Wissenschaftliche Beilage zum Jahresbericht des Städtischen Realgymnasiums
zu Charlottenburg. Ostern 1898.

Die Entwickelung des mathematischen Unterrichts an unseren höheren Schulen.

(Teil I.)

Von

Franz Pahl.

Bibliothek des Städt. Gymnasiums * Düsseldorf *

Charlottenburg.
Druck von Adolf Gertz.
1898.

1898. Programm Nr. 101.

9ch 7 (1898)

1898

UNIVERSITÄTS- UND LANDESBIBLIOTHEK DÜSSELDORF

Wie für die Entwickelung eines jeden Unterrichtszweiges der Schule ein sachliches und ein persönliches Moment zu berücksichtigen ist, so ist auch der mathematische Unterricht in den verschiedenen Perioden unseres höheren Schulwesens einerseits bedingt durch den jeweiligen Zustand der mathematischen Wissenschaft überhaupt und die Bedeutung, welche diese innerhalb des sozialen Lebens gewonnen hat, andererseits durch die Wertschätzung der Mathematik für die Aufgaben der Schule seitens der staatlichen Regierungen und städtischen Verwaltungen sowie der für die Abfassung von Schulordnungen und Feststellung der Lehrfächer massgebenden Persönlichkeiten. Unter dem Einfluss dieser Kräfte hat die Mathematik in unsern höheren Schulen Eingang gefunden und ihr Unterricht nach Inhalt und Methode die heutige Gestalt gewonnen; die Wechselwirkung jener Kräfte muss daher verfolgt werden, um den ursächlichen Zusammenhang in dem Entwickelungsgange des mathematischen Unterrichtszweiges aufzudecken und so ein wirklich geschichtliches Bild seiner Entwicklung zu geben.

Unter diesem Gesichtspunkt betrachtet lassen sich vier Perioden der Entwicklung unterscheiden: die ersten Anfänge des mathematischen Unterrichts, das vollständige Eindringen der Mathematik in den Unterricht der höheren Schulen, der Kampf der Mathematik mit den altsprachlichen Lehrfächern und die Entscheidung dieses Kampfes während der staatlichen Regelung des höheren Schulwesens. Jede dieser Perioden umfasst ungefähr ein Jahrhundert; eine genaue zeitliche Abgrenzung ist zwar unmöglich, jedoch da erst mit der Reformationszeit die eigentliche Geschichte unseres höheren Schulwesens beginnt, so entsprechen die angeführten Perioden im allgemeinen den vier seit diesem Zeitraum verflossenen Jahrhunderten.

I. Periode.

Die Anfänge des mathematischen Unterrichts.

(16. Jahrhundert.)

Zur Zeit, als die grossen Träger der Reformation, Luther, Melanchthon, Bugenhagen, durch Gründung einer grossen Zahl von gelehrten Schulen den geschichtlichen Grundstock unseres höheren Schulwesens schufen, war das mathematische Wissen noch eine Vermengung von Anwendungen der Mathematik mit ihr selber. Eine reine mathematische Wissenschaft gab es damals noch nicht, und was an Mathematik auf den Universitäten gelehrt wurde, ging kaum über das Mafs der Kenntnisse hinaus, welche das Altertum erworben und überliefert hatte, ja in der Geometrie erreichte es noch nicht den vollen Umfang dessen, was schon von den Alten erkannt war. Wir dürfen jedoch hieraus nicht den Schluss ziehen, dass damals die mathematischen Studien nicht gepflegt wurden. Im Gegenteil, gerade um die Zeit der Reformation machte sich speziell in Deutschland ein lebhafter Aufschwung auf dem Gebiete der Mathematik bemerkbar. Wie der Humanismus überhaupt in Deutschland eine hervorragende Pflegestätte fand, so hatte man hier auch angefangen, die mathematischen Werke der Alten mit grossem Eifer zu studieren. Der Anstoss hierzu ging von der 1365 gegründeten Wiener Universität aus, an welcher in der ersten Hälfte des fünfzehnten Jahrhunderts Johann von Gmunden (1380—1442) wirkte und den Grund zu einer astronomischen Schule legte. Seine Arbeiten wurden fortgeführt von Georg von Peuerbach (1423—1461), welcher zuerst auf die alten Quellen des mathematischen Wissens zurückging, um dadurch eine sichere Grundlage seiner Wissenschaft zu gewinnen. Als Professor der Astronomie an der Wiener Universität hatte er sich die Aufgabe gestellt, die „grosse Zusammenstellung", den „Almagest", des Ptolemäus im griechischen Urtext neu herauszugeben. Sein grosser Schüler Johannes Müller aus Königsberg in Franken, bekannt unter dem Namen Regiomontan (1436—1476) nahm thätigen Anteil an dieser für jene Zeit sehr schwierigen Arbeit. Die ersten sechs Bücher des Almagest waren erschienen, als Peuerbach plötzlich starb[1]). Regiomontan setzte, treu dem Versprechen, welches er seinem sterbenden Meister gegeben hatte, die Arbeit fort und vollendete die Herausgabe der noch übrigen sieben Bücher des Almagest. Er nahm von 1471 an seinen Wohnsitz in Nürnberg[2]) und machte so diese Stadt zum Mittelpunkt der mathematischen Bildung seiner Zeit. Seine glühende Begeisterung für die Astronomie und Mathematik weckte Nacheiferung und wurde die Ursache, dass die Mathematik in Deutschland während des nächsten Jahrhunderts zu höherer Blüte kam als in irgend einem anderen Lande. Nicht nur in Nürnberg, sondern auch in vielen anderen Städten Deutschlands traten Männer auf, welche sich um die Förderung der Mathematik verdient machten, sodass während der Gründungszeit der ersten gelehrten Schulen die einzelnen Zweige dieser Wissenschaft sich in einem Entwickelungszustand befanden, von welchem sich ungefähr folgendes Bild entwerfen lässt.

Im Rechnen, in der Arithmetik und der Algebra hatte man die Leistungen des Altertums weit überflügelt. Die indische Schreibweise der Zahlen, die Kenntnis des Stellungswertes und der sogenannten arabischen, d. h. indischen Ziffern[3]), war den Deutschen durch die Vermittlung der italienischen Kaufleute zugegangen. Schon seit der Mitte des 13. Jahrhunderts, als der Handel Deutschlands mit dem Aufblühen der Hansa immer grössere Ausdehnung gewann, wurde in den grossen Handelscentren von besonders berufenen Rechenmeistern in eigenen Rechenschulen die für den Kaufmannsstand so nötige Kunst des Rechnens

gelehrt. Solche Rechenschulen verbreiteten sich allmählich über alle grösseren Städte Deutschlands und brachten das praktische Rechnen zu hoher Entwicklung. An den Universitäten war im Mittelalter der Algorithmus des Sacrobosco[4]) als Kompendium in Gebrauch, an dessen Stelle später der Algorithmus Peuerbachs trat. Dieser Algorithmus Peuerbachii, welcher ungefähr das arithmetische Wissen eines zehnjährigen Knaben der Gegenwart umfasst und „für die jungen studenten der hoen schuel zu Wien“ geschrieben war, enthält acht Spezies: Numeratio, Additio, Subtractio, Mediatio, Duplatio, Multiplicatio, Divisio und Progressio, unter der letzteren gleichsam als neunte Spezies die Ausziehung der Quadratwurzel. Auch Regiomontan ist der Verfasser einer Arithmetik, welche der Nürnberger Mathematiker Johannes Schöner[5]) im Jahre 1533 unter dem Namen Algorithmus demonstratus herausgab. Neben den Spezies mit ganzen Zahlen giebt er hierin die Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzel, die Lehre von den gemeinen Brüchen (minutiae vulgares sive mercatoriae) und von den Proportionen. In wie hoher Blüte damals die Rechenkunst in Deutschland stand, beweist die grosse Zahl der gegen Ende des fünfzehnten und zu Anfang des sechzehnten Jahrhunderts entstandenen, in deutscher Sprache abgefassten Rechenbücher. Obwohl die Italiener eigentlich die Lehrer der Deutschen in der Kunst des Rechnens waren, können sie sich nicht rühmen, früher gedruckte Werke über das Rechnen besessen zu haben als wir Deutsche. Das älteste deutsche Rechenbuch, vom Nürnberger Rechenmeister Ulrich Wagner verfasst und von Heinrich Petzensteiner in Bamberg gedruckt, erschien im Jahre 1482. Dies Rechenbuch, von welchem nur noch neun Pergamentblätter vorhanden sind und dessen Auffindung das Verdienst Ungers[6]) ist, darf nicht verwechselt werden mit dem 1483 erschienenen sogenannten Bamberger Rechenbuch, das noch vollständig vorliegt und denselben Verfasser sowie Drucker hat. Im Jahre 1489 erschien dann das Rechenbuch Widmanns von Eger[7]), in welchem zum ersten Male die Zeichen + und — vorkommen und dessen dritter Teil eine kleine Messkunst, d. h. Geometrie, bildet. Balthasar Licht[9]) veröffentlichte 1509 seinen Algorithmus linealis, d. h das Rechnen auf den Linien[8]), und 1514 erschien in Oppenheim das Rechenbuch Jacob Köbels[10]) für das Rechnen auf den Linien, welchem 1520 ein neues für das Zifferrechnen folgte. 1518 gab ferner Grammateus[11]) in Wien ein Rechenbuch heraus, in welchem das Halbieren und das Verdoppeln schon nicht mehr als besondere Spezies gelten und die Reihenfolge der Spezies in: Addition, Multiplikation, Subtraktion und Division umgeändert ist. Einige geometrische Abschnitte und ein kurzer Abriss der Algebra sind am Schlusse beigefügt. Für mehrere Jahrhunderte mustergültig blieb das Rechenbuch des Christoff Rudolff aus Jauer[12], das 1526 erschien. Hier findet sich zum ersten Male die Bezeichnung „Million“; nur noch 5 Spezies werden unterschieden, Numerieren, Addieren, Subtrahieren, Multiplizieren und Dividieren; von Bedeutung ist ferner, dass er die Division mit 10, 100, 1000 u. s. w. ausführen lehrt, indem man soviel Stellen, als der Divisor Nullen hat, vom Dividendus „mit einer virgel“ abschneidet, die erste Andeutung des Kommas. Das Hauptinteresse nehmen aber die Rechenbücher Adam Rieses (1492—1559) in Anspruch, des einzigen unter den alten Rechenmeistern der Reformationszeit, dessen Namen noch in der Erinnerung unseres Volkes lebt[13]). In seinem zweiten, 1522 erschienenen Rechenbuch geht die Rechnung auf den Linien der mit den Ziffern voran, weil „alleweg die, so auf den linien anheben, des Rechnens fertiger und lauftiger werden, den so mit den ziphern, die feder genant, anfahen“. Es wurde durch dies Fortschreiten vom Leichten zum Schwereren, durch die glückliche Auswahl des Stoffes und die Anordnung der praktischen Beispiele nach der eigenen Aussage eines Zeitgenossen[14]) in ganz Deutschland das „allergebreuchlichst“.

Das eigentliche Ziel dieser Lehrbücher war neben der sicheren Handhabung der Spezies mit ganzen und gebrochenen Zahlen vor allen Dingen die Gewandtheit in allen Arten des angewandten Rechnens, und was sie in dieser Hinsicht leisteten, mag folgende kurze Übersicht der in den meisten Rechenbüchern angeführten Regeln zeigen. Obenan stand die Regeldetri oder goldene Regel, von welcher die indirekte oder umgekehrte sowie die zusammengesetzte Regeldetri besondere Abteilungen bildeten. Ausserdem wurden die Terminrechnung, Gesellschaftsrechnung, Mischungsrechnung und die Zinseszinsrechnung behandelt. Ferner finden sich der Kettensatz, der Stich, d. h. Warentausch, die Tolletrechnung, welche den Preis einer mehrsortigen Vielheit aus einem Einheitspreis berechnen lehrt, die „welsche

Praktik“ oder „Rechnung auf Forteil“, welche eine Zusammenstellung vorteilhafter Kunstgriffe bei komplizierten Regeldetri-Aufgaben ist, und die regula falsi. Betreffs letzterer bemerkt Apian[15]), ebenfalls der Herausgeber eines Rechenbuchs, dass sie „nit falsch und unrecht“ ist, „sunder dass sie auss zweyen falschen und unwahrhaftigen zalen, und zweyen lügen die wahrhaftige und begehrte zal finden lernt“. Sie lehrt also durch Annahme eines willkürlichen Resultats und Durchführung der Rechnung mit diesem einen Schluss ziehen auf die richtige Lösung, ist also gleichsam eine Lösungsmethode durch eine algebraische Gleichung, bei welcher statt der Unbekannten x das willkürlich angenommene Resultat auftritt. Dieser Zusammenhang der regula falsi mit der Algebra war den Rechenmeistern nicht entgangen, denn es wird ausdrücklich von jener Regel bemerkt, dass sie für solche bestimmt sei, „so in der Coss[16]) nicht gegründet sind“. Unter Coss verstand man eben die Algebra, als deren eigentlichen Inhalt man die Lehre von den Gleichungen bezeichnete.

Diese „Coss“ stand damals in grossem Ansehn, ja wurde fast als eine geheime, schwer begreifliche Kunst betrachtet. In ihr hatte man ebenfalls bedeutende Fortschritte gemacht, die weit über den Standpunkt der alten Griechen und Römer hinausgingen. Dies zeigt die 1525 von dem schon erwähnten Rudolff verfasste „Coss“, in welcher schon ein ziemlich ausgedehnter Gebrauch der algebraischen Zeichen, namentlich des + und — gemacht und zum ersten Male das Wurzelzeichen eingeführt wird. Rudolff behandelt acht Normalformen von Gleichungen ersten und zweiten Grades, führt auch zwei Gleichungen dritten Grades an, deren Wurzel er angiebt, ohne die Lösung zu kennen. Eine irrationale Zahl heisst ihm numerus surdus.

