

Nr. 5. Die Tangente in dem beweglichen Hyperbelpunkte P_1 trifft die Asymptoten in den Punkten U und U_1 . Welches ist der Ort für den Höhenschnittpunkt des Dreiecks OUU_1 ?

Nr. 6. Von zwei beliebigen Kräften $AB = r$ und $A_1 B_1 = r_1$, die in einer Ebene liegen, ist jede in zwei Komponenten pq und $p_1 q_1$ zerlegt. Die Komponenten $AD = q$ und $A_1 D_1 = q_1$ haben die Richtung der Verbindungslinie der Angriffspunkte A und A_1 und gleiche Grösse, aber entgegengesetzten Sinn. Wenn nun D und folglich auch D_1 die Gerade $A A_1$ durchlaufen, welches ist 1) der Ort des Schnittpunkts P der Richtungen der Komponenten $AC = p$ und $A_1 C_1 = p_1$, 2) der Ort des Schnittpunkts P_1 der Strahlen $B(D)$ und $B_1(D_1)$? Es soll ferner gezeigt werden, dass der 2. Ort durch die Mitte und den uneigentlichen Punkt von $A A_1$ geht.

Resultate.

Sphärische Trigonometrie.

Nr. 1. Die Winkel sind $63^\circ 26' 6''$, $39^\circ 13' 53''$; $127^\circ 45' 41''$.

Nr. 2. $\frac{2 \pi r \cdot 35^\circ 51' 28''}{360}$, $\frac{2 \pi r \cos \varphi \cdot 100}{360}$; Unterschied: 353,3 Meilen.

Nr. 3. $7^\circ 54' = 879,27$ km.

Nr. 3a. 13 576 km.

Nr. 4. $5^\circ 18' 37''$; $6^\circ 28' = 25 m 52 s$.

Nr. 4a. $79^\circ 50' 50''$; $132^\circ 24' 30'' = 8 h 49 m 38 s$.

Nr. 5. Entfernung = $23^\circ 14' 36''$; Kurs: N. $54^\circ 31' 40''$ W.

Nr. 5a. Entfernung = $7^\circ 2' 30'' = 422,5$ Seemeilen, Kurs: N. $68^\circ 14' 36''$ W.

Or. 6. $2 t_0 = 251^{\circ} 57' 54,6''$, Abendweite: $42^{\circ} 4' 14''$ N.
(7stellig).

Nr. 6 α . Um $68^{\circ} 25' 45''$, $2 t_0 = 14 h 21 m 8 s$.

Nr. 6 β . $\delta = 6^{\circ} 4' 44,3''$; Kulminationszeit = $15 h 17 m 53 s$; $t_0 = 12 h \pm 5 h 26 m 50,3 s$; $A_0 = 180^{\circ} \pm 79^{\circ} 43' 56''$; Morgenweite: $10^{\circ} 16' 4''$ N; Aufgangszeit: $8 h 44 m 43,3 s$; Untergangszeit: $21 h 51 m 2,7 s$.

Nr. 6 γ . t_0 der Sonne = $6 h 39 m 43,1 s$; h_k des Uranus: $43^{\circ} 1' 20''$, Kulminationszeit: $9 h 58 m 32 s$.

Nr. 6 δ . $\delta = 16^{\circ} 16' 43''$, $t_0 = 113^{\circ} 17' 24''$.

Nr. 6 ϵ . $\delta = h_k + q - 90^{\circ}$; $4 h 24 m 11,5 s$ w. Z., $4 h 20 m 28,5 s$ m. Z., $15 h 11 m 37 s$.

Nr. 6 ζ . $\delta = 19^{\circ} 48' 29'' - 6\frac{2}{3} (-18,8'')$, $15 h 53 m 1,2 s$.

Nr. 6 η . $t_0 = 7 h 16 m$; $q = 59^{\circ} 0' 15''$; $21^{\circ} 53' 4''$ N.

Nr. 6 θ . $\delta = 15^{\circ} 46' 56''$, $q_1 = 42^{\circ} 28' 53''$.

Nr. 6 ι . $\delta = \epsilon$; $1 h 28 m 55,9 s$

Nr. 6 κ . $q = 52^{\circ} 30' 39''$; O $14^{\circ} 47' 19''$ N.

Nr. 7 α . $h = -(q + r)$; $t_0 = 7 h 54 m 39 s$.

Nr. 7 β . $t_0 = 6 h 5 m 43,4 s$; $t_1 = 6 h 43 m 11,9 s$; $37 m 28,5 s$.

Nr. 7 β . $h = -(r + q - p)$; $6 h 51 m 2,3 s$ w. Z., $6 h 50 m 55,1 s$ m. Z.

Nr. 8. $h = 18^{\circ} 40' 14''$; $4,439 m$; S $75^{\circ} 33'$ O.

Nr. 8 α . $A = 104^{\circ} 27' 9''$; W $14^{\circ} 27' 9''$ N.

Nr. 9. $h = 30^{\circ} 33' 39''$; $25,4 m$.

Nr. 9 α . $4 h 48 m 14 s$ w. Z. = $4 h 52 m 46,5 s$ m. Z.
= $5 h 12 m 52,7 s$ MEZ; $h = 28^{\circ} 35' 23''$.

Nr. 10. $4 h 17 m 43,4 s + 9 h 22 m 15 s$; $A = 79^{\circ} 3' 34''$.

Nr. 11. $h_u = 31^{\circ} 48' 31''$; $A = 55^{\circ} 40' 40''$.

Nr. 12. $h_m = r - q + r + p$; $t = 5 h 53 m 23,4 s$;
 $39 m 57,4 s = 9^{\circ} 59' 21''$ (Ungenau).

Nr. 13. $\delta = 28^{\circ} 23' 13''$; $t = 3 h 35 m 47,5 s$; $\alpha = 1 h 49 m 12,5 s$.

Nr. 13 α . $\delta = 9^{\circ} 4' 54''$; $t = 2 h 12 m 1 s$.

