 centimètres carrés.

Le mètre cube vaut $(100)^3$ centimètres cubes, ou 1 million, ou 10^6 centim. cubes.

3. *Vitesse.* — La vitesse d'un mètre par seconde, unité pratique souvent employée, vaut 100 centimètres-seconde, donc : 100 unités CGS de vitesse.

4. *Accélération.* — De même, l'accélération en mètres vaut 100 unités CGS.

5. *Force.* — On prend souvent comme unité de force le poids d'un kilogramme.

C'est donc la force que communique la pesanteur à la masse du kilogramme (à Paris). On a vu (chap. I, § III) que le poids $P = mg$.

On a : 1 dyne = 1 gramme-masse $\times$ unité CGS d'accélération.

et : 1 kilogramme poids = 1 kilogr. masse $\times$ accélération de la pesanteur.

Donc :

$$\frac{\text{dyne}}{\text{kilog. poids}} = \frac{1 \text{ gramme masse}}{1 \text{ kilogr. masse}} \times \frac{\text{unité CGS}}{\text{accél. de pesanteur}}$$

On a vu au § III, 3 de ce chapitre que l'accélération de la pesanteur est égale à 981 unités CGS d'accélération ; on a donc :

$$\frac{\text{dyne}}{\text{kilogr. poids}} \times \frac{1}{1000} = \frac{1}{981} ;$$

d'où, 1 kilog. poids = 981.000 dynes.

On a défini précédemment la mégadyne qui vaut 10^6 dynes ; la mégadyne est donc très voisine du kilogramme

$$\text{poids : 1 mégadyne} = \frac{1.000.000}{981.000} \text{ kilog. poids.}$$

$$1 \text{ kilog. poids} = 0,9809 \text{ mégadynes.}$$

6. *Travail.* — L'unité pratique est le kilogrammètre, travail fourni par un kilogramme dont le point d'application se déplace de 1 mètre.

L'unité CGS est l'erg, travail fourni par la force de 1 dyne dont le point d'application se déplace de 1 centimètre. Comme le kilog. poids vaut 981.000 dynes :

$$\begin{aligned} 1 \text{ kilogrammètre} &= 981.000 \text{ dynes} \times 100 \text{ centimètres.} \\ &= 981.10^5 \text{ ergs} = 98,1 \text{ mégergs.} \end{aligned}$$

On constate donc que les unités CGS sont très faibles vis-à-vis des unités pratiques ; elles servent peu en dehors de la Physique ; même en Électricité, on est obligé d'employer des unités pratiques, multiples ou sous-multiples des unités CGS.

CHAPITRE III

Applications et instruments de mesure.

§ I. — PENDULE.

Soit une sphère pesante suspendue au moyen d'un fil AO au point fixe O ; elle se tient en équilibre suivant la verticale OA ; si on l'écarte de cette position et qu'on l'amène en B,

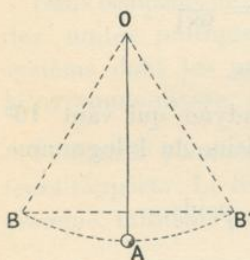


Fig. 5.

le fil étant tendu suivant OB, elle revient quand on la lâche, en décrivant l'arc de cercle AB ; mais elle dépasse sa position d'équilibre et remonte jusqu'en B' symétrique de B ; puis elle continue à osciller, jusqu'à ce que les frottements aient diminué l'amplitude de son mouvement au point de l'annuler.

On appelle pendule simple celui qui serait formé par un poids de très petites dimensions suspendu en O par un fil inextensible et sans poids.

On peut réaliser approximativement ces conditions par une petite sphère de métal suspendue à un fil métallique très fin.

Si on mesure le temps que met la sphère pour aller de B en B', c'est-à-dire pour effectuer une oscillation simple, on trouve :

- 1) Que cette durée ne dépend pas du poids de la sphère.
- 2) Que cette durée ne dépend pas de la grandeur de l'arc BB' ; que cet arc soit de 1° ou de 10° , la durée reste la même.
- 3) En un même lieu elle dépend de la longueur du fil AO.

