

Jahres-Bericht
über das
CARL FRIEDRICH-GYMNASIUM

zu
EISENACH

von Ostern 1887 bis Ostern 1888

erstattet

von

DR. HUGO WEBER
Professor und Direktor

Beigabe

Metrische Relationen am Sehnenviereck von Dr. Zimmermann



Eisenach
Hofbuchdruckerei
1888





Bericht

über das Schuljahr Ostern 1887—88.

I. SCHULEREIGNISSE.

Der Unterricht begann am 18. April. Die Herren Otto, Dr. Hossfeld und Dr. Sigismund (vgl. Jahresbericht 1887 S. 57) wurden an diesem Tage in ihr Amt eingeführt.

Durch gnädigste Entschliessung Sr. Königl. Hoheit des Grossherzogs wurden die Herren Dr. O. Schmidt und Dr. G. Kühn zu Professoren ernannt (M.-V. 28. Mai 1887).

Vom 10. Mai ab wurde Herr Dr. Unrein dem Gymnasium zur Ableistung seines Probejahres überwiesen (M.-V. 13. Febr. 1887).

Am 9. Juni fand der übliche Spaziergang der Schule klassenweise unter Führung der Lehrer statt.

Am 11. Juni unternahmen die Schüler der Ober- und Unter-Prima unter Führung einiger Lehrer eine Fahrt nach Weimar zum Besuche des Museums und anderer Sehenswürdigkeiten, abends fand eine Vorstellung der Iphigenie in Tauris im Theater statt, zu welcher die Grossherzogl. Sächs. Generalintendanz des Hoftheaters Eintrittskarten zur Verfügung gestellt hatte. Wir statten auch an dieser Stelle für die freundliche Einladung und liebenswürdige Aufmerksamkeit der Grossherzogl. Generalintendanz unsern ergebensten Dank ab.

Der Geburtstag unseres Landesherrn wurde in herkömmlicher Weise durch eine Festfeier begangen. Herr Professor Dr. Kühn hielt die Festrede über die im Glauben und Brauche des Volkes bedeutungsvollen Tage des Jahres.

Am 7. Juli begingen Lehrer und Schüler das heil. Abendmahl. Die Beichtrede hielt Herr Oberpfarrer Dr. Marbach. Die Vorbereitungsandacht hielt am Tage zuvor im Gymnasium Herr Otto.

Die Sommerferien begannen am 11. Juli und endigten am 6. August. Herr Dr. Oesterheld, welcher bereits während der Ferien erkrankt war, ward durch längeres Andauern der Krankheit verhindert, seine Thätigkeit bei dem Wiederbeginn des Unterrichts auszuüben. Mit Bewilligung des Grossherzogl. Staatsministeriums trat Herr Dr. Unrein stellvertretend in den grössten Teil seines Unterrichts ein, einige andere Stunden übernahmen bereitwilligst Mitglieder des Lehrkörpers. Diese Stellvertretung musste bis zum Schluss des Sommerhalbjahres fortgesetzt werden.

Der 2. September ward durch Vorträge vaterländischer Lieder und Gedichte in herkömmlicher Weise gefeiert.

Die Herbstprüfungen wurden am 22. und 23. September abgehalten, das Halbjahr mit Verteilung der Censuren am 24. September geschlossen.

Am 15. September fand unter dem Vorsitz des Herrn Oberschulrat Dr. Leidenfrost als Grossherzoglichen Kommissars die mündliche Prüfung mit einem Schüler und einem Auswärtigen statt. Beide erhielten das Reifezeugnis.

Das Winterhalbjahr begann am 10. Oktober.

Die Studientage wurden in der üblichen Weise abgehalten, die Primaner lasen Homer und Horaz, die Sekundaner Homer, Xenophon und Cicero.

Zu der am 10. November stattfindenden Aufführung von Bildern aus Luthers Leben im hiesigen Theater stellte Herr Kommissar Dittenberger für die Schüler freie Eintrittskarten und solche zu ermässigten Preisen gütigst zur Verfügung. Wir statten ihm auch an dieser Stelle unsern ergebensten Dank dafür ab.

Am Katharinentag, dem 25. November, war der Saal infolge der Übersiedelung der Gymnasialbibliothek noch nicht zugänglich. Deshalb musste die Feier verschoben werden. An dem für sie bestimmten Tage hielt der Oberprimaner Marbach die deutsche Rede zur Erinnerung an die Stipendienstiftung der Reichsgräfin Elmpt.

Am 20. Dezember fand eine musikalische Aufführung in dem gütigst bewilligten Saale der Clemda-Gesellschaft durch den Chor des Gymnasiums und des Seminars unter der kundigen Leitung des Herrn Prof. Thureau statt. Der Ertrag war für gelegentliche Unterstützung von Schülern bestimmt, namentlich zu dem Zwecke, um ihnen die Teilnahme an Ausflügen mit ihren Kameraden zusammen zu ermöglichen oder zu erleichtern. Allmählich hoffen wir den nötigen mässigen Betrag ansammeln zu können, der hinreicht, um von seinen Zinsen diese Bedürfnisse zu bestreiten. Gegenwärtig ist ein Betrag von 134 Mk. auf der hiesigen Sparkasse verzinslich angelegt; ausserdem ist noch ein kleiner Baarvorrat (18,67 Mk.) vorhanden. Die Verwaltung dieser Beträge führt Herr Dr. Oesterheld.

Bald nach dem Wiederbeginn des Unterrichts nach den Weihnachtsferien erkrankte Herr Dr. Oesterheld von neuem. Da derselbe voraussichtlich bis Ostern verhindert war, sein Amt zu versehen, so wurde mit Bewilligung des Grossherzogl. Staatsministeriums die Vertretung ähnlich der früheren für ihn eingerichtet (M.-V. 20. Jan. 1888). Herr Dr. Unrein übernahm seine Vertretung als Klassenlehrer und zugleich 7 Stunden Griechisch (in III^a); die übrigen Stunden wurden unter Mitglieder des Lehrkörpers verteilt.

Am 7. März fand unter dem Vorsitz des Herrn Oberschulrat Dr. Leidenfrost als Grossherzoglichen Kommissars die mündliche Reifeprüfung der Oberprimaner statt. Das Ergebnis der gesamten Prüfung war, dass 21 Schüler das Reifezeugnis erlangten, sieben derselben wurden auf Grund ihrer schriftlichen Prüfungsarbeiten und ihrer Leistungen während des zweijährigen Aufenthalts in der obersten Klasse von der mündlichen Prüfung befreit.

Der Geburtstag Sr. Majestät des deutschen Kaisers wird am 22. März durch eine festliche Feier begangen. Herr Dr. Nicolai hält die Festrede. Im Namen der abgehenden Schüler spricht in lateinischer Rede der Oberprimaner Crämer. Mit dieser Feier ist die Entlassung der abgehenden Schüler verbunden. Gesang unter Leitung des Herrn Prof. Thureau beginnt und schliesst die Feier.

Der Schluss des Winterhalbjahres findet am 24. März statt, der Beginn des Sommerhalbjahres am 9. April.

Zu Ostern scheidet nach Vollendung des Probejahres von hier Herr Dr. Unrein, um eine Lehrerstelle am Carl Alexander-Gymnasium in Jena zu übernehmen. Für die guten Dienste, welche er dem Gymnasium erwiesen hat, statten wir ihm herzlichen Dank ab mit besten Wünschen für seine Zukunft.

Im Anschluss und unter Bezugnahme auf die im Jahresbericht von 1886 und 1887 bereits gemachten Mitteilungen habe ich noch über die neue Bibliothek zu berichten.

Die in der alten Predigerkirche hergerichteten Räume wurden im Spätherbst fertig gestellt. Herr Bezirks-Baumeister Dittmar und Herr Baukontrolleur Harnisch führten den Bau aus. Die Bibliothek besteht aus zwei übereinanderliegenden und durch eine Wendeltreppe verbundenen Sälen, die beide heizbar sind. Der untere Saal ist zugleich für den Bibliothekar zum Geschäftsraum bestimmt und dient auch als Lese- und Arbeitszimmer. Der obere Raum ist hoch und hell beleuchtet durch die Spitzbogen des früheren Hauptschiffs der Kirche, welche hier ausmünden; die Vorderwand ist mit dem Grossherzoglichen Wappen und dem Thüringer Wappenschild geschmückt, an den beiden Seitenwänden und auf der Rückwand befinden sich nach der Bestimmung Sr. Königlichen Hoheit

des Grossherzogs die Wappen von neun Städten des Grossherzogtums (Eisenach, Kaltennordheim, Weida, Allstedt, Ilmenau, Apolda, Geisa, Jena, Weimar) und unter den die Wände nach oben abschliessenden Arabesken und Städtewappen Sprüche, wie sie wohl einem solchen Orte ziemen.

Die innere Ausstattung ist ganz durch das einheimische Handwerk hergestellt worden, Herr Hofmaler Rosenthal führte die Malereien aus, Herr Fabrikbesitzer Degenring die eiserne Wendeltreppe, Herr Tischler Dorschel die nötigen Tische und Stühle. In der Zeit vor Weihnachten fand die Einräumung der Bücher statt.

Die jetzt vereinigten Sammlungen bestehen aus folgenden Teilen: der bisherigen Gymnasialbibliothek, einschliesslich des Funkhänel'schen Vermächtnisses, den nicht-juristischen Büchern der früheren Bibliothek des Appellationsgerichtes, der sogen. Luther-Bibliothek der Wartburg und dem Vermächtnis Alexander Zieglers.

Bereits im Jahresbericht 1885/6 S. 6 ist mitgeteilt worden, dass Se. Königliche Hoheit der Grossherzog auf der Wartburg eine Bibliothek besitzt, welche aus Anlass des vierhundertjährigen Lutherjubiläums durch den Kommissionsrat Buchhändler Kühn in Weimar infolge eines demselben von Allerhöchster Seite gestatteten Aufrufes und durch eine besondere Stiftung erheblichen Zuwachs erhalten hatte.

Diese besondere Stiftung rührt von dem am 28. November 1886 in Dresden verstorbenen Königl. Sächs. Kommissionsrat Heinrich Klemm her und enthält ausser zahlreichen geschichtlichen auf die Reformation und auf Thüringen bezüglichen Werken namentlich eine äusserst wertvolle Sammlung von gegen 900 Originaldrucken des 16. Jahrhunderts, Schriften Luthers wie anderer Reformatoren und ihrer Gegner, darunter grosse und kostbare Seltenheiten, die überhaupt nur noch in wenigen Exemplaren vorhanden sind.

Da die Lage und die Räume der Wartburg sich nicht dazu eignen, um diese Sammlung für den Gebrauch und die Benutzung zugänglich zu machen, so ordnete Seine Königl. Hoheit an, dass sie in der neuen Bibliothek, an besonderem Platze, aufgestellt und dem Grossherzogl. Krongut zugerechnet würde. Herr Oberstlieutenant von Arnswald, Kommandant der Wartburg, sorgte für deren doppelte Katalogisierung — ein Exemplar des angelegten Zettelkatalogs ist auf der Wartburg zurückgeblieben — und liess sie hierher überführen.

Es dürfte daher gerechtfertigt sein, zum Andenken des Mannes, welchem die Wartburg-Bibliothek diese Werke verdankt, die Mitteilungen hier zum Teil zu wiederholen, welche die Weimarer Zeitung am 2. Dezember 1886 über seinen bemerkenswerten Lebenslauf gegeben hat. Er war — heisst es daselbst — ein selbstgemachter Mann im wahren Sinne des Worts. 1818 geboren ward er auf Kosten seiner Heimatsgemeinde erzogen und dann zu einem Schneider in die Lehre gegeben. Er machte sich die wissenschaftliche Fortbildung der Bekleidungskunst, sowie die Veredlung des Modegebietes zur Aufgabe. Zunächst suchte er durch Zeitungsartikel für sein Ziel zu wirken, und durch diese lenkte er die Aufmerksamkeit massgebender Kreise auf sich. Infolgedessen ward er vom Verlagsbuchhändler Voigt nach Weimar berufen und mit der Redaktion der ersten, von Voigt begründeten Modezeitung betraut. Mit der Zeit ward ihr Redakteur zu ihrem selbständigen Eigentümer und nachdem er noch ein auf dem Gebiete der Bekleidungskunst bahnbrechendes Buch veröffentlicht hatte, gründete er in Dresden, zusammen mit einem Berufsgenossen, die Genossenschaft „Europäische Moden-Akademie“, die dann unter dem Namen „Deutsche Bekleidungs-Akademie“ eine eigene Fachschule ins Leben rief, und die von ihm als erstem Direktor bis an sein Ende geleitet wurde. Inzwischen steigerte sich der Erfolg seiner „Europäischen Modezeitung“ immer mehr, und dies ermöglichte es dem unermüdlich thätigen Manne, sich in seinen Mussestunden auch einer Liebhaberei hinzugeben, die schon seit seinem Knabenalter in ihm gekeimt hatte. Damals hatte sein Wissensdrang zum ersten Male in den alten bedruckten Blättern Nahrung gefunden, die Klemm sich zuweilen von einem Händler mit Makulatur für einen erübrigten Pfennig kaufte. Hieraus war später sein bibliographisches Interesse erwachsen. Er kaufte alle wertvollen alten Druckwerke, besonders erste Originaldrucke auf, die er erlangen konnte, und so setzte er sich allmählich in den Besitz einer kostbaren Bibliothek, die als „Klemms bibliographisches Museum“ in den weitesten Kreisen bekannt wurde und für die man ihm vor einigen Jahren von Amerika aus eine Million Mark bot. Klemm aber wollte die Früchte seines langjährigen mühevollen Sammelns nicht aus seinem Vaterlande gehen lassen, trat sie vielmehr für

den Preis von 400 000 Mark an den sächsischen Staat ab, und zur Zeit bildet die einzig in ihrer Art dastehende Sammlung den wertvollsten Teil der Bibliothek der Buchhändlerbörse in Leipzig. Sie trägt jetzt den Namen „Königlich Sächsische bibliographische Sammlung zu Leipzig“ und enthält eine erstaunliche Fülle von alten Erzeugnissen der Buchdruckerkunst; einen beschreibenden Katalog mit bibliographischen Erläuterungen und Nachweisen, 510 Seiten enthaltend, hat Klemm im Jahre 1884 herausgegeben.

Durch seine Vertrautheit mit alten Drucken und durch seine grosse Geschäftskennntnis ist es ihm bei dem lebhaften Eifer, mit welchem er diesen Plan verfolgte, in sehr kurzer Zeit gelungen auch diese Sammlung zusammenzubringen, welche jetzt einen so hervorragenden Teil der vereinigten Sammlungen ausmacht. Seine erste Sendung für die Wartburg-Bibliothek erfolgte Anfangs September 1885, die letzte, die er noch selbst besorgte, Anfangs November 1886, wenige Wochen vor seinem Tode. Er war erfreut, von Zeit zu Zeit, von Monat zu Monat melden zu können, dass es ihm gelungen sei, wieder neue Originaldrucke zu erwerben; er machte auch alter Gewohnheit gemäss Rundreisen bei Antiquaren.

„Ich glaube — schreibt er — die nach meiner Überzeugung letzte Gelegenheit benutzen zu müssen, um eine solche Bibliothek zusammen zu bringen, denn die Vorräte im Handel gehen reissend schnell ihrem Ende entgegen. Noch ein zweites Mal getraue ich mir selbst kaum einen solchen Schatz zu sammeln.“ Es war sein besonderer Wunsch, dass von dieser Sammlung ein genauer und sorgfältiger Katalog mit bibliographischen Nachweisen und Erläuterungen angefertigt und gedruckt werde. Ein solcher befindet sich in Vorbereitung.

Die Bibliothek des früheren Appellationsgerichts enthält, wie bereits (a. a. O.) mitgeteilt worden ist, eine nicht geringe Zahl von wertvollen Werken geschichtlichen, literarischen und allgemein wissenschaftlichen Inhalts, namentlich auch aus älterer Zeit und aus der Zeit der Eisenacher Herzöge.

Hierzu ist durch testamentarische Verfügung noch die Schenkung des am 8. April 1887 zu Wiesbaden verstorbenen Hofrats Dr. Alexander Ziegler gekommen, zu deren Annahme das Grossherzogliche Staatsministerium durch Verfügung vom 9. Juni 1887 seine Genehmigung erteilt hat. Als Gelehrter und Schriftsteller hat Ziegler auf dem Gebiete geographischer Forschung und auf verwandten Gebieten der Kultur oder der technischen Betriebe, wie allgemein bekannt ist, einen weitreichenden Namen sich erworben; nicht minder aber war er, wie in einem Nachruf der Weimarerischen Zeitung vom 11. und 18. September 1887 in beredter Weise ausgesprochen wird, ein edler für das Wohl seiner Nächsten thätiger und trefflicher Mensch.

Und als er in Ruhla am 10. März 1886 testamentarisch über seine Bibliothek verfügte, da gedachte er des Gymnasiums, das er von 1835 bis 1839 besucht hat, und bestimmte: „Meine Bibliothek in meiner Villa vermache ich der Volksschule zu Ruhla Eisen. Anth. resp. der von mir gestifteten Schul- und Volksbibliothek daselbst und dem lateinischen Gymnasium zu Eisenach, dessen Schüler ich gewesen bin“; hierzu ist aus seinem Nachlass noch ein grosses Bücherbrett gefügt worden.

Der zum Testamentsvollstrecker ernannte Herr Banquier Albert Ziegler hier nahm gemeinschaftlich mit dem Unterzeichneten und dem Bibliothekar Herrn Dr. Oesterheld mit liebenswürdiger Zuvorkommenheit in Ruhla die Ausscheidung der für die Gymnasial-Bibliothek bestimmten Werke vor und sorgte für deren Ueberführung. Eine Reihe der wertvollsten wissenschaftlichen Bücher, namentlich auf dem besonders von Alexander Ziegler gepflegten Gebiete, sind auf diese Weise in unseren Besitz übergegangen. Sämtliche aus dieser Schenkung herrührende Bücher sind durch eingeklebte Zettel mit der Aufschrift „Alexander Ziegler's Vermächtnis 1886“ für alle Zeit kenntlich gemacht worden, wie es ehemals mit dem Funkhänel'schen Vermächtnis geschehen ist.