Nr. 14. $\delta = 16^{\circ} 25' 11''$; $15 h 8 m 7,8 s$.

Nr. 15. $\alpha = 28^{\circ} 50' 25,5''$; $\delta = 15^{\circ} 14' 14''$, $2 t_0 = 14 h 40 m 4,4 s$.

Nr. 16. $\delta = 9^{\circ} 4' 59''$; $\lambda_{1,2} = 23^{\circ} 21' 28''$ und $180^{\circ} - 23^{\circ}$
14. April, 29. August (Mittelberechnung).

Nr. 17. $\delta = 0$, $t = 50^{\circ}$; $h = 22^{\circ} 27' 5''$; $\varphi = 53^{\circ} 32' 57''$; $A = 55^{\circ} 59'$, Schattenlage: O $34^{\circ} 1' N$.

Nr. 18. $\delta = 21^{\circ} 20' 3''$, $h = 50^{\circ} 31' 19''$.

Nr. 19. $\varphi = 53^{\circ} 33' 12''$.

Nr. 20. Stangenlänge = 17,32 m, $h = 29^{\circ} 37' 54''$; $A = - 90^{\circ}$, $\lambda = 88^{\circ}$; $\delta = 23^{\circ} 26' 6''$; $\varphi = 53^{\circ} 33' 7''$.

Nr. 21. Nur $\varphi = 0^{\circ}$.

Nr. 22. $h = - 50'$; $\varphi = 59^{\circ} 22' 3''$.

Nr. 23. $t = 22^{\circ} 29' 15''$; $\varphi = 32^{\circ} 54' 16''$ (oder $71^{\circ} 12' 40''$).

Nr. 24. $\delta = 3^{\circ} 0' 1,5''$; $\varphi = 53^{\circ} 33' 10''$ (oder $- 30^{\circ} 39' 22''$).

Nr. 25. $t = 35^{\circ} 1'$; $\delta = 9^{\circ} 13' 21''$; $t_0 = 6 h 50 m 47,7 s$.

Nr. 26. $h = - (r + \varrho)$; $\delta = 9^{\circ} 47' 34''$; Abendweite: $15^{\circ} 27' 3'' N$.

Nr. 27. t_1 des Sterns = 7 h; $\varphi = 53^{\circ} 57' 1''$.

Nr. 28. $\varphi = 57^{\circ} 21' 24''$.

Nr. 29. $\lambda = 102^{\circ}$; $\delta = 22^{\circ} 54' 28''$; $A = 65^{\circ} 48' 14''$,
N. $24^{\circ} 11' 46'' O$.

Nr. 30. Zeit der zweiten Beobachtung $t = 2 h 14 m 23,5 s$;
 $\varphi = 53^{\circ} 33' 11''$ (oder $- 17^{\circ} 34' 9''$).

Nr. 31. $h = 53^{\circ} 35' 24''$; 1 h 48 m 54,4 s w. Z., 1 h 50 m
19 s m. Z., 2 h 10 m 25,2 s MEZ.

Nr. 32. $\delta = 17^{\circ} 9' 43''$; $\lambda_{1,2} = 47^{\circ} 51' 27''$ und $180^{\circ} -$
 λ_1 . Datum: 9. Mai, 4. August.

Nr. 33. $\varphi = 53^{\circ} 32' 58''$; $\delta = 19^{\circ} 59' 58''$.

Nr. 34. $t = 2 h 51 m 43,5 s$; $\alpha = 9 - t$; $\lambda = 106$
 $0' 10''$. 8. Juli.

Nr. 35. $\varphi_{1,2} = \pm 69^{\circ} 18' 8,5''$; $\delta_{1,2} = \pm 10^{\circ} 41' 51,5''$.

Nr. 36. $\delta = 62^{\circ} 25' 28''$; $h = 65^{\circ} 9' 40''$.

Arithmetik und Algebra.

§ I. Kubische Gleichungen.

A. Rein kubische Gleichungen.

Nr. 1. Der gesamte Abstand ist $= \frac{1}{2}$.

Nr. 2. 15,957 cm ist der innere Radius.

B. Cardanische Formel.

Nr. 1. $4; 1 \pm i$. Nr. 2. $-11; -5 \pm 3i\sqrt{3}$. Nr. 3. $-5; 1 \pm i\sqrt{5}$. Nr. 4. $9; 6 \pm i\sqrt{7}$. Nr. 5. $7,5; \pm 3i$.
 Nr. 6. $5; 2 \pm 3i$. Nr. 7. $2; \frac{1}{2} \pm \frac{i}{2}\sqrt{11}$. Nr. 8. $7; -\frac{1}{2} \pm \frac{i}{2}\sqrt{11}$. Nr. 9. $3; -9 \pm 2i$. Nr. 10. $6; 3 \pm 2i$.
 Nr. 11. $R:r = 1,9506$. Nr. 12. $1,3171$ m. Nr. 13. Höhe $= 4$, Radius $= 5\frac{1}{8}$. Nr. 14. $3,3694$ dm; $4,059$ dm. Nr. 15. $r = 5; h = 4; M = 112,4; O = 219,21$. Nr. 16. $0,59608$.
 Nr. 17. $1,4305$. Nr. 18. $21; -15 \pm i\sqrt{423}$. Nr. 19. $6; -\frac{7}{2} \pm \frac{i}{2}\sqrt{123}$. Nr. 20. 10 . Nr. 21. $\frac{1}{2}; 1000$ $\mathcal{M}$. Nr. 22. $0,68237$ a. Nr. 23. $-\frac{4}{3}$ (Min.); $\frac{2}{3} \pm i\sqrt{3}$. Nr. 24. -3 (Min.); $\frac{1}{2}(3 \pm 5i\sqrt{3})$. Nr. 25. $4; \frac{5}{8}$. Nr. 26. $x_1 = 16, y_1 = -64$. Nr. 27. 1 (Min.)