On trouve par le calcul et on peut vérifier par l'expérience que, pour des oscillations de peu d'amplitude (ne

dépassant pas 10°), le temps d'une oscillation simple, de B à B', est donné par la formule :

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}};$$

ce temps s'appelle la période (d'une oscillation simple). π étant le rapport de la circonférence du cercle au diamètre — l longueur OA — g accélération de la pesanteur. Ces deux dernières longueurs étant exprimées au moyen de la même unité, en mètres par exemple, t est donné en secondes. Exemple : $l = 1^m$; $g = 9^m 81$; $t = 1$ seconde environ.

§ II. — APPLICATION DU PENDULE A LA DÉTERMINATION DE L'ACCÉLÉRATION DE LA PESANTEUR.

Si on fait osciller un pendule, de longueur connue, et que l'on mesure la durée des oscillations, on peut tirer g de la formule précédente :

$$g = \frac{\pi^2 l}{t^2};$$

ce qui donne g en fonction de la longueur et de la période d'oscillation d'un pendule.

Borda a calculé g , en mesurant l et t : il comparait l'oscillation d'un pendule se rapprochant autant que possible du pendule simple, et celle du balancier d'une horloge astronomique bien réglée. Le pendule ne bat pas exactement la seconde ; donc, si, au début de l'observation, il passe à la verticale en même temps que le balancier, au coup suivant, il sera en avance ou en retard et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il ait regagné ou perdu le temps d'une oscillation complète.

On note donc les « coïncidences », c'est-à-dire les moments où les deux instruments, pendule et balancier, passent en même temps à la verticale. L'horloge ayant inscrit le nombre d'oscillations de son balancier, on compare

le nombre des oscillations du pendule et on en déduit la durée de chacune d'elles.

Cette méthode manque un peu de précision, parce que le pendule ainsi constitué n'est pas exactement un pendule simple ; par suite, la formule n'est pas exacte.

Ces expériences ont été reprises au moyen du « Pendule composé » et faites avec la plus grande précision (Colonel Defforges). Elles ont permis l'étude précise des variations de g dont nous avons parlé précédemment.

§ III. — MESURE DES LONGUEURS. VERNIER.

1. — Pour mesurer les longueurs, on les compare à l'unité, par suite au mètre ; nous avons dit que l'étalon du mètre existait sous forme d'une barre de platine. On compare à cette longueur les étalons secondaires que l'on veut graduer et, avec les étalons secondaires, on gradue les règles divisées destinées à la mesure des longueurs.

Mais on peut avoir de la difficulté à faire une mesure exacte ; nous avons, par exemple, un mètre divisé et portant des graduations en centimètres ; ces centimètres sont aussi divisés en millimètres ; mais il sera difficile de faire des traits assez fins pour lire nettement les dixièmes de millimètres. Le *vernier* est un instrument destiné à obtenir une précision suffisante avec des graduations assez

espacées ; il permet d'apprécier le $\frac{1}{10}$ de millimètre avec des traits écartés d'un millimètre environ.

D'une façon générale, il permet d'apprécier le $\frac{1}{n}$ de l'unité de longueur, au moyen de traits distants de $\frac{n-1}{n}$ (dans les verniers employés ordinairement).

2. *Vernier rectiligne.* — Supposons que l'on ait une

longueur à mesurer ; nous appliquons dessus une règle R graduée, en millimètres par exemple (fig. 6) ; l'extrémité A de la longueur tombe entre les divisions N et N + 1.

La longueur cherchée est comprise entre N millimètres et (N + 1) millimètres.

On veut évaluer le nombre de dixièmes de millimètres que possède cette longueur en plus des N millimètres. C'est alors qu'intervient l'usage du vernier : ce dernier se compose d'une petite réglette *r* partagée en 10 divisions, mais sa longueur AB ne vaut que 9 millimètres ; chaque division a donc $\frac{9}{10}$ de millimètre de longueur. Cette réglette

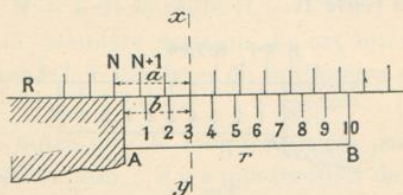


Fig. 6.

est appuyée contre l'extrémité A de la longueur cherchée et les traits de la réglette se présentent plus ou moins décalés devant ceux de la règle R.