So hat nun die bisherige Gymnasialbibliothek, der bereits die Funkhänel'sche Bibliothek einen bedeutend grössern Wert als vordem verliehen hat, durch diesen verschiedenartigen Zuwachs drei neuer Sammlungen eine weit über ihren ursprünglichen Bestand hinausgehende Vermehrung erfahren. Sobald die Neuordnung der Büchervorräte durchgeführt ist, wird die Bibliothek allgemeiner Benutzung zugänglich gemacht werden. Für die Anstalt, die Stadt Eisenach und für weitere Kreise ist durch diese neu geschaffene Bibliothek ein Förderungsmittel der Bildung und der Wissenschaft erwachsen, wie es vordem nicht bestanden hat.

Der Gedanke hier eine Bibliothek zu gründen ist von Seiner Königlichen Hoheit dem Grossherzog ausgegangen. Die neue Schöpfung Höchst desselben ist über den Rahmen einer Gymnasialbibliothek oder Lutherbibliothek hinausgewachsen und in stattlichen Räumen ist ihrem erweiterten Bestande ein neues Heim erbaut worden. Es möge gestattet sein, an dieser Stelle dem Danke, welchen das Gymnasium, die Stadt Eisenach und weite Kreise Sr. Königl. Hoheit unserm gnädigsten Grossherzog schulden, in Ehrerbietung Ausdruck zu geben. „Dem Fürsten“ lautet die Überschrift der auf der Mitte der Rückwand des oberen Saales befindlichen Goethe'schen Zeilen:

Verehrung naht sich mit durchdrungenen Mienen
Und Dankbarkeit mit frei erhobner Brust;
Die Treue folgt, mit Eifer Dir zu dienen
Ist unablässig ihre schönste Lust.

Die Bibliothek, der für die Zukunft ein gutes Gedeihen und Wachsen zur Erfüllung ihrer Bestimmung beschieden sein möge, wird nach Sr. Königl. Hoheit gnädigster Entschliessung künftig den Namen ihres hohen Stifters tragen als Carl Alexander-Bibliothek.

Der Tag der Eröffnung der Carl Alexander-Bibliothek wird noch besonders bekannt gegeben werden. Schon jetzt aber teilen wir nachstehend die vom Grossherzogl. Sächs. Staatsministerium genehmigte Bibliotheks-Ordnung mit.

Ordnung für die Benutzung der Carl Alexander-Bibliothek.

§ 1. Die Carl Alexander-Bibliothek, über welche der Direktor des Carl Friedrich-Gymnasiums die Aufsicht führt, ist Mittwoch und Sonnabend von 11— $\frac{1}{2}$ 1 Uhr zur Benutzung geöffnet, leiht in dieser Zeit Bücher aus und nimmt in derselben entlehene Bücher zurück.

§ 2. Von der Verleihung sind ausgeschlossen moderne Romane und Erzählungen, Kupferwerke, Zeichnungen, Landkarten, Pläne, Wörterbücher und sonstige Nachschlagewerke und die der Bibliotheksverwaltung unentbehrlichen bibliographischen Bücher.

Handschriften und seltene oder kostbare Bücher dürfen nur an Ort und Stelle benutzt werden, eine Versendung derselben nach auswärts findet der Regel nach nur an Bibliotheken und in keinem Falle ohne besondere Erlaubnis des Direktors statt.

§ 3. Für die Benutzung des Verwaltungszimmers der Bibliothek zu wissenschaftlichen Arbeiten erteilt der Direktor die Erlaubnis.

Derselbe wird die Zeit bestimmen, in welcher die Bibliothek für diesen Zweck geöffnet ist und die Ueberwachung der Arbeit durch die Bibliotheksverwaltung und nötigen Falls durch geeignete Stellvertreter aus dem Lehrerkollegium anordnen. In gewissen Fällen kann auch die unmittelbar neben der Bibliothek gelegene und von derselben getrennte Kapelle als Arbeitsraum angewiesen werden.

§ 4. Jeder Entleiher hat in der Regel für längstens 6 Wochen die freie Benutzung des entnommenen Buches. Nach dieser Zeit steht der Bibliotheksverwaltung frei, das Buch zurückzufordern.

Ist inzwischen das Buch nicht anderweitig verlangt worden, so kann auf einen schriftlich oder mündlich geäusserten Wunsch des Entleihers die Zeit der Benutzung auf weitere 6 Wochen verlängert werden.

§ 5. Die Bibliotheksverwaltung ist berechtigt, die Stellung einer zureichenden Bürgschaft für zu entleihende Bücher zu fordern.

§ 6. Briefliche Gesuche um Bücher sind portofrei einzusenden. Die Büchersendungen an die Entleiher erfolgen unfrankiert.

Die Rücksendung der Bücher muss wohlverpackt und auf Kosten des Entleihers geschehen. Jede Sendung geht auf Gefahr des Entleihers.

§ 7. Es ist unstatthaft, ohne eingeholte Erlaubnis der Bibliotheksverwaltung in den Räumen der Bibliothek umherzugehen oder Bücher und andere Gegenstände aus den Fächern herauszunehmen.

§ 8. Wer nach der bestimmten Frist (vergl. § 4) die entliehenen Bücher nicht an die Bibliothek zurückliefert, wird, wenn er in Eisenach wohnhaft ist, in der Regel mündlich durch den Schuldienner, dem dafür 20 Pf. zu zahlen sind, erinnert; ausserhalb wohnende werden durch unfrankierte Briefe an die Rückgabe gemahnt.

§ 9. Wer ein Buch verliert oder beschädigt, hat ein anderes nach den Regeln der Bibliothek eingebundenes Exemplar oder den Wert desselben nebst den Kosten des Einbandes an die Bibliotheksverwaltung zu erstatten.

Die Erstattung eines anderen Exemplars tritt überall da ein, wo ein solches nur antiquarisch oder zu erhöhtem Preise zu beschaffen ist.

§ 10. In dem Falle, den § 9 bezeichnet, kann die fernere Benutzung der Bibliothek versagt werden.

Die Benutzung wird Schülern entzogen, wenn sie ein von der Bibliothek entliehenes Buch mit in die Schule nehmen.

Es ist nicht gestattet, in die entliehenen Bücher Bemerkungen zu schreiben, einzelne Worte oder ganze Stellen zu unterstreichen oder durch Striche am Rande zu kennzeichnen und ganze Blätter oder Blattecken einzuknicken.

§ 11. Bei Ausschluss von fernerer Benutzung der Bibliothek und bei eigener Haftpflicht ist es untersagt, ein von der Bibliothek entliehenes Buch eigenmächtig, ohne Vorwissen der Bibliotheksverwaltung, weiter zu verleihen.

§ 12. Bei Zurückgabe der Bücher sind die ausgestellten Scheine zurückzufordern.

Die Einrede, dass man ein Buch zwar abgeliefert, aber den Schein nicht gleichzeitig wieder erhalten habe, ist gegen die Ansprüche der Bibliothek auf Ersatz (vergl. § 9) unzulässig.

§ 13. Alljährlich im Monat Juni findet eine Revision der Bibliothek statt. Während dieses Monats werden Bücher nicht ausgeliehen.

Wer Bücher entliehen hat, muss dieselben ohne Ausnahme spätestens bis zum 14. Juni zurückgeben.

§ 14. In der Regel findet auch während der am Carl Friedrich-Gymnasium bestehenden Ferien eine Ausgabe oder Rücknahme von Büchern nicht statt.

Vorstehende Ordnung für die Benutzung der Grossherzoglichen Carl Alexander-Bibliothek zu Eisenach wird hiermit genehmigt.

Weimar, den 14. Februar 1888.

Grossherzoglich Sächsisches Staatsministerium

Departement des Grossherzoglichen Hauses und des Cultus.
Stichling.

(L. S.)

II. UNTERRICHT.

Übersicht der im Schuljahr 1887—1888 behandelten Gegenstände.

Oberprima.

Klassenlehrer: der Direktor.

Lateinisch 8 St.: Tacitus Agricola, ab excessu d. Aug. II—IV in Auswahl. 4 St. Anleitung zur Abfassung des lateinischen Aufsatzes, grammatische Wiederholungen, acht Aufsätze, Klassenarbeiten, Übungen im lateinisch Sprechen mit Zugrundelegung von Tacitus Agricola. 2 St. Der Direktor.

- Horaz: Wiederholung des in Ib. Gelesenen und Gelernten; neu gelesen wurden: *carm. saec.* ep. 1. 2. 7. 9. sat. I 1. 4. 6. 9. II 1. 6. ep. I 2. 4. 10. 19. 20. II 3, 1—294. Leben des Horaz. 2 St. Krumbholz.
- Griechisch 6 St.: Thukydides VI. VII. Sophokles Antigone. Ilias I—XXIV. Plan und Zusammenhang des Gedichts. Lage von Ilion. 5 St. Grammatische Wiederholungen, mündliche und schriftliche Uebungen. 1 St. Der Direktor.
- Deutsch 3 St.: Übersicht der Litteraturgeschichte von 1770 an, mit besonderer Berücksichtigung von Lessing und Goethe; gelesen wurden Lessings Laokoon und (mit Auswahl) Dramaturgie, Goethes Tasso und (teilweise) Gedichte, Schillers Abhandlung über naive und sentimentalische Dichtung; acht Aufsätze. Schneidewind.
- Französisch 2 St.: Gelesen wurde Villemain, Shakespeare, Milton u. a.; Klassenarbeiten. Schneidewind.
- Hebräisch (mit Unterprima vereinigt) 2 St.: Die unregelmässigen Zeitwörter. Gelesen wurde Genesis. 1. 2. 3. 28. 37. Psalm 1. 2. 23. 24. Jes. 5. 6. 9. 11 teilweise. Otto.
- Religion 2 St.: Kirchengeschichte v. 325 an unter Benutzung des kirchengeschichtl. Lesebuchs von Noack und des Vademecum von Delius u. Krüger. Otto.
- Mathematik 4 St.: Stereometrie. Combinationslehre, binomischer Lehrsatz. Wiederholungen aus allen Teilen der Mathematik. Alle vier Wochen eine Klassenarbeit; drei häusliche Arbeiten. Zimmermann.
- Physik 2 St.: Lehre vom Licht. Die Grundlehren der mathematischen Geographie. Zimmermann.
- Geschichte 3 St.: Vom dreissigjährigen Kriege bis 1871; Wiederholungen aus der Erdkunde über Amerika. Schneidewind.

Unterprima.

Klassenlehrer: Herr Prof. Dr. Schneidewind.

- Lateinisch 8 St.: Cicero pro Milone, Cato maior. Tacitus Germania. Horaz I 1. 3. 4. 6. 7. 9. 11. 14. 18. 19. 22. 24. 29. 31. 37. II 7. 13. III 1. 4. 6—9. 11—14. 16. 17. 21. 26. 30. IV 2—5. 14. 15. 7 Gedichte wurden gelernt. — Grammatische Wiederholungen. Anleitungen zum lat. Aufsatz. 8 Aufsätze. Klassen- und Hausarbeiten. Übungen im mündlichen Gebrauch der lat. Sprache im Anschluss an Liv. II. — Jede Woche wurde $\frac{1}{2}$ Stunde zum Besprechen griechischer Kunstwerke verwendet (nach Menges Einführung in die antike Kunst). Krumbholz.
- Griechisch 6 St.: Demosthenes über die Angelegenheiten im Chersones. Plato Apologie und Kriton. Grammat. Wiederholungen. Klassenarbeiten. 4 St. Krumbholz. Ilias I—XXI (mit Benutzung der Studentage und teilweise kursorisch). 2 St. Schneidewind.
- Deutsch 3 St.: Übersicht der Litteraturgeschichte von den Anfängen bis auf Lessing. Gelesen wurde das Nibelungenlied Ges. XI bis zum Schluss nach dem Lachmannschen Text; Goethes Götz von Berlichingen; Lessings Emilia Galotti; Shakespeares Caesar; ausgewählte Abschnitte aus Klopstocks Messias. Zu Hause lasen die Schüler Goethes Egmont, Abschnitte aus Dichtung und Wahrheit, Lessings Minna von Barnhelm. — Goethes und Schillers kulturhistorische Gedichte, einzelne diesbezügliche Aufsätze. Vorträge der Schüler. 8 Aufsätze. Kühn.
- Französisch 2 St.: *Capefigue*, *Charlemagne*; *Molière*, *Malade imaginaire* und *Précieuses Ridicules*; Klassenarbeiten. Schneidewind.
- Hebräisch (mit Oberprima vereinigt) 2 St. Otto.
- Religion 2 St.: Geschichte der apostolischen Zeit und des christlichen Altertums. Gelesen wurden Stücke aus paulin. Briefen und dem kirchengeschichtlichen Lesebuch von Noack. Otto.
- Mathematik 4 St.: Massbeziehungen am Dreieck; algebraische Geometrie. Trigonometrie. Lehre von den Reihen. Zinseszins- und Rentenrechnung. Gleichungen 2. Grades. Alle vier Wochen eine Klassenarbeit; drei häusliche Arbeiten. Zimmermann.
- Physik 2 St.: Mechanik der festen, flüssigen und luftförmigen Körper. Lehre vom Schall. Hossfeld.
- Geschichte 3 St.: Von Karl dem Grossen bis zum westfälischen Frieden; Wiederholungen aus der Erdkunde über Deutschland. Schneidewind.

Obersekunda.

Klassenlehrer: Herr Prof. Dr. Schmidt.

- Lateinisch 8 St.: Livius I. II. Wiederholung der Satzlehre nach Weber. Stillehre nach Berger's Vorübungen Kap. 3—6. Wiederholung von Kap. 1 u. 2. Anleitung zur Anfertigung lateinischer Aufsätze unter Benutzung von Weber, Anfangsgründe der lateinischen Darstellung. Wöchentlich eine Arbeit zur Durchsicht. Vier Aufsätze. 6 St. Vergil Aen. V, VI, Catull und Tibull nach der Auswahl von Schulze. 2 St. Schmidt.
- Griechisch 7 St.: Lycurgus in Leocratem. Herodot VIII. Wiederholung der Formenlehre. Behandlung der Tempora und Modi nach Weber. Alle 14 Tage eine Klassenarbeit. 5 St. Schmidt. Homer Od. I—VIII. XVII—XXIV (zum Teil an Studientagen.) Plan und Zusammenhang des Gedichts. 2 St. Krumbholz.
- Deutsch 2 St.: Schiller: Wallenstein, die Jungfrau von Orleans, Maria Stuart, Don Carlos, die Braut von Messina, teilweise der dreissigjährige Krieg. Abschnitte der Nibelungen, mittelhochdeutsche Sprachlehre nach Martin. Übungen im Vortrag. Zehn Aufsätze. Zu Hause lasen die Schüler Herders Cid und v. Kleists Prinz von Homburg. Schmidt.
- Französisch 2 St.: Sprachlehre: Plötz Lekt. 60—75; Übungen im mündlichen Gebrauch der Sprache. Alle 14 Tage eine Klassenarbeit. Gelesen wurde P. Lanfrey (aus Histoire de Napoléon I.) Campagne de 1806—1807. Nicolai.
- Religion 2 St.: Leben Jesu und apostolische Zeit nach Paulus und den synoptischen Evangelien. Otto.
- Hebräisch 2 St.: Regelmässige Formenlehre einschliesslich der Verba gutturalia nach Hollenberg. Otto.
- Mathematik 4 St.: Lehre von den Potenzen, Wurzeln und Logarithmen. Proportionen am Kreise, Quadratur und Rektifikation des Kreises. Gleichungen 2. Grades. Alle 4 Wochen eine Klassenarbeit; drei häusliche Arbeiten. Zimmermann.
- Physik 2 St.: Galvanismus und dynamische Elektrizität. Lehre von der Wärme. Hossfeld.
- Geschichte 3 St.: Die Stadt Rom, das Caesarenreich und die Germanen bis an Karl den Grossen; Wiederholungen aus der Erdkunde über das ausserdeutsche Europa. Schneidewind.

Untersekunda.

Klassenlehrer: Herr Prof. Dr. Kühn.

- Lateinisch 8 St.: Cicero orat. Catil. I—IV. Sall. bell. Jug. Zu Hause Cic. pro Archia poeta und einzelne Abschnitte aus Caesar comm. de bell. civ. 4 St. Wiederholung der Satzlehre nach Weber. Stillehre nach Bergers Vorübungen, I—III. Wöchentliche Klassen- und Hausarbeiten 2 St. Kühn. Verg. Aen. I, II. Lieder von Catull, Tibull, Ovid (nach Schulzes Auswahl). 2 St. Unrein.
- Griechisch 7 St.: Xenoph. Anabas. III—V, 4; ausgewählte Abschnitte aus den übrigen Teilen. Satzlehre des Nomens nach Webers Sprachlehre; alle vierzehn Tage eine Klassenarbeit. 5 St. Flex. Hom. Od. I—VIII. Einzelne Abschnitte auswendig gelernt. 2 St. Kühn.
- Deutsch 2 St.: Schiller: Wallenstein u. Maria Stuart, Uhland: Herzog Ernst von Schwaben, Goethe: Hermann und Dorothea in der Schule gelesen. Zu Hause gelesen: Schillers Tell und Jungfrau von Orleans, sowie Geschichte des dreissigjährigen Krieges, Körners Zriny. Übungen im prosaischen und poetischen Vortrage, sowie in der Gliederung einer Aufgabe. 10 Aufsätze. Kühn.
- Französisch 2 St.: N.-A. De Salvandy, Jean Sobieski. Sprachlehre nach Plötz Schulgrammatik, Lekt. 51—65; Wiederholung der Formenlehre. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit zur Durchsicht. Schmidt.
- Geschichte und Erdkunde 3 St.: Geschichte des alten Orients und der Hellenen. Wiederholungen aus der Erdkunde über Asien und Afrika. Einführung in die alte Kunst (Orient, griech. Baukunst.) Krumbholz.
- Religion 2 St.: Geschichte des Volkes Israel. Otto.