C. Diskriminante $= 0$.

Nr. 1. $\sin x = \frac{\sqrt{6}}{6}; \frac{\sqrt{6}}{6}; -\frac{\sqrt{6}}{3}$. Nr. 2. $x_{1,2} = \frac{1}{2}; (x_3 = \frac{5}{2})$. Nr. 3. $y_1 = 4; y_{2,3} = -1$ (Berührung). $x_{1,2} = 37,079; 0,921$. Nr. 4. $x_1 = 3; (x_{2,3} = -6)$. Nr. 5. $0,0001; 100; 100$. Nr. 6. $x_{1,2} = 8; (x_3 = -4)$.

D. Irreduzibeler Fall.

Nr. 1. $3; 4; -2\frac{1}{2}$. Nr. 2. $\pm 0,7071; 6$. Nr. 3. $3,7321; 4; 0,2679$. Nr. 4. Höhe $= 1,0786$ r, Haube $= 578,95$. Nr. 5. $0,22608$. Nr. 6. 1 . Nr. 7. Radien: $3; 2,8836$; Höhen: $4; 4,3294$. Nr. 8. $0,78986$ r; $1,4845$ r. Nr. 9. $0,44909; 0,84402$. Nr. 10. $1; \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$. Nr. 11. Höhen: $0,17173; 0,903$; Radien: $0,98516; 0,42964$. Nr. 12. $0,6527; 2,8794$. Nr. 13. $1,1074; 5,823$.

Nr. 14. $2; 11,7082$, unbr., da > 8 . Nr. 15. $0,36603$ r.

Nr. 16. $9,1962, > 6$, also Lösung unmöglich.

Nr. 17. $2,0001; 5,7613$. Nr. 18. Grundlinien: $3,3723; 8$; Schenkel: $7,3139; 5$. Nr. 19. 57 .

Nr. 20. $\cos \varphi = 0,6527; (2,8794); -0,5321; \pm 49^\circ 15' 17'' + 2n\pi; 180^\circ \pm 57^\circ 51' 9'' + 2n\pi$.

- Nr. 21. $\frac{1}{3}$; 0,10462. Nr. 22. Ordinate = 1,1372 p .
 Nr. 23. $x_1 = 1$; $y_1 = 32$, Maximum; $x_2 = 3$, $x_3 = 4$;
 $y_2 = 0$, Minimum; $y_3 = -343$ Minimum. Nr. 24. 4, 5, — 3.
 Nr. 25. 2,8794 a ; 0,65271 a ; — 0,53209 a .
 Nr. 26. 0,26794 a ; 3,732 a ; — a . Nr. 27. $x_1 = 1$, $y_1 = 12$,
 Maximum; $x_2 = 4$, $y_2 = 8\frac{5}{8}$, Minimum; $x_3 = -5$, $y_3 = -9\frac{3}{8}$,
 Maximum. Nr. 28. 0,6527; 2,8794; — 0,5321.
 Nr. 29. 1; — 3,8541 zum Maximum, 2,8541 zum Minimum.
 Nr. 30. 1,5616 a ; (a ; — 2,5616 a). Nr. 31. p ; 0,61802 p .
 Nr. 32. 1,7091; 5,5639.

§ 2. Zinseszins- und Rentenrechnung.

- Nr. 1. 4,5576 $\%$. Nr. 2. Nachzuzahlende Summe: 24367 $\mathcal{M}$.
 Er hätte stiften müssen: 121665 $\mathcal{M}$. Stipendien: 7203,75 $\mathcal{M}$.
 Nr. 3. 168,45 $\mathcal{M}$. Nr. 4. 3,0811 Jahre. Nr. 5. 4 $\%$; 24976 $\mathcal{M}$.
 Nr. 6. 7,7537 Jahre.
 Nr. 7. 23,45 Jahre. Nr. 8. 571 010 $\mathcal{M}$; 19 986 $\mathcal{M}$. Nr. 9.
 432 940 cbm. Nr. 10. 853,22 $\mathcal{M}$. Nr. 11. 11,356 Jahre. Nr. 12.
 473,31 $\mathcal{M}$. Nr. 13. 37 156 $\mathcal{M}$. Nr. 14. 6 Jahre. Nr. 15. 14,439
 Jahre. Nr. 16. 133,35. Nr. 17. 700,62 $\mathcal{M}$. Nr. 18. 8,9504
 Jahre. Nr. 19. 16 135 $\mathcal{M}$; 16 141,02 $\mathcal{M}$; die Gesellschaft hat
 6,02 $\mathcal{M}$ Schaden. Nr. 20. 5 Jahre. Nr. 21. 1168,32 $\mathcal{M}$. Nr. 22.
 5683,30 $\mathcal{M}$. Nr. 23. 91,188 Vierteljahre; Rest nach 91 Viertel-
 jahren: 18 500 $\mathcal{M}$. Nr. 24. 13,025 Jahre; Rest nach 13 Jahren:
 24 $\mathcal{M}$. Nr. 25. 192,09 $\mathcal{M}$; 142,78 $\mathcal{M}$. Nr. 26. 6,2146 Jahre.
 Nr. 27. 3790 $\mathcal{M}$ (7stellig). Nr. 28. 11 962 $\mathcal{M}$. Nr. 29. Witwen-
 kasse: 22 827 $\mathcal{M}$; 15 443,60 $\mathcal{M}$; Schaden: 32,4 $\%$. Lebensver-
 sicherung: 26 932 $\mathcal{M}$; Schaden etwa 25 $\%$. Nr. 30. 10524,40 $\mathcal{M}$.
 Verlust der Gesellschaft: 9475,90 $\mathcal{M}$. Nr. 31. 113,69 $\mathcal{M}$. Nr. 32.
 936,62 $\mathcal{M}$. Nr. 33. 13 Jahre. Nr. 34. Rund 10 Jahre. Nr. 35.
 138 020 $\mathcal{M}$. Nr. 36. 626 000 $\mathcal{M}$. Nr. 37. 13 772,50 $\mathcal{M}$. Nr. 38.
 80 866 $\mathcal{M}$.