Deux cas se présentent :

a) Une division de la réglette est en coïncidence avec une division de la règle (fig. 6). Par exemple, la division 3 de la réglette est exactement en face de la division N + 3 de la règle.

On voit, par simple examen de la figure 6, que la longueur cherchée est la différence des deux longueurs *a* et *b* marquées sur la figure :

Or $a = 3$ mm.

$$b = 3 \text{ divisions de la réglette, donc } = 3 \times \frac{9}{10} \text{ mm.}$$

$$a - b = 3 \left(1 - \frac{9}{10} \right) = \frac{3}{10} \text{ de mm.}$$

La longueur cherchée est $3/10$ de mm.

Le même raisonnement appliqué à un numéro quelconque de la règlette donne comme nombre de dixièmes ce numéro.

Donc, le chiffre relatif à la graduation en concordance avec une graduation de la règle principale indique le nombre de dixièmes de millimètres contenus dans la longueur en sus du nombre de millimètres que l'on a déjà obtenu par simple lecture.

Dans le cas précédent, la longueur est N millimètres + $3/10$ de mm.

b) Aucune division de la règlette ne concorde avec une division de la règle R.

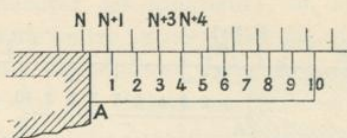


Fig. 7.

On a constaté par la démonstration qui précède que la longueur mesurée sur la figure 6 possédait exactement 3 dixièmes de millimètre en sus des N millimètres.

Supposons que la longueur soit N millim. + $3/10$ de millim. + $\frac{p}{100}$ de mm. (p étant inférieur à 10) (fig. 7).

A tombe donc entre N et $N + 1$ de la grande règle ; et la graduation 3 du vernier tombe un peu au delà de la graduation $N + 3$ de la grande règle, puisque nous pouvons supposer la figure 7 tirée de la figure 6 par un glissement de A, et par suite du vernier, vers la droite, de $\frac{p}{100}$ de mm.

Mais l'intervalle 3-4 étant égal à $9/10$ de mm., le trait 4 tombe en dedans de l'intervalle $N + 3$, $N + 4$; et le trait 4 est distant du trait N de $\frac{p'}{100}$ tel que $p' + p = 10$.

En effet, on peut écrire :

$$N + 3 - N + 4 = 1^{\text{mm}} = \text{Interv. } (N + 3) - 3 \text{ ou } \frac{p}{100} \text{ de mm.}$$

$$+ \text{Intervalle } (3-4) \text{ ou } \frac{9}{10} \text{ de mm.}$$

$$+ \text{Interv. } 4 - (N + 4) \text{ ou } \frac{p'}{100} \text{ de mm.}$$

$$\text{donc : } \frac{p + p'}{100} + \frac{9}{10} = 1 ; \text{ d'où : } p + p' = 10.$$

Donc, dans ce cas, il n'y a pas coïncidence, mais un intervalle (3-4) du vernier tombe à l'intérieur d'un intervalle $N + 3$, $N + 4$ de la règle R.

En lisant la première division de cet intervalle, 3, on obtient le nombre de dixièmes de millimètre en plus des N millimètres.

On sait en outre que la longueur n'est pas exactement N mm. + $3/10$ de mm. ; il y a une fraction de dixième que nous n'avons pas évaluée.

Cet appareil permet donc d'évaluer des longueurs au $1/10$ de mm. près, avec une graduation formée de traits distants de $9/10$.

Au lieu de millimètres, on pourrait employer une division en $\frac{1}{n}$ d'unité de longueur ; n étant un nombre quelconque. Avec une règle de $\frac{n-1}{n}$ de longueur, on apprécierait la longueur à $\frac{1}{n}$ près.

3. *Vernier circulaire.* — Un appareil analogue permet la mesure précise des angles. Par exemple, avec un limbe gradué en demi-degrés, il permet de lire le $1/10$ de $1/2$ degré, par conséquent d'apprécier avec une précision de $\frac{30}{10} = 3'$.