- Mathematik 4 St.: Gleichungen 1. Grades mit einer und mehreren Unbekannten, nebst Anwendungen. Proportionen. Gerade Linien und Winkel beim Kreise, geradlinige Figuren in und um den Kreis; Inhaltsberechnung geradliniger Figuren. Ähnlichkeit der Figuren. 3 häusliche Arbeiten. Klassenarbeiten. Hossfeld.
- Physik 2 St.: Allgemeine Eigenschaften der Körper. Die Grundlehren der Chemie. Magnetismus und statische Elektrizität. Hossfeld.

Obertertia.

Klassenlehrer: Herr Dr. Oesterheld.

Stellvertreter: Herr Dr. Unrein.

- Lateinisch 9 St.: Caesar bell. gall. IV—VI, 29. Sprachlehre nach Weber, das Verbum. Wiederholung der Lehre vom Nomen und der Formenlehre. Wöchentliche Klassen- und Hausarbeiten. 7 St. Oesterheld, Unrein, Flex.
- Caesar bell. gall VI, 29—VII, 25. 2 St. Von Weihnachten bis Ostern Schmidt.
- Ovid Metam. VI, 313. X, 1—739. XII, 560—628. XIII. XIV nach der Auswahl von Siebelis. 2 St. Schmidt.
- Griechisch 7 St.: Meurer Übungsbuch II. Xenophon Anab. I, II, III. Sprachlehre nach Weber, Abschluss und Wiederholung der gesamten Formenlehre. Alle 14 Tage eine Klassenarbeit. Oesterheld und Unrein.
- Deutsch 2 St. seit Jan. 1888 3 St.: Gedichte der Echtermeyerschen Sammlung erklärt und gelernt. 12 Aufsätze. Otto.
- Französisch 2 St.: Sprachlehre nach Plötz Schulgrammatik Lektion 24—49. Alle 14 Tage eine schriftliche Arbeit (Klassenarbeiten u. Diktate) zur Durchsicht. — Gelesen Abschnitt 3—6 aus Meurers Übungsbuch u. Rollin hist. de la seconde guerre punique Cap. 1—6. Kühn.
- Religion 2 St.: Apostelgeschichte und dazu passende Stücke aus paulinischen Briefen. Verfolgung und Ausbreitung des Christentums. Katechismus. Lieder und Sprüche gelernt. Otto.
- Mathematik 3 St.: Addition und Subtraktion der Brüche. Division von Buchstabenausdrücken. Quadrieren zwei- und mehrteiliger Größen, Ausziehen der Quadratwurzel. Lehre von den Parallelen; Parallelogramm und Trapez. Flächengleichheit und Verwandlung geradliniger Figuren. Lehre vom Kreise. Klassenarbeiten. Hossfeld.
- Naturkunde 2 St.: Mineralienkunde. Geschichte der Entstehung und Umbildung der Erdoberfläche. Kühn.
- Geschichte 2 St.: Deutschland von 1555 bis zur Gegenwart. Oesterheld. Seit Weihn. Krumbholz: 19. Jahrhundert.
- Erdkunde 1 St.: Mitteleuropa. Wiederholungen. Kühn.

Untertertia.

Klassenlehrer: Herr Dr. Flex.

- Lateinisch 8 St.: Caesar, Bell. Gall. I, II, III. Satzlehre des Nomens nach Weber; Wiederholung der Formenlehre; Übersetzen aus Grubers Übungsbuch; Haus- und Klassenarbeiten. 6 St. Flex.
- Ovid, Metamorph. nach Siebelis' Auswahl Heft 1, 19, 20, 2, 3. Durchnahme der Prosodie und Erklärung des Hexameters. 2, 1—24 auswendig gelernt. 2 St. Sigismund und Unrein.
- Griechisch 7 St.: Sprachlehre nach Weber bis zur unthematischen Konjugation (§ 57). Lesestoff: Meurer, griechisches Lesebuch I. Teil. Alle 14 Tage eine Klassenarbeit; dazwischen Hausarbeiten. Nicolai.

- Deutsch 2 St.: Gedichte der Echtermeyerschen Sammlung erklärt und teilweise gelernt; das Wichtigste über die Form der Dichtungen, Biegung des Verbums. Übungen im Gliedern einer Aufgabe; 12 Aufsätze. Flex.
- Französisch 3 St.: Plötz, Elementarbuch Lekt. 74—85, Grammatik Lekt. 1—23. Klassenarbeiten alle 14 Tage. Hossfeld.
- Religion 2 St.: Evangelische Geschichte mit Bibellesen. IV. u. V. Hauptstück kurz. Sprüche und Lieder gelernt. Otto.
- Mathematik 3 St.: Von den Winkeln an Parallelen. Kongruenz der Dreiecke. Das Parallelogramm. Konstruktion der Dreiecke und Vierecke. Die vier Rechnungsarten mit Buchstaben. Klassenarbeiten. Hossfeld.
- Naturkunde 2 St.: Schwierigere Pflanzenfamilien. Die wichtigsten ausländischen Kulturpflanzen. Übersicht über das Pflanzenreich. Bau des menschlichen Körpers. Übersicht über die Wirbeltiere. Bau der Gliedertiere. Barth.
- Geschichte 2 St.: Deutschland bis 1347. Oesterheld. Von da bis zum dreissigjährigen Kriege (seit Neujahr). Sigismund.
- Erdkunde 1 St.: Das ausserdeutsche Europa. Oesterheld. Seit Weihnachten: Skandinavien, Frankreich, England: Nicolai.

Quarta.

Klassenlehrer: Herr Dr. Zimmermann.

- Lateinisch 9 St.: Cornelius Nepos: Miltiades, Themistocles, Epaminondas, Pelopidas, Agesilaus gelesen. Zimmermann. Aristides, Cimon, Pausanias, Hannibal, Thrasybulus, Lysander. 2 St. Flex, seit Michaelis Unrein. Sprachlehre: Die Kasuslehre im vorgeschriebenen Umfange, das Allerwichtigste aus der Tempus- und Moduslehre, Wiederholung der Formenlehre nach Webers Lat. Elementar-Grammatik I. Teil im Anschluss an Meurers Übungsbuch für Quarta. Wöchentlich eine Klassen- und eine Hausarbeit. 7 St. Zimmermann.
- Deutsch 2 St.: Übungen im Lesen und Erzählen nach Wendt II. Teil. Gedichte der Echtermeyerschen Sammlung erklärt und gelernt. Flexion des Substantivs. Dreizehn Aufsätze. Unrein.
- Französisch 5 St.: Regelmässige Formenlehre nach Plötz' Elementarbuch, Lekt. 1—74; Wöchentlich eine Klassenarbeit. Flex.
- Religion 2 St.: Alttestamentliche Geschichte bis Salomo und Bibelkunde. 2. Hauptstück Lieder gelernt. Otto.
- Mathematik 2 St.: Die geometrischen Grundgebilde an Würfel, Säule, Vierflächner, Achtfächner, Walze, Kegel und Kugel zur Anschauung gebracht. Konstruktion und Kongruenz der Dreiecke. Einführung in die geometrische Zeichensprache. Hossfeld.
- Rechnen 2 St.: Wiederholung der gemeinen und zehnteiligen Brüche. Einfache und zusammengesetzte Regeldetri. Zinsrechnung. Verteilungsrechnung. Hossfeld.
- Naturkunde 2 St.: Einfachere Pflanzenfamilien. Anleitung zum Bestimmen nach Linné. Kriechtiere, Lurche, Fische. Barth.
- Geschichte 2 St.: Griechische und römische Geschichte nach D. Müller. Sigismund.
- Erdkunde 2 St.: Asien, Afrika, Amerika, Australien. Sigismund.

Quinta.

Klassenlehrer: Herr Dr. Nicolai.

- Lateinisch 10 St.: Wiederholung und Ergänzung der Formenlehre. Unregelmässige Verba. Anfangsgründe der Satzlehre. Meurers Lesebuch 2. Teil. Wöchentliche Klassen- und Hausarbeiten. Nicolai.

- Deutsch 3 St.: Übungen im Lesen, Erzählen und Deklamieren. Gedichte der Echtermeyerschen Sammlung erklärt und gelernt. Satz- und Satzzeichenlehre. Alle 4 Wochen ein Aufsatz; dazwischen je ein Diktat. Ilias- und Nibelungensage. Nicolai.
- Religion 2 St.: Biblische Geschichte des Neuen Testaments. Das 3. Hauptstück. Lieder und Sprüche gelernt. Barth.
- Rechnen 4 St.: Die gemeinen und zehnteiligen Brüche. Einfache Regeldetri mit gemeinen Brüchen. Barth.
- Naturkunde 2 St.: Beschreibung der einfachsten Pflanzenfamilien. Einheimische Säugetiere und Vögel mit Heranziehung der hauptsächlichsten ausländischen Vertreter. Beobachtung der Witterungsverhältnisse Eisenachs. Barth.
- Geschichte 2 St.: Thüringische und deutsche Geschichte bis 1871. Sigismund.
- Erdkunde 2 St.: Wiederholung und Erweiterung des Unterrichtsstoffs der Sexta. Länderkunde von Europa; kurzer Überblick über die anderen Erdteile. Sigismund.
- Schreiben 2 St.: Das lateinische und deutsche Alphabet. Ein- u. mehrzeilige Vorschriften. Takt-schreiben. Barth.

Sexta.

Klassenlehrer: Herr Dr. Sigismund.

- Lateinisch 10 St.: Regelmässige Formenlehre unter Benutzung der Grammatik von Flex und des Lesebuchs von Meurer, Teil. 1. Wöchentliche Haus- und Klassenarbeiten. Sigismund.
- Deutsch 3 St.: Lesen, Erklären und Wiedererzählen von Stücken aus dem deutschen Lesebuch von Wendt Teil 1. Gedichte aus der Echtermeyer'schen Sammlung besprochen und gelernt. Wöchentliche Diktate; einige kleine Aufsätze. Die Grundzüge der deutschen Sprachlehre (Redeteile, Satzteile, einfacher und zusammengesetzter Satz). Im Sommer deutsche, im Winter griechische Sagen. Sigismund.
- Religion 3 St.: Biblische Geschichten des Alten Testaments nach Schäfer. Die 10 Gebote mit Erklärung. Lieder und Sprüche gelernt. Barth.
- Rechnen 3 St.: Die vier Grundrechnungsarten mit ganzen unbenannten, ein- und mehrfach benannten Zahlen. Einfache Regeldetri mit ganzen Zahlen. Barth.
- Naturkunde 2 St.: Beschreibung einzelner Pflanzen und Tiere (Säugetiere u. Vögel). Fortlaufende Beobachtungen des Windes, Wetterglases und Wärmemessers. Barth.
- Erdkunde 2 St.: Heimatskunde von Thüringen und Deutschland. Kühn.
- Schreiben 2 St.: Das lateinische und deutsche Alphabet entwickelt aus den Grundzügen, verbunden zu Wörtern und kurzen Sätzen. Takt-schreiben. Barth.

Verzeichnis der eingeführten Schulbücher.

In allen Klassen.

Die heilige Schrift.
Das Gesangbuch f. d. Grossherzogtum Sachsen.
Regeln und Wörterverzeichnis für die deutsche
Rechtschreibung. Berlin.

Von Sexta bis Obertertia.

Echtermeyer, Auswahl deutscher Gedichte.
Nicolai, Katechismus.

Von Sexta bis Quarta.

Weber—Flex, latein. Elementargrammatik.
Daniel, Leitfaden der Geographie.
Schäfer, biblische Geschichte.
Schellen, Aufgaben zum Rechnen I.
Issleib und König, Atlas zur bibl. Geschichte.

In Sexta und Quinta.

Perthes, Elementar-Atlas.
Wendt, deutsches Lesebuch I.

Von Quarta bis Prima.

Stieler, Schulatlas.
Putzger, histor. Atlas.

Von Quarta bis Obertertia.

Wendt, deutsches Lesebuch II.

Von Untertertia bis Prima.

Weber, griech. Grammatik.
Weber, Elemente der latein. Syntax.
Ploetz, franz. Schulgrammatik.
Daniel, Lehrbuch der Geographie.
Reidt, Aufgabensammlung aus der Arithmetik
und Algebra.

Von Obertertia bis Prima.

Schmidt, Leitfaden für den Religionsunterricht.

In Tertia.

Meurer, französ. Lesebuch I.
Müller, Gesch. d. deutschen Volkes (auch in Prima).
J. v. Gruber, lat. Übungsbuch. (auch in Unter-
sekunda).
Spieker, Lehrbuch der ebenen Geometrie (wird
weiter geführt).

Von Untersekunda bis Prima.

Kunze, Lehrbuch der Geometrie.

Von Obersekunda bis Prima.

Novum testamentum graece ed. Tischendorf.
Schlömilch, logarithm. u. trigonom. Tafeln.
Martin, mittelhochd. Grammatik.
Weber, Elemente der latein. Darstellung.
Dietsch, Grundriss der Weltgeschichte I. II.
Hollenberg, hebr. Schulbuch.

In Sekunda.

Trappe, Schulphysik (wird weiter geführt).
Dietsch, Grundriss der Weltgeschichte I.
Berger, stilistische Vorübungen.

In Prima.

Kluge, Geschichte der deutschen Litteratur.
Müller, Geschichte des deutschen Volkes.
Dietsch, Grundriss der Weltgeschichte II. III.
Biblia hebraica.
Gesenius-Kautzsch, hebr. Grammatik.
Noack, kirchengeschichtl. Lesebuch.
Vademecum aus Luthers Schriften von Krüger
und Delius.
Brettner, Leitfaden der Physik.

In Sexta.

Meurer, latein. Lesebuch für Sexta.

In Quinta.

Meurer, latein. Lesebuch für Quinta.

In Quarta.

Meurer, latein. Lesebuch für Quarta.
Müller, alte Geschichte für die Anfangsstufe.
Plötz, französisches Elementarbuch.

In Untertertia.

Meurer, griech. Lesebuch I.

In Obertertia.

Schilling, Grundriss der Naturgeschichte III.
Mineralreich, Ausgabe A. $\frac{1}{2}$
Meurer, griech. Lesebuch II.

In Oberprima.

Wrobel, Leitfaden der Stereometrie.

III. STIFTUNGEN.

1. Das Brotstipendium genossen der Oberprimaner Gutzeit, der Untersekundaner Friedrich Beck, der Obertertianer Paul Hirschfeld, der Untertertianer Liebetrau (M.-V. 7. Mai 1884. 22. Juni 1885. 1. Novbr. 1886).
2. Das Fuldaische Bücherstipendium der Oberprimaner Meiss, der Untertertianer Bach (M.-V. 29. April 1887).
3. Das Übersche Stipendium der Unterprimaner Ebsen (M.-V. 30. Juni 1887).
4. Das Asverusische der Obertertianer Mugler.
5. Das Calmbergische der Oberprimaner Meerguth, die Unterprimaner Ebsen, Höring, Atzel, der Obersekundaner Wölbing, der Untersekundaner Reimann (M.-V. 24. Nov. 1887).
6. Das Elmptsche der Oberprimaner Marbach, der Untersekundaner Reimann, der Untertertianer Göpel.
7. Das Storchsche der Obersekundaner Mentz (M.-V. 7. Mai 1884).
8. Die Wienerische Familienstiftung auf Vorschlag des Collators Herrn Staatsanwalt Siefert in Weimar der Untertertianer Warlitz (M.-V. 13. August 1886), vom 1. October an der Untertertianer Göpel (M.-V. 21. Juli 1887).
9. Das fürstliche die Oberprimaner Crämer, Meerguth, die Unterprimaner Ebsen, Höring, die Obersekundaner Leidenroth, Rothschild, die Untersekundaner Schill, Münzel, die Obertertianer Weirich, Mugler, die Untertertianer Liebetrau und Wagner. (M.-V. 23. Febr. 1888).
10. Das Görwitzische der Untertertianer Göpel.
11. Das Stötzersche der Untersekundaner Dreher (M.-V. 24. Juni 1884).
12. Die von Eichel-Streiberschen Freistellen hatten der Quintaner Max Sommer und der Unterprimaner Atzel, (Zuschrift des Vorstandes der von E.-Str. Familienstiftung, des Herrn Julius von Eichel-Streiber, 25. Okt. 1887.)
13. Die Schreib-Preise erhielten die Quartaner Hopf, Schambach, die Quintaner Warlitz, Haussmann, die Sextaner Brause, Stein.
14. Nach dem Vorschlag der Lehrerkonferenz wurde 22 bedürftigen Schülern theils eine ganze, theils eine halbe Schulgeldfreistelle gewährt (M.-V. 29. April. 26. Mai, 1887).

IV. SAMMLUNGEN.

Die Carl Alexander-Bibliothek erhielt folgende Geschenke, für die wir unsern ergebensten Dank aussprechen:

1. Von Seiner Königl. Hoheit dem Grossherzog: Die Fortsetzung der Veröffentlichungen des Allgemeinen Vereins für deutsche Litteratur: Herrmann, Cultur und Natur. Studien im Gebiete der Wirthschaft. Büchner, Thatsachen und Theorien aus dem naturwissenschaftlichen Leben der Gegenwart. Hanslick, Musikalisches Skizzenbuch. Neue Kritiken und Schilderungen. Geffken, Politische Federzeichnungen.
2. Von Ihrer Königl. Hoheit der Frau Grossherzogin: Die Fortsetzung zu Joh. Seb. Bachs Werken, herausgegeben von der Bach-Gesellschaft, Jahrgang XXXIII Goethes Werke. Herausgegeben im Auftrage der Grossherzogin Sophie von Sachsen, I, 1. 14. III, 1. IV, 1. 2.
3. Vom Grossherzogl. Sächs. Staatsministerium, Departement des Kultus: Monumenta Germaniae historica. Scriptorum tom. XV. pars I. Hannover 1887. Scriptorum tom. XXVIII. Hannover 1888. Reichsgesetzblatt für 1887.
4. Von der K. Bayer. Akademie der Wissenschaften zu München, philos.-philol. u. histor. Klasse: Sitzungsberichte 1886, 3. 4. 1887, 1. 2. 3. II, 1. 2.