Analytische Geometrie.

- § 1. Nr. 1. $\lg \alpha = 4,5$; $\alpha = 77^\circ 28' 16''$. Nr. 2. Gerade
 mit den Achsenabschnitten: $(a^2 - b^2) : 4a$; $(a^2 - b^2) : 4b$.
 Nr. 3. $OX \parallel L : y - x = 2a$.

§ 2. Nr. 1. Pole : $-\frac{a_{1,2,3} r^2}{b_{1,2,3}}; + \frac{r^2}{b_{1,2,3}}$. Verbindungsstr.
 $\frac{r^2}{b_1 b_2} \sqrt{(b_1 - b_2)^2 + (a_2 b_1 - a_1 b_2)^2}$. Dreiecksinhalt = $\frac{r^4}{b_1 b_2 b_3}$
 $[a_1 (b_3 - b_2) + a_2 (b_1 - b_3) + a_3 (b_2 - b_1)]$.

Nr. 2. $[x - (r^2 - a^2) : a]^2 + y^2 = r^2 (r^2 - a^2) : a^2$.

Nr. 3. $BC : X$ -Achse, B : Anfangspunkt $[x + a : (m^2 - 1)]^2 + y^2 = a^2 m^2 : (m^2 - 1)^2$.

Nr. 4. Ebenso. $x^2 + (y - am : 2n)^2 = (am : 2n)^2$.

Nr. 5. Ebenso. $[x - a(q + 1) : 2]^2 + y^2 = [a \sqrt{q^2 - 1} : 2]^2$.

Nr. 6. Ebenso. $(x - a)^2 + (y - an : 2)^2 = (an : 2)^2$.

Nr. 7. Ebenso. $(x - a : 2)^2 + (y + a \cot \beta : 2)^2 = (a : 2 \sin \beta)^2$.

Nr. 8. Ebenso. $(x - a : 2)^2 + y^2 = 2 s^2 - \frac{9}{4} a^2$.

Nr. 9. $(x - 5a : 16)^2 + y^2 = (3a : 4)^2$.

Nr. 10. $x^2 + (y - r : 2)^2 = (r \sqrt{5} : 2)^2$.

Nr. 11. $(x - p : 2)^2 + y^2 = (p : 2)^2$.

§ 3. Nr. 1. $\frac{y}{2} (x + \frac{p}{2}) = 4 \sqrt{3}$. Nr. 2. Segment = $2 p \sqrt{3}$, Höhe des Dreiecks = $2 p \sqrt{3}$. Nr. 3. Koordinaten des 2. Endpunktes: $2(1 + \sqrt{5})$, $2 \sqrt{2(1 + \sqrt{5})}$. Segment = $\frac{2}{3} \sqrt{2}$. $(1 + \sqrt{5})^{\frac{3}{2}}$. Nr. 4. Scheitelabstand der kl. Grundl. $z = a^2 h : (b^2 - a^2)$; Parameter = $(b^2 - a^2) : h$. Parabelgleich.: $y^2 = 2 p (x + z)$. Nr. 5. Quadratseite: $2 p \sqrt{2}$; Segment: $2 p^2 : 3$. $\tan \alpha = 4 : 3$. Nr. 6. $x_{1,2} = \frac{p}{2} (7 \pm 4 \sqrt{3})$; $y_{1,2,3,4} = \pm p \sqrt{7 \pm 4 \sqrt{3}}$; $\alpha_1 = \pm 15^\circ$ $\alpha_2 = \pm 75^\circ$. Nr. 7. $x_{1,2} = 3 p : 2$; $y_{1,2} = \pm p \sqrt{3}$. Nr. 8. $y_1 y_2 = -p^2$ oder $\frac{p}{y_1} \cdot \frac{p}{y_2} = -1$ liefert den Beweis für das Rechteck. Für T und M ist $y = (y_1 + y_2) : 2$, also $TM \parallel OX$.

Nr. 9. $SO = h : 2$; $2 p = 2 a^2 : 3 h$; Parabelgleichung: $y^2 = 2 p (x + h : 2)$; Gleichungen der Tangenten in A, B : $\pm y : \frac{2}{3} a - x : 2 h = 1$. Nr. 10. —

Nr. 11. Scheitel: Anfangspunkt, Halbierungslinie: OX , $y^2 = (s \sqrt{3} : 3) (x - s \sqrt{3} : 4)$. Nr. 12. $y^2 = 4 p (x + p : 2)$. Nr. 13. $AB : X$ -Achse, $AD : F$ -Achse, $y^2 = b^2 x : a$. Nr. 14. Mittelp.: O , Durchmesser : OX . $x^2 = -2 r (y - r : 2)$. Nr. 15. $B : O$,

$BC : X\text{-Achse}, y^2 = 2a(x - a : 2)$. Nr. 16. $L : X\text{-Achse}, AO \perp L : Y\text{-Achse}, OA = a; x^2 = ay$. Nr. 17. $BC : X\text{-Achse}; BA : Y\text{-Achse}. (y - c)^2 = c^2 x : a$. Nr. 18. $OA : X\text{-Achse}, OC : Y\text{-Achse}. y^2 = -2r(x - r : 2)$. Nr. 19. $y^2 = (p : 2)(x - \frac{p}{2})$. Nr. 20. $y^2 = (-b^2 : a)(x - a)$.

