

Geometrischer Anschauungs- und Zeichen-Unterricht

für die

Quinta höherer Lehranstalten

von

Dr. H. Börner

Direktor des Realgymnasiums zu Elberfeld.

1. Beilage zum Oster-Programm 1887.

1887. Progr. Nr. 446.

Gedruckt bei Sam. Lucas in Elberfeld.

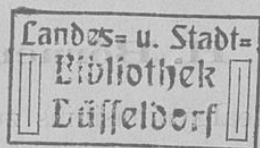
Leh. Pr.
20 - *96*
5 (1887)

Geometrischer

S. Pr. 20

Anschauungs- und Zeichen-Unterricht

Quinta höherer Lehranstalten



05.15.12.

Vorbemerkung.

Da der geometrische Unterricht in der Quinta auf den in Quarta beginnenden wissenschaftlichen Unterricht nur vorbereiten soll (vgl. revidierte Lehrpläne vom 31. März 1882), so kann eine Aneignung der Erklärungen, Lehrsätze u. s. w. dem hier gegebenen Wortlaute nach nicht in der Absicht des Verfassers liegen. Es genügt dem angegebenen Zwecke vollständig, wenn die geometrischen Begriffe und Wahrheiten auf inductivem Wege durch Anschauen, Zeichnen und Rechnen gefunden und abgegrenzt werden. Dem tüchtigen Lehrer wird es gelingen, mehr zu leisten und die Schüler mit dem Fortschreiten der Erkenntnis immer mehr an eine strenge Fassung ihrer Aussagen (nach dem Muster des hier Gegebenen) zu gewöhnen. Sollte der Stoff für Quinta zu umfangreich sein, so wird es im Interesse des anschliessenden wissenschaftlichen Unterrichts liegen, wenn die erste Zeit in Quarta noch auf seine Erledigung verwandt wird.

Elberfeld, im Januar 1887.

Dr. Börner.

Vorbemerkung.

Da der geometrische Unterricht in der Quinta auf den in Quinta begrenzenden wissenschaftlichen Kenntnissen nur vorbereiten soll (vgl. theoretische Lehrpläne vom 31. März 1882), so kann eine Ausdehnung der Lehrlinien, Lehrstoffe u. s. w. dem hier gegebenen Wortlaut nach nicht in der Absicht des Verfassers liegen. Es genügt dem angegebenen Zweck vollständig, wenn die geometrischen Begriffe und Wahrheiten auf induktivem Wege durch Anschauen, Zeichnen und Rechnen gefaßt und abgegränzt werden. Dem richtigen Lehrer wird es gelingen, mehr zu leisten und die Schüler mit dem Fortschreiten der Erkenntnis immer mehr an eine strengere Fassung ihrer Aussagen (nach dem Maasse des hier Gegebenen) zu gewöhnen. Sollte der Stoff für Quinta zu umfangreich sein, so wird es im Interesse des anschließenden wissenschaftlichen Unterrichts liegen, wenn die erste Zeit in Quinta noch auf seine Befähigung verwendet wird.

Essefeld, im Januar 1887.

Dr. Bötner.

I. Kugel und Kreis.

§ 1.

1. Man zeige eine Kugel und ein Ellipsoid (ev. statt dessen ein Ei) vor und entwickle die Unterschiede beider Körper.

Erklärung. Die Kugel ist ein Körper, dessen Oberfläche überall gleich gekrümmt (rund) ist. Die krumme Oberfläche heisst Kugelfläche.

Man vergleiche Kugeln von gleicher und verschiedener Grösse mit einander.

Erklärung. 1) Körper, welche in Gestalt und Grösse übereinstimmen, heissen kongruent. (Sie passen in dieselbe Form [Matritze] hinein). 2) Körper, welche in der Gestalt, aber nicht in der Grösse übereinstimmen, heissen ähnlich.

Folgerung. 1) Gleichgrosse Kugeln sind kongruent. 2) Ungleichgrosse Kugeln sind ähnlich.

2. Man schneide die Kugel durch. *) Ein Lineal, dessen Kante eine Gerade vorstellt, wird in verschiedenen Richtungen auf die Schnittfläche gelegt und gezeigt, dass nirgends ein Zwischenraum bleibt. Eigenschaft der Ebene. Nun lege man die Schnittfläche auf die Tafel oder ein Blatt Papier und zeichne sie darauf ab; entwickle dann die Eigenschaften der krummen Begrenzungslinie.

Erklärung. Eine krumme Linie in einer Ebene, deren sämtliche Punkte von einem Punkte der Ebene gleichweit entfernt sind, heisst Kreislinie; der Punkt heisst Mittelpunkt (Centrum), der gleiche Abstand heisst Halbmesser (Radius). Ein Teil der Kreislinie heisst Bogen (Arcus).

Der Teil einer Ebene, welcher von einer Kreislinie eingeschlossen wird, heisst Kreisfläche, die Kreislinie heisst dann

*) Es muss eine zerlegbare Kugel vorhanden sein.

auch wohl der Umfang oder die Peripherie der Kreisfläche.
(Anwendung des Zirkels zur Konstruktion von Kreisen.)

3. Man zeige andere Schnitte der Kugel.

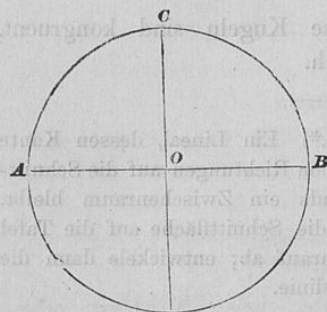
Lehrsatz. Jeder Schnitt der Kugel ist ein Kreis. Die Schnitte werden um so grösser, je näher sie der Mitte der Kugel liegen; Schnitte, welche durch die Mitte gehen, sind am grössten, sie bilden grösste Kreise der Kugel. Der Radius eines grössten Kreises ist auch der Radius der Kugel; alle Punkte der Kugeloberfläche sind von dem Mittelpunkte der Kugel gleichweit entfernt.

4. Man zeichne einen Kreis und ziehe eine Sehne, einen Durchmesser.

Erklärung. Eine Strecke (begrenzte gerade Linie), welche zwei Punkte einer Kreislinie mit einander verbindet, heisst Sehne (Chorde), eine Sehne, welche durch den Mittelpunkt geht, heisst Durchmesser (Diameter).

§ 2.

Fig. 1.



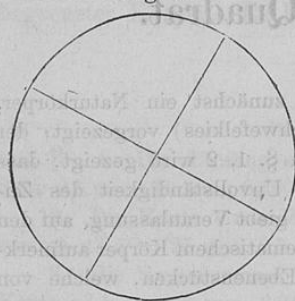
1. Man zeichne einen Kreis mit dem Durchmesser AOB (Fig. 1.) und drehe den Radius AO , (welcher durch ein Stäbchen dargestellt wird) um den Mittelpunkt herum, bis er wieder in die alte Lage zurückkehrt. (Ganze Umdrehung.) Man wiederhole den Vorgang und halte das Stäbchen fest, nachdem $\frac{1}{4}$ Umdrehung gemacht ist und zeichne den Radius in dieser Lage. Der Radius steht auf dem Durchmesser so, wie das Senkblei (Lot) zu einer auf der Erdoberfläche gezogenen Geraden. Der Lehrer zeige dieses am Lot und der Tischkante.

Erklärung. Wenn zwei sich schneidende Geraden so zu einander stehen, dass die eine um den Schnittpunkt $\frac{1}{4}$ Umdrehung machen muss, um in die Lage der anderen zu kommen, so sagt man, „sie stehen senkrecht (lotrecht, perpendikulär) auf einander, oder sie schliessen einen rechten Winkel (R) ein.“ In allen anderen Fällen sagt man, „sie stehen schief auf einander.“

Anwendung des (rechtwinkligen) Dreiecks zur Konstruktion von Senkrechten.

Aufgabe. Zeichne eine Gerade, errichte auf derselben in einem bestimmten Punkte die Senkrechte (es giebt nur eine in dem betreffenden Punkte), schlage um den Punkt einen Kreis und miss die Bogen mit dem Zirkel ab. *) Jeder ist der vierte Teil des Kreises. Schlage um denselben Punkt einen zweiten und dritten Kreis und miss die entstandenen Bogen; jeder ist wieder der vierte Teil des ganzen Kreises, wie auch natürlich, da ja die Linie OC , also auch jeder Punkt derselben $\frac{1}{4}$ Umdrehung machen muss, um in die Lage OB zu kommen.

Fig. 2.



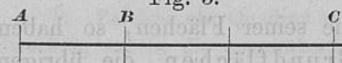
2. Erweiterung. In der Geometrie sagt man nicht nur dann, wenn die eine Gerade wagerecht und die andere lotrecht (in der Richtung des Lotes) liegt, „sie stehen senkrecht auf einander“, sondern immer, wenn die eine eine Viertelumdrehung machen muss, um in die Lage der anderen zu kommen. Vgl. Fig. 2.