In dem genialen Michael Stifel[17]) (1487—1567) fand Rudolff einen würdigen Nachfolger, welcher seine Arbeiten auf dem Gebiete der Algebra fortführte, erweiterte und zu einem gewissen Abschluss brachte. Stifels Arithmetica integra, 1544 erschienen, umfasste die gesamte Arithmetik und Algebra, soweit sie zu jener Zeit entwickelt war. Hier finden sich zum ersten Male negative Zahlen, die Stifel unter dem Namen numeri absurdi einführt. Betreffs der Wurzeln einer quadratischen Gleichung teilt er die Anschauung aller damaligen Cossisten, Ferro[18]), Tartaglia[19]), Cardano[20]), Ferrari[21]), dass jede Gleichung nur eine Wurzel haben könne, obwohl er schon die Fälle ausnimmt, in welchen eine Gleichung zwei positive Wurzeln hat. Negative Wurzeln lässt er daher überhaupt nicht zu, und erst recht keine imaginären, deren Begriff in jener Zeit noch gänzlich fehlt. Die Lösung der Gleichungen dritten Grades war Stifel 1544 noch unbekannt; diese brachte erst die 1545 in Nürnberg erschienene Ars magna arithmeticae des Cardano, der allerdings die nach ihm benannte Formel nicht selbst erfunden, sondern sich von seinem Landsmann Tartaglia hatte zeigen lassen. 1553 liess dann Stifel in neuer Auflage die inzwischen schon äusserst selten gewordene Rudolffsche Coss erscheinen, vermehrte sie um viele Erläuterungen und fügte auch eigene Spekulationen über Zahlen, Zahlenreihen und magische Quadrate[22]) sowie auch die Lösung der kubischen Gleichungen nach Cardans Formel hinzu. Michael Stifel war jedenfalls einer der genialsten Mathematiker seiner Zeit; spanische, französische, niederländische Mathematiker beuteten seine Arbeiten für ihre Werke aus, nur Italien konnte sich ebenbürtiger Männer rühmen.

Hatten sich so das Rechnen, die Arithmetik und die Algebra schon von der Mathematik des Altertums losgelöst und selbständig zu beträchtlicher Höhe und grosser Blüte entwickelt, so stand die Geometrie in der Reformationszeit noch völlig auf der Stufe, auf welcher die alten Geometer sie gelassen hatten; neue, selbständige geometrische Forschungen gab es noch nicht. Die dreizehn Bücher der Elemente des Euklid, deren Inhalt ja auch heute noch den Kern des geometrischen und stereometrischen Wissens unserer höheren Schulen bildet, und die in geometrischer Einkleidung auch algebraische Probleme lösen, machten den Umfang dessen aus, was auf den Universitäten der damaligen Zeit in der Geometrie gelehrt wurde. Regiomontan hatte die Absicht, alle wichtigen mathematischen Werke der Alten neu herauszugeben, hatte während seines Aufenthalts in Italien viele griechische Kodizes teils käuflich erworben, teils abgeschrieben, allein sein früher Tod hinderte die Ausführung dieses grossartigen Planes[23]). So waren die Arbeiten des Apollonius, Archimedes, Ptolemäus, Pappus, Proklus und Eutocius[24]) immer noch schwer zugänglich und sogar den Lehrern der Mathematik auf den Hochschulen nur spärlich bekannt, ja zum

Teil noch unverständlich. Mit manchen Lehrsätzen der Elementar-Geometrie, welche jetzt die Schüler unserer mittleren Klassen unter dem Namen einiger jener grossen griechischen Mathematiker kennen, wurde damals noch nicht der Student durch die Vorträge seiner Professoren bekannt. Diejenigen, welche sich eingehender mit den schon den Alten bekannten Eigenschaften der Kegelschnitte und einiger höherer Kurven beschäftigten, waren meist Privatpersonen. Erwähnenswert sind die Arbeiten des Nürnberger Geistlichen Johann Werner (1468—1528), welcher einige Schriften über die Kegelschnitte verfasste; ausserdem verdient eine Arbeit Albrecht Dürers (1471—1527) Interesse: „Underweysung der Messung mit dem zirkel un richtscheyt", welche eine Art darstellender Geometrie bildet, die erste in deutscher Sprache verfasste Behandlung der Perspektive auf wissenschaftlicher Grundlage. Wie gering im übrigen die Selbständigkeit war, mit welcher man um jene Zeit geometrische Probleme behandelte, beweist der blindlings aus dem Altertum mit hinübergenommene Irrtum der römischen Feldmesser, dass der Inhalt eines gleichseitigen Dreiecks gleich der Hälfte des Quadrats über der Dreiecksseite ist[25]).

Hinsichtlich der Trigonometrie waren jedoch gegenüber dem Altertum wieder Fortschritte zu verzeichnen. Freilich war sie immer noch unzertrennlich mit der Astronomie verbunden, allein schon Peuerbach hatte erkannt, wie wichtig eine gesonderte Darstellung der rein trigonometrischen Sätze sei, und Regiomontan schrieb auch wirklich das erste Lehrbuch der ebenen und sphärischen Trigonometrie, welches Johannes Schöner in Nürnberg im Jahre 1533 unter dem Titel: „De triangulis omnimodis libri quinque" herausgab. Bemerkenswert ist, dass die Behandlungsweise Regiomontans in ihren Grundzügen schon mit der heutigen Art der Behandlung dieses Stoffes übereinstimmt. Von den goniometrischen Funktionen waren damals der Sinus, die Tangente und die Cotangente in Gebrauch, wenn auch nicht unter diesen Namen[26]). Für die trigonometrischen Rechnungen waren neben Sinustafeln auch schon Tangententafeln vorhanden. Hatte Ptolemäus eine Tafel für halbe Grade berechnet, hatten die Araber eine solche für Viertelgrade aufgestellt, so berechnete Peuerbach eine Sinustafel von 10′ zu 10′, und Regiomontan zwei neue von Minute zu Minute, die eine für einen Halbmesser von 6000000, die andere für einen solchen von 10000000. Durch Anwendung des letzteren gewann er eine rein dezimale Unterteilung, womit er die Einführung der Dezimalbrüche vorbereitete. Von seinen astronomischen Arbeiten ist noch seine Berechnung der Ephemeriden für die Jahre 1474—1506 hervorzuheben, welche von grosser Bedeutung wurde; denn die Rechnungen, welche Regiomontan in seiner stillen Gelehrtenstube zu Nürnberg vollendete, halfen später Diaz, Columbus, Vespucci und Gama bei ihren kühnen Entdeckungsfahrten[27]). Nach Regiomontan haben die Trigonometrie und Astronomie keine wichtigen Fortschritte bis zur Reformationszeit gemacht; in der Astronomie jedoch wurde noch während derselben durch Kopernikus (1473—1543) die Grundlage einer neuen Weltanschauung geschaffen, welche zu wichtigen Entdeckungen führen sollte.

Hiermit ist der Entwickelungszustand der Mathematik zur Zeit der Reformation in seinen Grundzügen festgestellt; in wie weit diese Wissenschaft Gegenstand des Unterrichts an den gelehrten Schulen werden sollte, hing von den Ansichten der Reformatoren ab, welche jene Schulen ins Leben riefen. Wie es die Universitätsbildung ihrer Zeit erforderte, waren Luther und Melanchthon mit der damaligen Mathesis wohl vertraut geworden. Dass sie auch für ihre Fortschritte lebhaftes Interesse hatten, beweist ihre enge Freundschaft mit Michael Stifel, der gerade durch sie veranlasst wurde, sein arithmetisches Hauptwerk zu schreiben. Als dieser durch mystische Zahlenspekulationen sich zu der unglückseligen Prophezeiung des Weltunterganges auf den 19. Oktober 1533 verleiten liess und, von der Gemeinde verjagt, seine Pfarre zu Lochau unweit Torgau verlor, trat Luther für ihn ein und verschaffte ihm eine neue Pfarre in der Nähe von Wittenberg. Seine eigenen Ansichten über die Mathematik hat Luther nirgends ausführlicher besprochen. In allen seinen Schriften wird der Mathematik nur zweimal Erwähnung gethan. In seinem 1520 erschienenen Sendschreiben an den christlichen Adel deutscher Nation verlangt er, dass die Universitäten die mathematicas disciplinas lehren sollen, und in dem Sendschreiben vom Jahre 1524 an die Ratsherren aller Städte Deutschlands äussert er sich dahin, dass, wenn er Kinder hätte, so müssten diese nicht nur Sprachen und Geschichte hören, sondern auch singen und die Musik mit der ganzen Mathematik lernen.

Von Melanchthon jedoch, der, wie kein anderer Gelehrter seiner Zeit, das gesamte damalige Wissen umfasste, haben wir viele Beweise, wie hoch er die Mathematik schätzte, und wie sehr er auf ihre Pflege bedacht war. Im Jahre 1521 wurde auf seine Veranlassung in Wittenberg eine zweite Professur der Mathematik errichtet, damit, wie er an Spalatin schreibt, „die ausserordentlich nötige, jetzt aber vernachlässigte Mathematik wieder in Achtung komme". Nicht weniger als fünfzehn mathematische Werke hat Melanchthon teils selbst herausgegeben, teils mit Vorreden versehen So liess er zum Beispiel 1531 Sacroboscos liber de sphaera erscheinen, gab 1536 Peuerbachs Algorithmus unter dem Namen: Elementa arithmetices heraus, den er zum Vortrage für Studierende bestimmte, und im selben Jahre liess er auch Vogelins Bearbeitung der Elemente des Euklid erscheinen. Die Ausgabe von Werken des Proclus, des Regiomontan und Stifels Arithmetica integra[28]) versah er mit Vorreden. Vieles weiss er zum Lobe der Mathesis zu sagen: wenn er auch nicht verschmäht, den Ratsherren von Soest die Mathematik aus rein äusserlichen Gründen zu empfehlen, weil sie für die Erdkunde, das kaufmännische Rechnen, die Messung, die Herstellung von Kalendern wichtig und nützlich sei, so weiss er doch namentlich in seinen Vorreden den inneren Wert der Mathese für die Schulung des Geistes und die Schärfung des Verstandes nicht hoch genug zu preisen. Die Arithmetik ist wichtig, weil sie allein den Zugang zu dem wichtigsten Teil der Philosophie öffnet, nämlich zu der Kenntnis der Himmelskörper und ihrer Bewegungen. Die Geometrie lobt er besonders wegen der Klarheit ihrer Beweise, bezeichnet eine Schulung darin als notwendig für die Handhabung einer strengen Deduktion und wiederholt mit Nachdruck das hohe Lob, welches schon Plato der Geometrie spendete[29]). Wie dieser ist er der Ansicht, dass man die Geometrie begreifen müsse, um die übrigen Wissenschaften und Künste desto leichter zu begreifen[30]).

Bei solcher Wertschätzung der Mathematik von Seiten des Mannes, welcher mit Recht der Lehrer Deutschlands genannt worden ist, muss es auf den ersten Blick wunderbar erscheinen, dass in der ersten[31]) der von ihm verfassten Schulordnungen für gelehrte Schulen die Mathematik garnicht erwähnt wird. Nirgends findet sich in der Kursächsischen Schulordnung[32]) vom Jahre 1528 auch nur die leiseste Andeutung, dass er diesen Zweig des Wissens in den Unterrichtskreis der Lateinschulen hineingezogen wissen will. Ebensowenig bietet die im gleichen Jahre erschienene Braunschweiger Schulordnung von Bugenhagen, der als Schulorganisator ganz im Sinne Melanchthons wirkte, irgend einen Anhalt für die Einführung der Mathematik in die höheren Schulen. Wenn wir jedoch den damaligen Stand des mathematischen Wissens berücksichtigen, wird diese auffällige Thatsache sofort begreiflich.

Die vorher gegebene Übersicht über den Umfang der Mathesis in der Reformationszeit zeigt zur Genüge, dass kein Zweig derselben vollständig entwickelt, oder auch nur formal durchgebildet war. In einer Zeit, wo es noch keine höhere Mathematik gab, wo die heutige Elementarmathematik noch nicht einmal ausgebildet war, wo der gesamte Umfang des mathematischen Wissens von den einfachsten Elementen an auf der Universität gelehrt wurde, wo die vier Spezies mit ganzen Zahlen, das Pensum der heutigen Vorschulklassen, den Gegenstand des Vortrages der Professoren für die Studierenden bildete[33]), da brauchte man diesen Unterrichtszweig in den Aufgabenkreis der Gelehrtenschulen nicht hineinzuziehen. Melanchthon wie Bugenhagen leitete ganz folgerichtig der Gedanke, das, was auf der Universität in aller Vollständigkeit gelehrt wurde, könne füglich auf den gelehrten Schulen entbehrt werden. Diese hatten damals noch nicht die allseitige, harmonische Ausbildung aller Kräfte des Geistes zum Ziel, sondern ihnen fiel die mühevolle Aufgabe zu, den Schülern das Verständnis der alten Sprachen zu erschliessen, in denen zu jener Zeit noch alle Schätze des Wissens aufgespeichert waren, vor allen Dingen ihnen die Kenntnis des Latein, der damaligen Bildungssprache, bis zur mündlichen und schriftlichen Beherrschung beizubringen, um sie in den Stand zu setzen, den Vorträgen auf der Universität folgen zu können. Melanchthon und Bugenhagen handelten daher ganz konsequent, wenn sie anfangs die Mathematik für ihre Lehrpläne garnicht in Betracht zogen. Wenn wir aber lesen, dass Melanchthon im Jahre 1526 die Mathematik bei dem Nürnberger St.-Aegidien-Gymnasium eingeführt hat, wenn wir ferner in Bugenhagens Schulordnung für Hamburg vom Jahre 1529 die Vorschrift sehen, dass die oberste Klasse die rudimenta mathematum treiben solle, als

welche auch speziell die praecepta arithmeticae namhaft gemacht werden, so verrät dies, dass hier ein anderer Wille die beiden Reformatoren beeinflusste. Sie mussten jedenfalls einem ausdrücklichen Wunsche des Rates Folge geben, der in jenen Sitzen des Handels die Bedeutung und den Nutzen der Arithmetik schätzen gelernt hatte und wollte, dass deren Anfangsgründe auch den Knaben der Gelehrtenschule zugänglich gemacht würden. So kam als erster Zweig der Mathematik in die Gelehrtenschulen Nürnbergs und Hamburgs das Rechnen mit ganzen und gebrochenen Zahlen hinein, und da die Schuleinrichtung Nürnbergs für Mittel- und Süddeutschland, die Hamburgs für Norddeutschland zum Muster wurde, so zeigen auch die meisten späteren von Melanchthon und Bugenhagen entweder direkt verfassten oder doch unter ihrem Einfluss entstandenen Schulordnungen ebenfalls die Arithmetik als Unterrichtsfach der obersten Klasse. Die Einrichtung bürgerte sich allmählich ein, so dass über die Hälfte aller bis zum grossen Kriege entstandenen Schulordnungen die Arithmetik als besonderes Lehrfach aufführen[34]). Der energische Trotzendorf (1490—1556) dehnte in seiner berühmten Goldberger Schule den mathematischen Unterricht auch auf die sphaera aus, worunter wir eine Anwendung auf die Astronomie und mathematische Geographie zu verstehen haben, und der ehrgeizige Sturm (1507—1589), welcher das Strassburger Gymnasium zu so hohem Glanze hob, suchte ihn noch zu überbieten. Der Einfluss, welchen diese beiden grossen Pädagogen des sechzehnten Jahrhunderts hatten, drängte auch andere höhere Schulen vorwärts, die drei sächsischen Fürstenschulen, St. Afra, Grimma und Schulpforta, folgten, und so gewann der mathematische Unterricht in vielen Schulen in den beiden, bei einigen sogar in den drei oberen Klassen mit einer bis zwei Stunden wöchentlich Boden. Doch muss bemerkt werden, dass nicht selten die Klassen diesen Unterricht gemeinsam hatten, ja dass oft genug die mathematischen Lehrstunden ausserhalb des eigentlichen Schulunterrichts lagen und zuweilen von den Schülern besonders vergütigt werden mussten[35]). Im allgemeinen schliesst die erste Epoche unseres höheren Schulwesens beim Beginn des grossen Krieges damit ab, dass die rudimenta, elementa, initia mathematum in einen Teil der gelehrten Schulen Eingang gefunden haben, meist nur die Arithmetik, in einigen auch die sphaera, in den beiden obersten Klassen gelehrt wurde.