§ 4. Nr. 1. Achsen: Diagonalen, Halbachsen: $D : 4; (d : 4) \sqrt{3}$. Koordinaten der Berührungspunkte: $+ D : 8, \pm 3d : 8; e = (\sqrt{D^2 - 3d^2}) : 4$. Nr. 2. Ebenso. Koordinaten der Berührungsp.: $\pm Dd : 2(D + d); (a) = \frac{D}{3} \sqrt{d : (D + d)}, (b) = \frac{d}{2} \sqrt{D : (D + d)}$. Nr. 3. Halbachsen: $\sqrt{l(k + l)}, \sqrt{k(k + l)}$. Nr. 4. $(a^2) = (F^2 + FW) : 2\pi^2 l^2, (b^2) = (F^2 - FW) : 2\pi^2 k^2, W = \sqrt{F^2 - 4\pi^2 k^2 l^2}$. Nr. 5. (a) und $(b^2) = (r^2 : s^2)(2r^2 \pm \sqrt{4r^4 - s^4})$. Nr. 6. $(a^2) = (2l^2 + k \pm k\sqrt{k^2 + 4l^2}) : 2; (b^2) = (k^2 \pm k\sqrt{k^2 + 4l^2}) : 2$; Gleich. der 4 Tangenten; $\pm (xl : a^2) \pm (yk : b^2) = 1$. Nr. 7. $a' = av = k; b' = bv = l; v = \sqrt{2} : 2$; Flächenverhältnis: $2 : 1$. Nr. 8. $x = \pm a^2 : \sqrt{a^2 + b^2}; y = \pm b^2 : \sqrt{a^2 + b^2}$. Inhalt: $2(a^2 + b^2)$. Nr. 9. $\pm (a : 2) \sqrt{2}; \pm (b : 2) : \sqrt{2}$; Diagonalen: $2a \sqrt{2}; 2b \sqrt{2}$ Inhalt: $4ab$.

Nr. 10. Mittelpunktsleichung: $x^2 : \frac{c^2}{12} + y^2 : \frac{h^2}{9} = 1$.

Nr. 11. $x^2 + 2y^2 = r^2 \sqrt{2}. \pm r \sqrt{\sqrt{2} - 1}; \pm r \sqrt{2 - \sqrt{2}}$.

Nr. 12. $J = 4a^3 b^2 e \sin^3 \varphi : (a^2 \sin^2 \varphi + b^2 \cos^2 \varphi)^2$.

Nr. 13. $(e : a)(a^2 + e^2)$. Nr. 14. y für C und $C_1 : b^2(a \mp x_1) : ay_1$; Produkt: b^2 . Nr. 15. x und y des 2. Schnittpunktes: $2a^2 e : (a^2 + e^2), b^3 : (a^2 + b^2)$. Nr. 16. Achsen; Schenkel des R, a und b Streckenabschnitt, a an $Y\text{-Achse}$. Ort: $x^2 : a^2 + y^2 : b^2 = 1$. Nr. 17. $(x - e : 2)^2 : (e : 2)^2 + y^2 : (be : 2a)^2 = 1$. Nr. 18. $(x^2 : a^2) + [y^2 : (a^2 : b)] = 1$. Nr. 19. $x^2 + \frac{2}{3}xy + y^2 - \frac{2}{3}ax - \frac{2}{3}ay - \frac{a^2}{3} = 0$. Koord. transform $< \alpha = 45^\circ. (x' - a\sqrt{2} : 4)^2 : (a\sqrt{6} : 4)^2 + y'^2 : (a\sqrt{3} : 2)^2 = 1$. Nr. 20. $OA : X\text{-Achse}, OC : Y\text{-Achse}. x^2 : (b : 2)^2 + [y - (a : 2)]^2 : \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 1$. Nr. 21. $x^2 : (a\sqrt{2} : 2)^2 + y^2 : (b\sqrt{2} : 2)^2 = 1$. Nr. 22. Ellipse mit den Halbachs. $: a\sqrt{2} : 3, b\sqrt{2} : 3$.

Nr. 23. $x^2 : a^2 + y^2 : (a : 2)^2 = 1$. Nr. 24. $x^2 : (a : 2)^2 + y - b : 2)^2 : (b : 2)^2 = 1$. Nr. 25. $(x^2 : a^2) + (y^2 : b^2) = 1$. Nr. 26. $(x^2 : a^2) + [y^2 : (a^2 : b)^2] = 1$. Nr. 27. Brennpunktpolare: $x = a^2 : e$; Koordinaten von C : $a^2 : e, b$; Richtungskonst. von BF, CF : $-\frac{b}{e}, +\frac{e}{b}$. Nr. 28. r des Kreises: $\sqrt{ab}$.

Gleich. der 4 Tangenten: $y = \pm x \sqrt{b : a} \pm \sqrt{b(a+b)}$, Koord. der Berührungsp. mit Ell.: $\sqrt{a^3 : (a+b)}, \sqrt{b^3 : (a+b)}$, mit Kreis: $\sqrt{ab^2 : (a+b)}, \sqrt{a^2b : (a+b)}$.

§ 5. Nr. 1. $(a^2) = D^2 (4 D^2 + d^2)$; $(b^2) = 3 D^2 d^2 (D^2 + d^2)$. Nr. 2. Der Punkt hat $y = e^2 : 2a$. Nr. 3. $y = 6 \sqrt{5}; e = 5$, $tg \varphi = 2 e y_1 : (x_1^2 - e^2 + y_1^2) = 60 \sqrt{2} : 191$. Nr. 4. Koord. der Schnittp.: $(a : 2b) (y_1 + bx_1 : a), (y_1 + bx_1 : a) : 2$ und $(a : 2b) : (bx_1 : a - y_1), -(bx_1 : a - y_1) : 2$; Richtungskonstante ihrer Verbindungsli.: $b^2 x_1 : a^2 y_1$. Nr. 5. $y = Mx + n, M = \pm \sqrt{15} : 3; n = \pm 2r \sqrt{6} : 3$. Nr. 6. Berührungspunkt: 0, Zentrale: x Achse. $(x + r : 3)^2 : (2r : 3)^2 - y^2 : (2r \sqrt{3} : 3)^2 = 1$. Nr. 7. $(x + p : 4)^2 : (p : 4)^2 - y^2 : (p : 2)^2 = 1$. Nr. 8. Ist $a > b$, so ist der Ort: $(x - a : 2)^2 - (y - b : 2)^2 = 1 = (a^2 - b^2) : 4$. Nr. 9. $(x + 3p : 2)^2 - y^2 = (p \sqrt{2})^2$. (Für $\alpha = 45^\circ, 135^\circ$). Nr. 10. $x^2 : (e^2 : 2a)^2 - y^2 : (e^2 - 2b)^2 = 1$. Nr. 11. $(x + a \sqrt{2})^2 : (2a^2 - y^2 : (a \sqrt{2})^2 = 1; 2a \sqrt{2}$ und $\pm a \sqrt{7}$. Nr. 12. Für $y^2 - x^2$ ist $x^2 : (d \sqrt{6} : 3)^2 - (x - d : 3)^2 : (d \sqrt{2} : 3)^2 = 1$. Für $x^2 - y^2$ ist: $(x - d)^2 : (d \sqrt{2})^2 + y^2 : (d \sqrt{2} : 3)^2 = 1$. Nr. 13. $x^2 : (e^2 : a)^2 - y^2 : (e^2 : b)^2 = 1$.