Man übe dieses an vielen Beispielen ein, da es erfahrungsmässig dem Schüler im Anfange schwer fällt, sich von der natürlichen (im geometrischen Sinn beschränkten) Vorstellung, die auch im Zeichenunterricht allein Berücksichtigung gefunden hat, loszureissen.

§ 3.

Längenmessung.

Fig. 3.



1. Erklärung: Die Strecke AB ist in der Strecke AC 3mal enthalten.

Eine Strecke durch eine andere messen, heisst zusehen, wie oft die eine in der anderen enthalten ist.

Die Strecke, mit welcher man misst, heisst **Einheit** oder **Mass**; die Zahl, welche angiebt, wie oft die Einheit in der zu messenden Strecke enthalten ist, heisst **Masszahl**.

Gebräuchliche Einheiten: a) Das Meter (m) mit seinen Teilen und Zusammensetzungen (1 km = 10 hm; 1 hm = 10 dkm = 100 m; 1 m = 10 dm; 1 dm = 10 cm; 1 cm = 10 mm).

*) Der Schüler entnimmt direkt aus der Anschauung, dass die Bögen gleich sind, wenn die Sehnen gleich sind.

2. Für den praktischen Gebrauch bedient man sich der Messstäbe*), Messketten, Messbänder; für annähernde Messungen des Schrittmasses, Spannmasses.

Übungsstoff.

3. Schätzen und Messen des Schultisches, des Schulzimmers, Schulhofs u. s. w.

II. Würfel und Quadrat.

§. 4.

1. Es wird ein Würfel (womöglich zunächst ein Naturkörper, z. B. Bleiglanz, Flussspath, Kochsalz, Schwefelkies) vorgezeigt, der Name genannt, oder besser erfragt. Wie in §. 1, 2 wird gezeigt, dass die Seitenflächen Ebenenstücke sind. Die Unvollständigkeit des Zusammenfallens des Lineals mit den Flächen giebt Veranlassung, auf den Unterschied zwischen physischem und mathematischem Körper aufmerksam zu machen. Der Würfel ist also von Ebenenstücken, welche von vier Strecken begrenzt sind, eingeschlossen.

Man setze den Würfel (das Modell muss möglichst gross sein) auf die Wandtafel oder auf ein Blatt Papier und fahre mit Kreide oder Blei längs der Kanten der aufliegenden Fläche und zeige, dass jede Fläche sich auf 4 Arten mit der abgezeichneten zur Deckung bringen lässt.

Erklärung. Eine ebene Figur, welche von 4 Strecken begrenzt wird, heisst Viereck. Der Würfel ist von kongruenten Vierecken eingeschlossen.

Stellt man den Würfel auf eine seiner Flächen, so haben diese und die obere den Namen Grundflächen, die übrigen heissen Seitenflächen. Die Strecken heissen in Bezug auf die Figuren Seiten, in Bezug auf den Körper Kanten (Grundkanten, Seitenkanten). Die Endpunkte der Kanten heissen Ecken.

Übungsstoff.

2. 1. Wieviel Flächen, Kanten und Ecken hat der Würfel? Benenne sie nach ihrer Lage: (oben, unten, rechts, links, vorn, hinten.)
2. Wieviel Flächen treffen in einer Kante zusammen?
3. Wieviel Kanten, wieviel Flächen treffen in einer Ecke zusammen?

*) Für das Zeichnen empfehlenswert: die Massstäbe von Dr. Korschel in Strausberg oder die kleinen hölzernen Lineale mit Einteilung.

§. 5.

1. Man setze den Würfel auf die Tafel und zeichne die aufliegende Fläche ab. Darauf zeige man durch Messen mit dem Zirkel die Gleichheit der Seiten, und durch Kreise um die Ecken oder durch Anlegen des rechtwinkligen Dreiecks die senkrechte Lage der Seiten zu einander.

Erklärung. a) Ein Viereck, in welchem alle Seiten gleich sind und auf einander senkrecht stehen, heisst Quadrat.

b) Der Würfel ist ein von sechs kongruenten Quadraten begrenzter Körper. Er hat 12 gleichlange Kanten.

Übungsstoff.

2. 1. Der Umfang eines Quadrats sei u , wie gross ist dessen Seite a ? $u = 64$ mm; 0,180 m.

2. Die Kante eines Würfels sei a , wie gross ist seine Kantensumme u ? $a = 25$ mm, 2,5 dm.

3. Die Kantensumme eines Würfels sei u , wie gross ist dessen Kante a ? $u = 216$ mm, 6,24 m.

4. Zeichne ein Quadrat, dessen Seite = a) 5 cm; b) 32,5 mm; c) 0,064 m ist.

Anmerkung zu 4. Es genügt, zwei gleiche Seiten senkrecht auf einander zu zeichnen, die vierte Ecke wird mit dem Zirkel gefunden. Zeige, dass die anderen Kanten von selbst senkrecht aufeinander stehen.

§. 6.

1. Zeichne ein Quadrat von beliebiger Seitenlänge und ziehe die Strecken, welche die gegenüberliegenden Ecken mit einander verbinden.

Erklärung. Strecken, welche die gegenüberliegenden Ecken eines Vierecks mit einander verbinden, heissen Diagonalen.

2. Miss die Diagonalen und die Teile jeder derselben, schlage um den Durchschnittspunkt einen Kreis mit der halben Diagonale und vergleiche die Bogen über den Seiten.

Lehrsatz. In jedem Quadrate halbieren die Diagonalen einander, sind gleich lang und stehen auf einander senkrecht.

Aufgabe. Zeichne mittels Durchstechens der Ecken 2 kongruente Quadrate von beliebiger Seitenlänge mit den Diagonalen, schneide die Quadrate aus und bestätige den vorigen Satz durch Aufeinanderlegen.

3. Zeichne ein Quadrat von beliebiger Seitenlänge, ziehe durch eine Ecke die Diagonale, schlage um denselben Eckpunkt mit einer Seite einen Kreis. Miss die Bogen, welche zwischen der Diagonale und den Seiten liegen.

Lehrsatz. Die Diagonale halbiert die Winkel des Quadrats.

Aufgabe. Einen gegebenen rechten Winkel zu halbieren.

Auflösung. Durch Vervollständigung zu einem Quadrat.

Übungsstoff.

4. 1. Zeichne ein Quadrat von 0,04 m Seitenlänge, ziehe die Diagonalen und den umgeschriebenen Kreis.

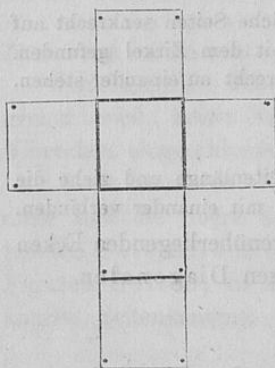
2. Zeichne eine Strecke $d = 50$ mm, errichte in der Mitte nach oben und unten die Senkrechten, mache dieselben gleich 25 mm, verbinde die Endpunkte miteinander und zeige durch Messen, dass die entstandene Figur ein Quadrat ist.

3. Zeichne einen Kreis von dem Durchmesser $d = 4,5$ cm und schreibe demselben ein Quadrat ein!

§. 7.

Der Lehrer breite einen dazu vorbereiteten Würfel auf der Tafel zum Netze aus. (Ein solcher Würfel lässt sich leicht herstellen, wenn

Fig. 4.



man die Kanten nicht zusammenklebt, sondern mit Hilfe passend angebrachter Löcher an den Ecken zusammenbindet. Fig. 4.)

Erklärung. Breitet man die Flächen eines Körpers zusammenhängend in eine Ebene aus, so heisst die entstandene Figur Netz des Körpers.

Aufgabe. Zeichne das Netz eines Würfels, dessen Kante gleich a) 5 cm, b) 1 dm ist, auf Pappe, ziehe die in Fig. 4 stark gezeichneten Linien rot aus und schneide dieselben halb durch (reisse sie ein), die übrigen ganz durch! Alsdann setze aus dem Netz durch Zusammenlegen und Zusammenkleben einen Würfel zusammen. *)

*) Das Anfertigen bietet dem Knaben wenig Schwierigkeit und macht ihm Freude. Das Zusammenkleben geschieht am besten zunächst mit gummierten dünnen Papierstreifen. Ist der Körper formiert, so werden die Flächen mit gleichfarbigem Papier und die Kanten mit schmalen Papierstreifen von anderer Farbe überklebt.

III. Gerade Quadratsäule, gerade Oblongsäule und Rechteck.

§. 8.

1. Denke dir zwei oder mehrere völlig übereinstimmende (kongruente) Würfel auf einander gesetzt, oder (allgemeiner) einen Würfel nach oben hin verlängert. Der entstandene Körper heisst gerade Quadratsäule. (Der Körper muss vorgezeigt und sein Entstehen vorgemacht werden.)