5. Von Mitgliedern des Lehrkörpers: Neue Philologische Rundschau II, 1887.
 6. Von Herrn Eduard von Eichel-Streiber in Eisenach: Petermann, Mittheilungen aus J. Perthes Geographischer Anstalt. Bd. 24—29. Gotha, 1878—83.
 7. Von Herrn Ingenieur Fr. Schäffer in Eisenach: Das Wissen der Gegenwart, Leipzig und Prag, 1887—88, Bd. 63—66.
 8. Von Herrn Dr. Flex in Eisenach: von Göler, Übersichtskarte zu Caesars Gallischem Krieg. Tübingen 1880.
 9. Von Herrn Prof. Dr. E. Martin in Strassburg i. Elsass: Wimpfeling, Germania, übersetzt und erläutert von E. Martin. Strassburg 1885.
 10. Von der Verlagshandlung Breitkopf und Härtel in Leipzig: von Liliencron, die Horazischen Metren in deutschen Kompositionen des XVI. Jahrhunderts. Schulausgabe. Leipzig 1887.
- Ausserdem wurden die Bibliothek und die Sammlungen aus den dafür ausgesetzten Mitteln vermehrt.

V. LEHRER.

1. Dr. Weber, Professor und Direktor, Klassenlehrer von Ia.
Ia Lateinisch 6 St. Griechisch 6 St.
2. Dr. Schneidewind, Professor, Klassenlehrer von Ib.
Ia Deutsch 3 St. Französisch 2 St. Geschichte und Erdkunde 3 St. Ib Griechisch 2 St. Französisch 2 St. Geschichte u. Erdkunde 3 St. IIa Geschichte u. Erdkunde 3 St.
3. Dr. Schmidt, Professor, Klassenlehrer von IIa.
IIa Lateinisch 8 St. Deutsch 2 St. Griechisch 5 St. IIa Französisch 2 St. IIIa Lateinisch 2 St.
4. Dr. Kühn, Professor, Klassenlehrer von IIb.
Ib Deutsch 3 St. IIb Lateinisch 6 St. Deutsch 2 St. Griechisch (Homer) 2 St. IIIa Französisch 2 St. Naturbeschreibung 2 St. Erdkunde 1 St. VI Erdkunde 2 St.
5. Dr. Oesterheld, Klassenlehrer von IIIa.
IIIa Lateinisch 7 St. Griechisch 7 St. Geschichte 2 St. IIIb Geschichte und Erdkunde 3 St. (Die Vertretung der Stunden desselben ist aus den Angaben unter Abschnitt II. ersichtlich.)
6. Otto.
Ia Religion 2 St. Ib Religion 2 St. Iab Hebräisch 2 St. IIa Religion 2 St. Hebräisch 2 St. IIb Religion 2 St. IIIa Religion 2 St. Deutsch 2 St. IIIb Religion 2 St. IV Religion 2 St.
7. Dr. Zimmermann, Klassenlehrer von IV.
Ia Mathematik 4 St. Physik 2 St. Ib Mathematik 4 St. IIa Mathematik 4 St. IV Lateinisch 7 St.
8. Dr. Flex, Klassenlehrer von IIIb.
IIb Griechisch 5 St. IIIb Lateinisch 6 St. Deutsch 2 St. IV Französisch 5 St.
9. Dr. Krumbholz.
Ia Lateinisch (Horaz) 2 St. Ib Lateinisch 8 St. Griechisch 4 St. IIa Griechisch (Homer) 2 St. IIb Geschichte und Erdkunde 3 St.
10. Dr. Nicolai, Klassenlehrer von V.
IIa Französisch 2 St. IIIb Griechisch 7 St. V Lateinisch 10 St. Deutsch 3 St.
11. Dr. Hossfeld.
Ib Physik 2 St. IIa Physik 2 St. IIb Mathematik 4 St. Physik 2 St. IIIa Mathematik 3 St. IIb Mathematik 3 St. Französisch 3 St. IV Mathematik und Rechnen 4 St.
12. Dr. Sigismund, Klassenlehrer von VI.
IV Geschichte 2 St. Erdkunde 2 St. V. Geschichte und Erdkunde 4 St. VI Lateinisch 10 St. Deutsch 3 St.

13. Dr. Unrein, Probelehrer (Stellvertretender Klassenlehrer von Obertertia im August u. September, im Januar bis März.)
 IIb Lateinisch 2 St. IIIb Lateinisch (Ovid) 2 St. IV. Lateinisch 2 St. Deutsch 2 St.
14. Barth, Elementarlehrer.
 IIIb Naturbeschreibung 2 St. IV Naturbeschreibung 2 St. V Religion 2 St. Rechnen 4 St.
 Naturbeschreibung 2 St. Schreiben 2 St. VI Religion 3 St. Rechnen 3 St. Naturbeschreibung
 2 St. Schreiben 2 St.

Ausserordentliche Lehrer.

Professor Thureau. Gesangunterricht in allen Klassen 4 St.
 Bezirks-Brandmeister Goldner, Turnlehrer. Turnunterricht in allen Klassen 10 St.
 Grossherzogliche Zeichenschule: Direktor Professor Bauer. Zeichenunterricht
 in den drei untersten Klassen, je 2 St.

Schüler-Verzeichnis.

Oberprima.

1. Crämer aus Eisenach.
2. Hofsommer aus Eisenach.
3. Becker aus Eisenach.
4. Meerguth aus Eisenach.
5. Stapff aus Vacha.
6. Rosenstock von Rhöneck aus Philippsthal.
7. Weber aus Eisenach.
8. Oeste aus Vacha.
9. Gutzeit aus Vacha.
10. Vent aus Weimar.
11. Sigismund aus Blankenburg.
12. Venus aus Eisenach.
13. Münzel aus Eisenach.
14. Oppermann aus Eisenach.
15. Marbach aus Eisenach.
16. Lungershausen aus Eisenach.
17. Schubart aus Oberellen.
18. Beyer aus Sondheim.
19. Schambach aus Vacha.
20. Meiss aus Dermbach.
21. Klüber aus Eisenach.
22. Dreiss aus Ruhla.
23. Kötschau aus Krippendorf.
24. Gleichmann aus Eisenach.
25. Hartmann aus Grossobringen.

Unterprima.

1. Paulssen aus Eisenach.
2. Ebsen aus Eisenach.
3. Höring aus Ilmenau.
4. v. Buttlar aus Eisenach.
5. Atzel aus Eisenach.

6. Georges aus Gotha.
7. Keil aus Eisenach.
8. Sonderhof aus Eisenach.
9. Kahle aus Eisenach.
10. Geheeb aus Geisa.
11. Wahl aus Neuenhof.
12. Steinbicker aus Eisenach.
13. Klamroth aus Eisenach.
14. Ratz aus Ostheim.
15. Jobst aus Weida.
16. Goldner aus Eisenach.
17. Knoche aus Eismannsdorf.
18. v. Hausen aus Erfurt.
19. v. Münchhausen a. Herrngosserstedt
20. Bolle aus Eisenach.

Obersekunda.

1. Leidenroth aus Eisenach.
2. Mentz aus Eisenach.
3. Meyer aus Eisenach.
4. Rothschild aus Eisenach.
5. Wölbing aus Herda.
6. Koch aus Eisenach.
7. Pfefferkorn aus Herleshausen.
8. Simon I. aus Tiefenort.
9. Speyer aus Vacha.
10. Schrwald aus Eisenach.
11. Dietrich aus Eisenach.
12. Simon II. aus Strassburg i. Elsass.
13. Fiesinger aus Eisenach.
14. Stiebel aus Eisenach.
15. Becker aus Eisenach.
16. Stegmann I. aus Gerstungen.
17. Frank aus Vacha.
18. Jordan aus Eisenach.

19. Riemann aus Coburg.
20. Steinbicker I. aus Eisenach.
21. Steinbicker II. aus Eisenach.
22. Stapff aus Vacha.
23. v. Thurn aus Dresden.
24. Kohlschmidt aus Apolda.
25. Stegmann II. aus Bischofroda.
26. Lutter aus Berlin.
27. v. Münchhausena. Herrngosserstedt

Untersekunda.

1. Rohlf's aus Eisenach.
2. Reimann aus Eisenach.
3. Lehmann aus Eisenach.
4. Mentzel aus Eisenach.
5. Gräf aus Eisenach.
6. Stössner aus Vacha.
7. Beck I. aus Nöda.
8. Schill aus Farnroda.
9. Münzel aus Eisenach.
10. Sommerfeld aus Eisenach.
11. Bach aus Bischofroda.
12. Walther aus Rossdorf.
13. Göring aus Lengsfeld.
14. Stöber aus Eisenach.
15. Anhalt aus Eisenach.
16. Dreher aus Eisenach.
17. Beck II aus Eisenach.
18. Jordan aus Eisenach.
19. Schwabe aus Buttlar.
20. Crämer aus Eisenach.
21. Tschierschky aus Görlitz.
22. Eisenacher aus Vacha.
23. Bergmann aus Eisenach.
24. Döhrer aus Eisenach.

25. Frölich aus Schwanebeck.
26. von Stockhausen aus Eisenach.
27. Sostmann aus Hersfeld.

Obertertia.

1. Bachmann aus Eisenach.
2. Gottbehüt aus Urspringen.
3. Schwanitz aus Eisenach.
4. Hopf aus Eisenach.
5. Becker I aus Eisenach.
6. Weirich aus Kreuzburg.
7. Beck aus Eisenach.
8. Baumgart aus Meiningen.
9. Stern aus Eisenach.
10. Mugler aus Eisenach.
11. Schmidt aus Eisenach.
12. Jahn aus Tiefenort.
13. v. Baumbach aus Eisenach.
14. Nolte aus Eisenach.
15. Leopold aus Gehaus.
16. Krausse aus Eisenach.
17. Hentze aus Eisenach.
18. Brauer aus Fambach.
19. Hohmann aus Scherbda.
20. Burckhardt aus Eisenach.
21. Becker II aus Vacha.
22. Kleckl aus Eisenach.
23. Hirschfeld aus Eisenach.
24. Döhrer aus Eisenach.
25. Küchler aus Ilmenau.
26. Weissenborn aus Eisenach.
27. Geheeb aus Geisa.
28. Wenzel aus Camburg.

Untertertia.

1. Liebetrau aus Eisenach.
2. Stichling aus Eisenach.
3. Wilss aus Eisenach.
4. Gildemeister aus Eisenach.
5. Bretschneider aus Eisenach.
6. Becker aus Ilmenau.
7. Weissenborn I aus Eisenach.
8. Ringler aus Ostheim.
9. Geibel aus Eisenach.
10. v. Benst aus Eisenach.
11. Göpel aus Neustädt.
12. Liebe aus Marksuhl.
13. Butschke aus Eisenach.
14. Röhrig aus Eisenach.
15. Wagner aus Gerstungen.
16. Herrmann aus Dorndorf a. W.
17. Hoppe aus Eisenach.
18. Klötzner aus Eisenach.
19. Stern aus Mellrichstadt.
20. Wilhelm aus Eisenach.
21. Bach aus Bischofroda.
22. Wedemann I aus Eisenach.
23. Pechau aus Eisenach.
24. Streck aus Ostheim.

25. Döbner aus Eisenach.
26. Constantini aus Eisenach.
27. Thannheiser aus Eisenach.
28. Zietlow aus Eisenach.
29. Reinhard aus Kreuzburg.
30. Härtel aus Eisenach.
31. Lemme aus Eisenach.
32. Beck I aus Lauchröden.
33. Poppe aus Wilhelmsthal.
34. Warlitz aus Eisenach.
35. Göbel aus Eisenach.
36. Beck II aus Eisenach.
37. Reischauer aus Eisenach.
38. Kesting aus Eisenach.
39. Bacmeister aus Eisenach.

Quarta.

1. Fink aus Eisenach.
2. Krug aus Thal.
3. Oehlmann aus Wenigenlupnitz.
4. Wedemann aus Eisenach.
5. Eisenacher aus Vacha.
6. Hopf aus Eisenach.
7. Stöber aus Eisenach.
8. Bachmann aus Eisenach.
9. Schambach aus Bischofroda.
10. Schneider aus Eisenach.
11. v. Bongé aus Eisenach.
12. Osswald aus Eisenach.
13. Schreiber aus Eisenach.
14. Rosenstock von Rhöneck aus Philippsthal.
15. Jordan aus Eisenach.
16. Leinhos aus Vacha.
17. Gildemeister aus Eisenach.
18. Stöckel aus Wernshausen.
19. van Vaernewyck I aus Eisenach.
20. van Vaernewyck II aus Eisenach.
21. Prüßmann aus Eisenach.
22. Gräf aus Eisenach.
23. Rössler aus Eisenach.
24. Engelhardt aus Eisenach.
25. Zinn aus Ostheim.
26. Mensling aus Gerstungen.
27. Bach aus Eisenach.
28. Liebe aus Marksuhl.
29. Waldhauer aus Brasdorf.
30. von Schlotheim aus Eisenach.
31. Stapff aus Vacha.
32. Kahle aus Cottbus.
33. Bacmeister aus Eisenach.

Quinta.

1. v. Eichel aus Eisenach.
2. Sichardt aus Eisenach.
3. Stickle aus Kaltenordheim.
4. Wernick aus Eisenach.
5. Bachmann aus Eisenach.
6. Fiesinger aus Eisenach.

7. Fischer aus Eisenach.
8. Weinstein aus Eisenach.
9. Vogt aus Eisenach.
10. Neuhaus aus Eisenach.
11. Apel aus Gerstungen.
12. Grünstein aus Eisenach.
13. Jacobi aus Eisenach.
14. Jagemann aus Eisenach.
15. Jungherr aus Eisenach.
16. Warlitz aus Eisenach.
17. Trautvetter aus Eisenach.
18. Zietlow aus Eisenach.
19. Gau aus Eisenach.
20. Rosenstock von Rhöneck aus Philippsthal.
21. Cyliax aus Eisenach.
22. Demmer aus Eisenach.
23. Haussmann aus Eisenach.
24. Deubach aus Sallmannshausen.
25. Sommer aus Eisenach.
26. Rink I aus Grossenlupnitz.
27. Rink II aus Grossenlupnitz.
28. Krug aus Wolfsbehringen.
29. Hein aus Treffurt.
30. Bacmeister aus Eisenach.

Sexta.

1. Brause aus Farnroda.
2. Siemers aus Eisenach.
3. Gundlach aus Eisenach.
4. Sommer aus Eisenach.
5. Hashagen aus Eisenach.
6. Stein aus Gerstungen.
7. Geibel aus Eisenach.
8. Jordan aus Eisenach.
9. Göpfert aus Eisenach.
10. Thienemann aus Trenkelhof.
11. Scheller aus Eisenach.
12. Burkhardt aus Eisenach.
13. v. Schlotheim aus Eisenach.
14. Conrad aus Eisenach.
15. Baum aus Eisenach.
16. Poppe aus Wilhelmsthal.
17. Strauss aus Eisenach.
18. Burgemeister aus Schömberg.
19. Beck aus Eisenach.
20. Fischer aus Ostheim.
21. v. Kutzleben aus Eisenach.
22. v. Trützschler aus Eisenach.
23. Pechau aus Eisenach.
24. v. Vultée aus Dippach.
25. Bohlig aus Eisenach.
26. Jagemann aus Eisenach.
27. Sonderhof aus Eisenach.
28. Hertel I aus Eisenach.
29. Hertel II aus Eisenach.
30. Streck aus Ostheim.
31. Flöel aus Farnroda.
32. Bachmann aus Eisenach.

Bei Beginn des Schuljahres 1887/8 besuchten das Gymnasium 253 Schüler. Im Laufe des Jahres wurden aufgenommen 8 Schüler, 27 Schüler gingen ab, so dass die Schülerzahl gegenwärtig 234 beträgt: 22 in Ia, 18 in Ib, 18 in IIa, 25 in IIb, 23 in IIIa, 38 in IIIb, 32 in IV, 30 in V, 30 in VI.

Mit dem Zeugnis der Reife ist entlassen worden:

zu Michaelis 1887

Ernst Becker 22 J. alt — ist in das Heer getreten;
werden zu Ostern 1888 entlassen:

1. Hermann Crämer 19 $\frac{1}{2}$ J. alt — studiert Philologie u. Geschichte.
2. Karl Meerguth 19 $\frac{1}{2}$ J. alt — studiert die Rechte.
3. Moritz Stapff 18 $\frac{1}{2}$ J. alt — studiert Medizin.
4. Rud. Rosenstock v. Rhöneck 19 $\frac{1}{2}$ J. alt — tritt ins Heer.
5. Leo Weber 19 $\frac{3}{4}$ J. alt — studiert Philologie.
6. Ernst Oeste 19 $\frac{1}{2}$ J. alt — studiert die Rechte.
7. Reinhold Gutzeit 21 J. alt — studiert Theologie.
8. Max Vent 20 $\frac{1}{2}$ J. alt — tritt ins Heer.
9. Olaf Sigismund 23 J. alt — tritt in Heer.
10. Gustav Venus 19 J. alt — tritt ins Heer.
11. Alfred Münzel 19 $\frac{3}{4}$ J. alt — studiert Medizin.
12. Wilh. Oppermann 19 $\frac{1}{2}$ J. alt — studiert Medizin.
13. Karl Marbach 19 $\frac{3}{4}$ J. alt — studiert die Rechte.
14. Arthur Lungershausen 19 $\frac{3}{4}$ J. alt — studiert die Rechte.
15. Siegfried Schubart 19 $\frac{1}{2}$ J. alt — studiert Theologie.
16. Eduard Schambach 18 $\frac{1}{2}$ J. alt — tritt ins Heer.
17. Max Meiss 21 J. alt — studiert die Rechte.
18. Otto Klüber 18 $\frac{1}{4}$ J. alt — tritt ins Heer.
19. Richard Koetschau 19 $\frac{3}{4}$ J. alt — studiert Medizin.
20. Heinrich Gleichmann 19 $\frac{3}{4}$ J. alt — studiert die Rechte.
21. Max Hartmann 20 $\frac{3}{4}$ J. alt — studiert Medizin.