§ 6. Nr. 1. $x^2 - y^2 = a^2; y^2 = -2b^3 x : a^2$.

§ 7. Nr. 1. $(x + y^2)^2 - 2c^2 (x^2 - y^2) = 0$. Polargleich.: $\varrho = c \sqrt{2 \cos(2\alpha)}$. Lemniskate.

Differentialrechnung.

§ 1. Nr. 1. $x = a; A = \sqrt{6} : 4$. Nr. 2. 0. Nr. 3. 1 : 2. Nr. 4. 14 : 3 $(4 - \pi)$. Nr. 5. $-2 : 9$. Nr. 6. $x = 4; 5 : 6$. Nr. 7. $x = 60^\circ; 11 : 5$. Nr. 8. $y = 1, y' = \frac{1}{2}; y'' = \infty$.

§ 2. α) Nr 1. 1. Teil. Abschn. der Ger. auf den Schenkeln $2a, 2b$, Dreiecksinhalt $2ab$. 2. Teil. $a + \sqrt{ab}, b + \sqrt{ab}$; Kathetensumme: $a + b + 2\sqrt{ab}$. Nr. 1α . 1. Teil. $2a, 2b; 2ab \sin \alpha$. 2. Teil wie Nr. 1, 2. Teil. Nr. 2. Die Hälfte des zur gesuchten Sehne gehörigen Zentriwinkels ist $\frac{\alpha}{3}$ oder $\frac{2R - \alpha}{3}$ (mit Hülfe der gleichs. Hyperbel zu konstr.), der Trapezinhalt im 1. Fall: $r^2 \sqrt{2} : 2$ für $2\alpha = 135^\circ$. Nr. 3. $x = a$. Nr. 4. Halbe, kleinere Grundlinie $= r$, Trapezhöhe $= r\sqrt{3} : 2$, nicht parallele Seiten $= r$, Umfang $= 5r$. Nr. 5. Die Türhöhe wird: $(\sqrt[3]{l^2} - \sqrt[3]{a^2})^{\frac{3}{2}}$. Nr. 6. $(\sqrt[3]{a^2} + \sqrt[3]{b^2})^{\frac{3}{2}}$ (mit Hülfe zweier Parabeln oder einer Parabel und einer Hyperbel zu konstruieren). Nr. 7. Grundlinie: $r\sqrt{3}$, Höhe: $\frac{3}{2}r$. Dr. gleichs. J. $= \frac{3}{4}r^2\sqrt{3}$.

β) Nr. 1. Prismenhöhe: $\frac{h}{3}$, Volumenverhältn.: $9 : 4$. Nr. 2. Grundkante: $2r : 3$; Höhe: $h : 3$; Volumenverh.: $2\sqrt{3} : 3\pi$. Nr. 3. Abstand: $r : 3$; Seite der Grundfl.: $4r : 3$, Vol.: $64r^3 : 81$. Nr. 4. 1. Teil. Pyrhöhe: $r : \sqrt{2}$. 2. Teil. Pyrhöhe (aus kubischer Gleichung.): $1,2622r; 1,654r; (-1,9162r)$. Nr. 5. Radius $\sqrt[3]{J : \pi}$; Durchmesser = Dicke. Nr. 6. Radius $=$ Höhe $= \sqrt[3]{1 : \pi} = 0,68279 \text{ dm}$. Nr. 7. 1. Teil. $r = \sqrt[4]{M^2 : 3\pi^2}$ $h = \sqrt[4]{4M^2 : 3\pi^2}$. 2. Teil. $r = \sqrt[6]{9V^2 : 2\pi^2}$; $h = \sqrt[6]{6V : \pi}$. Nr. 8. $r = s\sqrt{6} : 3$, $h = s\sqrt{3} : 3$. Nr. 9. Radien: $2s\sqrt{6} : 3$, $s\sqrt{6} : 3$; Höhe: $s\sqrt{3} : 3$; $V = 14\pi\sqrt{3}$; $O = 3\pi(10 + 3\sqrt{6})$; $\cos \alpha = \sqrt{6} : 3$, $\alpha = 35^\circ 15' 52''$. Nr. 10. Beide Radien $= b : 2$; Seitenlinie $=$ Höhe $= a : 2$. Nr. 11. $r = \sqrt[6]{9P^2 : 2\pi\sigma^2}$. Nr. 12. $cr\sqrt{r} : (r\sqrt{r} + R\sqrt{R}) = 9\frac{1}{2}$. Nr. 13. 1. Teil. Rad. $= 2r : 3$; Höhe $= h : 3$; Vol. $= 4\pi r^2 h : 27$. 2. Teil. Rad. $= r : 2$; Höhe $= h : 2$; Mantel $= \pi h r : 2$.

Nr. 14. Höhe $= a(1 + \sqrt{7}) : 6$, Vol. $= \pi a^3(10 + 7\sqrt{7}) : 162$. Nr. 15. Beide Höhen $= h : 2$; Mäntelsumme $= 2\pi r\sqrt{h^2 + (r : 2)^2}$. Nr. 16. $r\sqrt{6(3 + \sqrt{3})} : 6$; Vol. $=$

$\pi r^3 \sqrt{6(3 + \sqrt{3})} : 9$. Nr. 17. Rad. $= r \sqrt{2} : 2$; Höhe $= r \sqrt{2}$; Mantel $= 2 \pi r^2$.