Denke dir jetzt zwei oder mehrere solcher Säulen, die durchaus gleich beschaffen sind, neben einander gestellt, oder eine solche Säule nach einer Seite hin vergrössert, so aber, dass diese Ausdehnung den beiden schon vorhandenen ungleich wird. Der entstandene Körper ist eine gerade rechteckige Säule oder eine gerade Oblongsäule.

Um die Beschaffenheit der den Körper einschliessenden Flächen kennen zu lernen, zeichnen wir eine auf die Tafel ab und versuchen nun, die anderen damit zur Deckung zu bringen. Es wird uns dies nur bei je zwei gegenüberliegenden gelingen.

Durch Messen zeigen wir, dass die gegenüberliegenden Seiten gleich, und durch Bogen um die Ecken oder durch Anlegen des rechtwinkligen Dreiecks, dass die Winkel rechte W. sind.

Erklärungen. a) Ein Viereck, in welchem die Seiten zu einander senkrecht stehen, aber ungleich sind, heisst Rechteck oder Oblongum. (Nur die gegenüberliegenden Seiten sind gleich.)

b) Ein Körper, welcher von zwei Quadraten und vier kongruenten Rechtecken begrenzt wird, heisst gerade Quadratsäule.

c) Ein Körper, welcher von sechs Rechtecken begrenzt wird, heisst gerade Oblongsäule.

2. Benennungen (vergl. §. 4, 1). Untere, obere Grundfläche; Seitenflächen; Grund- und Seitenkanten. Beide Säulen haben zwölf Kanten. Die Seitenkanten sind bei beiden einander gleich, die Grundkanten nur bei der quadratischen Säule. Beide Säulen haben acht Ecken. Dimensionen: Länge, Breite, Höhe.

Übungsstoff.

3. 1. Benenne die Flächen, Kanten und Ecken a) der geraden Quadratsäule; b) der geraden Oblongsäule nach ihrer Lage (oben, unten; vorn, hinten; rechts, links).

12 Gerade Quadratsäule, gerade Oblongsäule u. Rechteck.

2. Wieviel Flächen treffen in einer Kante zusammen? Wieviel Flächen, wieviel Kanten treffen in einer Ecke zusammen?

3. Berechne die Kantensumme einer geraden Oblongsäule, wenn die drei Dimensionen gegeben sind. $l = 8 \text{ m}$, $5,74 \text{ m}$; $b = 4 \text{ m}$, 1000 mm ; $h = 10 \text{ m}$, 400 dm .

4. Die Grundkante einer geraden Quadratsäule sei a , die Höhe h ; wie gross ist die Kantensumme? $a = 5 \text{ m}$, $2,5 \text{ m}$; $h = 9 \text{ m}$, 45 dm .

§. 9.

1. Zeichne ein Rechteck von beliebiger Seitenlänge, ziehe die Diagonalen, miss sie und untersuche (durch einen Kreis um den Durchschnittspunkt mit der halben Diagonale oder mit dem rechtwinkligen Dreieck), ob sie senkrecht auf einander stehen.

Lehrsatz. Die Diagonalen eines Rechtecks halbieren einander, sind gleich lang und stehen auf einander schief.

Aufgabe. Zeichne mittels Durchstechens der Ecken zwei kongruente Rechtecke mit ihren Diagonalen, schneide sie aus und bestätige den vorigen Satz durch Aufeinanderlegen (mittelst Verschiebens und Umklappens).

Übungsstoff.

2. 1. Zeichne ein Rechteck, dessen Seiten $a = 4 \text{ cm}$, $b = 35 \text{ mm}$ sind, ziehe die Diagonalen und den umgeschriebenen Kreis.

2. Zeichne eine Strecke gleich $0,05 \text{ m}$, halbiere sie, ziehe durch den Halbierungspunkt eine Linie schief zu der ersten Geraden und mache deren Teile zu beiden Seiten gleich der Hälfte derselben. Verbinde die entstandenen 4 Punkte miteinander und zeige durch Messen, dass die entstandene Figur ein Rechteck ist.

3. Zeichne einen Kreis mit dem Durchmesser $d = 52 \text{ mm}$ und schreibe demselben ein Rechteck ein, dessen eine Seite $= 0,03 \text{ m}$ ist.

4. Zeichne ein Rechteck aus der Seite $a = 43 \text{ mm}$, und der Diagonale $d = 5,4 \text{ cm}$.

5. Welche Eigenschaften hat das Rechteck mit dem Quadrate gemeinschaftlich? In welchen Eigenschaften unterscheiden sie sich?

6. Die beiden Seiten eines Rechtecks seien l und b , wie gross ist der Umfang u ? $l = 25 \text{ cm}$, $1,2 \text{ m}$; $b = 3 \text{ dm}$, 420 cm .

7. Der Umfang eines Rechtecks sei u , wie gross sind die Seiten, wenn die eine a) um 75 cm grösser, b) um $2,5 \text{ cm}$ kleiner als die andere ist?

§. 10.

(Vgl. §. 7, 1.) Fig. 5 ist das Netz einer geraden Quadratsäule, Fig. 6 das einer geraden Oblongsäule.

Fig. 5.

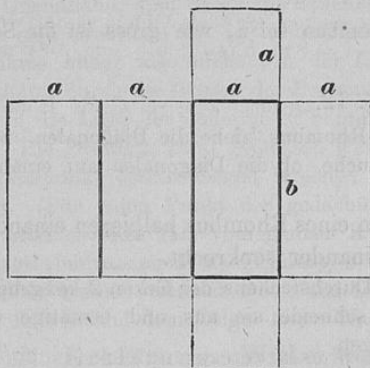
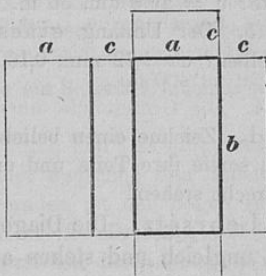


Fig. 6.



Aufgaben. a) Zeichne das Netz einer geraden Quadratsäule aus $a = 4 \text{ cm}$, $b = 75 \text{ mm}$;

b) das einer geraden Oblongsäule aus $a = 4 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $c = 3 \text{ cm}$; reisse die stark gezogenen Linien ein und klebe die Flächen zu Körpern zusammen.

IV. Das Rhomboëder und der Rhombus.

§. 11.

1. Denke dir einen Würfel in sich verschoben, so dass keine rechten Winkel mehr an ihm vorkommen; der entstandene Körper heisst Rhomboëder. (Der Lehrer zeige einen solchen Körper vor und entwickle daran weiter. Zweckmässig ist ein Modell, um das Verschieben zu zeigen. Zwölf gleich lange Drahtstäbchen sind durch Ösen mit einander verbunden, so dass sie bei senkrechter gegenseitiger Lage einen Würfel bilden und leicht verschoben werden können.) Die Seitenflächen sind Vierecke, deren Seiten gleich lang sind, aber nicht mehr senkrecht auf einander stehen.

Erklärungen. Ein Viereck, in welchem die Seiten gleich sind und schief auf einander stehen, heisst Rhombus.

Wir zeichnen eine Fläche des Rhomboëders auf die Tafel ab und zeigen, dass sämtliche übrigen sich mit derselben zur Deckung bringen lassen.

Erklärung. Ein von sechs kongruenten Rhomben eingeschlossener Körper heisst Rhomboëder. Derselbe hat acht Ecken und zwölf gleich lange Kanten.

Übungsstoff.

2. 1. Benenne die Flächen, Kanten und Ecken des Rhomboëders der Lage nach! (Vgl. §. 4, 2 und §. 8, 3).

2. Wieviel Flächen treffen in einer Kante zusammen? Wieviel Kanten treffen in einer Ecke zusammen?

3. Die Kante eines Rhomboëders sei a , wie gross ist die Kanten-summe? $a = 4 \text{ cm}$, $0,134 \text{ m}$.

4. Die Kantensumme eines Rhomboëders sei u , wie gross ist eine Kante? $u = 10,8 \text{ dm}$, 36 m .

5. Der Umfang eines Rhombus sei u , wie gross ist die Seite desselben? $u = 72 \text{ mm}$, $0,160 \text{ m}$.

§. 12.

1. Zeichne einen beliebigen Rhombus, ziehe die Diagonalen, miss diese sowie ihre Teile und untersuche, ob die Diagonalen auf einander senkrecht stehen!

Lehrsatz. Die Diagonalen eines Rhombus halbieren einander, sind ungleich und stehen auf einander senkrecht.

Aufgabe. Zeichne mittels Durchstechens der Ecken 2 kongruente Rhomben mit den Diagonalen, schneide sie aus und bestätige den vorigen Satz durch Aufeinanderlegen.