VII. AUFNAHME.

Die Anmeldungen zur Aufnahme erfolgen in den letzten Wochen des Schuljahres mündlich oder schriftlich an den Direktor. Vorzulegen ist 1) ein Geburtsschein, 2) ein Impfschein bez. Wiederimpfungsschein, 3) ein Zeugnis über den bisherigen Unterricht. Der Aufzunehmende muss in der Regel das 9. Lebensjahr zurückgelegt haben. An Vorkenntnissen zur Aufnahme in Sexta sind erforderlich:

1. Geläufigkeit im Lesen und Schreiben deutscher und lateinischer Schrift.
2. Einige Sicherheit in der Rechtschreibung.
3. Praktische Kenntnis der Redeteile und des einfachen Satzes.
4. Übung in den 4 Species mit unbenannten Zahlen.
5. Bekanntschaft mit den wichtigsten biblischen Geschichten.

Die Aufnahmeprüfung findet am Sonnabend nach Ostern von früh 8 Uhr an im Gymnasium statt.

Jede hiesige Buchhandlung besitzt gedruckte Verzeichnisse der Bücher, die im Gymnasium gebraucht werden.

Im Laufe des Schuljahres ist die Aufnahme neuer Schüler nur ausnahmsweise aus besonderen Gründen zulässig (vgl. § 1 der Schulordnung).

Eisenach, den 8. März 1888.

Dr. H. Weber.

TIFFEN® Gray Scale

© The Tiffen Company, 2007



R



G



B



W



G



K



C



Y



M

A

1

2

3

4

5

6

M

8

9

10

11

12

13

14

15

B

17

18

19

Metrische Relationen am Sehnenviereck

von

Dr. ZIMMERMANN.

Beilage zum Jahresbericht 1887/88 des Carl Friedrich-Gymnasiums in Eisenach.



EISENACH

Hofbuchdruckerei.



gei
6 (1888)

1888. Progr. Nr. 632.

341, 136

Christliche Religionen am Rhein



Metrische Relationen am Sehnenviereck.

Die metrischen Relationen am Sehnenviereck sind merkwürdiger Weise gegenüber denen am Dreieck bislang sehr vernachlässigt worden. Abgesehen von den längst bekannten Formeln für den Inhalt, die Diagonalen und den Radius des umschriebenen Kreises ist mir aus neuerer Zeit nur eine Abhandlung über den erwähnten Gegenstand bekannt: Dostor, Propriétés nouvelles du quadrilatère en général, avec application aux quadrilatères inscriptibles, circonscriptibles etc. in Grunerts Archiv XXXVIII S. 245. Aber auch hier wird über die Berechnung der sich zunächst darbietenden Strecken und Winkel nicht weit hinausgegangen.

Ich teile nun im Folgenden die hauptsächlichsten Ergebnisse mit, zu denen ich bis jetzt gekommen bin in Bezug auf die gegenseitige Lage der Mittelpunkte des umschriebenen Kreises und der an- und eingeschriebenen Kreise, des Flächen- und Eckenschwerpunktes, des Schnittpunktes der Lote von den Mitten der Seiten auf die Gegenseiten und der Schnittpunkte der drei Diagonalen.

Indem ich die Funktionen

$$ab+cd, ad+bc, ac+bd, b+c+d-a, a+c+d-b, a+b+d-c, a+b+c-d,$$

in denen a, b, c, d die Seiten AB, BC, CD, DA des Sehnenvierecks vorstellen, symbolisch stets mit

$$(ab), (ad), (ac), \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{d\}$$

bezeichne, stelle ich zunächst die Formeln zusammen, die die Grundlage für die folgenden Berechnungen bilden sollen; sie finden sich zumeist bei Dostor a. a. O.

$$(1) \quad AC=f=\sqrt{\frac{(ac)(ad)}{(ab)}}, \quad BD=g=\sqrt{\frac{(ac)(ab)}{(ad)}}, \quad AC'=h=\sqrt{\frac{(ab)(ad)}{(ac)}},$$

$$g^2-f^2=\frac{(a^2-c^2)(b^2-d^2)}{h^2},$$

wo C' den einen Eckpunkt desjenigen Sehnenvierecks $ABC'D$ bedeutet, welches man erhält, wenn man BC mit CD vertauscht.

$$(2) \quad PQ=e=\sqrt{(ab)(ad)\left[\frac{ac}{(a^2-c^2)^2}+\frac{bd}{(b^2-d^2)^2}\right]};$$

- (3) Inhalt $J = \frac{1}{4} \sqrt{\{a\} \{b\} \{c\} \{d\}} =$
 $\frac{1}{4} \sqrt{-a^4 - b^4 - c^4 - d^4 + 2a^2b^2 + 2a^2c^2 + 2a^2d^2 + 2b^2c^2 + 2b^2d^2 + 2c^2d^2 + 8abcd};$
- (4) $MA = MB = MC = MD = R = \sqrt{\frac{(ab)(ad)(ac)}{\{a\}\{b\}\{c\}\{d\}}} = \frac{fgh}{4J};$
- (5) $AN = \frac{ad}{h}, BN = \frac{ab}{h}, CN = \frac{bc}{h}, DN = \frac{cd}{h};$
- (6) $AQ = a \frac{(ad)}{a^2 - c^2}, BQ = a \frac{(ab)}{a^2 - c^2}, CQ = c \frac{(ad)}{a^2 - c^2}, DQ = c \frac{(ab)}{a^2 - c^2},$
 $AP = d \frac{(ad)}{b^2 - d^2}, BP = b \frac{(ab)}{b^2 - d^2}, CP = b \frac{(ad)}{b^2 - d^2}, DP = d \frac{(ab)}{b^2 - d^2};$
- (7) $\triangle ABQ = \frac{a^2 J}{a^2 - c^2}, \triangle CDQ = \frac{c^2 J}{a^2 - c^2}, \triangle BCP = \frac{b^2 J}{b^2 - d^2}, \triangle ADP = \frac{d^2 J}{b^2 - d^2};$
- (8) $\sin BAD = \sin \alpha = \frac{2J}{(ad)}, \sin ABC = \sin \beta = \frac{2J}{(ab)}, \sin AND = \sin \epsilon = \frac{2J}{(ac)};$
- (9) $\sin AQB = \sin(\alpha + \beta) = \frac{2J(a^2 - c^2)}{(ab)(ad)}, \sin BPC = \sin(\alpha - \beta) = \frac{2J(b^2 - d^2)}{(ab)(ad)};$
- (10) $\cos \alpha = \frac{a^2 + d^2 - b^2 - c^2}{2(ad)}, \cos \beta = \frac{a^2 + b^2 - c^2 - d^2}{2(ab)}, \cos \epsilon = \frac{a^2 + c^2 - b^2 - d^2}{2(ac)};$
- (11) $\cos AQB = \cos(2R - \alpha - \beta) = \frac{[(ab)]^2 + [(ad)]^2 - (a^2 - c^2)^2}{2(ab)(ad)},$
 $\cos BPC = \cos(\alpha - \beta) = \frac{[(ab)]^2 + [(ad)]^2 - (b^2 - d^2)^2}{2(ab)(ad)};$
- (12) $\cot \epsilon = \frac{a^2 + c^2 - b^2 - d^2}{4J}, \cot(2R - \alpha - \beta) = \frac{[(ab)]^2 + [(ad)]^2 - (a^2 - c^2)^2}{4J(a^2 - c^2)}, \cot(\alpha - \beta) = \frac{[(ab)]^2 + [(ad)]^2 - (b^2 - d^2)^2}{4J(b^2 - d^2)};$
- (13) $\sin ADB = \sin ACB = \frac{a}{2R}, \sin BAC = \sin BDC = \frac{b}{2R},$
 $\sin CBD = \sin CAD = \frac{c}{2R}, \sin DBA = \sin DCA = \frac{d}{2R};$
- (14) $\cos ADB = \cos ACB = \frac{a(b^2 + c^2 + d^2 - a^2) + 2bcd}{2\sqrt{(ab)(ad)(ac)}}, \cos BAC = \cos BDC = \frac{b(a^2 + c^2 + d^2 - b^2) + 2acd}{2\sqrt{(ab)(ad)(ac)}},$
 $\cos CBD = \cos CAD = \frac{c(a^2 + b^2 + d^2 - c^2) + 2abd}{2\sqrt{(ab)(ad)(ac)}}, \cos DBA = \cos DCA = \frac{d(a^2 + b^2 + c^2 - d^2) + 2abc}{2\sqrt{(ab)(ad)(ac)}}.$

Für die Verbindungslinien der Mitten der Gegenseiten und der Diagonalen gilt ferner:

$$(15) \quad A_1 C_1^2 = \frac{1}{4} (b^2 + d^2 - a^2 - c^2 + f^2 + g^2), \quad B_1 D_1^2 = \frac{1}{4} (a^2 + c^2 - b^2 - d^2 + f^2 + g^2),$$

$$F_1 G_1^2 = \frac{1}{4} (a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - f^2 - g^2) = \frac{ac(b^2 - d^2)^2 + bd(a^2 - c^2)^2}{4(ab)(ad)}.$$

Endlich verwende ich noch die bekannte Relation zwischen den 6 Strecken, welche vier in einer Ebene liegende Punkte 1, 2, 3, 4 verbinden:

$$(16) \quad \overline{12}^2 \cdot \overline{34}^2 \left\{ \overline{12}^2 + \overline{34}^2 - \overline{13}^2 - \overline{14}^2 - \overline{23}^2 - \overline{24}^2 \right\} \\ + \overline{14}^2 \cdot \overline{23}^2 \left\{ \overline{14}^2 + \overline{23}^2 - \overline{12}^2 - \overline{13}^2 - \overline{24}^2 - \overline{34}^2 \right\} \\ + \overline{13}^2 \cdot \overline{24}^2 \left\{ \overline{13}^2 + \overline{24}^2 - \overline{12}^2 - \overline{14}^2 - \overline{23}^2 - \overline{34}^2 \right\} \\ + \overline{12}^2 \cdot \overline{23}^2 \cdot \overline{31}^2 + \overline{23}^2 \cdot \overline{34}^2 \cdot \overline{42}^2 + \overline{34}^2 \cdot \overline{41}^2 \cdot \overline{13}^2 + \overline{41}^2 \cdot \overline{12}^2 \cdot \overline{24}^2 = 0.$$

I. 1) Zieht man durch N eine Sehne n senkrecht zu MN, so ist

$$\left(\frac{n}{2}\right)^2 = AN \cdot CN = BN \cdot DN = \frac{abcd}{h^2},$$

folglich

$$MN^2 = R^2 - \left(\frac{n}{2}\right)^2 = R^2 - \frac{abcd}{h^2}.$$

2) Für die von P und Q an den Kreis gezogenen Tangenten t_p und t_q gilt:

$$t_p^2 = AP \cdot BP = \frac{bd(ab)(ad)}{(b^2 - d^2)^2}, \quad t_q^2 = BQ \cdot CQ = \frac{ac(ab)(ad)}{(a^2 - c^2)^2}$$

$$\text{also } t_p^2 + t_q^2 = e^2.$$

Da ferner $MP^2 = R^2 + t_p^2$ und $MQ^2 = R^2 + t_q^2$, so wird, wenn E_1 die Mitte von PQ bezeichnet,

$$ME_1^2 = \frac{1}{4} (2MP^2 + 2MQ^2 - e^2) = R^2 + \frac{1}{4} e^2.$$

Ferner ist:

$$MP^2 + MQ^2 - 2R^2 = e^{2*}$$

und da andererseits $MP^2 + MQ^2 - 2MP \cdot MQ \cdot \cos PMQ = e^2$, so ergibt sich

$$R^2 = MP \cdot MQ \cdot \cos PMQ.**$$

* Baltzer, Planimetrie § 14, 5.

** in Grunerts Archiv II S. 328 von Kunze als Übungsaufgabe aufgestellt.

3) Aus $\triangle BDP$ folgt mittelst des Stewartschen Satzes*

$$BP^2 \cdot ND + DP^2 \cdot NB - BD \cdot NB \cdot ND = NP^2 \cdot BD$$

$$\text{oder } NP^2 = \frac{bd(ab)(ad)}{(b^2-d^2)^2} - \frac{abcd}{h^2} = t_p^2 - \frac{abcd}{h^2};$$

in derselben Weise folgt aus $\triangle ACQ$

$$NQ^2 = t_q^2 - \frac{abcd}{h^2};$$

mithin hat man analog den Gleichungen unter 2)

$$MP^2 + MN^2 - 2R^2 = NP^2,$$

$$MQ^2 + MN^2 - 2R^2 = NQ^{2**};$$

$$\text{andererseits } MP^2 + MN^2 - 2MP \cdot MN \cos PMN = NP^2$$

$$\text{und } MQ^2 + MN^2 - 2MQ \cdot MN \cos QMN = NQ^2;$$

$$\text{also auch } R^2 = MP \cdot MN \cdot \cos PMN,$$

$$\text{und } R^2 = MQ \cdot MN \cdot \cos QMN.$$

Die 3 Gleichungen für R^2 unter 2) und 3) enthalten die bekannten Sätze in sich, dass N der Höhenschnittpunkt von $\triangle MPQ$ ist und dass P und Q die Pole von NQ und NP sind.

II. Da MNF_1G_1 ein Sehnenviereck ist, so folgt nach dem Ptolemäischen Lehrsatz

$$F_1G_1 \cdot MN + \left(\frac{1}{2}f - \frac{ad}{h}\right) \cdot \frac{g(a^2+d^2-b^2-c^2)}{8J} = \left(\frac{1}{2}g - \frac{cd}{h}\right) \cdot \frac{f(a^2+b^2-c^2-d^2)}{8J},$$

denn es ist $MF_1 = R \cos \beta$ und $MG_1 = R \cos \alpha$;

$$\text{oder } F_1G_1 \cdot MN + \frac{(ac)(bc-ad)(a^2+d^2-b^2-c^2)}{16J(ad)} = \frac{(ac)(ab-cd)(a^2+b^2-c^2-d^2)}{16J(ab)}$$

$$\text{oder } F_1G_1 \cdot MN = \frac{(ac)[ac(b^2-d^2)^2 + bd(a^2-c^2)^2]}{8J(ab)(ad)} = \frac{(ac) \cdot F_1G_1^2}{2J}$$

$$\text{folglich } F_1G_1 = MN \sin \epsilon.$$

In derselben Weise folgt aus den Sehnenvierecken PA_1MC_1 und QB_1MD_1

$$A_1C_1 = MP \sin(\alpha-\beta), \quad B_1D_1 = MQ \sin(\alpha+\beta).$$

* Man sehe über diesen Satz Baltzer, Planimetrie § 14, 22 oder Kunze, Geometrie 7. Anhang.

** Baltzer, Planimetrie § 14, 5.

III. In einem Dreieck ABC hat die Verbindungslinie von A mit dem Centrum O des eingeschriebenen Kreises den Wert $AO = \sqrt{\frac{bc(b+c-a)}{a+b+c}}$ und die Verbindungslinie von A mit dem Centrum O_b des der Seite b angeschriebenen Kreises den Wert $AO_b = \sqrt{\frac{bc(a+b-c)}{a+c-b}}$. Sind demnach M_1, M_2, M_3, M_4 die Centren der dem Sehnenviereck angeschriebenen Kreise, so erhält man mittelst der Formeln unter (6)

$$AM_1 = \frac{a}{a+c} \sqrt{\frac{(ad)\{d\}}{\{a\}}}, \quad BM_1 = \frac{a}{a+c} \sqrt{\frac{(ab)\{b\}}{\{a\}}}, \quad BM_2 = \frac{b}{b+d} \sqrt{\frac{(ab)\{a\}}{\{b\}}}, \quad CM_2 = \frac{b}{b+d} \sqrt{\frac{(ad)\{c\}}{\{b\}}},$$

$$CM_3 = \frac{c}{a+c} \sqrt{\frac{(ad)\{b\}}{\{c\}}}, \quad DM_3 = \frac{c}{a+c} \sqrt{\frac{(ab)\{d\}}{\{c\}}}, \quad DM_4 = \frac{d}{b+d} \sqrt{\frac{(ab)\{c\}}{\{d\}}}, \quad AM_4 = \frac{d}{b+d} \sqrt{\frac{(ad)\{a\}}{\{d\}}}.$$

Um MM_1 zu finden, wende ich die Relation unter (16) auf die Punkte A, M, B, M_1 an und erhalte für $MM_1 = x$ die Gleichung:

$$x^4 - x^2(AM_1^2 + BM_1^2 - a^2 + 2R^2) = R^2(AM_1^2 + BM_1^2) - R^4 - AM_1^2 \cdot BM_1^2 - \frac{R^2}{a^2}(AM_1^2 - BM_1^2)^2,$$

$$\text{woraus } x^2 = \frac{1}{2}(AM_1^2 + BM_1^2 - a^2 + 2R^2) \pm \sqrt{\left(R^2 - \frac{a^2}{4}\right) \left[2AM_1^2 + 2BM_1^2 - a^2 - \frac{(AM_1^2 - BM_1^2)^2}{a^2}\right]}$$

$$= \frac{a^2(a-c)\{b\}\{d\}}{2(a+c)^2\{a\}} + R^2 \pm \sqrt{\left(R^2 - \frac{a^2}{4}\right) \cdot \frac{a^2\{b\}\{c\}\{d\}}{(a+c)^2\{a\}}}.$$

$$\text{Nun ist } R^2 - \frac{a^2}{4} = MA_1^2 = R^2 \cos^2 ACB = \frac{(ab^2 + ac^2 + ad^2 - a^3 + 2bcd)^2}{64J^2};$$

den zweiten Factor unter dem Wurzelzeichen aber kann man schreiben: $\frac{a^2 \cdot 16J^2}{(a+c)^2\{a\}\{a\}}$, so dass

$$x^2 = R^2 + \frac{a^2(a-c)\{b\}\{d\}}{2(a+c)^2\{a\}} \pm \frac{(ab^2 + ac^2 + ad^2 - a^3 + 2bcd)a}{2(a+c)\{a\}}$$

wird. Eine einfache Überlegung zeigt nun, dass unter allen Umständen das positive Zeichen zu nehmen ist, folglich

$$x^2 = R^2 + \frac{a(ab)(ad)}{(a+c)^2\{a\}} = MM_1^2.$$

Durch cyklische Vertauschung von a, b, c, d gelangt man zu

$$MM_2^2 = R^2 + \frac{b(ab)(ad)}{(b+d)^2\{b\}}, \quad MM_3^2 = R^2 + \frac{c(ab)(ad)}{(a+c)^2\{c\}}, \quad MM_4^2 = R^2 + \frac{d(ab)(ad)}{(b+d)^2\{d\}}.$$

Man kann diesen Ausdrücken durch Einführung der Radien der vier dem Sehnenviereck angeschriebenen Kreise noch eine elegantere Gestalt geben. Aus den Formeln unter (6) und (7) ergeben sich nämlich für diese Radien die Werte:

$$r_1 = \frac{2aJ}{(a+c)\{a\}}, \quad r_2 = \frac{2bJ}{(b+d)\{b\}}, \quad r_3 = \frac{2cJ}{(a+c)\{c\}}, \quad r_4 = \frac{2dJ}{(b+d)\{d\}};$$

also $MM_1^2 = R^2 + 2Rr_1 \cdot \frac{h}{a+c}$, $MM_2^2 = R^2 + 2Rr_2 \cdot \frac{h}{b+d}$, $MM_3^2 = R^2 + 2Rr_3 \cdot \frac{h}{a+c}$, $MM_4^2 = R^2 + 2Rr_4 \cdot \frac{h}{b+d}$.