Nr. 18. Rad. $= r \sqrt{6} : 3$; Höhe $= r \sqrt{3} : 3$; Vol. $= 2 \pi r^3 \sqrt{3} : 27$. Nr. 19. Rad. $= r \sqrt{1 + \sqrt{2}}$; Höhe $= r(2 + \sqrt{2})$; $O = \pi r^2 (3 + 2 \sqrt{2})$; $V = \pi r^3 (4 + 3 \sqrt{2}) : 3$. Nr. 20. Eingeschn. Kgl. Rad. $= 2 r \sqrt{2} : 3$; Höhe $= 4 r : 3$; Vol. $V_1 = 32 \pi r^3 : 81$. Umschr. Kgl. Rad. $= r \sqrt{2}$; Höhe $= 4 r$; Vol. $V_2 = 8 \pi r^3 : 3$. $V_1 : V_2 = 4 : 27$. Nr. 21. Rad. $= 2 r \sqrt{3} : 3$; Höhe $= r \sqrt{3} : 3$; Vol. $= 8 \pi r^3 \sqrt{3} : 27$. Nr. 22. Rad. $= r : 3$; Höhe $= 2 r \sqrt{2} : 3$; Seitenlinie $= 2 r \sqrt{3} : 3$; Mantel $= 8 \pi r^2 \sqrt{3} : 9$. Nr. 23. Vollkugel mit Rad. $= m \sqrt[3]{6} : 2$. Nr. 24. Halbkugel mit Rad. $= \sqrt{K} : 2 \pi$. Nr. 25. Kugelrad. $= \frac{r(s + r)}{2h}$, wenn $s = \sqrt{h^2 + r^2}$. Nr. 26. Zylhöhe. $= r(-1 + \sqrt{13}) : 6$; Kegelhöhe $= r(7 - \sqrt{13}) : 6$; Gesamtvol. $= \pi r^3 (1 + \sqrt{13}) : 162$. Nr. 27. Zylhöhe. $= 2 r : 3$; Rad. $= r \sqrt{5} : 3$; Inhaltsunterschied $= 25 \pi r^3 : 81$. Nr. 28. Grösster Kegel: Rad. $= 2 r \sqrt{2} : 3$; Höhe $= 4 r : 3$; $V_1 = 32 r^3 \pi : 81$. Gröst. Zyl. Rad. $= r \sqrt{6} : 3$; Höhe $= 2 r \sqrt{3} : 3$; $V_2 = 4 r^3 \pi \sqrt{3} : 9$. Ist V_3 das Kugelvolumen, so ist $V_1 : V_3 = 8 : 27$; $V_2 : V_3 = 1 : \sqrt{3}$. Nr. 29. Ges. Abstand $= 18 h : 23$.

γ . Nr. 1. Abszisse $= a : 3$; Dreieckinhalt $= 2 a \sqrt{6ap} : 9$. Nr. 2. Länge der 2. Sehne: $2 y_1 : 3$; Abstand vom Scheitel $y_1^2 : 18 p$; Trapezinhalt: $16 y_1^3 : 27 p$. Nr. 3. AB : X -Achse, Mittellot OS : Y -Achse; S : o, h ; DC Paralleelsehne; C : x, y ; $x = a : 3$, $y = 8 h : 9$; Fläche $= 32 ah : 27$. Nr. 4. Sehne $2 p$, senkrecht zur Achse. Nr. 5. Ordinate $b : 2$; Abszisse: $a : 4$; Inhalt: $5 ab : 8$. Nr. 6. Ist $r_1 > r_2$, so sind die Radvekt. d. P.: $2 a r_1 : (r_1 - r)$, $2 a r_1 : (r_1 + r)$; Abszisse: $a^2 (r_1 + r_2) : e (r_1 - r_2)$. Nr. 7. Kl. Grdl.: a ; Höhe: $b \sqrt{3} : 2$; Fläche: $3 ab \sqrt{3} : 4$. Nr. 8. Eckenkoord.: $\pm a \sqrt{2} : 2$ und $\pm b \sqrt{2} : 2$; Inhalt: $2 ab$. Nr. 8₂. Eckenkoord.: $\pm a^2 : \sqrt{a^2 + b^2}$ und $\pm b^2 : \sqrt{a^2 + b^2}$; Umfang: $4 \sqrt{a^2 + b^2}$. Nr. 9₁. $r = b \sqrt{6} : 3$; $h = 2 a \sqrt{3} : 3$; $V = 4 \pi ab^2 \sqrt{3} : 9$. Nr. 9₂.

$r = a \sqrt{6} : 3$; $h = 2 b \sqrt{3} : 3$; $V = 4 \pi a^2 b \sqrt{3} : 9$.
 Nr. 10. Koord. von M und N : $\pm a^2 : \sqrt{a^2 + 4 b^2}$, $\pm 2 b^2 : \sqrt{a^2 + 4 b^2}$. Nr. 11. Koord. von M und N : $\pm a \sqrt{2} : 2$, $b \sqrt{2} : 2$, Inhalt: $ab : 2$. Nr. 12. P (im 1. Quadr.): $a \sqrt{2}$, $b \sqrt{2}$; Inhalt: $ab \sqrt{2} : 2$.