Übungsstoff.

2. 1. Zeichne einen Rhombus mit seinen Diagonalen. Fülle vom Durchschnittspunkte der Diagonalen Lote auf die Seiten und miss dieselben. Schlage mit einem dieser Lote einen Kreis um den Durchschnittspunkt. (Es wird später in der Geometrie gezeigt, dass der Kreis nur je einen Punkt mit den Seiten gemeinschaftlich hat.)

2. Zeichne einen Rhombus aus der Seite $a = 0,03 \text{ m}$ und der Diagonale $d = 4 \text{ cm}$.

3. Zeichne einen Rhombus, dessen Diagonalen $d = 25 \text{ mm}$ und $e = 3,8 \text{ cm}$ sind.

4. Welche Eigenschaften hat der Rhombus mit dem Quadrat gemeinschaftlich?

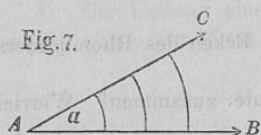
3. Zeichne einen Rhombus und die Diagonale durch eine Ecke, schlage um denselben Eckpunkt mit einer Seite den Kreis und miss die Bogen, welche zwischen der Diagonale und den Seiten liegen.

Lehrsatz. Die Diagonalen halbieren die Winkel des Rhombus.

§. 13.

1. Erklärungen. a) Eine Gerade, welche von einem Punkte aus sich nach einer Seite bis ins Unendliche erstreckt, heisst Halbstrahl.

b) Der Teil einer Ebene, welcher zwischen zwei von einem Punkte ausgehenden Halbstrahlen liegt, heisst Winkel oder Winkelraum. Der Punkt heisst Scheitelpunkt, die Halbstrahlen heissen Schenkel des Winkels



(Bezeichnung: $\angle CAB$, $\angle BAC$, $\hat{CAB}$, $\hat{BAC}$, $\angle a$, $\hat{a}$, Fig. 7.)

Der Winkelraum ist nach einer Seite offen, erstreckt sich bis ins Unendliche; sind daher die Schenkel des Winkels Strecken, so denkt man sich dieselben bis ins Unendliche verlängert. Die Grösse eines Winkels hängt also nicht von der Länge der Schenkel ab. Sie wird bestimmt durch die Grösse der Drehung, die ein Schenkel machen muss, um in die Lage des anderen zu kommen.

Die Drehung kann gemessen werden durch den Teil eines um den Scheitelpunkt beschriebenen Kreises, welcher zwischen den Schenkeln liegt. (Für jeden Punkt der gedachten Geraden ist der Bogen immer der eben sovielte Teil vom ganzen Kreise, wie die Drehung von einer ganzen Umdrehung F. 7.) Drehungen von Geraden, durch welche Winkel gebildet werden, bemerken wir am Uhrzeiger, an der Magnetnadel, an den Balken und dem Zeiger einer Wage, am Uhrpendel u. s. w.

2. Erklärung. Winkel werden durch den rechten Winkel oder Teile desselben gemessen. Um Winkel messen zu können, welche kleiner als 1 R sind, teilt man den rechten Winkel in 90 gleiche Teile. Ein solcher Teil heisst Grad ($^{\circ}$).

Die Teilung geschieht dadurch, dass man um den Scheitelpunkt des R einen Bogen beschreibt, und den zwischen den Schenkeln liegenden Teil in 90 gleiche Teile teilt (Bogengrad), und vom Scheitelpunkt aus gerade Linien durch die Teilpunkte zieht. (Winkelgrad.)

Der Grad wird in 60 Minuten ($'$), die Minute in 60 Sekunden ($''$) eingeteilt. (Bogenminuten, Winkelminuten, Bogensekunden, Winkelsekunden.)

Übungsstoff.

3. Der Lehrer erläutere die Aufgabe 1 bis 4 durch Zeichnung an der Tafel.

1. In welcher Zeit beschreibt a) der Minuten-, b) Stundenzeiger einer Uhr einen rechten Winkel, einen Winkel von 45° , 180° , 15° , 1° ?

2. Welchen Winkel beschreibt der Minutenzeiger in a) 1 Stunde b) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$ Stunden; c) 1, 5, 10 Zeitminuten?

3. Welchen Winkel beschreibt der Stundenzeiger in a) 1, 2, 3, 5, 8 Stunden; b) $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ Stunden; c) 5, 4 Zeitminuten?

4. Wie gross ist der von beiden Zeigern gebildete Winkel um a) 6, 3, 9, 1 Uhr; b) $5\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{4}$, $8\frac{3}{4}$ Uhr.

§. 14.

1. Um einen Winkel zu messen, müsste man ohne Hilfsmittel so verfahren: Man schlägt um den Scheitelpunkt einen Kreis, teilt denselben von einem Schenkel aus in der Richtung auf den anderen Schenkel zu in 360 gleiche Teile und sieht zu, wieviel Teile auf den zwischen

den Schenkeln liegenden Bogen kommen. Dieses Verfahren würde sehr zeitraubend sein. Man hat daher ein Instrument erfunden, den Winkelmesser.

Der Winkelmesser (Transporteur) ist ein genau in 180° geteilter Halbkreis, dessen mittlerer Teil durchbrochen ist.

Anmerkung. Für das Zeichnen an der Tafel muss ein grosser Winkelmesser (aus Pappe leicht anzufertigen) vorhanden sein, dessen Teilzahlen weithin sichtbar sind.

Übungsstoff.

2. 1. Zeichne einen beliebigen Winkel und miss ihn mit dem Winkelmesser.

2. Zeichne ein Quadrat mit den Diagonalen und miss die Winkel, welche die Diagonale mit den Seiten bildet! (Die Schenkel der Winkel sind, wenn nötig, zu verlängern.) Bestätigung von §. 6. 3.

3. Zeichne ein Rechteck mit den Diagonalen und miss die entstandenen Winkel! (Die Diagonalen halbieren die Winkel nicht.) Was lässt sich von 2 am Durchschnittspunkt der Diagonalen einander gegenüberliegenden Winkeln sagen? Was von zwei nebeneinanderliegenden?

4. Zeichne einen Rhombus mit den Diagonalen und miss die Winkel! Bestätigung von §. 12. 3.

5. Zeichne einen Winkel von $\hat{a} = 22^\circ$; $\hat{b} = 83^\circ$; $\hat{c} = 112^\circ$; $\hat{d} = 215^\circ$; $\hat{e} = 307^\circ$.

6. Zeichne einen Winkel von 119° und teile ihn mittels des Winkelmessers in 7 gleiche Teile.

7. Zeichne ein Quadrat, dessen Seite $a = 45$ mm, mit Hilfe des Winkels zwischen Seite und Diagonale!

8. Ein Rechteck zu zeichnen, wenn gegeben sind: a) eine Seite $= 7$ cm, und der Winkel zwischen ihr und der Diagonale $= 60^\circ$; b) eine Diagonale $= 72$ mm und der Winkel zwischen ihr und einer Seite $= 32^\circ$; c) eine Diagonale $= 0,065$ m und der Winkel zwischen den Diagonalen $= 110^\circ$!

9. Einen Rhombus zu zeichnen, wenn gegeben sind: a) eine Seite $= 40$ mm und ein anliegender Winkel $= 40^\circ$; b) eine Diagonale $= 5,2$ cm und der Winkel zwischen ihr und einer Seite $= 25^\circ$!

§. 15.

1. Zeichne einen Winkel, verlängere den einen Schenkel über den Scheitel hinaus und miss die beiden entstandenen Winkel!

Erklärung. Winkel, welche den Scheitel und einen Schenkel gemeinschaftlich haben, und deren andere Schenkel in einer Geraden liegen, heissen Nebenwinkel.

Lehrsatz. Die Summe zweier Nebenwinkel ist gleich $2 R$ (180°).

2. Erklärung. Ein Winkel, dessen Schenkel eine gerade Linie bilden, heisst ein gestreckter oder flacher Winkel.

Lehrsatz. Ein gestreckter Winkel ist gleich $2 R (= 180^\circ)$.

Bestätige die durch Messung gefundenen Wahrheiten durch Betrachtung der Drehung, welche nötig ist, um den einen Schenkel in die Lage des anderen zu bringen.

3. Erklärung. Ein Winkel, welcher kleiner als ein Rechter ist, heisst spitz; ein Winkel, welcher grösser als ein Rechter, aber kleiner als ein gestreckter Winkel ist, heisst stumpf.

4. Verlängere beide Schenkel eines Winkels über den Scheitel hinaus und miss die gegenüberliegenden Winkel.

Erklärung. Zwei Winkel, welche den Scheitel gemeinschaftlich haben und deren Schenkel paarweise gerade Linien bilden, heissen Scheitelwinkel.

Lehrsatz. Scheitelwinkel sind einander gleich.