Mit der Einführung des mathematischen Unterrichts begann auch bald die Entstehung von Leitfäden und Lehrbüchern, welche natürlich in lateinischer Sprache geschrieben sein mussten. So war für die kursächsischen Schulen nach der Schulordnung von 1580 der Gebrauch des Kompendiums von Joh. Fischer[36]) vorgeschrieben, in Süddeutschland das des Gemma Frisius[37]), und der Strassburger Lehrplan von 1572 erwähnt als mathematische Unterrichtsbücher der beiden obersten Klassen die beiden volumina mathematica des Konrad Dasypodius[38]), des damaligen Mathematikers an dem Gymnasium und der Akademie in Strassburg. Da diese Lehrbücher uns noch vorliegen, so lässt sich auch über den Inhalt jener obengenannten rudimenta mathematum Näheres angeben.

Was in der Arithmetik gelehrt wurde, ging im allgemeinen nicht über die vier Spezies mit ganzen und gebrochenen Zahlen und die Regeldetri (= regula aurea) hinaus. Den Ausdruck species, welcher schon in Böschensteins[39]) Rechenbuch vom Jahre 1514 vorkommt, erklärt Gemma Frisius als eine gewisse Form des Operierens mit Zahlen: vocamus autem species certas operandi per numeros formas. Die Addition wurde wie gegenwärtig ausgeführt, die Subtraktion meist nach der alten indischen Zuzählmethode, welche nichts anderes ist als die heutige sogenannte österreichische Subtraktionsmethode. War die Ziffer des Minuendus kleiner als die darunter stehende Ziffer des Subtrahendus, so ergänzte man diese zu zehn und fügte die Minuendenziffer hinzu, worauf die nächsthöhere Subtrahendenziffer um 1 erhöht wurde. Ausserdem kannte man auch das Borgen einer dekadischen Einheit bei der nächsthöheren Minuendenziffer. Ein ausgerechnetes Additions- und Subtraktionsexempel sah damals schon so aus wie heute. Für die Multiplikation waren im ganzen neun Methoden[40]) bekannt, doch wurde die sogenannte schachbrettartige, d. h. unsere heutige mit Hilfe des Einrückens, fast ganz allein angewendet. Neben dieser wurde wohl gelegentlich auch die blitzartige geübt, bei welcher man zuerst die Einer beider Faktoren multiplizierte, dann diejenigen Stellen, welche die Zehner liefern, dann die Stellen, deren Produkt Hunderter giebt u. s. w., sodass das ganze Resultat sofort niedergeschrieben wurde. Da diese Methode eine gewisse Aufmerksamkeit erfordert — Adam Riese sagt: „Sie nimpt

viel kopffs" —, so war sie praktisch wenig im Gebrauch, wurde schliesslich ganz aufgegeben und geriet so in Vergessenheit.

Für die Division war fast nur die Division über sich gebräuchlich, die ebenfalls indischen Ursprungs ist und heutzutage jedem, der ein nach dieser Weise ausgerechnetes Divisions-Exempel sieht, ganz unverständlich ist. Ihre anscheinend wirre Zahlenmenge erschwert die Uebersicht und die Prüfung der für die Durchführung der Division nötigen Einzelmultiplikationen so sehr, dass wir sie jetzt für den Unterricht als völlig unbrauchbar bezeichnen müssen. Wenn man bedenkt, dass schon Lucas di Borgo[40]) 1494 das Unterwärtsdividieren mit Hinschreibung der einzelnen zu subtrahierenden Produkte lehrte, dass Adam Riese ebenfalls eine Methode des Unterwärtsdividierens kannte, dass Jacob Frey[41]) 1569 das Unterwärtsdividieren genau in der Form aufstellte, welche wir heute üben, so erscheint es unbegreiflich, dass man nicht nur in jenem Zeitraum, sondern bis ins achtzehnte Jahrhundert hinein an dem Überwärtsdividieren festhielt. Das Resultat wurde dann bei jeder Spezies durch eine Probe geprüft, und hier beherrschte die Neunerprobe[42]), als die schnellste, alle übrigen, obwohl ihre Mängel schon längst erkannt waren. Neben ihr gab Fischer in seinem Lehrbuch auch Proben mit den Zahlen 5, 6, 7, 8 und 11 an. Die einzig richtige Probe, die durch die entgegengesetzte Spezies, wurde ebenfalls angewendet.

Bei der Bruchrechnung gab man, ohne näher auf ihre Entstehung und Bedeutung einzugehen, sofort die Regel für das Gleichnamigmachen mehrerer Brüche (reductio ad eundem denominatorem), worauf ihre Addition und Subtraktion erfolgen konnte. In der Regel beschränkte man sich auf zwei Brüche, deren Hauptnenner durch Multiplikation der einzelnen gewonnen wurde. Dasselbe Verfahren galt auch bei mehreren Brüchen, sodass also unser heutiger Begriff des Hauptnenners noch nicht entwickelt war. Für die Multiplikation galten, ebenso wie für die Division, die heutigen Regeln. Da die Teilbarkeit der Zahlen nicht berücksichtigt wurde, so stand das Kürzen auf einer sehr tiefen Stufe. Die Dezimalbrüche wurden erst im Laufe der behandelten Epoche erfunden, fanden daher erst sehr viel später Eingang in die Arithmetik der höheren Schulen.

Weitaus die meisten Lateinschulen, welche in jenem Zeitraum Arithmetik trieben, blieben hier stehen. Die erwähnten arithmetischen Lehrbücher enthalten jedoch noch mehr, und dementsprechend müssen die bedeutenderen Schulen den arithmetischen Unterricht auch auf die Regeldetri, die Wurzelausziehung und die Proportionen ausgedehnt haben. Die Regeldetri diente zur Lösung aller Aufgaben des täglichen Lebens; man lehrte auch die indirekte Regeldetri (regula trium eversa), die zusammengesetzte Regeldetri, je nach der Zahl der zu berücksichtigenden Glieder regula duplex, regula de quinque, regula de septem genannt, die Gesellschaftsrechnung und die Mischungsrechnung. Um die Ausziehung der Quadratwurzel an praktischen Beispielen zu üben, gab Gemma Frisius den pythagoräischen Lehrsatz, dessen Anwendung zu passenden Aufgaben führen musste. Auch mit den Kubikzahlen und der Kubikwurzel beschäftigt sich sein Lehrbuch, und er versucht durch Anwendung der regula falsi Aufgaben zu lösen, welche die Ausziehung von Quadratwurzeln und Kubikwurzeln erfordern. Proportionen unterschied Frisius dreierlei, die musikalische, arithmetische und geometrische. Die erste deutet wieder auf die alte Verbindung von Musik und Arithmetik hin, die vielleicht durch das alte Quadrivium der „facultas artium"[43]) der Universitäten hervorgerufen ist und ihren Ausdruck auch darin gefunden hat, dass zu jener Zeit und noch mehr als zwei Jahrhunderte später der „Cantor" zugleich auch der Lehrer des Rechnens und der Arithmetik war.

Eine Methodik dieses Unterrichts konnte zu einer Zeit, in welcher es noch keine Wissenschaft der Pädagogik gab, sondern erst die erfahrungsmässigen Grundlagen derselben gewonnen werden mussten, noch nicht entwickelt sein. Wie die Lehrbücher nur die Regel brachten, ohne auf ihre Begründung näher einzugehen, so war auch das Lehrverfahren ein rein dogmatisches und bezweckte nur ein mechanisches Können, als höchstes Ziel eine gewisse Gewandtheit in der Handhabung aller Rechnungsarten, ohne Verständnis des Verfahrens. Erst wurde eine Erklärung gegeben, was gerechnet werden sollte, dann die spezielle Aufgabe gestellt, darauf folgte die Regel, dann die Ausführung dieser Vorschrift, und endlich wurde das Resultat durch die Probe geprüft. Das ganze Lehrverfahren jener Zeit liegt also gleichsam in Adam Rieses Worten: „Thu ihm also, und kumpt recht". Bemerkens-

wert ist, dass die Lateinschulen sofort mit der numeratio figuralis, dem Ziffernrechnen, begannen, niemals vorher die numeratio linealis, das Rechnen auf den Linien trieben, so anschaulich doch dieses für die „erkäntnüss der zifern“ war; die höheren Schulen verschmähten also von vornherein die einfachen Hilfsmittel der Volksschulen und Rechenschulen, sie schienen für die entbehrlich, welche zu künftigen Gelehrten herangebildet werden sollten. Es lag dann auch in der Natur der Sache, dass das angewandte Rechnen auf den Lateinschulen nur in geringer Ausdehnung betrieben wurde, da auf ihnen doch keine tüchtigen Rechner für das praktische Leben gebildet werden sollten, und diesen dem praktischen Rechnen feindlichen Zug haben die humanistischen Lehranstalten bis auf den heutigen Tag behalten.

Unsere Geometrie suchen wir vergeblich in den Schulordnungen, welche bis 1618 erschienen sind, wie auch in den uns erhaltenen Lehrplänen einzelner grösserer Anstalten. Was von ihr gelehrt wurde, versteckte sich unter der Bezeichnung sphaera[44]), war keine reine Geometrie in unserem Sinne, sondern eine Verbindung mit der Astronomie. Als Lehrbuch der sphaera wird in den Goldberger Schulgesetzen des Johannes de Sacro Bosco libellus de sphaera erwähnt, und wir dürfen annehmen, dass dieses damals schon über dreihundert Jahre alte astronomische Kompendium in allen Schulen, welche die sphaeram trieben, dem Unterricht zu Grunde gelegt worden ist. Von der Geometrie war in den vier Kapiteln dieses Buches wenig enthalten. Es beginnt mit der Erklärung von Sphäre, Axe, Pol, Himmelsbewegung und geht dann dazu über, die Oberfläche der Erde zu berechnen. Das zweite Kapitel bringt dann die verschiedenen Himmelskreise, Aequinoktialkreis, Zodiakalkreis, Meridian, Aequator, die beiden Coluren, d. h. zwei zu einander senkrechte Kreise durch die Pole, und die fünf Zonen. Im dritten Kapitel werden der Aufgang und Niedergang der Gestirne, die Tag- und Nachtlänge, die Klimate behandelt, und das vierte Kapitel bespricht die Planetenbahnen, die Entstehung der Mond- und Sonnenfinsternisse; die Sonnenfinsternis beim Tode Christi bildet den Schluss. Der ganzen Himmelsbetrachtung lag noch die Anschauung zu Grunde, dass die Erde unbeweglich im Mittelpunkt der Welt ruht. Die Lehre des Kopernikus wurde zwar schon 1543 veröffentlicht, fand auch bald zahlreiche Anhänger, doch drang sie während dieses ganzen Zeitraums noch nicht in die Schulen ein, da die protestantische Theologie die neue Weltanschauung sehr heftig bekämpfte[45]).

Hiermit ist der Umfang und Inhalt des mathematischen Unterrichts in der ersten Periode der Entwickelung unserer höheren Schulen im wesentlichen gekennzeichnet. Weitaus die Mehrzahl der Schulen leistete weniger, Mehrleistungen können wir nur bei der Sturmschen Schule vermuten[46]), welche in dem schon erwähnten Dasypodius einen sehr tüchtigen Mathematiker besass. Ziehen wir jedoch die beiden volumina mathematica des Dasypodius zu Rate, so kann es mit dem Mehr auch nicht weit her gewesen sein. Zunächst lässt schon die höchst eigentümliche Einrichtung beider Bücher, erst alles griechisch zu geben und dann dasselbe lateinisch zu wiederholen, die Vermutung entstehen, dass er mit ihnen nicht ein rein mathematisches Lehrziel verfolgte, sondern sprachliche Nebenabsichten hatte. Die Vorrede des ersten Bandes, welcher, für die zweite Klasse bestimmt, eine Geometrie, eine Logistica, d. h. Arithmetik, eine Astronomie und eine Geographie umfasst, bestätigt diese Vermutung: er sagt darin ausdrücklich[47]), dass der geometrische Teil, welcher nur die Definitionen der ersten sechs Bücher des Euklid und die des zehnten und elften Buches in griechischem Urtext und lateinischer Uebersetzung enthält, lediglich dazu bestimmt ist, die Schüler an die Sprache und Ausdrucksweise zu gewöhnen und so zu befähigen, bei späterem Studium die Werke des Euklid, Theodosius, Ptolemäus u. s. w. leichter zu verstehen. Seine Geometrie ist daher keine eigentliche Geometrie in unserem Sinne, sie bringt keine Figur, keine Eigenschaften einfacher, geometrischer Gebilde, keinen Lehrsatz und keinen Beweis, sondern soll nur einer sprachlichen Schulung behufs eines besseren Verständnisses der alten Autoren über Geometrie dienen. Die Logistica bringt dann die vier Spezies und die regula trium proportionalium, d. i. Regeldetri, mit ganzen Zahlen, welchen die arithmetischen Definitionen des siebenten Buches von Euklid und eine lateinische Uebersetzung nebst Erläuterung dieser Definitionen vorangeht. Dem astronomischen Teil, welcher nur die notwendigsten Erklärungen enthält, liegt jedenfalls das Buch Sacroboscos zu Grunde, zeigt nicht nur dieselbe Einteilung in vier Kapitel, sondern verrät auch im Inhalt jedes Kapitels die Quelle, aus welcher er genommen ist. Die Einfügung einer descriptio partium

terrae, welche in griechischer und lateinischer Sprache die Teile und Länder der alten Welt beschreibt, in ein mathematisches Lehrbuch lässt noch mehr erkennen, dass der erste Band des Kompendiums von Dasypodius nicht nur rein mathematischen Unterrichtszwecken diente.