Nr. 13. Koord. d. ges. P.: $\pm a \sqrt{3} : 2$; $b : 2$; Fläche: $3 ba \sqrt{3}$. Nr. 14. Dreieckshöhe: $b^2 : e$; Richtungskont. d. Brennstrahlen: A , — $b^2 : a^2 A$, wenn $A = + b : a$; Fläche = $b^5 : ae^2$. Nr. 15. $\pm a \sqrt{2} : 2$; $b \sqrt{2} : 2$. Nr. 16₁. Koord. der Ecken: $\pm a \sqrt{3} : 3$, $\pm b \sqrt{6} : 3$, Zylvol.: $V_1 = 4 \pi ab^2 \sqrt{3} : 9$, V_2 des Ellipsoids = $4 \pi ab^2 : 3$; $V_1 : V_2 = 1 : \sqrt{3}$. Nr. 16₂. Koord. der Ecken: $\pm a \sqrt{2} : 2$, $\pm b \sqrt{2} : 2$; Zylindermantel: $2 \pi ab$.

δ) Nr. 1. $x_1 = 9$, $y_1 = \text{Max.}$, $x_2 = -3$, $y_2 = \text{Min.}$. Wendepunkte haben die Abszisse: 0 , $3 (3 \pm \sqrt{33}) : 4$. Nr. 2. $x_1 = 7$, $y_1 = -32\frac{2}{3} \text{ Min.}$; $x_2 = 1$, $y_2 = 3\frac{1}{3} \text{ Max.}$ $x_3 = 4$, $y_3 = -14\frac{2}{3}$ ist Wendep. A der Wendetgt.: — 9 . Nr. 3. $q = -(a^4 - e^2 x^2)^{\frac{3}{2}} : a^4 b$. $q = \text{Max.} = a^2 : b$ für $x = 0$, $y = + b$; $q = \text{Min.} = b^2 : a$ für $x = + a$, $y = 0$.

ε) Nr. 1. $x = a \sqrt[3]{2}$, $u = a \sqrt[3]{4} \text{ Max.}$

ζ) Nr. 1. $x = o$, $x_1 = o$. $y = h$, $y_1 = o$, Min.; $x = 18 r : 23$, $x_1 = 12 r : 23$, $y = 5 h : 23$, $y_1 = 6 h : 23$, Max. Nr. 2. $x = (2 cd - be) : (b^2 - 4 ac)$, $y = (2 ae - bd) : (b^2 - 4 ac)$. Max., wenn $a < o$, Min., wenn $a > o$ und $4 ac - b^2 > o$ ist.

η) Nr. 1. $x = c \sqrt{m} : (\sqrt{m} + \sqrt{m_1})$. Nr. 2. $a \sqrt{2} : 2$.

§ 3. Nr. 1. $x_1 = 0,0995057 = 5^\circ 42' 4''$, $x_2 = -20,0995057 = -(71^\circ 37' 5'' + 8 \pi)$. Nr. 2. $l \sqrt{1+x} = \frac{1}{2} (x - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} - \frac{x^4}{4!} + \dots)$. Nr. 3. $\cos \left(\frac{\pi}{4} - x \right) = \frac{\sqrt{2}}{2} (1 + x - \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots)$. Nr. 4. $1 : \sqrt{1-x} = 1 + \frac{x}{2 \cdot 1!} + \frac{1 \cdot 3 \cdot x^2}{2^2 \cdot 2!} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot x^3}{2^3 \cdot 3!} + \dots$ Nr. 5. $y = 1 - \frac{(2x)^2}{2!} + \frac{(2x)^4}{4!} - \frac{(2x)^6}{6!} + \dots$

— . . . Nr. 6. $l \cos x = - \frac{x^2}{2!} - \frac{2x^4}{4!} - \dots$ Nr. 7.

$l(a + bi) = \frac{1}{2} l(a^2 + b^2) + i [\arctg(b : a) + 2k\pi].$

§ 4. Nr. 1. $x = e, y = \frac{1}{e}$ Max. Nr. 2. 45° . Nr. 3. $x =$

$\sqrt[3]{2}, y_1 = -2, y_{2,3} = +1, < \alpha_1 = 180^\circ - 46^\circ 37' 18'', <$

$\alpha_2 = 90^\circ. x = \sqrt[3]{2}, y_{2,3} = +1$ Rückkehrp. 1. Art. Nr. 4.

$x = y = \frac{r}{2} \sqrt[3]{2}, \alpha = 135^\circ.$

§ 5. Nr. 1. $x = (\sqrt[3]{9} - 1)^2, y = \sqrt[3]{2} (\sqrt[3]{9} - 1).$

Nr. 2. $x = \frac{3}{2} p, y = \pm p \sqrt[3]{3}, \alpha = \pm 30^\circ.$

§ 6. Nr. 1. $xy = \frac{f}{2}$ oder durch Transformation $x'^2 - y'^2$

$= f$. Nr. 2. $y^2 = -4ax$. Nr. 3. $y^2 = 2p \left(x + \frac{p}{2}\right)$

Nr. 4. $x^2 : a^2 - y^2 : c(c + 2a) = 1.$

§ 7. Nr. 1 bis 23. Die Resultate lassen sich nicht auf engem Raum zusammenbringen.

Man hat zu bestimmen, ob die Kurve zu einer oder zu beiden Koordinatenachsen symmetrisch liegt; in welchen Quadranten sie liegt; welche Scheitelpunkte sie mit den Achsen hat; welche Max. und Min. der Ordinaten vorkommen; welche Wendepunkte; Richtungskonstanten der Tangenten in den Achsenschnittpunkten und den Wendepunkten; Asymptoten; Vorzeichen des 1. Diffqu. innerhalb der durch Max., Min. und Asymptoten bestimmten Grenzen; Vorzeichen des 2. Diffqu. innerhalb der durch Wendepunkte und Asymptoten bestimmten Grenzen; Krümmungsradien in den Max. und Min.; Eigenschaften von Subnorm. und Subtang., Flächenstücke zwischen Kurve und x -Achse u. a.

Integralrechnung

Nr. 1. $y^3 = x^3 + a^3$. Wendepunkte: $x = 0, y = a$ ($y'' = 0, y' = 0$), $x = -a, y = 0$ ($y'' = \infty, y' = \infty$). Nr. 2. $a^2 : 10; \pi a^3 : 84$. Geometrie der Lage. Die Lösungen lassen sich nicht in knapper Form zusammenstellen.