Bestätige die gefundene Wahrheit durch Drehung.

Übungsstoff.

5. 1. Zeichne einen a) spitzen, b) stumpfen Winkel und miss ihn!

2. Zeichne zu den vorigen Winkeln die Nebenwinkel und miss sie!

3. Zeichne einen a) spitzen; b) rechten; c) stumpfen Winkel und dann seinen Scheitelwinkel! Miss die Scheitelwinkel!

4. Gieb die Art der folgenden Winkel an: (spitz oder stumpf) a) 20° ; b) 105° ; c) 130° ; d) 270° ; e) 25° ; f) 90° ; g) 45° ; h) 125° .

5. Was für einen Nebenwinkel hat ein a) spitzer; b) rechter; c) stumpfer Winkel?

6. Wie gross ist der Nebenwinkel zu a) R ; b) $\frac{R}{2}$; c) $\frac{3}{4} R$; d) $\frac{5}{3} R$?

Gieb zu dem Winkel a) 114° ; b) $1\frac{1}{5} R$; c) $59^\circ 4'$; d) $75^\circ 24' 30''$; e) $1,15 R$ den Nebenwinkel an!

7. Zeichne einen beliebigen Rhombus, und miss die Winkel! (Die Summe derselben beträgt $4 R$ oder 360° .)

8. Zeichne a) ein Quadrat; b) ein Rechteck; c) einen Rhombus mit den Diagonalen! Gieb die in den Figuren vorkommenden Winkelarten an (rechte, spitze, stumpfe, gestreckte; Nebenwinkel, Scheitelwinkel)!

§. 16.

**Fundamentalaufgaben, welche sich auf die Sätze
des Rhombus stützen.**

1. Zeichne einen Rhombus, schlage um eine Ecke einen Kreis mit der Seitenlänge (er geht durch die beiden benachbarten Ecken) und um die beiden Nachbarecken 2 Kreisbogen mit demselben Radius (sie gehen durch die vierte Ecke).

Aufgaben. a) Einen gegebenen Winkel zu halbieren.

b) Auf eine Gerade von einem ausserhalb liegenden Punkte das Lot zu fällen.

2. Schlage um zwei gegenüberliegende Ecken eines Rhombus mit der Seitenlänge als Radius zwei Kreise! (Dieselben gehen durch die beiden anderen Ecken. Warum?)

Aufgaben. a) Eine gegebene Strecke zu halbieren.

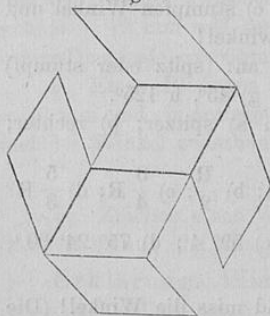
b) Auf einer gegebenen Strecke in ihrer Mitte die Senkrechte (die Mittelsenkrechte) zu errichten.

Anmerkung. Unterschied zwischen mechanischer und geometrischer Konstruktion.

§. 17.

Netz und Anfertigung des Rhomboëders.

Fig. 8.



Ein Rhomboëder, dessen Kanten nur zusammengebunden sind, wird vorgezeigt (vergl. §. 7) und zum Netze ausgebreitet (Fig. 8).

Aufgabe. Zeichne das Netz eines Rhomboëders, dessen Kante = 1 dm und dessen spitzer Winkel = 45° ist auf Pappe und setze den Körper zusammen. (Vgl. §. 7.)

V. Schiefe Rhombsäule, schiefe Rhomboïdsäule und Rhomboïd.

§. 18.

1. Setzt man zwei oder mehrere kongruente Rhomboëder in derselben Stellung aufeinander oder verlängert man das Rhomboëder in einer Kantenrichtung, so entsteht die schiefe Rhombsäule. Setzt man mehrere kongruente Rhombsäulen in derselben Stellung aneinander oder vergrößert man eine solche in der Richtung einer Grundkante, so aber, dass die Kanten ungleich werden, so entsteht die schiefe Rhomboïdsäule. (Der Lehrer zeigt die Säulen vor und lässt die letztere in der erwähnten Weise vor den Augen der Schüler entstehen.)

Man setze eine der Flächen der schiefen Rhomboïdsäule auf die Tafel, zeichne sie ab und messe die Seiten und Winkel. Man versuche die übrigen Flächen mit der gezeichneten zur Deckung zu bringen; es gelingt nur mit den gegenüberliegenden.

Erklärung. Ein Viereck, in welchem die gegenüberliegenden Seiten gleich und die Winkel schiefe sind, heisst Rhomboïd.

Aufgabe. Ein Rhomboïd zu konstruieren, wenn die eine Seite $a = 0,075$ m; die anliegende $b = 68,5$ mm und der eingeschlossene Winkel $= 45^\circ, 73^\circ$ gegeben sind.

Erklärung. a) Ein Körper, welcher von 2 Rhomben und 4 Rhomboïden eingeschlossen ist, heisst schiefe Rhombsäule.

b) Ein Körper, welcher von sechs Rhomboïden eingeschlossen ist, heisst schiefe Rhomboïdsäule.

Benennungen wie früher.

Übungsstoff.

2. 1. Benenne die Flächen, Kanten und Ecken a) der schiefen Rhombsäule, b) der schiefen Rhomboïdsäule nach ihrer Lage (vergl. §. 8, 3).

2. Wieviel Flächen treffen in einer Kante zusammen, wieviel Flächen, wieviel Kanten treffen in einer Ecke zusammen?

3. Welche Kanten sind in der schiefen Rhombsäule, welche in der schiefen Rhomboïdsäule gleich?

4. Berechne die Kantensumme einer schiefen Rhombsäule, wenn die Kanten a und b gegeben sind! $a = 25$ cm; $b = 10,129$ m.

5. Berechne die Kantensumme einer schiefen Rhomboïdsäule, wenn die Kanten a , b und c gegeben sind: $a = 9,1$ m; $b = 2,3$ m; $c = 0,5$ m.

§. 19.

1. Zeichne ein beliebiges Rhomboïd, ziehe die Diagonalen, miss die Seiten, Diagonalen und Winkel!

Lehrsatz. In jedem Rhomboïd sind die Gegenseiten gleich, die Gegenwinkel gleich, die Diagonalen ungleich und stehen schief aufeinander.

Zeichne mittels Durchstechens der Ecken zwei kongruente Rhomboïde, schneide sie aus und bestätige die gefundenen Wahrheiten durch Aufeinanderlegen. (Verschieben und Umklappen.)

Übungsstoff.

2. 1. Zeichne eine Strecke = 0,056 m, halbiere sie (geometrisch), ziehe durch den Halbierungspunkt eine Gerade unter einem Winkel von 54° , mache die zu beiden Seiten der ersten Geraden liegenden Teile gleich der Hälfte derselben und verbinde die entstandenen 4 Punkte. Zeige durch Messen der Seiten und Winkel, dass die entstandene Figur ein Rhomboïd ist.

2. Zeichne ein beliebiges Rhomboïd und miss die Winkel (die Summe derselben ist gleich 4 R oder 360°).

3. Welche Eigenschaften hat das Rhomboïd mit dem Rechteck, welche mit dem Rhombus gemeinschaftlich?

4. Zeichne ein Rhomboïd, in welchem die Seite $a = 48$ mm, die Seite $b = 6,4$ cm und eine Diagonale $d = 0,055$ m gegeben sind!

5. Zeichne ein Rhomboïd, in welchem die Seite $a = 60$ mm und die Winkel, welche sie mit den Diagonalen bildet $\alpha = 23^\circ$, $\beta = 40^\circ$ gegeben sind!

6. Zeichne ein Rhomboïd, in welchem eine Seite $a = 30$ mm und die Diagonalen $e = 50$ mm und $f = 6$ cm gegeben sind!

7. Zeichne ein Rhomboïd, in welchem die Diagonalen $e = 52$ mm, $f = 6,4$ cm und der zwischen ihnen liegende Winkel $\delta = 110^\circ$ gegeben sind.

8. Zeichne ein Rhomboïd mit den Diagonalen und gib die in der Figur vorkommenden Nebenwinkel, Scheitelwinkel an.

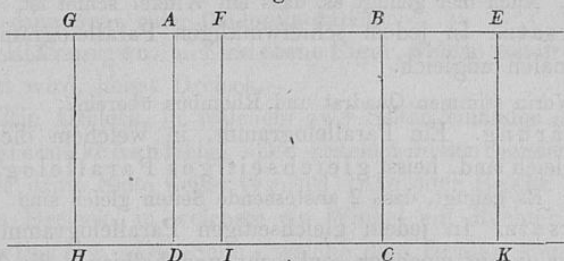
VI. Das Parallelogramm.

§. 20.