Der für die oberste Klasse bestimmte, viel umfangreichere zweite Band entbehrt der Geometrie gänzlich, während die Logistik auf die vier Spezies mit Brüchen, die Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzel, auf die Progressionen und die Rechnung mit den „minutiis physicis sive astronomicis" ausgedehnt und die Astronomie auf den Umfang der sphaera des Sacrobosco ergänzt wird. Das geometrische Wissen der Schüler der ersten Klasse blieb also auch auf die in der zweiten Klasse gegebenen Definitionen Euklids beschränkt. Die Stelle der Geometrie nimmt in dem zweiten Bande eine erst in griechischer Sprache geschriebene, dann ins Latein übertragene allgemeine Abhandlung über die Beschaffenheit, den Inhalt, die Prinzipien u. s. w. der Mathematik ein. Diese Besprechung der disciplina mathematica, welche über die Hälfte des zweiten Bandes einnimmt, hat schwerlich das mathematische Wissen der Schüler erhöhen, sondern ihnen nur die Sprache der Mathematik vertrauter machen sollen. Verständlich wird diese Methode des Dasypodius erst, wenn wir in Betracht ziehen, dass auf diesen zweiten Band noch ein dritter, für zwei Jahre berechneter und für den Vortrag auf der Akademie bestimmter, folgen sollte, welcher die alten Autoren der Geometrie in der Ursprache brachte[48]). In die Akademie sollten die Schüler so vorbereitet eintreten, dass die Sprache ihnen kein Hindernis mehr bereiten würde, die grossen Werke der Alten zu verstehen.

Der Schluss des zweiten Bandes bringt dann die bekanntesten Sternbilder, erläuternde Figuren zum astronomischen Teil, Tabellen über den Auf- und Untergang der Sonne, des Mondes und der Gestirne, sowie eine pythagoräische Tafel, d. h. eine Einmaleins-Tabelle in der bekannten heutigen Form, deren Bedeutung noch besonders erläutert wird.

Die Untersuchung des Inhalts der beiden volumina mathematica des Strassburger Professors der Mathematik beweist, dass auch dieses „erste in einem Gymnasium gebrauchte Lehrbuch der gesamten Mathematik"[49]) nicht viel mehr bringt, als sonst auf den grösseren Lateinschulen gelehrt wurde. Zugleich erhalten wir einen interessanten Aufschluss über die eigentümliche Auffassung von der Aufgabe und dem Lehrgebiet des mathematischen Unterrichts, welche aus dem damaligen Zustande der mathematischen Wissenschaft und der Abhängigkeit ihres Studiums von der Kenntnis der alten Sprachen mit Notwendigkeit hervorging. Der überwiegende Betrieb der Sprachen, welche in ihrer Unentbehrlichkeit für das Studium jeder Wissenschaft ihren Grund hatte, gestattete noch keinen ausgedehnteren Betrieb der Mathematik auf den höheren Schulen und liess die noch ziemlich primitive Auffassung des mathematischen Unterrichts während der ersten Periode entstehen. Gleichwohl liegen in ihr schon die Keime für die Weiterentwickelung dieses Unterrichts während der nächsten Jahrhunderte. Der für seine Einführung entscheidende Gesichtspunkt, dass die Mathematik durch ihre Anwendung grossen Nutzen gewährt, ruft die einseitige Betonung des Nützlichkeitsprinzips während des siebzehnten Jahrhunderts hervor; Melanchthons und auch des Dasypodius[50]) tiefere Auffassung von der Bedeutung der Mathematik für die Schulung des Verstandes gelangt im achtzehnten Jahrhundert zum Durchbruch.

II. Periode.

Das vollständige Eindringen des mathematischen Unterrichts in die höheren Schulen.

(17tes Jahrhundert.)

Die Fortsetzung der bedeutenden Kulturarbeit des sechzehnten Jahrhunderts wurde schon im zweiten Dezennium des nächsten durch den dreissigjährigen Krieg gewaltsam unterbrochen. Die Verheerungen dieses greuelvollsten aller Kriege vernichteten die wirtschaftliche Kraft der deutschen Länder und Städte fast vollständig und erstickten manche neugepflanzte Keime wissenschaftlichen Lebens Einige Lateinschulen gingen während des Krieges gänzlich ein, viele gerieten in tiefen Verfall, und die meisten konnten nur mühsam ihre Existenz behaupten [51]). Nach dem westfälischen Frieden standen die Landesregierungen und städtischen Verwaltungen dem allgemeinen Elend fast ohnmächtig gegenüber. Für die Hebung der höheren Schulen konnte nicht viel von ihnen geschehen; wohl wurden Schulordnungen erlassen und ehrliche Anstrengungen gemacht, allein es fehlte nicht nur an Geld, sondern auch an Lehrkräften, und erst gegen Ende des Jahrhunderts fingen die humanistischen Lehranstalten an, sich von dem schweren Schlage, den der Krieg ihnen versetzt hatte, zu erholen. Bei solcher allgemeinen Lage des höheren Schulwesens dürfen wir daher in diesem Zeitraume eine gedeihliche Weiterentwicklung des mathematischen Unterrichts nicht erwarten.

Nicht nur in wirtschaftlicher Hinsicht, auch auf geistigem Gebiete spürte Deutschland die zerstörende Einwirkung des Krieges. Marschierte zu Beginn dieses Jahrhunderts Deutschland mit Kepler an der Spitze der mathematischen Forschung, so lief ihm in den nächsten beiden Menschenaltern das Ausland den Rang ab, und erst in den letzten Jahrzehnten vermochte es in dem genialen Leibniz den grossen Mathematikern Italiens, Frankreichs, Hollands und Englands einen völlig ebenbürtigen Geist an die Seite zu stellen Die mathematische Wissenschaft selbst nahm in diesem Jahrhundert einen so gewaltigen Aufschwung, dass es mit vollem Recht das saeculum mathematicum genannt zu werden verdient. Freilich konnte sich dieser Aufschwung in dem mathematischen Unterricht der höheren Schulen nicht gleichzeitig äussern. Wie wichtig aber die Entwicklung der Wissenschaft auf die spätere Gestaltung des Schulunterrichts in diesem Fache wurde, wird sofort aus folgenden kurzen Bemerkungen klar, welche die Fortschritte der Mathesis in dem mathematischen Säkulum kennzeichnen: Die Mathematik wird zu einer reinen Wissenschaft, die nunmehr unabhängig von ihren Anwendungen um ihrer selbst willen gepflegt werden kann; das Lehrgebäude unserer jetzigen Elementar-Mathematik kommt fast vollständig zum Abschluss, von ihr beginnt sich die höhere Mathematik zu sondern; in sämtlichen Disziplinen wird das formale Bezeichnungswesen fast gänzlich zu der jetzt herrschenden Form ausgebildet.

Mit der Entstehung der höheren Mathematik, in dem gegenwärtigen Sinne des Wortes, überschreitet das mathematische Wissen den Umfang dessen, was auf den höheren Schulen in diesem Fache getrieben wird. Wir brauchen daher die Fortschritte der mathematischen Wissenschaft von jetzt an nicht mehr in ihrer Vollständigkeit zu verfolgen, sondern nur soweit zu berücksichtigen, wie sie in das jetzige Pensum der höheren Schulen Eingang gefunden haben. Dagegen gewinnt nunmehr die Rückwirkung des Betriebes der höheren Mathematik, ihrer Behandlungsweise an den Universitäten auf den Schulbetrieb der elementaren Mathematik allmählich an Bedeutung.

Die praktische Arithmetik wurde noch gegen Ende des sechszehnten Jahrhunderts durch Simon Stevin (1548—1620) um die Einführung der Dezimalbrüche bereichert. Am Anfang des siebzehnten Jahrhunderts kam dann als wichtigste Errungenschaft die Erfindung der Logarithmen hinzu. Die Entdeckung dieses für die Multiplikation, Division und die Wurzelausziehung grösserer Zahlen, vor allem aber für die trigonometrischen Rechnungen jetzt so unentbehrlichen Hilfsmittels knüpft sich an die Namen des Jost Bürgi (1552—1632), des Lord John Napier (Neper) aus Merchiston in Schottland (1550—1617) und des Oxforder Professors Henry Briggs (1560—1630)[52]. Freilich hatte schon vor ihnen Stifel erkannt, dass es zu jeder geometrischen Progression eine arithmetische giebt, bei welcher an die Stelle der Multiplikation, Division, Potenzierung und Radizierung die Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division tritt, doch kam Jost Bürgi zuerst auf den Gedanken, die Zahlen dieser arithmetischen Progression zur Vereinfachung der Rechnungen mit den entsprechenden Zahlen der geometrischen Progression zu verwenden und berechnete 1610 eine Tabelle für seinen eigenen Gebrauch bei astronomischen Rechnungen. 1614 erschien dann das erste gedruckte Buch über Logarithmen von John Neper, der unabhängig von Bürgi zu ihrer Entdeckung gelangt war. Bürgi gab darauf 1620 seine Progress-Tabulen heraus, in welchen die Logarithmen rot gedruckt waren, weswegen er sie auch die „roten Zahlen" nannte. Um dem Mangel einer bestimmten Basis bei den Neperschen Logarithmen abzuhelfen und sie in bequemere Verbindung mit dem Dezimalsystem zu bringen, verbesserte Briggs sie dahin, dass er als Basis die Zahl 10 annahm und 1624 in seiner „Arithmetica logarithmica" die nach ihm benannten heutigen Logarithmen der Zahlen 1 bis 20 000 und 90 000 bis 100 000 erscheinen liess.

Von Jost Bürgi ist noch erwähnenswert, dass er auch der Erfinder der abgekürzten Multiplikation ist, welche ja auch in den Rechenunterricht unserer höheren Schulen Eingang gefunden hat[53])

Mit der Erfindung der Logarithmen begann auch die Zinseszinsrechnung in der heutigen Form sich zu entwickeln. Die bis dahin falsche Art der Rabattrechnung wurde von Leibniz (1646—1716) berichtigt und in seiner Behandlungsweise liegt auch die Grundlage der heutigen Rentenrechnung, die sich damals in ihren ersten Anfängen zeigte[54]).

Auf dem Gebiete der reinen Arithmetik begann mit Vieta[55]) (1540—1603) die Einführung der Bezeichnung „negative Grössen"; die positiven hiessen bei ihm noch „affirmative". Während er sich noch nicht entschliessen konnte, in der Buchstabenrechnung, sowohl positive wie negative Zahlenwerte mit einem und demselben Buchstaben zu bezeichnen, that Descartes[56]) (1596—1650) diesen Schritt und führte auch die Bezeichnung „reelle" und „imaginäre" Grössen ein, welch letztere bei den italienischen Cossisten des vorhergehenden Jahrhunderts, „unmögliche Zahlen" hiessen. Hinsichtlich der Reihenlehre wurden die unendlichen höheren Reihen bekannt. Mercator (1620—1687)[57]) und vor ihm schon St. Vincent[58]) (1584—1667) stellten die Reihe für log $(1 + x)$ auf; Gregory[59]) (1638—1675) fand die Reihen für sin x und cos x und führte die Begriffe der Konvergenz und Divergenz unendlicher Reihen ein, über welche auch Leibniz Untersuchungen anstellte.

Mit der Untersuchung zahlentheoretischer Probleme begann die heutige höhere Arithmetik sich zu entwickeln. Van Schooten (1620—1661), John Pell (1610—1685) gaben Tafeln der Primzahlen heraus, Schwenter (1585—1636) lehrte die Näherungswerte von Kettenbrüchen bilden und Wallis (1616—1703) stellte die heute noch in unseren Schulen gebräuchliche allgemeine Formel auf für die Bildung eines Näherungswertes aus den Zählern und Nennern der beiden vorherigen und dem Zähler und Nenner des letzten Partialbruches. Im Anschluss an solche Untersuchungen vollendeten Wallis, Brouncker, Gregory, Newton und Leibniz die rein analytische Berechnung der Zahl π[60]).

Mit dem schon genannten Vieta fing man an, tiefere Einblicke in das Wesen der algebraischen Gleichungen zu thun. Er stellte eine ihm eigentümliche Lösung der Gleichung dritten Grades auf und erkannte den Zusammenhang zwischen den Wurzeln und den Koeffizienten der Gleichungen zweiten und dritten Grades. Während er nur die positiven Wurzeln als solche bezeichnete, betrachtete Descartes, der auch eine besondere nach ihm benannte Lösung der Gleichung vierten Grades aufstellte, auch negative Wurzeln, und schon Girard (1590—1634) dehnte den Begriff der Wurzel auf die imaginären Grössen aus.

Harriot (1560—1621) und Descartes erkannten das allgemeine Bildungsgesetz der Koeffizienten einer Gleichung aus ihren Wurzeln. Tschirnhaus (1651—1708) lehrte die Transformation der Gleichungen und Newton (1642—1727) zeigte die näherungsweise Berechnung der Wurzeln von Gleichungen höherer Grade, deren Koeffizienten Zahlen sind[61]).