Ganz entsprechende Formeln ergeben sich für die Centren M'_1, M'_2, M'_3, M'_4 der vier dem Sehnenviereck eingeschriebenen Kreise mit den Radien e_1, e_2, e_3, e_4 :

$$AM'_1 = \frac{a}{a+c} \sqrt{\frac{(ad)\{b\}}{\{c\}}}, \quad BM'_1 = \frac{a}{a+c} \sqrt{\frac{(ab)\{d\}}{\{c\}}}, \quad BM'_2 = \frac{b}{b+d} \sqrt{\frac{(ab)\{c\}}{\{d\}}}, \quad CM'_2 = \frac{b}{b+d} \sqrt{\frac{(ad)\{a\}}{\{d\}}},$$

$$CM'_3 = \frac{c}{a+c} \sqrt{\frac{(ad)\{d\}}{\{a\}}}, \quad DM'_3 = \frac{c}{a+c} \sqrt{\frac{(ab)\{b\}}{\{a\}}}, \quad DM'_4 = \frac{d}{b+d} \sqrt{\frac{(ab)\{a\}}{\{b\}}}, \quad AM'_4 = \frac{d}{b+d} \sqrt{\frac{(ad)\{c\}}{\{b\}}};$$

$$e_1 = \frac{2aJ}{(a+c)\{c\}}, \quad e_2 = \frac{2bJ}{(b+d)\{d\}}, \quad e_3 = \frac{2cJ}{(a+c)\{a\}}, \quad e_4 = \frac{2dJ}{(b+d)\{b\}};$$

$$MM'_1 = R^2 - 2Re_1 \cdot \frac{h}{a+c}, \quad MM'_2 = R^2 - 2Re_2 \cdot \frac{h}{b+d}, \quad MM'_3 = R^2 - 2Re_3 \cdot \frac{h}{a+c}, \quad MM'_4 = R^2 - 2Re_4 \cdot \frac{h}{b+d}.$$

Man beachte die Ähnlichkeit dieser Formeln mit den entsprechenden am Dreieck, die z. B. in Baltzers Planimetrie § 14, 4 oder in Kunzes Geometrie, 4. Anhang, zu finden sind.

IV. Den Flächenschwerpunkt S des Sehnenvierecks findet man, indem man die Schwerpunkte S_1 und S_3 der Dreiecke ABD und BCD verbindet und den Abschnitt dieser Verbindungslinie von S_1 bis zur Diagonale BD vom andern Endpunkte S_3 aus auf ihr abträgt. Aus dem Dreieck AS_1S_3 ergibt sich dann mittelst des Stewart'schen Satzes

$$AS_1^2 \cdot SS_3 + AS_3^2 \cdot SS_1 - S_1S_3 \cdot SS_1 \cdot SS_3 = AS^2 \cdot S_1S_3$$

$$\text{oder } \frac{1}{9}(2a^2 + 2d^2 - g^2) \cdot \frac{ad}{3h} + \frac{1}{9}(3a^2 - b^2 - c^2 + 3d^2 + 3f^2 - g^2) \cdot \frac{bc}{3h} - \frac{1}{9}f \cdot \frac{abcd}{9h^2} = AS^2 \cdot \frac{1}{9}f,$$

$$\text{woraus } 9AS^2 = 2a^2 - b^2 - c^2 + 2d^2 - \frac{4abcd}{h^2} + 3f^2 - \frac{3a^2d^2}{h^2};$$

$$\text{analog } 9BS^2 = 2b^2 - c^2 - d^2 + 2a^2 - \frac{4abcd}{h^2} + 3g^2 - \frac{3a^2b^2}{h^2},$$

$$9CS^2 = 2c^2 - d^2 - a^2 + 2b^2 - \frac{4abcd}{h^2} + 3f^2 - \frac{3b^2c^2}{h^2}, \quad 9DS^2 = 2d^2 - a^2 - b^2 + 2c^2 - \frac{4abcd}{h^2} + 3g^2 - \frac{3c^2d^2}{h^2};$$

$$\text{also } 9(AS^2 + BS^2 + CS^2 + DS^2) = 2(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) + 3(f^2 + g^2) - \frac{4abcd}{h^2}.$$

Um MS zu finden, kann man die Relation unter (16) auf die Punkte A, M, B, S anwenden und erhält auf dieselbe Weise wie unter Nr. III

$$\begin{aligned} MS^2 &= \frac{1}{2}(AS^2 + BS^2 - a^2 + 2R^2) \pm \sqrt{\left(R^2 - \frac{a^2}{4}\right) \left[2AS^2 + 2BS^2 - a^2 - \frac{(AS^2 - BS^2)^2}{a^2}\right]} \\ &= \frac{1}{2}(AS^2 + BS^2 - a^2 + 2R^2) \pm \sqrt{\left(R^2 - \frac{a^2}{4}\right) \cdot \frac{16J^2(abd + b^2c + cd^2)^2}{9[(ab)(ad)]^2}} \\ &= \frac{1}{2}(AS^2 + BS^2 - a^2 + 2R^2) \pm \frac{(ab^2 + ac^2 + ad^2 - a^3 + 2bcd)(abd + b^2c + cd^2)}{6(ab)(ad)}; \end{aligned}$$

da hier jederzeit das negative Zeichen zu wählen ist, so wird schliesslich

$$MS^2 = R^2 - \frac{1}{9}\left(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + \frac{abcd}{h^2}\right).$$

Diese Formel verwandelt sich für $d = 0$ in die für jedes Dreieck gültige: $MS^2 = R^2 - \frac{1}{9}(a^2 + b^2 + c^2)$.

Mittelst des Stewart'schen Satzes ergibt sich aus $\triangle ACG_1$

$$9AS_3^2 = 3(a^2 + d^2 + f^2) - (b^2 + c^2 + g^2);$$

bezeichnet man die Schwerpunkte der Dreiecke ABC und ADC mit S_2 und S_4 , so wird analog

$$9BS_4^2 = 3(a^2 + b^2 + g^2) - (c^2 + d^2 + f^2), \quad 9CS_1^2 = 3(b^2 + c^2 + f^2) - (a^2 + d^2 + g^2),$$

$$9DS_2^2 = 3(c^2 + d^2 + g^2) - (a^2 + b^2 + f^2);$$

also $9(AS_3^2 + BS_4^2 + CS_1^2 + DS_2^2) = 4(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + f^2 + g^2)$.

Da ferner $9AS_1^2 = 2a^2 + 2d^2 - g^2$, $9BS_2^2 = 2a^2 + 2b^2 - f^2$, $9CS_3^2 = 2b^2 + 2c^2 - g^2$, $9DS_4^2 = 2c^2 + 2d^2 - f^2$,

so gilt $9(AS_1^2 + BS_2^2 + CS_3^2 + DS_4^2) = 4(a^2 + b^2 + c^2 + d^2) - 2(f^2 + g^2)$

und $3(AS_3^2 + BS_4^2 + CS_1^2 + DS_2^2 - AS_1^2 - BS_2^2 - CS_3^2 - DS_4^2) = 2(f^2 + g^2)$.

V. Bedeutet J den Schnittpunkt der Lote s_1, s_2, s_3, s_4 von A_1, B_1, C_1, D_1 auf die Gegenseiten, so gilt zunächst

$$\begin{aligned} MJ^2 &= 4R^2 - \frac{1}{4}(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + f^2 + g^2)^* \\ &= 4R^2 - (A_1C_1^2 + B_1D_1^2 + F_1G_1^2); \end{aligned}$$

durch Einführung der Grössen $MA_1^2 = \gamma_1^2 = R^2 - \frac{1}{4}a^2$, $MB_1^2 = \gamma_2^2 = R^2 - \frac{1}{4}b^2$, $MC_1^2 = \gamma_3^2 = R^2 - \frac{1}{4}c^2$, $MD_1^2 = \gamma_4^2 = R^2 - \frac{1}{4}d^2$ gewinnt der Ausdruck die Form

$$MJ^2 = \gamma_1^2 + \gamma_2^2 + \gamma_3^2 + \gamma_4^2 - \frac{1}{4}(f^2 + g^2);$$

oder da $\angle JA_1M = \angle BPC$ und $\angle JB_1M = \angle AQB$ ist, auch

$$MJ^2 = \gamma_1^2 + \gamma_3^2 - 2\gamma_1\gamma_3 \cos(\alpha - \beta) = \gamma_2^2 + \gamma_4^2 + 2\gamma_2\gamma_4 \cos(2R - \alpha - \beta).$$

* Kunze, Geometrie. 4. Auhang.

Der Punkt J hat von A_1, B_1, C_1, D_1 die Entfernungen $JA_1 = \gamma_3, JB_1 = \gamma_4, JC_1 = \gamma_1, JD_1 = \gamma_2$, also von a, b, c, d die Entfernungen $s_3 = \gamma_1, s_4 = \gamma_2, s_1 = \gamma_3, s_2 = \gamma_4$; da nun $\angle PA_1J = \angle PC_1J = 90^\circ - \angle BPC$ und $\angle QB_1J = \angle QD_1J = 90^\circ - \angle AQB$, so wird

$$s_3 - \gamma_1 = \gamma_3 \cos(\alpha - \beta), s_4 - \gamma_2 = \gamma_4 \cos(2R - \alpha - \beta), s_1 - \gamma_3 = \gamma_1 \cos(\alpha - \beta), s_2 - \gamma_4 = \gamma_2 \cos(2R - \alpha - \beta);$$

$$\text{also } \triangle AJB = \frac{1}{2} a \gamma_3 \cos(\alpha - \beta), \triangle BJC = \frac{1}{2} b \gamma_4 \cos(2R - \alpha - \beta),$$

$$\triangle CJD = \frac{1}{2} c \gamma_1 \cos(\alpha - \beta), \triangle AJD = \frac{1}{2} d \gamma_2 \cos(2R - \alpha - \beta).$$

Es ist aber $\gamma_1 = R \cos ACB = \frac{ab^2 + ac^2 + ad^2 - a^3 + 2bcd}{8J}$, analog $\gamma_2 = \frac{a^2b + bc^2 + bd^2 - b^3 + 2acd}{8J}$,
 $\gamma_3 = \frac{a^2c + b^2c + cd^2 - c^3 + 2acd}{8J}$, $\gamma_4 = \frac{a^2d + b^2d + c^2d - d^3 + 2abc}{8J}$; daher $a\gamma_3 + c\gamma_1 = \frac{(ab)(ad)}{4J} = b\gamma_4 + d\gamma_2$,
 folglich $\triangle AJB + \triangle CJD = \frac{1}{4}(b^2 - d^2) \cot(\alpha - \beta)$, $\triangle BJC + \triangle AJD = \frac{1}{4}(a^2 - c^2) \cot(2R - \alpha - \beta)$.

VI. Aus dem Dreieck AA_1J folgt

$$AJ^2 = \frac{a^2}{4} + \gamma_3^2 - a\gamma_3 \sin(\alpha - \beta); \text{ analog } BJ^2 = \frac{b^2}{4} + \gamma_4^2 + b\gamma_4 \sin(\alpha + \beta),$$

$$CJ^2 = \frac{c^2}{4} + \gamma_1^2 + c\gamma_1 \sin(\alpha - \beta), DJ^2 = \frac{d^2}{4} + \gamma_2^2 - d\gamma_2 \sin(\alpha + \beta).$$

Hieraus folgt

$$AJ^2 - CJ^2 = \frac{a^2}{4} + R^2 - \frac{c^2}{4} - a\gamma_3 \sin(\alpha - \beta) - \frac{c^2}{4} - \left(R^2 - \frac{a^2}{4}\right) - c\gamma_1 \sin(\alpha - \beta) = \frac{a^2 - c^2}{2} - (a\gamma_3 + c\gamma_1) \sin(\alpha - \beta),$$

oder, da $a\gamma_3 + c\gamma_1 = \frac{(ab)(ad)}{4J}$ ist (nach Nr. V),

$$AJ^2 - CJ^2 = \frac{a^2 - c^2}{2} - \frac{b^2 - d^2}{2} = \frac{1}{2}(a^2 + d^2 - b^2 - c^2);$$

analog $BJ^2 - DJ^2 = \frac{1}{2}(a^2 + b^2 - c^2 - d^2)$.

Ferner $AJ^2 + CJ^2 = \frac{a^2}{4} + R^2 - \frac{c^2}{4} - a\gamma_3 \sin(\alpha - \beta) + \frac{c^2}{4} + R^2 - \frac{a^2}{4} + c\gamma_1 \sin(\alpha - \beta)$
 $= 2R^2 + (c\gamma_1 - a\gamma_3) \sin(\alpha - \beta)$

und da $c\gamma_1 - a\gamma_3 = \frac{(ac)(c^2 - a^2)}{4J}$ ist,

$$AJ^2 + CJ^2 = 2R^2 + \frac{(ac)(c^2 - a^2)(b^2 - d^2)}{2(ab)(ad)} = 2R^2 + \frac{1}{2}(f^2 - g^2);$$

analog $BJ^2 + DJ^2 = 2R^2 + \frac{1}{2}(g^2 - f^2);$

$$\text{also } AJ^2 = R^2 + \frac{1}{4}(a^2 + d^2 - b^2 - c^2 + f^2 - g^2), BJ^2 = R^2 + \frac{1}{4}(a^2 + b^2 - c^2 - d^2 + g^2 - f^2),$$

$$CJ^2 = R^2 + \frac{1}{4}(b^2 + c^2 - a^2 - d^2 + f^2 - g^2), DJ^2 = R^2 + \frac{1}{4}(c^2 + d^2 - a^2 - b^2 + g^2 - f^2);$$

$$AJ^2 + CJ^2 - BJ^2 - DJ^2 = f^2 - g^2, AJ^2 + BJ^2 + CJ^2 + DJ^2 = 4R^2.$$

Verlängert man AJ, BJ, CJ, DJ über J hinaus um ihre eigene Länge, so gelangt man zu vier Punkten A', B', C', D', welche die Höhenschnittpunkte der Dreiecke BCD, CDA, DAB, ABC sind.* Also ist durch die vorigen Formeln auch die Entfernung jedes Eckpunktes des Sehnenvierecks vom Höhenschnittpunkt des durch die drei andern Eckpunkte gebildeten Dreiecks gefunden.