On ne recommencera pas la théorie de l'appareil qui est exactement la même que dans le cas précédent, on se bornera à indiquer les dispositions de détail destinées à faciliter les mesures et à assurer toute l'exactitude possible.

L'alidade A tourne autour du centre O du limbe gradué; cette alidade porte à sa partie inférieure (fig. 8) une fenêtre

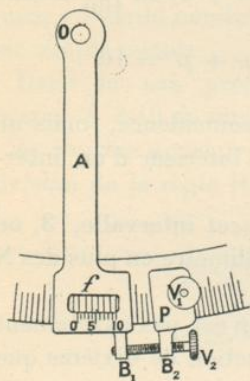


Fig. 8.

f sur le bord de laquelle est tracée la graduation du vernier; une pièce P est reliée à l'alidade au moyen d'une vis V_1 prenant appui sur deux butées B_1 B_2 . Cette pièce P embrasse le limbe et peut être serrée contre lui au moyen d'une vis V_2 ; quand cette vis est en prise, l'alidade est immobilisée sur le limbe.

Pour faire une lecture, on desserre V_1 et on fait courir l'ensemble A, P sur le limbe jusqu'à amener le zéro du vernier aux environs de l'angle à mesurer; c'est, par exemple dans

un sextant, quand on aura amené l'image de l'astre visé au voisinage de l'horizon.

On serre alors V_1 et on achève l'observation en déplaçant A par rapport à P et par suite au limbe, au moyen de la vis V_2 . En somme, on dégrossit la mesure en transportant l'ensemble sur le limbe, et on achève par le mouvement de la vis V_2 qui permet de très petits déplacements.

Le contact de l'image et de l'horizon (cas du sextant) étant obtenu, on fait la lecture sur le vernier comme on faisait sur le vernier rectiligne; le zéro du vernier tombe entre deux divisions du limbe et on cherche si une division du vernier est en coïncidence avec une division du limbe, etc.

Souvent une petite loupe se trouve devant le vernier afin de lire plus commodément sur les divisions ainsi grossies.

§ IV. — MESURE DES MASSES. BALANCE.

1. — On a décrit précédemment un peson à ressort permettant de mesurer les poids et en général toute force appliquée à l'extrémité libre du ressort.

En divisant l'effort indiqué sur la graduation par l'accélération de la pesanteur à l'endroit où l'on fait la mesure, on obtiendrait la masse.

On fait plutôt des mesures directes de masses, c'est-à-dire que l'on compare la masse des objets à la masse unité; comme on ne peut séparer la masse de l'accélération, on fait la mesure en comparant les poids au même endroit; l'accélération étant la même, le rapport des poids est égal au rapport des masses :

Par exemple, on veut peser un poids A au lieu où l'accélération de la pesanteur est g ; on a : $A = Mg$, M étant la masse du poids A .

Comparons au kilogramme de masse unité (m); le poids du kilog. est mg .

Par comparaison, on trouve : $A = p$ kilogr.

Donc $Mg = pmg$; d'où $M = pm$; on a donc ainsi comparé les masses, et le résultat est indépendant de l'accélération de la pesanteur, alors qu'avec le dynamomètre à ressort, il était nécessaire de la connaître, puisque le poids varie suivant la latitude et la hauteur du lieu d'observation.

L'appareil qui sert à la comparaison des poids, et par suite des masses, se nomme Balance.

2. *Balance.* — On ne décrira que la balance à fléau, seule précise et, par suite, seule employée dans les mesures en physique et en chimie; les autres balances : romaines, bascules, servent à effectuer de grosses pesées, avec une approximation grossière; leur étude est du ressort de la Mécanique Statique, car elle se ramène à une composition de forces parallèles.

La balance (fig. 9) comporte un fléau métallique allongé AA' , oscillant autour d'un point O ; à ses extrémités A, A' , pendent deux plateaux dans lesquels on met les poids à comparer.

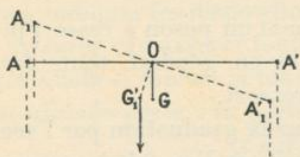


Fig. 9.