1. Zeichne ein Quadrat ABCD, verlängere die Seiten AB und DC nach beiden Seiten, errichte in beliebigen Punkten E, F, G u. s. w. der AB Senkrechte auf ihr, miss die Winkel, welche diese Senkrechten mit

DC bilden, und die Senkrechten selbst. Da die Lote alle gleichgross sind, so können die Linien AB und DC sich nicht schneiden. — Verfahre ebenso mit den Seiten AD und BC.

Fig. 9.



2. Verfahre ebenso mit einem Rechteck, einem Rhombus, einem Rhomboïd.

Erklärung. Gerade Linien, welche sich nicht schneiden, soweit man sie auch verlängern mag, heissen parallel.

Die Gegenseiten im Quadrat, Rechteck, Rhombus und Rhomboïd sind demnach parallel.

Erklärung. Ein Viereck, in welchem die Gegenseiten parallel sind, heisst Parallelogramm.

Quadrat, Rechteck, Rhombus und Rhomboïd sind Parallelogramme.

3. Miss die Winkel im Quadrat, Rechteck, Rhombus, Rhomboïd.

Lehrsatz. Die Winkelsumme eines Parallelogramms ist gleich $4R$ (oder 360°).

Lehrsatz. In jedem Parallelogramm sind die Gegenwinkel einander gleich.

3. Man wiederhole die über Quadrat, Rechteck, Rhombus und Rhomboïd gefundenen Wahrheiten und hebe die hervor, welche allen gemeinschaftlich sind.

Lehrsätze. a. In jedem Parallelogramm sind die Gegenseiten einander gleich.

b. In jedem Parallelogramm halbieren die Diagonalen einander.

4. Worin stimmen Quadrat und Rechteck überein?

Erklärung. Ein Parallelogramm, in welchem die Winkel rechte sind, heisst ein rechtwinkliges Parallelogramm.

Anm. Es genügt dazu, dass ein Winkel $1R$ ist.

Lehrsatz. In jedem rechtwinkligen Parallelogramm sind die Diagonalen einander gleich.

5. Wie stimmen Rhombus und Rhomböid überein?

Erklärung. Ein Parallelogramm, in welchem die Winkel schiefe sind, heisst schiefwinkliges Parallelogramm.

Anm. Auch hier genügt es, dass ein Winkel schief ist.

Lehrsatz. In jedem schiefwinkligen Parallelogramm sind die Diagonalen ungleich.

6. Worin stimmen Quadrat und Rhombus überein?

Erklärung. Ein Parallelogramm, in welchem die Seiten einander gleich sind, heisst gleichseitiges Parallelogramm.

Anm. Es genügt, dass 2 anstossende Seiten gleich sind.

Lehrsatz. In jedem gleichseitigen Parallelogramm stehen die Diagonalen auf einander senkrecht und halbieren die Winkel.

7. Worin stimmen Rechteck und Rhomböid überein?

Erklärung. Ein Parallelogramm, in welchem die Seiten ungleich sind, heisst ungleichseitiges Parallelogramm.

Anm. Auch hier genügt die Ungleichheit zweier anstossenden Seiten.

Lehrsatz. In jedem ungleichseitigen Parallelogramm stehen die Diagonalen auf einander schief und halbieren die Winkel nicht.

§. 21.

Aus dem Vorstehenden ergibt sich folgende Einteilung der Parallelogramme



Erklärungen. a. Das gleichseitig-rechtwinklige Parallelogramm heisst Quadrat;

b. Das ungleichseitig-rechtwinklige Parallelogramm heisst Rechteck oder Oblongum;

c. Das gleichseitig-schiefwinklige Parallelogramm heisst Rhombus.

d. Das ungleichseitig-schiefwinklige Parallelogramm heisst Rhomböid.

VII. Das Dreieck.

§. 22.

1. Zeichne ein Quadrat mit seinen Diagonalen, schneide dasselbe aus und dann längs einer Diagonale durch.

Erklärungen. a. Eine ebene Figur, welche von drei Strecken begrenzt wird, heisst Dreieck.

b. Ein Dreieck, in welchem zwei Seiten einander gleich sind, heisst gleichschenkelig. Die gleichen Seiten heissen Schenkel; die dritte Seite heisst Grundlinie oder Basis.

Ein Dreieck, in welchem ein Winkel ein Rechter ist, heisst rechtwinklig. Die Seite, welche dem rechten Winkel gegenüber liegt, heisst Hypotenuse; die beiden anderen Seiten heissen Katheten.

2. Bringe die ausgeschnittenen Dreiecke zur Deckung.

Lehrsatz. Eine Diagonale teilt das Quadrat in zwei kongruente gleichschenkelig-rechtwinklige Dreiecke.

Übungsstoff.

3. 1. Wie gross sind die spitzen Winkel im gleichschenkelig-rechtwinkligen Dreieck?

2. Von welchen Punkten ist die Mitte der Hypotenuse gleichweit entfernt?

3. Zeichne ein gleichschenkelig-rechtwinkliges Dreieck, wenn gegeben ist a) die Kathete = 0,038 m; b) die Hypotenuse = 63 mm; c) die Senkrechte von dem Scheitel des rechten Winkels auf die Hypotenuse (Höhe) = 0,44 cm.

4. Zeichne ein beliebiges gleichschenkelig-rechtwinkliges Dreieck und dann den umgeschriebenen Kreis.

5. Zeichne einen Kreis vom Durchmesser 54 mm und schreibe demselben ein gleichschenkelig-rechtwinkliges Dreieck ein.

6. Zeichne ein beliebiges gleichschenkelig-rechtwinkliges Dreieck und miss die Winkel! Wie gross ist die Winkelsumme?

7. Welcher Art sind die Dreiecke, in welche die Höhe das gleichschenkelig-rechtwinklige Dreieck teilt?

§. 23.

1. Zeichne ein Rechteck mit seinen Diagonalen, schneide dasselbe aus und dann längs einer Diagonale durch. Bringe die entstandenen Dreiecke zur Deckung.

Lehrsatz. Eine Diagonale teilt das Rechteck in zwei kongruente ungleichseitig-rechtwinklige Dreiecke.

Übungsstoff.

2. 1. Zeichne ein rechtwinkliges Dreieck, halbiere die Hypotenuse und verbinde den Halbierungspunkt mit der gegenüberliegenden Ecke. Von welchen Punkten ist die Mitte der Hypotenuse gleichweit entfernt? Welcher Art sind die entstandenen Teildreiecke?

2. Zeichne ein rechtwinkliges Dreieck, wenn gegeben ist: a) die Hypotenuse $c = 64$ mm und eine Kathete $a = 3,2$ cm; b) die beiden Katheten $a = 40$ mm, $b = 0,05$ m; c) $c = 5,8$ cm, ein anliegender Winkel $= 48^\circ$; d) $a = 38$ mm, und ein anliegender Winkel $= 60^\circ$!

3. Zeichne ein beliebiges rechtwinkliges Dreieck und dann den umgeschriebenen Kreis!

4. Zeichne einen Kreis mit dem Durchmesser $d = 6,1$ cm, und in denselben ein rechtwinkliges Dreieck, in welchem a) eine Kathete $= 50$ mm; b) ein Winkel $= 53^\circ$ ist!

5. Zeichne ein beliebiges ungleichseitig-rechtwinkliges Dreieck und miss die Winkel! Wie gross ist die Summe der Winkel an der Hypotenuse? Welcher Art sind diese Winkel? Wie gross ist die Summe aller Winkel?

§. 24.

1. Zeichne einen beliebigen Rhombus mit einer Diagonale, schneide denselben aus und längs der Diagonale durch! Bringe die entstandenen Dreiecke zur Deckung!

Lehrsatz. Eine Diagonale teilt den Rhombus in zwei kongruente gleichschenklige Dreiecke.

2. Zeichne ein beliebiges gleichschenkliges Dreieck, halbiere die Grundlinie und verbinde den Halbierungspunkt mit der Spitze! Miss sämtliche Winkel!

Lehrsätze: a) Die Winkel an der Basis eines gleichschenkligen Dreiecks sind einander gleich.

b) Die Verbindungslinie der Spitze eines gleichschenkligen Dreiecks mit der Mitte der Grundlinie steht senkrecht auf der Grundlinie, halbiert dieselbe und den Winkel an der Spitze.

Fundamentalaufgabe. Auf einer gegebenen Geraden in einem ihrer Punkte die Senkrechte zu errichten!

Übungsstoff.

3. 1. Zeichne ein gleichschenkliges Dreieck, wenn gegeben sind: a) die Grundlinie $a = 44$ mm und ein Schenkel $b = 58$ mm; b) $a = 3,8$ cm und die Höhe $h = 49$ mm; c) $a = 0,068$ cm und ein anliegender Winkel $= 50^\circ$; d) $b = 6$ cm und der Winkel an der Spitze $= 38^\circ$.