Die algebraische Zeichensprache entwickelte sich in diesem Zeitraume fast zur heutigen Form. Harriot führte die Zeichen $>$ und $<$ ein, brauchte $\times$ für mal, setzte $x.\,x = x^2$, $x.\,x.\,x = x^3$ u. s. w. Descartes brauchte statt des Zeichens $\times$ einen Punkt, führte allgemein die Bezeichnung a^n für positive Exponenten ein, während Wallis auch schon negative und gebrochene Exponenten in der heutigen Form und Bedeutung gebrauchte. Von diesem rührt auch das Zeichen ∞ für Unendlich her (1655). Die hohe Bedeutung dieser Zeichensprache für die Behandlung der Algebra lässt sich am besten erkennen, wenn wir ihre Entwicklung durch drei Jahrhunderte verfolgen.

Regiomontan schrieb: 16 census et 2000 aequales 680 rebus
für: $16\,x^2 + 2000 = 680\,x.$
Cardano schrieb: Cubus $\overline{p}$ 6. rebus aequalis 20
für: $x^3 + 6\,x = 20$
Vieta schrieb: 1 C — 8 Q + 16 N aequal. 40
für: $x^3 - 8\,x^2 + 16\,x = 40$
Reymers († 1599) schrieb:

XXVIII	XII	X	VI	III	I	O
1 gr	65532	+ 18	÷ 30	÷ 18	+ 12	÷ 8

für: $x^{28} = 65532\,x^{12} + 18\,x^{10} - 30\,x^6 - 18\,x^3 + 12\,x - 8$[62])
Descartes schrieb: $z^3 \propto az - bb$
für: $z^3 = az - b^2$
Hudde (1633—1704) schrieb: $x^3 \propto qx + r$
für: $x^3 = qx + r$[63])

Hiermit ist die heutige Schreibweise, wie sie Euler (1707—1783) gänzlich durchführte, schon beinahe erreicht.

Die wichtigste Errungenschaft des mathematischen Jahrhunderts ist jedoch die Erfindung der Differenzial- und Integralrechnung, welche das gewaltigste Rüstzeug mathematischer Forschung bildet. Vorbereitet durch Cavalieris „Methode des Unteilbaren" die eine Raumgrösse als die Summe unendlich vieler einfacher Grössen der Ebene ansieht, durch Pascals Betrachtung von Flächen als Summen unendlich vieler kleiner Rechtecke, durch Keplers und Fermats Untersuchungen über Maxima und Minima, durch Barrows Einführung der unendlich kleinen Zuwächse veränderlicher Grössen, wurde die Infinitesimalrechnung ungefähr gleichzeitig von Newton 1671 und Leibniz 1676 entdeckt[64]). Damit ist die Grenze erreicht, welche den mathematischen Lehrstoff unserer heutigen höheren Schulen von dem der Universitäten scheidet.

Auch in der Geometrie tritt der für die gesamte Geistesrichtung des 17. Jahrhunderts charakteristische Zug der vom Altertum sich loslösenden und selbständig werdenden Forschung deutlich hervor. Alle wichtigen geometrischen Probleme, die Rektifikation des Kreises und anderer Kurven, die Inhaltsbestimmungen krummer Linien und Oberflächen, die Konstruktion der Tangenten, die Untersuchung der Kegelschnitte und höherer Kurven, zeigen nicht nur ganz bedeutende Fortschritte, sondern auch eine gänzlich unabhängige Betrachtungsweise, die weit über die Auffassung des Altertums hinausgeht.

Schon Vieta bethätigte sich als unabhängiger geometrischer Forscher in seiner Behandlungsweise des Apollonischen Berührungsproblemes für den Fall dreier Kreise sowie in seiner Konstruktionsmethode algebraischer Ausdrücke. Der cyklometrischen Bestimmung der Zahl π wandten sich von der Eyke, Ludolf van Ceulen (1540—1610), Adrian Metius (1571—1635) und Huygens (1629—1695) zu. Der Erstgenannte gab für π den Wert $\frac{1521}{484}$ an, van Ceulen berechnete π auf 34 Dezimalstellen, die bekannte Ludolfische Zahl; Adrian Metius gab den Wert $\frac{355}{113}$ an, und Huygens hat neben Neil (1637—1670) den Ruhm, durch Vervollkommnung der Methode der Alten neben der Rektifikation des Kreises auch die vieler anderer Kurven geleistet zu haben[65]).

Der Wiener Professor Guldin (1577—1643) versuchte durch Anwendung der nach ihm benannten Regel, die sich aber schon in den collectiones mathematicae des Pappus findet, den Inhalt von Rotationskörpern zu bestimmen. Sein Zeitgenosse Cavalieri (1578—1647) gab in seiner Methode der unteilbaren Grössen eine Umwandlung der Exhaustionsmethode des Archimedes und wurde dadurch zum Erfinder des nach ihm benannten Prinzips unserer stereometrischen Körperberechnung[66]). Die Bezeichnung Stereometrie wurde mit dem Anfange des siebzehnten Jahrhunderts, namentlich durch Kepler's Nova stereometria doliorum (1616) gebräuchlich[67]).

Für das überaus wichtige Problem der Tangentenziehung schufen Descartes, Fermat (1601—1665), Barrow (1630—1647) und Roberval (1602—1675) neue Betrachtungsweisen[68]). Hatten die alten Geometer die Tangente definiert als die Gerade, welche nur einen Punkt mit der Kurve gemeinsam hat, so fassten Descartes und Fermat sie auf als eine Sekante, deren beide Schnittpunkte in einen zusammenfallen; Barrow erklärte sie als die Verlängerung der Seite eines Vielecks von unendlich grosser Seitenzahl, und Roberval endlich betrachtete die Tangente als die augenblickliche Bewegungsrichtung des die Kurve beschreibenden Punktes. Diese neuen Auffassungen wurden für die Erkenntnis der Eigenschaften der Tangenten und ihrer Beziehungen zur Entstehung der Kurve sehr fruchtbar. In erster Linie wandte man sie natürlich an, Konstruktionsweisen der Tangente an die Kegelschnitte zu finden. Die Bedeutung dieser Kurven erhöhte sich mit einem Schlage, als Kepler durch Aufstellung seiner berühmten drei Gesetze[69]) ihren Zusammenhang mit der Bewegung der Himmelskörper aufdeckte. Kepler war auch der erste, welcher, die Bezeichnungen Brennpunkt, Exzentrizität, exzentrische Anomalie einführte.

Die für jene Zeit genialste Behandlungsweise der Kegelschnitte und ihrer Eigenschaften rührt von Pascal (1624—1662) her,[70]) der schon mit sechzehn Jahren eine Abhandlung über Kegelschnitte schrieb, in welcher sich z. B. der Satz vom anharmonischen Verhältnis und der nach ihm benannte Satz vom Sechseck findet, das einem Kegelschnitt einbeschrieben ist. Durch seine mehr projektive Betrachtungsweise ist Pascal der Begründer unser neueren, synthetischen Geometrie geworden. Sein Zeitgenosse Desargues (1593—1662) arbeitete in ähnlicher Weise auf dem Gebiete der Kegelschnitte. Er betrachtete sie als Projektionen des Kreises, führte den Begriff eines ebenen Strahlenbüschels und der unendlich fernen Gerade der Ebene in die Geometrie ein und ist auch der Erfinder des nach ihm benannten Satzes über das einem Kegelschnitt einbeschriebene Viereck[70]).

Während so Pascal und Desargues die Grundlagen der neueren oder projektiven Geometrie schufen, die wir als eine organische Weiterentwicklung der Geometrie der Alten ansehen können, wurde Descartes der Begründer einer neuen Art der Geometrie, in welcher er, die nur für spezielle Probleme angewandten Methoden des Apollonius, Vieta, Fermat verallgemeinernd, die Algebra in den Dienst der Geometrie stellte. Seine im Jahre 1637 erschienene analytische Geometrie, welche die Eigenschaften jeder Kurve durch Feststellung der algebraischen Beziehungen zwischen den Abständen ihrer Punkte von festen Axen erkennen lehrt, wurde ein wichtiges Hilfsmittel der geometrischen Forschung. Gleichzeitig verbreitete diese Betrachtungsweise Licht über das Wesen der algebraischen Gleichungen und ihrer Wurzeln, wie denn auch Descartes erst durch seine analytische Geometrie dazu gekommen ist, die negativen Wurzeln als wirkliche Wurzeln einer Gleichung anzuerkennen und die Begriffe reell und imaginär zu unterscheiden. Gleich mit der Entstehung der analytischen Geometrie kamen unter der Anlehnung an Ausdrücke die Bezeichnungen Ordinate und Abscisse auf — Fermat nannte die letztere noch die Applikate —, Leibniz führte dann für beide als gemeinsame Benennung die Koordinaten ein. Wallis war der erste, welcher die Kegelschnitte als Kurven zweiten Grades bezeichnete, der auch die imaginären Wurzeln, auf welche die Lösung der Probleme in der analytischen Geometrie gelegentlich führt, geometrisch zu deuten begann[71]).

Für die Trigonometrie brachte derselbe Zeitraum, welcher die Geometrie zu so hoher Entwicklungsstufe gelangen liess, wenige Fortschritte. Auch hatte ja schon Regiomontan die wichtigsten Sätze der ebenen und sphärischen Trigonometrie behandelt. Nach ihm wandte man sich zunächst der Anfertigung möglichst genauer Sinus- und Tangententafeln zu, Joachim Rhaeticus[72]) (1514—1576) berechnete eine solche für den Radius von

10 000 Millionen, später sogar für den noch grösseren von 1000 Billionen und liess dabei die Winkel um je zehn Sekunden fortschreiten. Seine mühselige Arbeit wurde von Bartholomäus Pitiscus[73]) (1561—1613) sogar auf einen Radius von 10 Trillionen ausgedehnt, sodass er also die Berechnung der Sinus, Tangenten und Sekanten von Winkeln bis auf fünfundzwanzig Stellen genau durchführte. Durch die Umständlichkeit, welche die trigonometrischen Rechnungen gewannen, wurde dann Neper auf die Anwendung der Logarithmen gebracht. Rhaeticus führte in die ebene Trigonometrie auch für die Berechnung eines Winkels aus den drei Seiten die uns so geläufige Formel $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{s-a}{\varrho}$ ein; Neper bereicherte die sphärische Trigonometrie um die nach ihm benannten Analogieen. Auch die Pothenotsche Aufgabe verdient Erwähnung, mit welcher sich zuerst Snellius 1614, nach ihm Pothenot 1692 beschäftigte[74]). Wie der Name Stereometrie, so bürgerte sich auch die Bezeichnung Trigonometrie für diese besondere Disziplin der Mathematik allmählich im Laufe des siebzehnten Jahrhunderts ein.

Der Geist der Mathematik beherrschte damals das gesamte wissenschaftliche Leben. Bei allen Philosophen und hervorragenden Gelehrten erfreute sie sich einer solchen Wertschätzung und Pflege, ja selbst in höfischen und vornehmen privaten Kreisen stand sie in so hohem Ansehn, wie sie seitdem niemals wieder erreicht hat. Sie galt wegen der ewigen Wahrheit ihrer Lehrsätze, der strengen Folgerichtigkeit ihrer Schlüsse und wegen des vielseitigen Nutzens, den sie gewährte, als die vornehmste Wissenschaft. Auch in den neuen, umwälzenden pädagogischen Bestrebungen jenes Jahrhunderts, die namentlich den überwiegenden Betrieb der Sprachen auf den Schulen einzuschränken suchten, spielt die Mathematik eine wichtige Rolle. Ratich (1571—1635) und Comenius (1592—1671) mussten, wenn sie erfolgreich an die Stelle des leeren Wortes das Ding selbst mit seinem begrifflichen Inhalt setzen wollten, mehr auf die Realien Bedacht nehmen und der Mathematik in erster Linie eine wichtigere Stellung in dem gesamten Unterricht einräumen. Welche Bedeutung Comenius dem mathematischen Unterricht beimisst, beweist sein Lehrplan der schola pansophica in Patak in Ungarn, welche er 1650 ganz nach seinen eigenen Ideen einrichtete. Entsprechend dem von ihm verlangten Parallelismus der Dinge und Worte zeigt sich in seinem mathematischen Lehrplan, der durch alle sieben Klassen der Schule stufenmässig fortschreitet, ein eigentümliches Nebeneinandergehen der konkreteren Geometrie und der abstrakteren Arithmetik. Die unterste Klasse soll sich mit den einfachen Beziehungen und Sätzen von Punkten und Linien beschäftigen, daneben die Zahlen schreiben, aussprechen und verstehen lernen. Die sechste Klasse geht zu den Eigenschaften der ebenen Figuren über und lernt addieren und subtrahieren. In der fünften folgt dann die Betrachtung der Körper sowie die Multiplikation und Division. Das Pensum der vierten Klasse bildet die Trigonometrie und die Regel de tri, das der dritten die Longimetrie, Planimetrie, Stereometrie nebst der Gesellschaftsrechnung, Alligationsrechnung und der regula falsi. Die zweite Klasse sollte sich mit der Baukunst und dem, was ein Rechnungsbeamter zu thun hat, beschäftigen, die oberste über die biblischen Bauwerke und die heiligen, mystischen Zahlen der Bibel unterrichtet werden[75]).

Unschwer lässt sich erkennen, dass Comenius in der Festsetzung der beiden obersten Pensen einen gewissen Zusammenhang zwischen dem mathematischen Unterricht und den eigentlichen, schon in den Namen Politica und Theosophica gekennzeichneten Aufgaben der beiden obersten Klassen herstellen wollte. Obwohl er die Mathematik hochschätzte, obwohl er ihren Betrieb in den höheren Schulen auf alle Klassen ausdehnte und in seinen Umfang bedeutend mehr hineinnahm, war er doch auch in der seiner Zeit eigentümlichen, noch unreifen Auffassung von der Aufgabe des mathematischen Unterrichts befangen. Sein Aufbau entbehrte daher einer strengen Folgerichtigkeit und strebte, wie sich aus dem Schlusskursus besonders deutlich ergiebt, keinem bestimmten rein mathematischen Endziele der geistigen Ausbildung zu.

Bei dem ungeheuren Einfluss, den Comenius auf die Schulen und Pädagogen seiner Zeit gewann, ist von vornherein eine Einwirkung seiner Ideen auf die Gestaltung des mathematischen Unterrichts an den Schulen Deutschlands zu vermuten; waren doch seine drei lateinischen Lehrbücher, Vestibulum, janua reserata und Orbis pictus an vielen höheren

Lehranstalten Deutschlands eingeführt[76]). Wie der Hamburger Professor der Mathematik Tassius (1585—1654) mit grosser Begeisterung von den Ideen des Comenius spricht[77]), so zeigt auch. seine Bearbeitung der verschiedenen mathematischen Disziplinen sowie andere Kompendien der Mathesis noch manche Anklänge an die Comeniussche Einteilung dieses Lehrfachs.