Da nach Kunze a. a. O. A'B'C'D' ein Sehnenviereck ist, welches nicht nur ABCD kongruent ist, sondern dessen Seiten auch den entsprechenden von ABCD parallel laufen, so sind ABA'B', BCB'C', CDC'D' und DAD'A' Parallelogramme. Die Seiten AB', BC', CD', DA' derselben sind leicht zu berechnen mit Hilfe des Satzes, dass der obere Höhenabschnitt der zur Seite a gehörigen Höhe eines Dreiecks gleich $a \cot \alpha$, d. h. doppelt so gross wie die Senkrechte vom Mittelpunkte des umgeschriebenen Kreises auf a ist. Die erwähnten Seiten sind nämlich die oberen Höhenabschnitte der zu den Seiten c, d, a, b gehörigen Höhen der Dreiecke CDA, DAB, ABC, BCD und demnach

$$AB' = BA' = 2\gamma_3, \quad BC' = CB' = 2\gamma_4, \quad CD' = DC' = 2\gamma_1, \quad DA' = AD' = 2\gamma_2.$$

VII. $\triangle$ Aus AJC folgt unter Anwendung des Stewart'schen Satzes:

$$JN^2 \cdot f = AJ^2 \cdot \frac{bc}{h} + CJ^2 \cdot \frac{ad}{h} - f \cdot \frac{abcd}{h^2}$$

$$\begin{aligned} \text{oder } JN^2 \cdot (ad) &= \frac{1}{4}(a^2 + d^2 - b^2 - c^2 + f^2 - g^2)bc + \frac{1}{4}(b^2 + c^2 - a^2 - d^2 + f^2 - g^2)ad + R^2(ad) - \frac{abcd(ad)}{h^2} \\ &= MN^2 \cdot (ad) - \frac{bc}{4}(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - f^2 - g^2) - \frac{ad}{4}(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - f^2 - g^2) \\ &\quad + \frac{1}{2}bc(a^2 + d^2 - g^2) + \frac{1}{2}ad(b^2 + c^2 - g^2) \end{aligned}$$

also, da $\frac{1}{2}bc(a^2 + d^2 - g^2) + \frac{1}{2}ad(b^2 + c^2 - g^2) = 0$ ist,

$$JN^2 = MN^2 - \frac{1}{4}(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - f^2 - g^2) = MN^2 - F_1 G_1^2.$$

In ähnlicher Weise folgt aus den Dreiecken BJP und BJQ

$$JP^2 = MP^2 - A_1 C_1^2, \quad JQ^2 = MQ^2 - B_1 D_1^2.$$

Mit Berücksichtigung der Resultate unter Nr. II ergibt sich

$$JN = MN \cdot \cos \epsilon, \quad JP = MP \cos(\alpha - \beta), \quad JQ = MQ \cdot \cos(2R - \alpha - \beta);$$

$$JN = F_1 G_1 \cdot \cot \epsilon, \quad JP = A_1 C_1 \cdot \cot(\alpha - \beta), \quad JQ = B_1 D_1 \cdot \cot(2R - \alpha - \beta).$$

VIII. Der Schnittpunkt K der drei Verbindungslinien $A_1 C_1$, $B_1 D_1$, $F_1 G_1$ der Mitten der Seiten und der Diagonalen des Sehnenvierecks, der zugleich den Eckenschwerpunkt desselben bildet, halbiert die Entfernung zwischen M und J;* also wird

$$AK^2 = \frac{1}{4}(2AM^2 + 2AJ^2 - MJ^2) = \frac{1}{16}(3a^2 + 3d^2 - b^2 - c^2 + 3f^2 - g^2),$$

$$\text{analog } BK^2 = \frac{1}{16}(3a^2 + 3b^2 - c^2 - d^2 + 3g^2 - f^2),$$

$$CK^2 = \frac{1}{16}(3b^2 + 3c^2 - a^2 - d^2 + 3f^2 - g^2),$$

$$DK^2 = \frac{1}{16}(3c^2 + 3d^2 - a^2 - b^2 + 3g^2 - f^2);$$

$$AK^2 + BK^2 + CK^2 + DK^2 = \frac{1}{4}(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + f^2 + g^2).$$

* Kunze, a. a. O.

Aus $\triangle MNJ$ folgt weiter

$$KN^2 = \frac{1}{4}(2JN^2 + 2MN^2 - JM^2) = \frac{1}{4}\left(A_1C_1^2 + B_1D_1^2 - F_1G_1^2 - \frac{4abcd}{h^2}\right) = \frac{1}{16}\left(3f^2 + 3g^2 - a^2 - b^2 - c^2 - d^2 - \frac{16abcd}{h^2}\right).$$

Da nach einem Satze von Hoppe* aber der Flächenschwerpunkt, der Eckenschwerpunkt und der Diagonalschnittpunkt jedes Vierecks in genannter Reihenfolge auf einer Geraden liegen, deren so begrenzte Abschnitte sich wie 1:3 verhalten, erhält man

$$SK = \frac{1}{3}NK, \quad SN = \frac{4}{3}KN,$$

und aus $\triangle MSJ$ folgt: $2SJ^2 + 2SM^2 - JM^2 = 4SK^2 = \frac{4}{9}KN^2$,

$$\text{also } SJ^2 = R^2 - \frac{1}{36}\left(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + 3f^2 + 3g^2 + \frac{4abcd}{h^2}\right).$$

IX. Die Werte für A_1C_1 und B_1D_1 unter (14) nehmen durch Einsetzen der Werte von f und g die Form an

$$A_1C_1^2 = \frac{ab^4c + 2a^2b^3d + 2b^3c^2d + 6ab^2cd^2 + 2a^2bd^3 + 2bc^2d^3 + acd^4 - bc^4d + 2a^2bc^2d - a^4bd}{4(ab)(ad)},$$

$$B_1D_1^2 = \frac{a^4bd + 2a^3cd^2 + 2a^3b^2c + 6a^2bc^2d + 2ac^3d^2 + 2ab^2c^3 + bc^4d - ab^4c + 2ab^2cd^2 - acd^4}{4(ab)(ad)}.$$

Mit Hilfe derselben gewinnen die unter Nr. I angegebenen Formeln für NP^2 und NQ^2 die Gestalt:

$$NP^2 = \frac{4b^2d^2 \cdot B_1D_1^2}{(b^2-d^2)^2} \quad NQ^2 = \frac{4a^2c^2 \cdot A_1C_1^2}{(a^2-c^2)^2}$$

$$\text{oder } NP = \frac{2bd}{b^2-d^2} \cdot B_1D_1 \quad NQ = \frac{2ac}{a^2-c^2} \cdot A_1C_1.$$

$$\text{Folglich } \triangle NPQ = \frac{1}{2}NP \cdot NQ \cdot \sin PNQ = \frac{2abcd \cdot A_1C_1 \cdot B_1D_1}{(a^2-c^2)(b^2-d^2)} \sin PNQ.$$

Um $\sin PNQ$ zu finden, berechne ich $\triangle NPQ$ noch auf andere Weise. Es ist nämlich $\triangle PDQ = \frac{1}{2}DP \cdot DQ \cdot \sin \beta = \frac{cdJ(ab)}{(a^2-c^2)(b^2-d^2)}$, folglich, unter Anwendung des Symbolen (P-lm) für das Lot von einem Punkte P auf eine Gerade m, $(D-le) = \frac{2cdJ(ab)}{e(a^2-c^2)(b^2-d^2)}$. Da nun, wenn N' den Schnittpunkt von e mit g bedeutet, $NN' = \frac{2abcd^{**}}{h(ab-cd)}$ und $DN' = \frac{cdg}{ab-cd}$ ist, so folgt aus $DN':NN' = (D-le):(N-le)$ $(N-le) = \frac{4abcdJ}{e(a^2-c^2)(b^2-d^2)}$, folglich $\triangle NPQ = \frac{2abcdJ}{(a^2-c^2)(b^2-d^2)}$. Durch Vergleichung dieses Wertes mit dem obigen erhält man

$$\sin PNQ = \frac{J}{A_1C_1 \cdot B_1D_1}.$$

* Grunerts Archiv, II. Reihe 4. Theil S. 330.

** Dostor a. a. O.

Nun ist aber offenbar $J = A_1 C_1 \cdot B_1 D_1 \cdot \sin(A_1 C_1, B_1 D_1)$, also

$$\sin PNQ = \sin(A_1 C_1, B_1 D_1),$$

wobei zu bemerken ist, dass $\angle PNQ$ stets stumpf ist, da $NP^2 + NQ^2 = t_p^2 + t_q^2 - \frac{2abcd}{h^2} = e^2 - \frac{2abcd}{h^2}$, also $NP^2 + NQ^2 < e^2$ ist.

Weiter hat man für den spitzen Winkel zwischen $A_1 C_1$ und $B_1 D_1$

$$\cos A_1 K B_1 = \frac{KA_1^2 + KB_1^2 - A_1 B_1^2}{2KA_1 \cdot KB_1} = \frac{g^2 - f^2}{4A_1 C_1 \cdot B_1 D_1}$$

oder wenn man für $g^2 - f^2$ den Wert aus (1) einsetzt und $A_1 C_1$ und $B_1 D_1$ nach Nr. II durch MP und MQ ausdrückt,

$$\cos A_1 K B_1 = \frac{(ab)(ad)(ac)}{16J^2 \cdot MP \cdot MQ} = \frac{R^2}{MP \cdot MQ} = \cos PMQ, \text{ (Nr. I)}$$

Demnach $\angle PMQ = \angle A_1 K B_1$. Endlich ist $\angle PJQ = \angle A_1 K D_1$, da die Schenkel auf einander senkrecht stehen. Also hat man

$$\angle A_1 K B_1 = \angle PMQ = 2R - \angle PNQ = 2R - \angle PJQ;$$

analog findet man

$$\angle A_1 K G_1 = \angle PMN = \angle PQN = \angle PJN \text{ und } \angle B_1 K G_1 = \angle QMN = \angle NPQ = 2R - \angle NJQ.$$

Ein Teil dieser Gleichungen folgt auch aus dem Satze, dass N der Höhenschnittpunkt des Dreiecks MPQ ist.

Nach dem Vorigen ist nun PNJQ ein Sehnenviereck, weshalb die Gleichung gilt

$$NQ \cdot JP = NP \cdot JQ + NJ \cdot PQ.$$

Nach dem Vorigen ist ferner

$$\begin{aligned} \triangle PMQ &= \frac{1}{2} MP \cdot MQ \frac{J}{A_1 C_1 \cdot B_1 D_1} = \frac{J}{2 \sin(\alpha - \beta) \cdot \sin(\alpha + \beta)} = \frac{[(ab)(ad)]^2}{8J(a^2 - c^2)(b^2 - d^2)} = \\ &= \frac{(ab)(ad) \cdot e}{16J \cdot F_1 G_1} = \frac{(ab)(ad)(ac)e}{32J^2 \cdot MN} = \frac{R^2 e}{2MN}, \end{aligned}$$

folglich $(M - |e) = \frac{R^2}{MN}$ oder $MN \cdot (M - |e) = R^2$, was auch daraus folgt, dass N der Höhenschnittpunkt von $\triangle MPQ$ und N der Pol von PQ ist.

Nach (2) und (15) ist

$$e = \sqrt{(ab)(ad) \cdot \frac{ac(b^2 - d^2)^2 + bd(a^2 - c^2)^2}{(a^2 - c^2)^2 \cdot (b^2 - d^2)^2}} = \frac{(ab)(ad)}{(a^2 - c^2)(b^2 - d^2)} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2 - f^2 - g^2} = \frac{2F_1 G_1 (ab)(ad)}{(a^2 - c^2)(b^2 - d^2)^2};$$

$$\text{folglich } (N - |e) = \frac{4abcdJ}{e(a^2 - c^2)(b^2 - d^2)} = \frac{2abcdJ}{F_1 G_1 (ab)(ad)} = \frac{abcd}{h^2 \cdot MN} \text{ (nach Nr. II)}$$

2*

$$\text{oder } MN \cdot (N \dashv e) = \frac{abcd}{h^2} = AN \cdot CN = BN \cdot DN.$$

Da MN , PN , QN die oberen Höhenabschnitte des Dreiecks MPQ sind, so gilt auch die Gleichung

$$MN \cdot PQ + MQ \cdot PN + MP \cdot QN = 4\Delta MPQ = \frac{2R^2e}{MN}.$$

X. Da PA_1MC_1 ein Sehnenviereck ist, ist $\angle PA_1C_1 = \angle PMC_1$; mithin, da $PJ \perp A_1C_1$, auch $\angle APJ = \angle MPD$ und $\angle APM = \angle JPD$. Nun seien H_1, H_2, H_3, H_4 die Höhenschnittpunkte der Dreiecke APD, BPC, CQD, AQB , die bekanntlich bei jedem Viereck in gerader Linie liegen. Dann wird

$$\begin{aligned} \cos JPH_1 &= \cos JPA \cdot \cos APH_1 - \sin JPA \cdot \sin APH_1 \\ &= \cos MPD \cdot \sin \alpha - \sin MPD \cdot \cos \alpha \\ &= \frac{PC_1}{MP} \cdot \sin \alpha - \frac{PA_1}{MP} \cdot \cos \alpha \\ &= \frac{16J^2(b^2c + cd^2 + 2abd) - (b^2 - d^2)(a^2 + d^2 - b^2 - c^2)(a^2c + b^2c + cd^2 - c^3 + 2abd)}{16J(ad)(b^2 - d^2) \cdot MP} \\ &= \frac{2d(ab)(ad) + b[(ab)]^2 + b[(ad)]^2 - b(a^2 - c^2)^2}{8J(b^2 - d^2) \cdot MP} \\ &= \frac{2d(ab)(ad) - 2b(ab)(ad) \cos(\alpha + \beta)}{8J(b^2 - d^2) MP} \\ &= \frac{(ab)(ad)[d - b \cos(\alpha + \beta)]}{4J(b^2 - d^2) \cdot MP} \\ &= \frac{d - b \cos(\alpha + \beta)}{2A_1C_1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{also } JH_1^2 &= JP^2 + PH_1^2 - 2JP \cdot PH_1 \cdot \cos JPH_1 \\ &= MP^2 \cos^2(\alpha - \beta) + d^2 \cot^2(\alpha - \beta) - d^2 \cot^2(\alpha - \beta) [d - b \cos(\alpha + \beta)] \\ &= A_1C_1^2 \cot^2(\alpha - \beta) + bd \cos(\alpha + \beta) \cdot \cot^2(\alpha - \beta) \end{aligned}$$

$$\text{und } JH_1 = \cot(\alpha - \beta) \sqrt{A_1C_1^2 + bd \cos(\alpha + \beta)} = F_1G_1 \cdot \cot(\alpha - \beta) = JH_3.$$

Angenommen nun, J läge auf H_1H_2 , so könnte es nur die Mitte von H_1H_2 sein, denn C_1J ist nicht nur parallel zu DH_1 und CH_2 , sondern auch gleich weit von beiden entfernt; JP müsste dann die Schwerpunktstransversale von $\triangle H_1PH_2$ sein; in der That ist nun auch

$$2PH_1^2 + 2PH_2^2 - H_1H_2^2 = 4JP^2$$

$$\text{oder } PH_1^2 + PH_2^2 = 2JH_1^2 + 2JP^2$$

$$\text{oder } d^2 \cot^2(\alpha - \beta) + b^2 \cot^2(\alpha - \beta) = 2F_1G_1^2 \cot^2(\alpha - \beta) + 2MP^2 \cot^2(\alpha - \beta)$$

$$\text{oder } b^2 + d^2 = 2F_1G_1^2 + 2MP^2 \sin^2(\alpha - \beta)$$

$$= 2F_1G_1^2 + 2A_1C_1^2 \text{ gemäss den Formeln unter (15);}$$

daher liegt J mit H_1, H_2, H_3, H_4 in gerader Linie und in analoger Weise auch mit den Höhenschnittpunkten H'_1, H'_2, H'_3, H'_4 der Dreiecke AND, BNC, ACQ, BDQ sowie mit den Höhenschnittpunkten $H''_1, H''_2, H''_3, H''_4$ der Dreiecke ANB, CND, BDP, ACP, denn J hat für die Vierecke ACBD und ACDB dieselbe Bedeutung wie für ABCD. Für die Entfernungen dieser Höhenschnittpunkte von J gelten also die Werte

$$\begin{aligned} JH_1 &= JH_2 = F_1 G_1 \cot(\alpha - \beta), & JH_3 &= JH_4 = F_1 G_1 \cot(2R - \alpha - \beta), \\ JH'_1 &= JH'_2 = A_1 C_1 \cot \varepsilon, & JH'_3 &= JH'_4 = A_1 C_1 \cot(2R - \alpha - \beta), \\ JH''_1 &= JH''_2 = B_1 D_1 \cot \varepsilon, & JH''_3 &= JH''_4 = B_1 D_1 \cot(\alpha - \beta). \end{aligned}$$

Die erwähnten Höhenschnittpunkte bilden drei Parallelelogramme $H_1 H'_3 H_2 H'_4$, $H'_1 H'_3 H'_2 H'_4$ und $H'_3 H_3 H'_4 H_4$, deren Seiten einfache Werte besitzen; es wird

$$H_1 H'_3 = DH'_1 + DH'_3 = AP \cot \beta + BP \cot BDC = a \cdot \cot(\alpha - \beta) = H_2 H'_4.$$

analog $H_1 H'_4 = H_2 H'_3 = c \cdot \cot(\alpha - \beta)$; $H'_1 H'_3 = H'_2 H'_4 = g \cot \varepsilon$; $H'_1 H'_2 = H'_3 H'_4 = f \cot \varepsilon$; $H_3 H_4 = H'_4 H_4 = d \cot(2R - \alpha - \beta)$; $H'_3 H_4 = H_3 H'_4 = b \cot(2R - \alpha - \beta)$.