Quand la balance n'est pas chargée, le centre de gravité vient en G sur la verticale du point de suspension ; l'appareil est construit de manière que le fléau soit à peu près horizontal, et que les trois points AOA' soient en ligne droite.

Ceci posé, quelles sont les conditions auxquelles la balance doit satisfaire pour permettre les pesées ?

a) La balance étant vide, nous supposons le fléau AOA' horizontal, OG vertical ; nous mettons dans les plateaux des poids égaux ; pour que la balance nous donne une indication exacte, le fléau ne doit pas bouger ; il s'ensuit que la composante des deux poids égaux suspendus en A et A' doit passer sur OG : comme ces deux poids égaux constituent deux forces parallèles égales, leur composante a son point d'application au milieu de AA' . Donc, pour que la balance soit juste, il faut que les deux bras AO, OA' soient égaux.

b) *Équilibre.* — Il faut que, si le fléau se met à osciller, l'équilibre se rétablisse de lui-même dans la position primitive ; il faut donc pour cela que le point G soit au-dessous de O ; s'il était au-dessus, le fléau se renverserait ; s'il était en O , il y aurait équilibre dans toutes les positions ; il n'y a que dans le cas où G est au-dessous de O que le poids tend à le ramener à sa position primitive (fig. 9).

c) *Sensibilité.* — Si l'on place des poids inégaux dans les deux plateaux, le fléau s'incline et le poids de l'appareil appliqué en G , s'écartant de la verticale, fait équilibre à la différence des poids déposés dans les plateaux.

La balance sera d'autant plus sensible que l'inclinaison du fléau sera plus grande pour une même différence de poids ; cela se produira quand le poids de l'appareil appliqué en G_1 aura moins d'influence, par suite quand OG sera plus petit. Donc, une balance sera d'autant plus sensible que le centre de gravité de l'appareil sera plus rapproché du point de suspension.

En résumé, une balance juste et sensible aura les trois points AOA' en ligne droite — les bras OA , OA' égaux — le centre de gravité G sous le point de suspension O et près de ce point.

Pour réaliser ces conditions, les balances précises sont ainsi construites :

Le fléau F (fig. 10) est formé d'une lame métallique en forme de losange, de manière à offrir beaucoup de rigidité. La suspension est faite par des couteaux c d'acier trempé reposant sur un plan P d'agate.

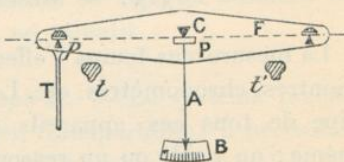


Fig. 10.

Il en existe un en avant du fléau, un autre en arrière. Le fléau oscille autour de l'arête du couteau. Aux extrémités, deux couteaux renversés soutiennent d'une manière analogue les plateaux suspendus à une tige T , au moyen de plans d'agate ou d'acier p .

Une longue aiguille A fixée sur le fléau se déplace devant un cadran divisé B , de façon à bien marquer les déplacements du fléau.

L'ensemble est placé dans une cage de verre pour éviter la poussière et les courants d'air ; en outre, quand l'appareil ne sert pas, le fléau ne repose pas sur le couteau c qui fatiguerait, mais sur deux tampons t et t' .

3. *Double pesée.* — Quelque précise que soit la construction, on ne peut arriver à rendre les deux bras du fléau absolument égaux ; toutes les pesées seraient donc entachées d'erreur. Borda corrigea cette défectuosité par la méthode de la double pesée.

Dans un des plateaux (fig. 11 a), on met le corps à peser A; et on amène l'aiguille au 0 au moyen d'une tare T placée dans l'autre plateau. Cela fait, on enlève A et on le remplace (fig. 11 b) par des poids

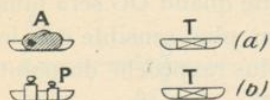


Fig. 11.

marqués P, de façon à ramener l'aiguille au 0. Dans les deux cas, l'appareil se trouve identiquement dans les mêmes conditions; comme la tare T n'a pas changé, c'est que

les poids P représentent le poids exact du corps A. On voit que cette méthode n'exige plus l'emploi d'une balance exacte, mais seulement une balance stable et sensible, ce qui se réalise plus facilement.