Der Einfluss Ratichs kam namentlich durch seine Schüler Helvicus, Reyher, Jungius und Weigel zur Geltung. Des Helvicus Schwiegersohn war Balthasar Schupp[78]) (1610—1661), der in seinen Schriften energisch die mathematisch-physikalischen Studien befürwortete und die Mathematik in deutscher Sprache „also excolieret wissen wollte", dass alle Handwerksleute dieselbe lernen und dadurch ihre Handwerke vervollkommnen könnten. Reyher wirkte als Rektor am Gymnasium in Gotha segensreich für die Hebung der Gothaischen Schulen, schrieb auch ein Lehrbuch der Arithmetik, das freilich nach Ungers Urteil nicht viel wert war[79]). Joachim Jungius (1587—1657) war jedenfalls der bedeutendste unter jenen vier Männern[80]); er war anfangs Professor der Mathematik in Giessen und Rostock, bis er 1529 zum Direktor des Johanneums in Hamburg ernannt wurde und so Gelegenheit fand, fast ein Menschenalter hindurch für die Hebung und Gestaltung des mathematischen Unterrichts an einem grossen Gymnasium thätig zu sein und dadurch vorbildlich auf andere höhere Schulen einzuwirken. Schon seine Antrittsrede, in welcher er seine Gedanken über den propädeutischen Nutzen der Mathematik aussprach, verkündete, welche bedeutendere Rolle unter ihm die Mathematik spielen würde. In seiner neuen Schulordnung des Johanneums nennt er daher auch unter den Lehrern der Anstalt den Professor der Mathesis an erster Stelle, — es war damals der schon erwähnte Adolph Tasse. Als eifriger Ratichianer führte er als Unterrichtssprache des Rechnens in der Tertia die deutsche Sprache ein; er sorgte auch für Anschauungsmittel (media autoptica), die in einem besonderen Schranke aufbewahrt werden sollten. Von ihm rührt auch eine geometrische Aufgabensammlung her, welche den Namen Geometria empirica trägt[81]).

Erhard Weigel[82]) (1625—1699) war seit 1654 als Professor der Mathematik an der Universität in Jena thätig und suchte ganz im Sinne Ratichs und Jungius' auf die höheren Schulen Thüringens und Sachsens einzuwirken. Mit bitteren Worten beschwerte er sich über die gänzliche Vernachlässigung der Mathematik, wollte die Unterweisung der Schüler ganz nach „mathematischem Vorteil" eingerichtet wissen. Sein Schüler Semler wurde der Gründer der ersten Realschule in Halle, und so haben wir Weigel mit als den eigentlichen Vater desjenigen Zweiges unserer höheren Schulen anzusehen, der auf wesentlich mathematischer Grundlage eine höhere Bildung für die praktischen Berufsarten des Lebens zum Lehrziel haben. Weigel ist der Verfasser vieler mathematischer Schriften; sein Pankosmos war als Lehrbuch der Mathematik am grauen Kloster in Berlin, seine Sphaerica an der Meissner Fürstenschule im Gebrauch[83]).

Das gleiche Streben, der Mathematik ausgedehntere Pflege in den Schulen zu verschaffen, machte sich auch in Süddeutschland bemerkbar. Den Mittelpunkt dieser Bestrebungen bildete hier Johann Christoph Sturm (1635—1703), Professor der Mathematik an der Universität Altorf, der nicht nur für die Hebung der durch den grossen Krieg in Deutschland sehr in Verfall geratenen mathematischen Universitätsstudien, sondern auch für den besseren Schulbetrieb dieser Wissenschaften wirkte, um so dem Universitätsstudium besseren Boden zu bereiten. Wie alle anderen Wortführer der Mathematik ist er von dem unendlichen Nutzen, welche die Mathematik für das tägliche Leben wie für alle Gebiete des heiligen und profanen Wissens gewährt, tief durchdrungen. Er gab die Veranlassung, dass bei der Neuordnung des St. Aegidien-Gymnasiums in Nürnberg (1687) die Mathematik in allen sechs Klassen gelehrt wurde, schrieb für den Anfangsunterricht in der untersten Klasse die Mathesis puerilis, für die übrigen die Mathesis juvenilis und gewann durch diese Lehrbücher, die sich rasch verbreiteten, bedeutenden Einfluss über die Gestaltung des mathematischen Unterrichts an vielen Schulen; seine mathesis compendiaria war für den Vortrag auf der Universität bestimmt. Obwohl er, wie seine Bemerkungen über die mathematische Lehrart zeigen, den inneren Wert des mathematischen Unterrichts vollständig erkannt hatte, seine Bedeutung für die Mehrung der Urteilskraft nachdrücklich betonte, so widmete er doch besondere Abhandlungen dem äusseren Nutzen der Mathematik, um durch

Anpreisung ihres Nutzens die Aufmerksamkeit auf sie hinzulenken und zu ihrem Studium anzulocken. Sturms Wirksamkeit greift schon ins achtzehnte Jahrhundert hinüber, in welchem seine Anschauungen nach beiden Richtungen hin zur vollen Entfaltung gelangen.

Neben diesen Männern, die mitten in den pädagogischen Bestrebungen, dem Schul- und Universitätsleben ihrer Zeit standen und so unmittelbar auf die höheren Schulen einwirkten, gewann für die Erweiterung des mathematischen Schulbetriebs eine Persönlichkeit Bedeutung, welche von ihren Kreisen sich vornehm fernhielt und mehr von oben herab umgestaltend auf das Schulwesen und die Universitäten einzuwirken versuchte. Dies ist der Freiherr von Leibniz, welcher als die Verkörperung des Bildungsideals seiner Zeit angesehen werden kann. Da er in Jena bei Weigel ein halbes Jahr Mathematik hörte, so gewannen jedenfalls die Anschauungen dieses Ratichianers einen gewissen Einfluss auf ihn. Er blieb mit Weigel aber nicht in Verbindung, verschmähte überhaupt den näheren Verkehr mit Professoren und Schulmännern seines Landes; die grössten und vornehmsten Gelehrten des Auslandes, die ersten Mathematiker seiner Zeit bildeten seinen geistigen, die höfischen Kreise seinen gesellschaftlichen Umgang, und von den Königen und Fürsten aus wollte er in die „gesamte intellektuelle und wirtschaftliche Kultur des deutschen Volkes" verbessernd eingreifen. Wie ihn überhaupt der Gesichtspunkt leitete, „das Leben durch bessere Erkenntnis reicher, glückseliger, vollkommener zu machen", wie er die Wissenschaften nicht um des Wissens, sondern um des Nutzens willen betrieben haben wollte, so waren seine Bestrebungen auf pädagogischem Gebiete lediglich von dem Nützlichkeitsprinzip beherrscht. In seinem Entwurfe zur Neugestaltung des höheren Unterrichts: Nova methodus discendi docendique iuris, der zugleich die Vorschläge zur Errichtung von Ritterschulen enthält, spielt daher die Mathematik namentlich um ihrer vielseitigen Anwendungen willen, als deren vornehmste ihm die Befestigungskunst galt, eine wichtige Rolle. Wie einseitig, ja kleinlich seine Ansicht von der Aufgabe des mathematischen Unterrichts war, zeigt sich in seiner kleinen Schrift: Quaenam discenda ad usum vitae, wo er es als notwendig bezeichnet, die ganze Mathematik und Mechanik zu verstehen und unmittelbar darauf hinzufügt: „Von der Geometrie genügt weniges, denn zum Gebrauch des Lebens hilft es nicht viel, den Zirkel quadrieren zu können" [84]).

In den zahlreichen Ritterakademieen entstanden noch im siebzehnten Jahrhundert solche Jugendbildungsanstalten wie Leibniz sie wünschte, in denen ein ziemlich ausgedehnter Betrieb der Mathematik, namentlich aber seiner nützlichen und praktischen Anwendungen Gegenstand des Unterrichts wurde. Die Rückwirkung, welche diese Anstalten auf die übrigen humanistischen Schulen notwendigerweise ausübten, dazu Leibniz' gewaltige Bedeutung und imponierender Einfluss auf seine deutschen Zeitgenossen, die ihn als ihren geistigen Führer verehrten, bewirkten die der Mathematik günstige Strömung, welche mit dem Beginn des achtzehnten Jahrhunderts im höheren Schulwesen sich fühlbar zu machen begann Paulsen [85]) bezeichnet diesen Wandlungsprozess der höheren Schulen, welcher eine Ausdehnung des mathematischen Unterrichts herbeiführte, treffend als einen „Prozess der Modernisierung im Sinne der Nützlichkeit für die irdische und himmlische Wohlfahrt". Um ihres Nutzens willen wurden die mathematischen Studien auf den Universitäten gepflegt, um ihres Nutzens willen die Mathematik und ihre Anwendungen in den Gymnasien und Ritterakademieen betrieben, und damit begann gegen Ende des siebzehnten Jahrhunderts jene umfangreiche Litteratur über den Nutzen der Mathematik für alle Zweige des menschlichen Wissens [86]), durch welchen ihre Vertreter namentlich den Philologen und Theologen gegenüber die Notwendigkeit eines umfangreicheren Betriebes der Mathesis zu begründen, für sie grösseren Boden zu gewinnen suchten. Bei der damals herrschenden Auffassung von den Aufgaben und Zielen der Gymnasien besassen die Mathematiker zunächst kein anderes Mittel, um der Philologie und Theologie Zugeständnisse für die Mathesis abzuringen.

So bedeutend die Kräfte waren, welche sich im siebzehnten Jahrhundert für die Förderung des mathematischen Unterrichts geltend machten, so dürfen wir doch eine ihnen entsprechende Wirkung auf den Schulbetrieb nicht sofort erwarten. Der grosse Krieg hatte zu zersetzend auf alle Einrichtungen in Deutschland eingewirkt, als dass sich die Verbesserungen schon auf allen höheren Schulen spüren liessen. Im allgemeinen behielten diese

noch während des ganzen Jahrhunderts ihren alten Kurs, doch fand die Mathematik schon fast durchgängig Eingang in ihre Lehrpläne. Von den diesem Zeitraum angehörigen Schulordnungen thun nur wenige der Mathematik gar keine Erwähnung [87]). Fast alle führen sie als Lehrfach der beiden obersten Klassen auf, viele dehnen sie auf die drei ersten Klassen aus; und eine Reihe verlangen schon, dass von der untersten Klasse an die Elemente der Arithmetik gelehrt werden, und in den obersten Klassen die Geometrie, Trigonometrie, Stereometrie, Astronomie nebst den nützlichen Anwendungen der Messkunst Gegenstand der Unterweisung sein sollen. So gewann der mathematische Unterricht im Laufe des Jahrhunderts sowohl zeitlich wie inhaltlich an Umfang, und bei Beginn des achtzehnten Säkulums gehörten die Fälle, wo die Mathesis weder obligatorischer noch fakultativer Unterrichtsgegenstand geworden ist, zu den seltenen Ausnahmen. Freilich ist ihr Betrieb noch nicht gleichmässig geregelt, sondern bietet ein sehr buntes, wechselndes Bild. Wie es überhaupt noch keine festen Bestimmungen gab, welche den Uebergang von den höheren Schulen zu der Universität regelten, so waren auch die mathematischen Schulleistungen noch nicht gegen das mathematische Studium auf den Universitäten abgegrenzt. So weit die ziemlich spärlichen Nachrichten von den Lektionsplänen der Universitäten in jenem Zeitraume über den Inhalt der mathematischen Vorlesungen Licht verbreiten, hatten diese noch nicht ganz auf die elementarsten Vorlesungen des sechzehnten Jahrhunderts Verzicht geleistet, mussten also noch immer mit der Möglichkeit des gänzlichen Fehlens einer mathematischen Vorbildung rechnen. Viele Gymnasien verharrten so lange als möglich in starrer, fast klösterlicher Abgeschlossenheit gegen das weitere Vordringen der modernen, sogenannten „galanten" Wissenschaften in ihren Unterricht; ausserdem war der Schulbetrieb damals noch viel zu abhängig von der Persönlichkeit und den Anschauungen des betreffenden Schulleiters, und wo dieser nicht selbst ein Verehrer der Mathesis war oder nicht wenigstens ihren Wert anerkannte, geschah für die Hebung des Unterrichts in diesem Fache nichts, ja man vernachlässigte ihn absichtlich, während ein den exakten Wissenschaften günstig gesinnter Rektor die mathematischen Schulleistungen fast zu der Höhe der Leistungen mancher Universitäten emporhob. So bereitete sich mit dem Ende des siebzehnten Jahrhunderts der Kampf vor, in welchem die Mathematik Schritt für Schritt der Philologie und Theologie den Boden abrang, den ihr die staatlichen Verfügungen zu Beginn des neunzehnten Jahrhunderts neben den sprachlichen Lehrfächern zuerkannten, und der zwischen den Vertretern beider Fächer bis in die Gegenwart hinein fortgedauert hat.

Charakteristisch für das Fortschreiten des mathematischen Unterrichts sind die Lehrbücher, welche ihn begleiten. In der ersten Hälfte des siebzehnten Jahrhunderts blieben für die Arithmetik noch Gemma Frisius und Piscator die herrschenden: ersteres erlebte noch 1655, letzteres 1611 einen Neudruck. Neben ihnen entstanden jedoch bald andere, von denen hier zunächst des Benjamin Ursinus [88]) (1587—1634) zu Köln an der Spree 1619 erschienene Systema Arithmetices erwähnt werden mag; es war dem Unterricht am Joachimsthalschen Gymnasium, an welches Ursinus 1615 als Professor berufen wurde, zu Grunde gelegt. Andere Lehrbücher, die weitere Verbreitung fanden, waren das des Hannoverschen Rektors Heinzo Buscherus, welches Jungius in Hamburg als Lehrbuch vorfand, das schon erwähnte des Gothaer Rektors Reyher, das des Wendler in Regensburg. Auch deutsche Lehrbücher entstanden in diesem Zeitraume, wie das 1658 erschienene des Tobias Beutel, doch fanden die deutschen Lehrbücher erst im nächsten Jahrhundert bei den höheren Schulen Eingang [89]).