Mittelst des Sinussatzes ergibt sich weiterhin

$$\sin H'_1 H'_2 H''_2 = \frac{J}{g \cdot A_1 C_1}.$$

Nun ist aber $\sin(JP, CH'_2) = \sin(g, A_1 C_1)$, da die Schenkel der Winkel senkrecht auf einander stehen, und es wird ebenfalls

$$\sin(g, A_1 C_1) = \sin(PA_1 C_1 - ABD) = \frac{J}{g \cdot A_1 C_1};$$

folglich muss $H'_1 H'_2$ mit JP zusammenfallen, da das eine Schenkelpaar der Winkel (JP, CH'_2) und $H'_1 H'_2 H''_2$ zusammenfällt und das andere durch denselben Punkt P geht. Demnach liegen in gerader Linie:

$$H'_1, H'_2, H'_3, H'_4, J, P,$$

$$\text{und analog } H_1, H_2, H_3, H_4, J, N,$$

$$H''_1, H''_2, H''_3, H''_4, J, Q.$$

XI. 1) Die Lote $(D-lb)$, $(A-lc)$, $(B-l d)$, $(C-la)$ mögen sich der Reihe nach in L_1, L_2, L_3, L_4 schneiden, ebenso die Lote $(A-lb)$, $(B-lc)$, $(C-l d)$, $(D-la)$ in L'_1, L'_2, L'_3, L'_4 . Da $AL'_1 A'L_1$, $BL'_2 B'L_2$, $CL'_3 C'L_3$ und $DL'_4 D'L_4$ Parallelelogramme sind, so liegen L_1 u. L'_1 , L_2 u. L'_2 , L_3 u. L'_3 , L_4 u. L'_4 mit J in gerader Linie und es sind demnach auch $L_1 L_2 L'_1 L'_2$, $L_1 L_3 L'_1 L'_3$, $L_1 L_4 L'_1 L'_4$, $L_2 L_3 L'_2 L'_3$, $L_2 L_4 L'_2 L'_4$ und $L_3 L_4 L'_3 L'_4$ Parallelelogramme u. s. w. u. s. w. $L_1 L_2 L_3 L_4$ aber und $L'_1 L'_2 L'_3 L'_4$ sind zwei kongruente Sehnenvierecke mit denselben Winkeln wie ABCD. Da $AL_2 = a \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \beta}$ und $(L_1-lc) = d \cos \beta \cdot \cot \alpha$, so wird

$$L_1 L_2 = d \sin \beta - d \cos \beta \cot \alpha - a \frac{\cos \alpha}{\sin \beta} = a',$$

$$\text{analog } L_2 L_3 = a \sin \alpha + a \cos \alpha \cot \beta - b \frac{\cos \beta}{\sin \alpha} = b',$$

$$L_3 L_4 = b \sin \beta - b \cos \beta \cot \alpha + c \frac{\cos \alpha}{\sin \beta} = c',$$

$$L_4 L_1 = c \sin \alpha + c \cos \alpha \cot \beta + d \frac{\cos \beta}{\sin \alpha} = d';$$

multipliziert man a' mit c und c' mit a und addiert, so ergibt sich

$$2J - (ab) \cos \beta \cot \alpha = a'e + ac'$$

$$\text{oder } 2J - a'e - ac' = (ab) \cos \beta \cot \alpha,$$

$$\text{analog wird } 2J - b'd - bd' = -(ad) \cos \alpha \cot \beta,$$

$$\text{folglich } \frac{2J - a'e - ac'}{b'd + bd' - 2J} = 1 \text{ oder } a'e + ac' + b'd + bd' = 4J.$$

$$2) \text{ Da } AL_1 = d \sin \beta - d \cos \beta \cot \alpha = \frac{d \cos (2R - \alpha - \beta)}{\sin \alpha}$$

$$\text{und } AL'_1 = a \sin \beta + a \cos \beta \cot \alpha = \frac{a \cos (\alpha - \beta)}{\sin \alpha}$$

und $\angle L_1 AL'_1 = \angle \alpha$ ist, so wird

$$\begin{aligned} L_1 L'_1 &= \frac{d^2 \cos^2 (2R - \alpha - \beta) + a^2 \cos^2 (\alpha - \beta) - 2ad \cos (\alpha - \beta) \cos (2R - \alpha - \beta) \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} \\ &= \frac{2d^2 \cos^2 (2R - \alpha - \beta) + 2a^2 \cos^2 (\alpha - \beta)}{\sin^2 \alpha} - 4AJ^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{analog } L_2 L'_2 &= \frac{a^2 \cos^2 (\alpha - \beta) + b^2 \cos^2 (2R - \alpha - \beta) - 2ab \cos (\alpha - \beta) \cos (2R - \alpha - \beta) \cos \beta}{\sin^2 \beta} \\ &= \frac{2a^2 \cos^2 (\alpha - \beta) + 2b^2 \cos^2 (2R - \alpha - \beta)}{\sin^2 \beta} - 4BJ^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_3 L'_3 &= \frac{b^2 \cos^2 (2R - \alpha - \beta) + c^2 \cos^2 (\alpha - \beta) + 2bc \cos (\alpha - \beta) \cos (2R - \alpha - \beta) \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} \\ &= \frac{2b^2 \cos^2 (2R - \alpha - \beta) + 2c^2 \cos^2 (\alpha - \beta)}{\sin^2 \alpha} - 4CJ^2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_4 L'_4 &= \frac{c^2 \cos^2 (\alpha - \beta) + d^2 \cos^2 (2R - \alpha - \beta) + 2cd \cos (\alpha - \beta) \cos (2R - \alpha - \beta) \cos \beta}{\sin^2 \beta} \\ &= \frac{2c^2 \cos^2 (\alpha - \beta) + 2d^2 \cos^2 (2R - \alpha - \beta)}{\sin^2 \beta} - 4DJ^2; \end{aligned}$$

$$\text{also } 4AJ^2 - L_1L_1'^2 = \frac{4ad \cos(\alpha - \beta) \cos(2R - \alpha - \beta) \cos \alpha}{\sin^2 \alpha},$$

$$L_3L_3'^2 - 4CJ^2 = \frac{4bc \cos(\alpha - \beta) \cos(2R - \alpha - \beta) \cos \alpha}{\sin^2 \alpha};$$

$$\text{daher } \frac{4AJ^2 - L_1L_1'^2}{L_3L_3'^2 - 4CJ^2} = \frac{ad}{bc} \text{ oder}$$

$$\begin{aligned} (\alpha) \quad L_1L_1'^2 \cdot bc + L_3L_3'^2 \cdot ad &= 4AJ^2 \cdot bc + 4CJ^2 \cdot ad \\ &= 4R^2 \cdot (ad) - bc(b^2 + c^2 - f^2) - ad(a^2 + d^2 - f^2) \\ &= 4R^2 \cdot (ad) - 4F_1G_1^2 \cdot (ad). \end{aligned}$$

Andrerseits wird

$$(4AJ^2 - L_1L_1'^2) + (L_3L_3'^2 - 4CJ^2) = \frac{4(ad) \cos(\alpha - \beta) \cos(2R - \alpha - \beta) \cos \alpha}{\sin^2 \alpha},$$

oder da $4AJ^2 - 4CJ^2 = 4(ad) \cos \alpha$ ist,

$$\begin{aligned} L_1L_1'^2 - L_3L_3'^2 &= \frac{4(ad) \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} [\sin^2 \alpha - \cos(\alpha - \beta) \cos(2R - \alpha - \beta)] \\ &= \frac{4(ad) \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} \cdot \cos^2 \beta. \end{aligned}$$

Durch Elimination von $L_3L_3'^2$ aus dieser Gleichung und aus (α) folgt

$$\begin{aligned} L_1L_1'^2 &= 4(R^2 - F_1G_1^2) + \frac{4ad \cos \alpha \cdot \cos^2 \beta}{\sin^2 \alpha}, \\ \text{analog } L_2L_2'^2 &= 4(R^2 - F_1G_1^2) + \frac{4ab \cos \beta \cos^2 \alpha}{\sin^2 \beta}, \\ L_3L_3'^2 &= 4(R^2 - F_1G_1^2) - \frac{4bc \cos \alpha \cos^2 \beta}{\sin^2 \alpha}, \\ L_4L_4'^2 &= 4(R^2 - F_1G_1^2) - \frac{4cd \cos \beta \cos^2 \alpha}{\sin^2 \beta}. \end{aligned}$$

XII. Für die Verbindungslinie von J mit dem Fusspunkt X von (A|b) gilt einerseits

$$\begin{aligned} JX^2 &= BJ^2 + a^2 \cos^2 \beta - 2BJ \cdot a \cos \beta \frac{b^2 + BJ^2 - CJ^2}{2b \cdot BJ} \\ &= BJ^2 + \frac{a \cos \beta}{b} [ab \cos \beta - b^2 - \frac{1}{2}(a^2 - c^2 + g^2 - f^2)] \\ &= BJ^2 + \frac{a \cos \beta}{b} \left[\frac{b(a^3 - ab^2 - ac^2 - ad^2 - 2bcd)}{2(ab)} - \frac{a^2 - c^2}{2h^2} (h^2 + b^2 - d^2) \right] \\ &= BJ^2 - a \cos \beta \left[\frac{ab^2 + ac^2 + ad^2 - a^3 - 2bcd}{2(ab)} + \frac{(a^2 - c^2)(a^2d + b^2d + c^2d - d^3 + 2abc)}{2(ab)(ad)} \right] \\ &= BJ^2 - a \cos \beta \cdot g \cos CBD; \end{aligned}$$

andererseits

$$\begin{aligned} JX^2 &= CJ^2 + f^2 \cos^2 ACB - 2CJ \cdot f \cos ACB \frac{b^2 + CJ^2 - BJ^2}{2b \cdot CJ} \\ &= CJ^2 + f \cos ACB \left[\frac{ac^2 + ad^2 - ab^2 - a^3}{2(ab)} + \frac{(a^2 - c^2)(a^2 d + b^2 d + c^2 d - d^3 + 2abc)}{2(ab)(ad)} \right] \\ &= CJ^2 + f \cos ACB \cdot c \cos \alpha; \end{aligned}$$

also durch Addition

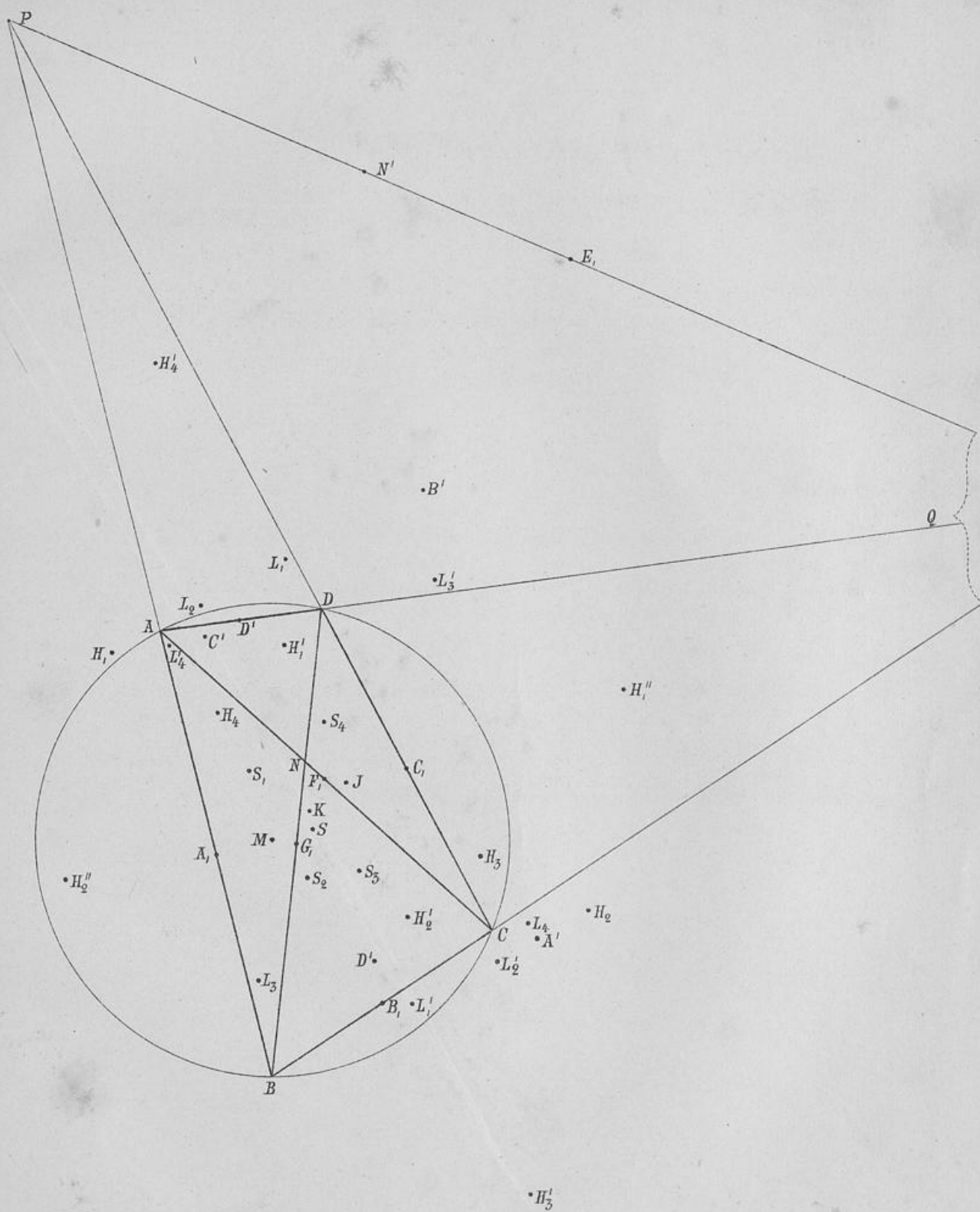
$$\begin{aligned} 2JX^2 &= 2R^2 + \frac{1}{2}(b^2 - d^2) + f \cos ACB \cdot c \cos \alpha - a \cos \beta \cdot g \cos CBD \\ &= 2R^2 + \frac{1}{2}(b^2 - d^2) - \frac{(ac)(a^2 - c^2)^2}{2(ab)(ad)} - \frac{1}{2}(b^2 - d^2) \\ &= 2R^2 - \frac{(a^2 - c^2)^2}{2h^2} \end{aligned}$$

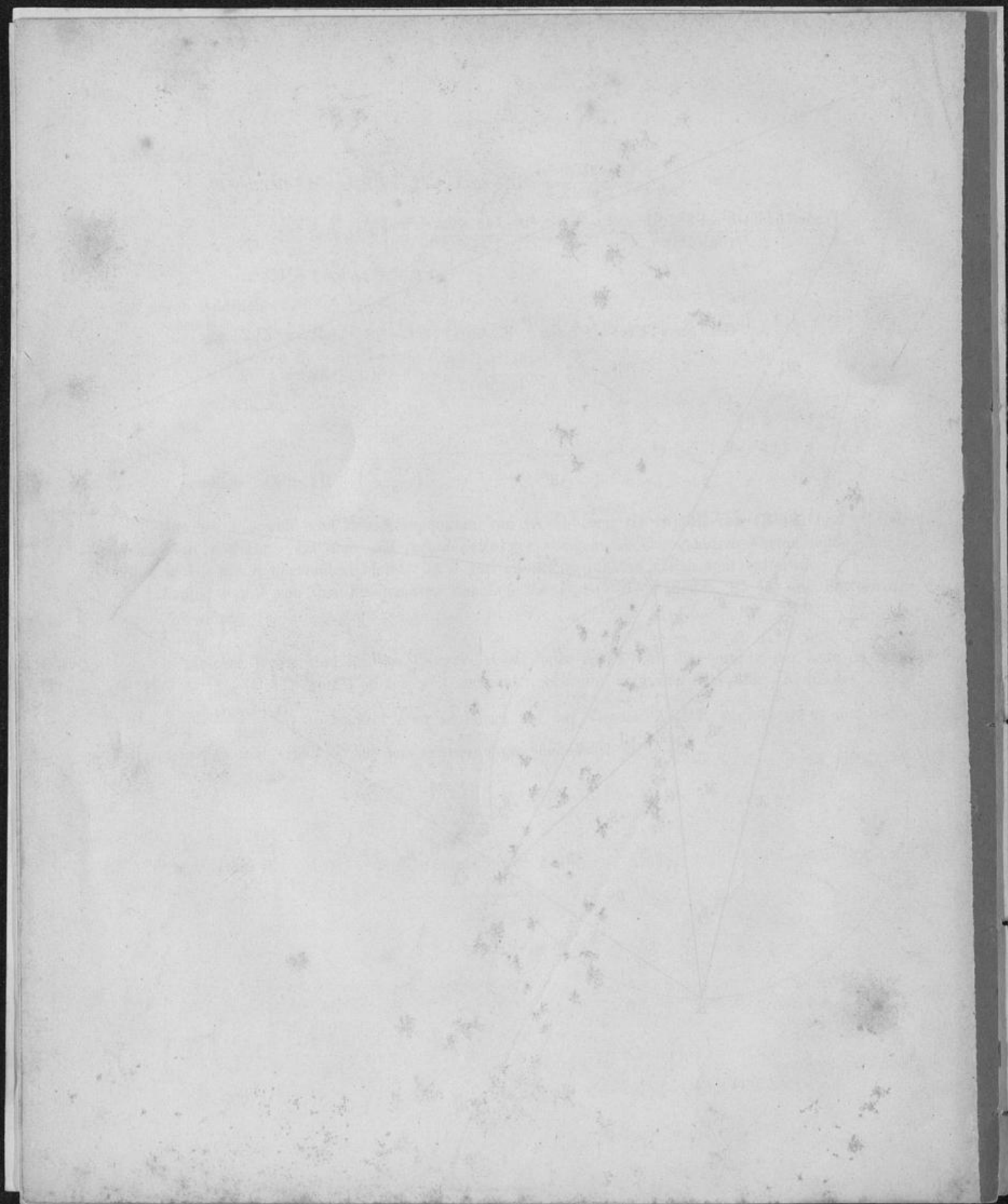
$$\text{endlich } JX = \sqrt{R^2 - \frac{(a^2 - c^2)^2}{2h^2}}.$$

Nun ist J sowohl von den Fusspunkten von (A-lb) und (D-lb) als von (B-lb) und (C-lb) gleich weit entfernt. Da aber die rechte Seite der vorigen Gleichung durch Vertauschung von a mit c und b mit d ungeändert bleibt, ist J von allen Fusspunkten gleich weit entfernt.

Analog hat J von den Fusspunkten der Lote (A-lc), (D-la), (B-lc), (C-la) die Entfernung $\sqrt{R^2 - \frac{(b^2 - d^2)^2}{2h^2}}$.

In gleicher Weise sind für das Viereck ACDB (oder ACBD) die Fusspunkte der Lote (A-lg), (B-lf), (C-lg), (D-lf) von J gleich weit entfernt. Schreibt man den Wert für JX in der Form $\sqrt{R^2 - \frac{a^2 - c^2}{4} \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \epsilon}}$, so braucht man in Bezug auf das Viereck ACDB nur $\sin(\alpha + \beta)$ und $\sin \epsilon$ zu vertauschen und erhält so für jene Entfernungen den Wert $\sqrt{R^2 - \frac{1}{4}h^2}$.





TIFFEN Gray Scale

© The Tiffen Company, 2007

- | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|--|---|---|---|---|
| R | G | B | W | G | K | C | Y | M |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |

- | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|---|----|----|----|
| A | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | M | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | B | 17 | 18 | 19 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|---|----|----|----|