§ V. — MESURE DES TEMPS.

La mesure des temps s'effectue au moyen des horloges, montres, chronomètres, etc. Le principe de tous ces appareils est le même: un poids ou un ressort tend à faire tourner les aiguilles; mais cet appareil est bridé par un régulateur qui ne laisse tourner les aiguilles que suivant une vitesse déterminée.

L'appareil qui tend à faire tourner les roues dentées donnant le mouvement aux aiguilles n'a aucun intérêt au point de vue qui nous occupe; le seul intérêt réside dans le régulateur.

1. Régulateur par pendule. —

Un pendule P, généralement de forme lenticulaire, suspendu en un point B, peut osciller; et il entraîne au moyen d'une fourche *f*, qui embrasse sa tige, un arc de cercle A muni de deux crochets.

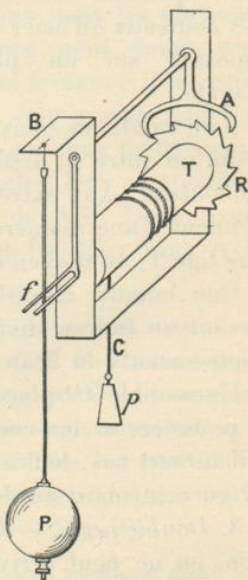


Fig. 12.

Cet arc se déplace dans le plan d'une roue à dents inclinées R . Un tambour T porte, enroulée, une corde c soutenant un poids p , qui tend à faire tourner le tambour; mais les dents de l'arc A accrochent celles de la roue R ; on peut voir sur la figure que, si, en oscillant, la dent de gauche libère une dent de la roue, celle de droite en arrête une autre. A l'oscillation inverse, ce sera la dent de droite qui libérera et celle de gauche qui accrochera.

En somme, la roue ne peut tourner que par à-coups réglés par le pendule; le mouvement du pendule est lui-même entretenu par le mouvement des dents de la roue R contre l'arc A .

En faisant varier la longueur du pendule, on donne au tambour la vitesse de rotation que l'on désire.

En raccourcissant la longueur de sa tige, on accélère le mouvement; en l'augmentant, on ralentit.

2. *Régulateur par ressort spiral.* — Le système précédent a l'inconvénient d'être peu transportable; il nécessite en effet un point d'appui fixe et l'immobilité complète de son support, afin de ne pas altérer le mouvement du balancier.

Aussi les montres, chronomètres, et tous les appareils transportables emploient-ils comme régulateur le ressort spiral; cet organe est visible sur toutes les montres en ouvrant le boîtier. Il se compose d'un ressort extrêmement fin enroulé en spirale et qui se tord et se détord périodiquement; cette période de torsion du ressort a la même importance que la période d'oscillation du balancier.

Le centre du ressort porte un système d'échappement qui permet la rotation par à-coups d'une petite roue, d'une façon analogue à celle que nous avons précédemment décrite.

Pour modifier cette période d'oscillation du ressort, on modifie sa longueur par son point d'attache au moyen d'un système de réglage portant une aiguille. En somme, le

fonctionnement, par son principe, est complètement analogue au cas d'un balancier.

Le ressort spiral doit être fabriqué avec soin; il doit être, autant que possible, fait d'une manière peu dilatable, de façon que sa longueur soit peu différente été comme hiver; autrement la marche changerait avec la température.

En outre, il ne doit pas être susceptible de s'aimanter, car, si l'on approchait la montre d'un champ magnétique puissant, les pôles d'une dynamo par exemple, l'aimantation des spires modifierait les battements du ressort et pourrait même arrêter complètement la marche.

§ VI. — ÉTUDE DES MOUVEMENTS RECTILIGNES. MOUVEMENTS PENDULAIRES.

1. *Appareil enregistreur Morin.* — Comme exemple d'appareil pouvant servir à l'étude d'un mouvement rectiligne, nous décrirons cet appareil qui a servi à l'étude de la chute des corps.