2. Versuche ein gleichschenkliges Dreieck zu zeichnen, in welchem die Winkel an der Basis a) rechte; b) stumpfe Winkel sind! Welcher Art müssen die Winkel an der Basis immer sein?

3. Wie gross ist die Winkelsumme im gleichschenkligen Dreieck?

4. Der Winkel an der Spitze sei c , wie gross sind die übrigen Winkel? $c = 30^\circ$; R, $110^\circ 30'$; $\frac{5}{3}$ R; $50^\circ 50' 50''$.

5. Ein Winkel an der Basis sei a ; wie gross sind die beiden anderen? $a = 75^\circ$; $\frac{1}{2}$ R; $\frac{1}{3}$ R; $20^\circ 20'$; $89^\circ 50' 20''$.

4. Zeichne ein gleichschenkliges Dreieck, in welchem die Schenkel gleich der Grundlinie sind. Miss die Winkel!

Erklärung. Ein Dreieck, in welchem alle Seiten gleich sind, heisst gleichseitig.

Lehrsatz. In einem gleichseitigen Dreieck sind alle Winkel gleich; jeder ist $= \frac{2}{3}$ R ($= 60^\circ$).

Übungsstoff.

5 1. Zeichne ein gleichseitiges Dreieck, halbiere die Seiten, verbinde die Punkte mit den gegenüberliegenden Ecken, miss die Abschnitte derselben und die Winkel, welche sie mit den Seiten bilden!

2. Einem gleichseitigen Dreieck einen Kreis umzuschreiben!

3. Einem Kreise ein gleichseitiges Dreieck einzuschreiben!

§. 25.

1. Zeichne ein beliebiges Rhomboïd mit einer Diagonale, schneide dasselbe aus und längs einer Diagonale durch! Suche die entstandenen Dreiecke zur Deckung zu bringen!

Erklärungen. a) Ein Dreieck heisst stumpfwinklig, wenn ein Winkel ein stumpfer ist; spitzwinklig, wenn alle Winkel spitze sind.

b) Ein Dreieck heisst ungleichseitig, wenn alle Seiten ungleich sind.

Lehrsatz. Eine Diagonale teilt das Rhomboïd in zwei nicht kongruente ungleichseitige oder gleichschenklige Dreiecke. Dieselben können stumpfwinklig oder spitzwinklig sein.

Übungsstoff.

2. 1. Zeichne ein beliebiges ungleichseitiges Dreieck und miss die Winkel! Wie gross ist die Winkelsumme?

2. Ein Winkel eines Dreiecks sei $\hat{A}$, wie gross ist die Summe der beiden anderen, $\hat{A} = 43^\circ$; $\frac{1}{3}$ R; 57° ; $1\frac{4}{9}$ R; $133^\circ 36' 12''$.

3. Zwei Winkel eines Dreiecks seien $\hat{A}$ und $\hat{B}$; wie gross ist der dritte Winkel?

$$\hat{A} = 36^\circ; 53^\circ 4'; 130^\circ 6' 4'';$$

$$\hat{B} = 84^\circ; 110^\circ 2'; 40^\circ 7' 58''.$$

4. Die Seiten eines Dreiecks seien a, b, c , die gegenüberliegenden Winkel $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$. Zeichne ein Dreieck aus a) a, b, c ; b) $a, b, \hat{C}$; c) $a, \hat{B}, \hat{C}$; d) $a, \hat{B}, \hat{A}$!

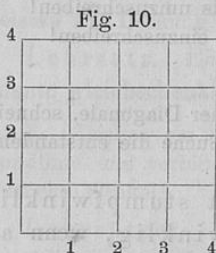
$$a = 42 \text{ mm}; b = 5 \text{ cm}; c = 0,063 \text{ m}.$$

$$\hat{A} = 45^\circ; \hat{B} = 30^\circ; \hat{C} = 105^\circ.$$

VIII. Flächenmessung.

§. 26.

1. Zeichne ein Quadrat, dessen Seite = 4 cm, teile zwei anstossende Seiten in je 4 gleiche Teile, ziehe durch die Teilpunkte Senkrechte zu den Seiten! Dadurch wird das Quadrat in 4 Reihen von je 4 Quadraten zerlegt, deren jedes gleich einem Quadratcentimeter (qcm) ist. Das Quadrat ist also gleich 16 qcm. Die Zahl 16 heisst die Masszahl der Fläche, die Zahl 4 die Masszahl der Seite.



Lehrsatz. Die Masszahl für den Flächeninhalt eines Quadrats wird gefunden, indem man die Masszahl der Seite mit sich selbst multipliziert.

Übungsstoff.

2. 1. Wie gross ist der Flächeninhalt eines Quadrats, dessen Seite a ist?

$$a = 15 \text{ m}, 23 \text{ cm}, 1\frac{1}{2} \text{ km}, 4,53 \text{ hm}, 735 \text{ mm}.$$

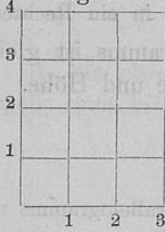
2. Wie gross ist der Flächeninhalt eines Quadrats, dessen Umfang u ist? $u = 64 \text{ m}; 0,25 \text{ cm}; 2\frac{2}{5} \text{ Meilen}.$

3. Wie gross ist die Oberfläche eines Würfels, dessen Kante a ist? $a = 4,5 \text{ m}; 36 \text{ mm}.$

4. Die Kantensumme s eines Würfels ist gegeben; wie gross sind die Kante a und die Oberfläche O desselben? $s = 30 \text{ cm}; 0,48 \text{ m}.$

§. 27.

Fig. 11.



1. Zeichne ein Rechteck, dessen Seiten a (Grundlinie) $= 3$ cm, b (Höhe) $= 4$ cm sind, teile a in 3 und b in 4 gleiche Teile, ziehe durch die Teilpunkte Senkrechte zu den Seiten, das Rechteck wird dadurch in 4 Reihen von je 3 Quadratcentimeter zerlegt. Sein Inhalt ist also $4 \times 3 = 12$ qcm.

Lehrsatz. Die Masszahl eines Rechtecks ist gleich dem Produkte aus den Masszahlen zweier aneinanderstossenden Seiten.

Übungsstoff.

2. 1. Berechne den Flächeninhalt eines Rechtecks mit der Grundlinie a und der Höhe h !

$$a = 0,83 \text{ m}; 0,55 \text{ m};$$

$$h = 1,2 \text{ m}; 1,11 \text{ m}.$$

2. Wie gross ist die Grundlinie a eines Rechtecks mit der Höhe h und dem Flächeninhalt F ?

$$h = 1,25 \text{ m}; 5,63 \text{ m}; F = 4,375 \text{ qm}; 70,375 \text{ a}.$$

3. Welche Höhe h hat ein Rechteck mit dem Flächeninhalt F und der Grundlinie a ?

$$a = 0,55 \text{ m}; 0,72 \text{ m}; F = 330 \text{ qcm}; 1,728 \text{ qm}.$$

4. Berechne die Oberfläche einer geraden Quadersäule mit der Grundkante a und der Seitenkante h !

$$a = 0,41 \text{ m}; 1,5 \text{ m}; h = 1,00 \text{ m}; 0,95 \text{ m}.$$

5. Berechne die Oberfläche einer geraden Oblongsäule mit den Kanten a , b , c .

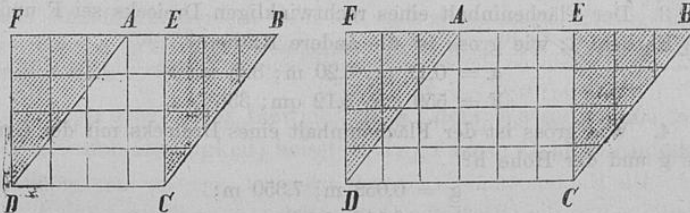
$$a = 0,2 \text{ m}; 1,75 \text{ cm}; b = 0,24 \text{ m}; 1,9 \text{ m}; c = 0,2 \text{ m}; 4,24 \text{ m}.$$

6. Berechne den Flächeninhalt der Decke und der Seitenwände des Lehrzimmers.

§. 28.

1. 1. Zeichne einen beliebigen Rhombus $ABCD$, errichte auf CD in C die Senkrechte CE , schneide den Rhombus aus und längs der

Fig. 12.



Linie CE durch. Lege das Dreieck EBC mit CB an AD an. Dadurch ist der Rhombus in ein Quadrat verwandelt.

2. Verwandle auf dieselbe Weise ein Rhomboid in ein Rechteck.

Lehrsatz. Die Masszahl eines Parallelogramms ist gleich dem Produkte aus den Masszahlen der Grundlinie und Höhe.

Übungsstoff.