Auch die weiteren Disziplinen der Mathesis wurden in besonderen Lehrbüchern behandelt, und manche Professoren bearbeiteten der Reihe nach alle Zweige des mathematischen Unterrichts, sodass hinsichtlich der Lehrbücher der gesamten Mathematik das siebzehnte Jahrhundert einen bedeutenden Fortschritt gegenüber dem sechzehnten zu verzeichnen hat. Von diesen Kompendien, die alle Zweige der Mathesis umfassten, seien hier sechs erwähnt.: 1. das Kompendium des Erfurter Professors Meier, 1621 erschienen, welches eine Arithmetica, Geometria, Hypsometria, Geodaesia, Stereometria, Castrametatio und Fortificatio enthält. 2 Die Opera omnia des Jesuiten Andreas Taquetius, 1669 zum ersten Male gesammelt erschienen. 3. Das 1661 erschienene Systema compendiosum totius mathematices des Danziger Professors Caspar Schott. 4. Die Lehrbücher des Hamburger Professors Adolph Tassius (1585—1654), erst nach seinem Tode von Sieverus in den Jahren

1673—1679 gesammelt herausgegeben. 5) Die 1696 erschienene „teutsche Mathematik" des Müller in Ulm. 6. Die schon erwähnte, 1699 erschienene Mathesis juvenilis des Sturm[89]).

Wohl mag man zweifeln, ob nicht einige Kompendien weniger für Schulen als für die Vorlesungen an den mit einigen Gymnasien verbundenen Akademieen oder gar an Universitäten bestimmt gewesen sind; positiv wissen wir aber, dass die Elementa geometrica Taquets später an dem Franckeschen Pädagogium in Halle eingeführt waren[90]), dass Schotts Kompendium für das Danziger Gymnasium gebraucht ward[91],) dass mehrere Teile des Kompendiums von Tasse für das Hamburger Gymnasium geschrieben waren[92]), und dass Sturms Mathesis speziell für den Gebrauch der 5 obersten Klassen des St. Aegidiengymnasiums in Nürnberg abgefasst war[93]). Im grossen und ganzen stimmte der Inhalt und die Einteilung dieser Kompendien zusammen; Abweichungen finden sich zwar gelegentlich, doch kann die Inhaltsangabe des Sturmschen Werkes, das erst im nächsten Jahrhundert besondere Verbreitung fand und wegen seiner vielen Vorzüge hochgeschätzt wurde, als Beispiel dienen, welcher Umfang für den Unterricht in der Mathesis an einigen besonders hervorragenden Gymnasien am Schlusse des Jahrhunderts geplant wurde. Der erste Band des Sturmschen Kompendiums umfasst eine Algebra, Trigonometria, Geometria, Architectura Militaris et Civilis; der zweite Band enthält dann eine Optica, Catoptrica, Dioptrica, Astronomia, den Computus ecclesiasticus, d. h. die Berechnung der kirchlichen Feste, eine Chronologia, Calendariographia, Horographia und Gnomonica[94]).

Der Inhalt der erwähnten Lehrbücher zeigt, dass der Unterricht im Rechnen und der Arithmetik auf derselben Stufe stehen blieb, wie im vorigen Jahrhundert. Noch immer hielt man am Überwärtsdividieren fest, noch immer blieben die Dezimalbrüche den höheren Schulen fremd. Freilich mussten, nach dem Inhalt des Primum volumen cursus mathematici von Ursinus[95]) zu schliessen, auf dem Joachimsthal damals die Logarithmen gelehrt, also auch die Dezimalbrüche vorher behandelt worden sein, doch finden wir sonst in den Lehrbüchern keine Andeutung, dass die Logistica decimalis schon in den Gymnasien Eingang gefunden hätte. Ebensowenig wie der Inhalt zeigt auch die Methode des arithmetischen Unterrichts irgend einen Fortschritt; rein mechanisches Können bleibt immer noch das Ziel, und die Erfindung der Neperschen Rechenstäbe, die Konstruktion von Rechenmaschinen[96]) beweist, wie wenig man daran dachte, denkend rechnen und rechnend denken zu lehren, um diesen Unterricht zur Ausbildung der Fähigkeiten des Verstandes heranzuziehen. Erst mit Sturm beginnt eine allmähliche Besserung in dieser Hinsicht und damit eine wirkliche Methodik des mathematischen Unterrichts. Hervorzuheben ist jedoch, dass man im Laufe dieses Jahrhunderts an einigen höheren Schulen, z. B. in Hamburg, in der Kurpfalz, in Nürnberg, damit begann, den ersten Unterricht in der Arithmetik in deutscher Sprache zu erteilen[97]). So war also die Mathematik dasjenige Lehrfach, welches den ersten wirksamen Angriff auf die Alleinherrschaft des Lateinischen als Unterrichtssprache der humanistischen Lehranstalten machte.

Auch in dem als mathematisch gerühmten Jahrhundert blieben wohl noch die Hälfte der gelehrten Schulen bei dem Betriebe der Arithmetik stehen. Manche trieben neben ihr noch die sphaera in dem alten Sinne weiter, und nur wenige sind es, wo wirklich unsere heutige Geometrie, Trigonometrie, Stereometrie gelehrt wurden. Wie Nürnberg und Hamburg die ersten Schulen des sechzehnten Jahrhunderts waren, welche die Mathematik überhaupt einführten, so standen sie auch im nächsten Jahrhundert hinsichtlich des mathematischen Unterrichts allen voran. Um die Mitte desselben hatte Hamburgs Gymnasium unter Jungius das Nürnberger weit überholt, vielleicht, weil Nürnberg mehr unter dem dreissigjährigen Krieg zu leiden hatte; allein nach Jungius' Tode sank das Johanneum allmählich von seiner hohen Blüte herab, und am Schluss des Jahrhunderts stand Nürnberg wieder an der Spitze. Eine kurze Betrachtung des Inhalts der Lehrbücher von Tasse[98]) möge zeigen, was am Johanneum zu Jungius' Zeiten in der Mathematik gelehrt wurde. Wie der Titel jedesmal besonders hervorhebt, wurden an dem eigentlichen Gymnasium die Arithmetik, die Geometrie, die Trigonometrie, die Geodäsie und die Stereometrie von Tassius gelehrt. Die Arithmetik bringt nichts Besonderes. In der Geometrie fügte er des Jungius Geometria empirica einen Anhang De magnitudinum proportionibus hinzu. Erstere behandelt geometrische Aufgaben bis zur Ähnlichkeitslehre, z. B. die einfache Kreislehre, die

regulären Polygone, die Konstruktion inhaltsgleicher geradliniger Figuren, den Pythagoras und schliesst ab mit der Zeichnung einer Art Ellipse und der Eilinie. Der Anhang bringt dann Aufgaben aus der Ähnlichkeitslehre, Zeichnung der vierten Proportionale zu drei Längen, der mittleren Proportionale zweier Strecken, des goldenen Schnitts sowie ähnlicher und ähnlich liegender Polygone. Die ebene Trigonometrie geht ganz ähnlich vorwärts, wie heute noch geschieht. Die Aufgaben über das rechtwinklige Dreieck werden zunächst erledigt, und dann die Fundamentalaufgaben über die trigonometrische Berechnung der Seiten und Winkel eines schiefwinkligen Dreiecks aus drei gegebenen Stücken behandelt; ein Monitum macht dabei auf die Logarithmen aufmerksam, ohne auf die Handhabung dieses Hilfsmittels näher einzugehen. Auch die sphärische Trigonometrie bringt die vollständige Behandlung der Aufgaben über rechtwinklige und schiefwinklige sphärische Dreiecke. Die Geodäsie oder praktische Geometrie giebt eine Anleitung zum Feldmessen, zur Inhaltsberechnung der ausgemessenen Flächen und zur „aquarum deductio". Die Stereometrie endlich beginnt damit, Senkrechte auf eine Ebene fällen, auf ihr errichten, parallele Ebenen und körperliche Ecken zeichnen zu lehren, und geht dann zum „Paralleloëder", Prisma und zur Pyramide über. Darauf folgen die Beziehungen zwischen den körperlichen Inhalten sowie den Oberflächen von Cylinder, Kegel und Kugel; eine Besprechung der fünf regelmässigen Körper Tetraëder, Cubus, Octaëder, Dodekaëder und Ikosaëder bildet den Schluss. Abgesehen von der Algebra finden wir also in diesen Lehrbüchern den grössten Teil unseres heutigen Lehrpensums der Mathematik enthalten, und manche Aufgaben, wie z. B. die Berechnung der Seite eines regulären Dodekaëders oder Ikosaëders aus dem Radius der umschriebenen Kugel mögen auch einem jetzigen Schüler der oberen Klassen noch schwierig genug sein.

Die übrigen Teile des Kompendiums von Tassius scheinen für akademische Vorlesungen bestimmt gewesen zu sein. In der Geographie wird die Trigonometrie auf die Bestimmung der Lage eines Ortes auf der Erde, auf die Berechnung der Entfernung zweier Orte angewendet; auch Anwendungen auf die Nautik werden hineingezogen. Die Statik enthält Schwerpunktsbestimmungen und die Gesetze des Hebels (vectis), des Flaschenzuges (trochlea), des Keils (cuneus), des Rades an der Welle (axis in peritrochio) und der Schraube (cochlea). Daran schliesst sich eine ausführliche Optik und eine sehr eingehend behandelte Astronomie, in welcher die Lage des Sterns sowohl mit Bezug auf die Ekliptik wie auf den Aequator und den Horizont bestimmt wird, bis mit den Aspekten der Anschluss an die Astrologie gewonnen ist. Die Chronologie bildet den Schluss des ganzen Kompendiums und handelt von dem Julianischen und Gregorianischen Jahre, den Epakten, dem Sonntagsbuchstaben, den kirchlichen Festen, sowie von den Kalendern der alten Römer, Griechen und Ägypter, der Araber, der Juden und der Perser.

Hinsichtlich der Methode ist zu bemerken, dass überall die Lösung von Aufgaben im Mittelpunkt steht. Auf die Erklärungen (definitiones) folgen die Lehrsätze (theoremata) ohne Beweis, und das Verständnis beider wird durch die Lösung der problemata zu grösserer Klarheit zu bringen gesucht. Tasses Lehrbücher geben uns einen Aufschluss über den Umfang der Mathesis im Betriebe einzelner hervorragender Gymnasien; auch das mathematische Pensum der neuen Ritterakademieen, deren im siebzehnten Jahrhundert vier entstanden, Beuthen, Cassel, Colberg, Lüneburg, ist in ihnen enthalten, mit Ausnahme der Fortificatoria oder Befestigungskunst, welche als die für den Adel wichtigste und nützlichste Anwendung der Mathesis auf den neuen Bildungsanstalten seiner Söhne besonders umfangreich getrieben wurde.

Wie das hier besprochene Kompendium, so lassen auch die übrigen Lehrbücher der Mathematik die einseitige Herrschaft des Nützlichkeitsprinzips in diesem Unterrichtszweige deutlich erkennen. Forschen wir nach der Stellung und Wertschätzung desselben innerhalb der höheren Schulen, so steht die Mathesis zwar an einigen humanistischen Anstalten und an den Ritterakademieen in hohem Ansehn, sonst aber ist hierin nicht viel Rühmenswertes von dem mathematischen Säkulum zu berichten Professoren der Mathematik werden nur an den Gymnasien Joachimsthal, Mörs, Alt-Stettin, Danzig, Hamburg und Nürnberg sowie an den Ritterakademieen[99]) besonders erwähnt. Im übrigen wurde der mathematische Unterricht meist von Lehrern, die ausserhalb des eigentlichen Lehrerkollegiums standen, er-

teilt, selbst dort, wo er obligatorisch eingeführt war. Noch immer wird der „Cantor“ als Lehrer des Rechnens an Gymnasien aufgeführt, gelegentlich hat auch der „Conrector“ den arithmetischen, der Rektor den geometrischen Unterricht[100]). Die Wirksamkeit der für die Hebung des mathematischen Unterrichts thätigen Kräfte des siebzehnten Jahrhunderts wird namentlich erst im nächsten Zeitraume fühlbar.

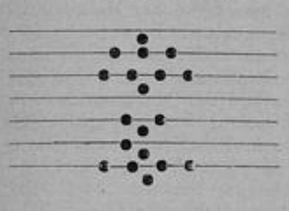
Verzeichnis

der häufiger benutzten Werke und der für sie in den folgenden Anmerkungen gebrauchten Abkürzungen:

B. Pr.: Beier: Die Mathematik im Unterrichte der höheren Schulen von der Reformation bis zur Mitte des achtzehnten Jahrhunderts. Programm der Realschule in Crimmitschau 1879.
Ca. V. Cantor: Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. 1880.
Ch. A. Chasles: Aperçu historique sur l'origine et le développement des méthodes en géométrie 1875².
F. A. Fink: Kurzer Abriss einer Geschichte der Elementar-Mathematik. 1890.
G. G. Gerhardt: Geschichte der Mathematik in Deutschland. 1877.
K. G. Kästner: Geschichte der Mathematik. 1796.
Mh. L. Murhardt: Litteratur der mathematischen Wissenschaften. 1797.
Pa. G. Paulsen: Geschichte des gelehrten Unterrichts. 1885.
Po. B. Poggendorff: Biographisch-litterarisches Handwörterbuch zur Geschichte der exakten Wissenschaften. 1863.
R. P. Raumer: Geschichte der Pädagogik. 1890⁶.
Su. G. Suter: Geschichte der mathematischen Wissenschaften. 1873.
U. M. Unger: Die Methodik der praktischen Arithmetik in historischer Entwicklung vom Ausgange des Mittelalters bis auf die Gegenwart. 1888.
Vb. S. Vormbaum: Evangelische Schulordnungen. 3 Bände. 1860—1864.

Anmerkungen.