Un cylindre C tourne d'un mouvement uniforme autour

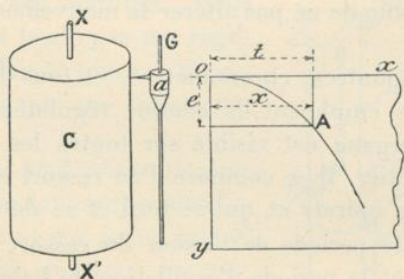


Fig. 13.

d'un axe XX' ; ce cylindre porte une feuille de papier enroulée sur sa surface et sur laquelle appuie un crayon porté par le corps a dont on veut étudier le mouvement.

Ce corps a est guidé rectilignement par un guide G .

Dans le cas de la chute des corps, on laisse a tomber librement.

L'inscription de la courbe effectuée, on déroule le papier; soit oy la génératrice verticale sur laquelle commence le mouvement.

Soit un point A de la courbe; à ce point correspond le temps t , durée du déroulement de la longueur x devant le crayon.

e est l'espace parcouru par le corps a ; cet espace, dans le cas de la chute des corps, est donné par l'équation :

$$e = \frac{g}{2} t^2.$$

La courbe ainsi inscrite est donc, dans ce cas, une parabole.

Cet appareil peut servir à enregistrer toutes sortes de mouvements rectilignes se produisant suivant une génératrice du cylindre.

2. *Mouvements pendulaires.* — Nous avons étudié le mouvement du pendule; on donne, par analogie, le nom de mouvements pendulaires à beaucoup de mouvements rectilignes ou angulaires, caractérisés par des oscillations de même durée ou isochrones.

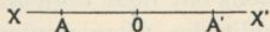


Fig. 14.

Soit une droite XX' et un mobile qui se déplace entre deux points $A A'$; le mouvement sera pendulaire si les durées de ces vibrations sont égales.

a) Ce mouvement est dit sinusoïdal, si la distance du mobile peut être à chaque instant représentée par :

$$x = a \sin vt,$$

ce qu'on écrit souvent : $x = a \sin 2\pi \frac{t}{T}$;

on voit que a représente la longueur $OA = OA'$; de plus,

Physique et chimie. — GILLE.

pour des temps différant de T ou d'un multiple de T , les x sont égaux.

Les vitesses et les accélérations sont aussi égales ; car elles sont les dérivées premières et secondes, et aussi de forme sinusoïdale :

$$v = \frac{2\pi}{T} a \cos 2\pi \frac{t}{T}$$

$$\gamma = - \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 a \sin \frac{2\pi t}{T}$$

T est la *période* du mouvement sinusoïdal.

Ce mouvement s'inscrit, sur l'appareil précédemment décrit, sous la forme d'un sinusoïde.

b) *Mouvement périodique amorti*. — Au lieu d'une sinusoïde régulière, l'inscription de certains mouvements donne une courbe qui s'aplatit de plus en plus ; le mouvement diminue d'amplitude quand le temps augmente.

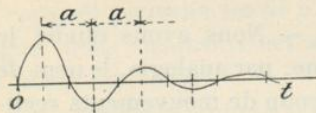


Fig. 15.

Mais l'intervalle a , entre les maximums successifs, reste le même ; les oscillations ont donc toujours une durée égale, mais avec des amplitudes décroissantes : c'est le cas du pendule, dont la résistance de l'air ralentit constamment le mouvement.

c) *Mouvements angulaires*. — On a vu que le pendule effectuait son mouvement en balayant avec son fil de suspension les angles BOA , AOB' . C'est un mouvement angulaire.

L'angle θ peut être exprimé parfois par un sinus :

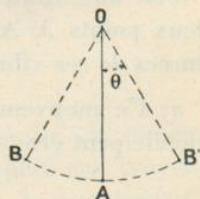


Fig. 16.

$$\theta = \theta_0 \sin \frac{2\pi t}{T} ; \quad \theta_0 = \widehat{B'OA} = \widehat{AOB}.$$

On a donc un mouvement angulaire sinusoïdal.

Parfois il se rencontre aussi sous la forme d'oscillations amorties, mais de durée constante ; tous ces mouvements sont analogues aux mouvements rectilignes, à condition de remplacer la longueur x par l'arc ou l'angle θ .

Ce genre de mouvements se trouve en particulier dans l'étude des inclinaisons du navire roulant en eau calme.