2. 1. Wie gross ist der Flächeninhalt eines Parallelogramms mit der Grundlinie g und der Höhe h?

$$g = 0,058 \text{ m}; 7,350 \text{ m};$$

$$h = 0,112 \text{ m}; 1,16 \text{ m}.$$

2. Wie gross ist die Grundlinie (Höhe) eines Parallelogramms mit der Höhe h (der Grundlinie g) und dem Flächeninhalte F?

$$h \text{ (g)} = 0,25 \text{ m}; 0,80 \text{ m}; 12,00 \text{ m};$$

$$F = 275 \text{ qcm}; 1,2 \text{ qm}; 122,4 \text{ qm}.$$

§. 29.

1. Zeichne ein rechtwinkliges, gleichschenkliges, beliebiges Dreieck und vervollständige dieselben zu einem Parallelogramm. Die Dreiecke sind nach dem Früheren halb so gross wie die entsprechenden Parallelogramme.

Lehrsatz. Die Masszahl des Flächeninhalts eines Dreiecks ist gleich dem halben Produkte aus den Masszahlen der Grundlinie und Höhe.

Übungsstoff.

2. 1. Wie gross ist der Flächeninhalt eines gleichschenklighrechtwinkligen Dreiecks, a) dessen Kathete = 0,043 m; 54 cm; b) dessen Hypotenuse = 60 mm, 180 m ist.

2. Wie gross ist der Flächeninhalt eines rechtwinkligen Dreiecks mit den Katheten a und b?

$$a = 0,095 \text{ m}; 1,333 \text{ m};$$

$$b = 0,11 \text{ m}; 3,333 \text{ m}.$$

3. Der Flächeninhalt eines rechtwinkligen Dreiecks sei F und die eine Kathete a; wie gross ist die andere Kathete?

$$a = 0,11 \text{ m}; 3,20 \text{ m}; 325 \text{ m};$$

$$F = 559 \text{ cm. } 5,12 \text{ qm}; 336\frac{3}{4} \text{ a}.$$

4. Wie gross ist der Flächeninhalt eines Dreiecks mit der Grundlinie g und der Höhe h?

$$g = 0,058 \text{ m}; 7,350 \text{ m};$$

$$h = 0,112; 1,16 \text{ m}.$$

5. Wie gross ist die Grundlinie (Höhe) eines Dreiecks mit der Höhe h (der Grundlinie g) und dem Flächeninhalte F ?

$$h (g) = 0,25 \text{ m}; 0,80 \text{ m}; 12,00 \text{ m};$$

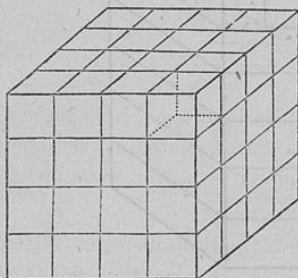
$$F = 275 \text{ qcm}; 1,2 \text{ qm}; 122,4 \text{ qm}.$$

6. Ein gleichschenkliges Dreieck habe den Inhalt $F = 550 \text{ qcm}$ und die Höhe $h = 0,22 \text{ m}$; wie gross ist sein Umfang?

IX. Körpermessung.

§. 30.

Fig. 13.



1. Ein Würfel habe die Kante 4 cm. Denke dir 3 aneinanderstossende Kanten in 4 gleiche Teile geteilt und durch die Teilpunkte Ebenen parallel zu den anstossenden Flächen gelegt. Der Würfel zerfällt dadurch in 4 Schichten von je 16 Würfeln, deren jeder 1 cm ist. Er ist also $= 4 \times 4 \times 4 = 64 \text{ cm}$.

Lehrsatz. Die Masszahl des Rauminhalts eines Würfels ist gleich der dritten Potenz der Masszahl einer Kante. (Erklärung von dritter Potenz, Cubus $a.a.a = a^3$.)

2. Erklärung. Der Raum eines Würfels, dessen Kante = 1 dm ist, heisst Liter (1l). Das Liter dient besonders zum Messen von Flüssigkeiten. Obere und untere Einteilung desselben.

Ein oben offenes Liter von Blech (welches jede Schule besitzen sollte) wird mit Wasser gefüllt und vor den Augen der Schüler gewogen. [Der Lehrer gebraucht dabei die Vorsicht, nicht gleich sämtliches Wasser einzufüllen, sondern nach und nach zuzugiessen. Etwaige kleine Abweichungen erkläre er (Temperatur u. s. w.)]. Die Wage sei nicht zu empfindlich.

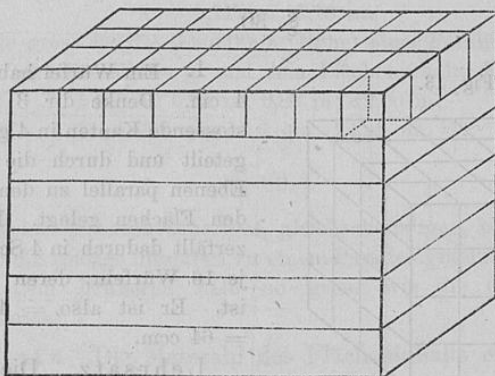
Erklärung. Das Gewicht eines Liters Wasser (im Zustande seiner grössten Dichtigkeit) heisst Kilogramm (1 kg). Einteilung desselben.

Übungsstoff.

3. 1. Berechne den Rauminhalt eines Würfels, dessen Kante a ist!
 $a = 15 \text{ m}; 23 \text{ cm}; 1\frac{1}{2} \text{ km}; 4,53 \text{ hm}; 735 \text{ mm}.$
2. Wie gross ist der Inhalt eines Würfels, dessen Umfang u ist?
 $u = 192 \text{ m}; 0,75 \text{ cm}; 7\frac{1}{5} \text{ Meile}.$
3. Wie gross ist das Gewicht folgender Wassermengen?
 $1 \text{ cbm}; 23 \text{ cdm}; 256 \text{ cmm}.$
4. Welchen Raum nehmen folgende Wassermassen ein?
 $275 \text{ kg}; 0,345 \text{ kg}; 363,4 \text{ g}.$

§. 31.

Fig. 14.



1. Eine gerade Oblongsäule habe die Kanten $a = 8 \text{ cm}, b = 6 \text{ cm}, c = 4 \text{ cm}.$ Verfahre wie in §. 29. 1. Die Säule wird dadurch in 6 Schichten von je $8 \times 4 \text{ cm}$ zerlegt. Sie ist also $= 8 \times 4 \times 6 \text{ cm}.$

Lehrsatz. Die Masszahl des Rauminhalts einer geraden Quadrat- oder Oblongsäule ist gleich dem Produkte aus den Masszahlen der Grundfläche und Höhe.

Übungsstoff.

2. 1. Berechne den Inhalt einer geraden Oblongsäule mit der Grundfläche F und der Höhe h !
 $F = 249 \text{ cm}; 1,32 \text{ qm};$
 $h = 0,12 \text{ m}; 0,5 \text{ m}.$
2. Wie gross ist der Inhalt einer geraden Quadersäule mit der Grundkante a und der Höhe h ?
 $a = 0,15 \text{ m}; 2,35 \text{ m};$
 $h = 0,08 \text{ m}; 0,33 \text{ m}.$

3. Wie gross ist die Grundfläche einer geraden Oblongsäule mit der Höhe h und dem Rauminhalte J ?

$$h = 0,11 \text{ m; } 3,5 \text{ m;}$$

$$J = 616 \text{ ccm; } 21 \text{ cbm.}$$

4. Der Inhalt einer geraden Oblongsäule sei J und zwei ihrer Kanten a und b ; wie gross ist die dritte Kante?

$$a = 0,7 \text{ m; } 0,22 \text{ m;}$$

$$b = 0,8 \text{ m; } 0,40 \text{ m.}$$

5. Der Inhalt einer geraden Quadratsäule sei J , die Grundkante a ; wie gross ist die Höhe?

$$J = 60,492 \text{ cbm; } 269,12 \text{ cbm;}$$

$$a = 7,1 \text{ m; } 5,8 \text{ m.}$$

6. Berechne den Rauminhalt des Lehrzimmers!



3. Wie gross ist die Grundfläche einer geraden Oblonkwand mit der Höhe h und dem Rauminhalte V ?
- $h = 0,11 \text{ m}; 5,5 \text{ m};$
 $V = 0,16 \text{ cm}^3; 21 \text{ dm}^3$
4. Der Inhalt einer geraden Oblonkwand sei V und zwei ihrer Kanten a und b ; wie gross ist die dritte Kante?
- $a = 0,7 \text{ m}; 0,32 \text{ m};$
 $b = 0,8 \text{ m}; 0,10 \text{ m};$
5. Der Inhalt einer geraden Quaderwand sei V , die Grundkante a ; wie gross ist die Höhe?
- $V = 60,492 \text{ cm}^3; 209,12 \text{ dm}^3;$
 $a = 7,1 \text{ m}; 5,2 \text{ m};$
6. Berechne den Rauminhalt des Rektinners!