[1]) Peuerbach verstand das Griechische nicht und wollte auf Anraten des Kardinals Bessarion nach Italien reisen, um dort diese Sprache erst zu erlernen, bevor er die Herausgabe des Almagest fortsetzte. Auf der Reise dorthin starb er am 8. April 1461 in den Armen Regiomontans. Über sein Leben cf.: Weidler: Historia Astronomiae cap. XIII § 8. Über seine Arbeiten und Werke cf.: K. G. I und Po. B. — [2]) Regiomontan kam 1453 nach Wien, ging 1461 mit Peuerbach nach Italien, blieb dort bis 1468; nach vorübergehendem Aufenthalte in Wien und Ungarn begab er sich 1471 nach Nürnberg, wurde 1475 von dem Papste Sixtus IV. behufs Kalenderreform nach Italien gerufen und dort wahrscheinlich ermordet. Titel seiner Bearbeitung des Almagest: Joannis de Monte Regio et Georgi Purbachii epitome in Cl. Ptolemaei almagestum, erschienen nach seinem Tode 1496 in Venedig. cf. G. G. S. 22—23; K. G. I und Po. B. — [3]) Über den Ursprung und die Einführung der Ziffern cf. Ca. V. 610, ausserdem Treutlein: die Geschichte unserer Zahlzeichen u. U. M. S. 13. — [4]) Sacrobosco ist der Name des Klostergelehrten Johannes von Holywood (Yorkshire) † 1244 oder 1256. Er war Lehrer der Mathematik an der Universität zu Paris. cf. Po. B. — Algorithmus ist eine Verstümmelung aus Alchwarizmi, dem Beinamen des arabischen Gelehrten Muhammed ibn Musa cf. Ca. V. 612. — [5]) Schoner oder Schöner (1477—1547), erst Prediger in Bamberg, dann Professor der Math. in Nürnberg von 1526—1546 cf. Po. B. — [6]) Über die Rechenbücher des 16. Jahrhunderts giebt Unger in seinem vorn angeführten äusserst wichtigen, gründlichen Werke die besten Nachrichten. cf. U. M. S. 36—64. Ausserdem cf. K. G. I. — [7]) Johann Widmann von Eger war Magister der freien Künste und Lehrer der Mathematik an der Universität Leipzig. Titel und Inhalt des Rechenbuches cf. U. M. S. 40 ff. und G. G. S. 30 ff. — [8]) cf. K. G. I, S. 84 ff., wo der Inhalt des Buches ausführlich und auch die interessante lateinische Zueignung des Buches ganz mitgeteilt ist. [9]) Das Rechnen auf den Linien lehrte Zahlen mit Hilfe von Rechenpfennigen, d. h. Marken, und auf einer Rechentafel wagerecht gezogenen Linien darstellen. Jede Linie hatte einen bestimmten Zahlenwert, sodass die unterste die Einer, die nächsthöhere die Zehner, die dritte die Hunderter darstellte. Der Zwischenraum zwischen zwei Linien hiess Spatium, und eine Marke im Spatium bedeutete fünf Einheiten der nächst niederen Linie.



Nebenstehende Figur zeigt also, wie bei dieser Schreibweise die Zahl $845269^1/_2$ dargestellt wurde. Rechnungen mit ganzen Zahlen, sogar Regeldetri-Aufgaben wurden auf diese Weise ausgeführt. Bei der Addition wurden die einzelnen Summanden erst für sich aufgelegt und dann je fünf Marken einer Linie zu einer Marke des Spatiums, je zwei Marken des Spatiums zu einer Marke der nächsthöheren Linie vereinigt. Die Subtraktion geschah dadurch, dass der Minuendus aufgelegt wurde und man soviel Marken einzeln wegnahm, wie dem Substrahendus entsprachen. Bei der Multiplikation wurde der Multiplikandus so oft aufgelegt, wie der Multiplikator verlangte, und dann wurden alle Marken zu einer Zahl vereinigt. Bei der Division endlich wurde der Dividendus aufgelegt und dann der Divisor so oft fortgenommen, bis der Rest kleiner als er selber war. Unger bringt diese Art der Zahlendarstellung in Zusammenhang mit dem Abakus der Alten und mit manchen beim Rechnen noch jetzt gebräuchlichen

Ausdrücken cf. U. M. S. 66. ff. — [10]) Köbel (1490—1533), studierte in Heidelberg, war ein Mann von grosser Gelehrsamkeit, Doktor beider Rechte und lebte als Stadtschreiber in Oppenheim. cf. U. M. S. 44 und K. G. S. 102. — [11]) Sein eigentlicher Name war Heinrich Schreiber aus Erfurt, 1512—1520 in Wien, nachher wieder in Erfurt; cf. ausser U. M. S. 47 noch G. G. S. 36 ff. — [12]) Über sein Leben ist nichts Genaues bekannt. Über seine Bücher und deren Inhalt cf. U. M. S. 53 und G. G. S. 38 ff. — [13]) Adam Riese, geb. zu Staffelstein bei Lichtenfels in Franken, war Bergbeamter in Annaberg. Über sein Leben cf. Programme der Schule in Annaberg 1855 und 1860. Unger zählt vier verschiedene Rechenbücher auf: U. M. S. 49 ff.; cf. auch K. G. S. 108 ff. — [14]) Michael Stifel, der ebenfalls ein Rechenbuch in deutscher Sprache herausgab. cf. G. G. S. 62 und U. M. S. 59. — [15]) Petrus Apianus (1495—1552), Professor der Astronomie zu Ingolstadt, schrieb ein in deutscher Sprache abgefasstes Rechenbuch, erschienen 1527. cf. U. M. S. 54. G. G. S. 42. — [16]) Der Ausdruck erklärt sich aus der italienischen Bezeichnung für Algebra: Regola della cosa (= causa), auch regula cosae, ars cossica genannt. cf. F. A. S. 82. — [17]) Geb. zu Esslingen, anfangs Augustinermönch, floh 1522 zu Luther, 1528 Pfarrer in Lochau, 1534 in Holzdorf, 1547—1556 in Preussen, 1557 Pfarrer in Brück, 1559—1567 in Jena ohne besonderes Lehramt. cf. G. G. S. 60 und 61, wo auch Litteratur-Nachweis, ebenso U. M. S. 58. [18]) Scipione Ferro († 1525) aus Bologna war der erste, welcher nach Cardans Mitteilung die reduzierte Gleichung dritten Grades löste. Seine Lösung ging verloren; cf. Su. G. I. S. 161 und K. G. S. 152, wo die lateinische Vorrede zur Ars magna des Cardano mitgeteilt wird, in welcher die Bemerkung über Ferro enthalten ist. — [19]) Nicola Tartaglia (1506—1559) Zeitgenosse Cardans, vielleicht ein bedeutenderer Mathematiker als dieser. Über seine Arithmetik cf. U. M. S. 59 ff. — [20]) Hieronymo Cardano aus Mailand (1501—1576); über seine Lösung der Gleichung dritten Grades cf. K. G. S. 156—160 und Su. G. I S. 162 ff. — [21]) Ludovico Ferrari (1522—1565), Schüler Cardans; cf. K. G. S. 153. Su. G. I. S. 165. — [22]) Über magische Quadrate cf. ausführlich: Günther, Untersuchungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften, Kap. 4. Als Beispiele seien hier zwei solcher Quadrate hergesetzt, deren Seitenzahl 4 resp. 5 ist. Die Summe der Ziffern jeder Horizontal-, Vertical- und Diagonal-Reihe ist beim ersten 34, beim zweiten 65. Das erstere befindet sich auch auf dem bekannten Bilde Albrecht Dürers, welches die Melancholie darstellt.

1	14	15	4
12	7	6	9
8	11	10	5
3	2	3	16

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22
23	6	19	2	15

[23]) Über den Nachlass Regiomontans cf. G. G. S. 15. [24]) Die grössten Mathematiker des Altertums waren Euklid, Archimedes, Apollonius und Diophantus. Archimedes (287—212), in Syrakus lebend, ist bekannt durch seine Bestimmung der Zahl $\pi = 3^1/_7$, durch die Entdeckung des Verhältnisses der Inhalte eines Cylinders, seiner eingeschriebenen Kugel und des eingeschriebenen Kegels; er führte auch den Namen Parabel ein. Apollonius aus Perge in Pamphylien (um 200) fügte die Bezeichnungen Ellipse und Hyperbel für die Kegelschnitte hinzu. Der nach ihm benannte Satz unserer Planimetrie steht in seinem Buche über ebene Örter.

Claudius Ptolemäus (um 125—160 n. Chr.) lebte zu Alexandrien. Hauptwerk: Die grosse Zusammenstellung, von den Arabern Almagest genannt. In dem ersten Buche dieses Werkes findet sich der berühmte, nach ihm benannte Lehrsatz. Ein Vorgänger des Ptolemäus war Menelaus (um 100 n. Chr.), der in seinem Buche über die Kugel den nach ihm benannten Satz für das ebene wie das sphärische Dreieck bewiesen hat. Pappus (um 400) schrieb das wichtige Sammelwerk Collectiones mathematicae, in deren viertem Buche sich der sogenannte Satz des Pappus findet. Über seine hohe Bedeutung cf. Ch. A. S. 28—46. Proclus (412—485) schrieb einen Kommentar zum ersten Buche des Euklid und einige astronomische Schriften. Eutocius (unter Justinian) ist wichtig durch seine Kommentare zu Archimedes und Apollonius. — [25]) Z. B. in dem geometrischen Anhange zum Rechenbuche Widmanns v. Eger cf. G. G. S. 32. — [26]) Sinus ist die lateinische Übersetzung eines arabischen Kunstwortes, namentlich seit Al Batani (um 900) gebräuchlich, dessen astronomisches Werk im 12. Jahrhundert von Plato Tiburtinus ins Lateinische übersetzt wurde. Cosinus = complementi sinus rührt nach Kepler von dem Engländer Gunter her (1581—1626), der Professor am Gresham college in London war. Die Bezeichnung Tangente rührt her von Thomas Fink (1561—1656), Professor der Medizin und Mathematik in Kopenhagen; cf. hierüber Pfleiderer: Trigonometrie. — [27]) cf. Apelt, Reformation der Sternkunde S. 76. — [28]) Der Titel lautet: Arithmetica integra. Authore Michaele Stifelio. Cum praefatione Philippi Melanchthonis. Norimbergae apud Johan. Petreium. Anno Christ MDCXLIV. — [29]) Platos Überschrift über dem Eingange in die Akademie: Kein der Geometrie Unkundiger trete in mein Haus!

[30]) cf. Bernhard, Melanchthon als Mathematiker und Physiker. — [31]) Wenn wir als erste die in Vb. S an erster Stelle genannte Kursächsische Schulordnung von 1528 ansehen. Wahrscheinlich ist auch die Eislebener Schulordnung vom Jahre 1525 von Melanchthon verfasst, in welcher es als wünschenswert, doch fürs erste nicht thunlich bezeichnet wird, dass die Mathematik gelehrt werde. cf. Hoffmann: Der älteste bis jetzt bekannte Lehrplan für eine deutsche Schule, Hamburg 1865. [32]) Inhalt bei Vb. I. Eine wertvolle Zusammenstellung alles dessen, was in diesen Schulordnungen auf Mathematik Bezug hat, bietet die unter B. Pr. genannte Programmabhandlung. — [33]) Dies zeigt die Einladungsrede des Professors Joachim Rhaeticus (Retz), vollständig mitgeteilt in B. Pr. S. 5. Dort ist alles übersichtlich dargestellt, was Melanchthon zum Lobe der Mathematik gesagt und für ihre Pflege gethan hat; ebenfalls dort der Quellennachweis. — [34]) Aufgezählt in B. Pr. S. 8—10 nach Vb. S. In Müllers Sammlung von Schulordnungen findet sich die von Zwickau 1523, welche in den untersten vier Klassen Arithmetik lehrte. Die von Nordhausen 1583 verlangt schon Mathematik in allen fünf Klassen, jedoch nur die Arithmetik. cf. Simon, Didaktik und Methodik des Rechnens und der Mathematik S. 9. [35]) Gemeinsamer Unterricht mehrerer Klassen, z. B. in den herzoglich sächsischen Schulen; Vergütigung z. B. in Stralsund, Augsburg. cf. Vb. S. I u. B. Pr. — [36]) cf. Vb. S. I. Titel des Lehrbuches: Arithmeticae compendium pro studiosis huius artis tyronibus, per Jo. Piscatorem 1549. Erlebte von 1549—1611 5 Drucke: cf. Mh. L. — [37]) cf. Vb. S. I. Titel des Lehrbuches: Arithmeticae practicae methodus facilis per Gemmam Frisium 1540. Erlebte bis 1655 31 Drucke, auch Übersetzungen in andere Sprachen. War eingeführt in Altorf, Frankfurt a. M., Soest, Braunschweig, Wolfenbüttel und anderen Orten: cf. Vb S. I. — [38]) Dasypodius lebte 1532—1600. Über seine mathem. Schriften cf. K. G. I S. 332—344. Seine Konstruktion der berühmten Strassburger Uhr cf. K. G. II,

S. 215 ff. — [39]) cf. U. M. S. 46 f. — [40]) Zusammengestellt von Lucas di Borgo († 1509) in seiner Summa de Arithmetica. Aufgezählt und besprochen auch von Unger: cf. U. M. S. 76 ff. — [41]) Die Division über sich sei an einigen Beispielen kurz erläutert. Die Aufgabe 237 : 29 würde so aussehen:

```
 75 (Rest)
237|8 (Quotient)
 29 (Divisor)
```

Der Divisor steht unterhalb des Dividendus. Die Rechnung lautet so; 237 dividiert durch 29 geht 8 mal. 8 mal 2 ist 16, subtrahiert von 23 giebt 7. Der Rest 7 wird über die 3 gestellt, welche den entsprechenden Stellenwert hat. Es ist jetzt noch ein Rest von 77 da, und es erübrigt noch die Multiplikation 8 mal 9 auszuführen: das Produkt 72 von 77 subtrahirt giebt als Rest 5. Die 7 Zehner sind verschwunden, werden daher durchstrichen und der Rest 5 wird über die Einer des Dividendus gestellt. Ein anderes Beispiel sei 3849 : 57. Zunächst wird in die drei ersten Stellen dividiert, dann sieht nach Ausführung dieser Operation das Exempel folgendermassen aus:

```
  4
 89 |
3849 | 5
 67
```

Es ist nun noch der Rest 499 vorhanden; bei der folgenden Division rückt der Divisor um eine Stelle nach rechts; dies wird dadurch ausgedrückt, dass die 6 unter die 7 gestellt wird, die 7 eine Stelle weiter nach rechts noch einmal hingeschrieben wird. Nun wird in 499 auf dieselbe Weise dividiert, sodass das fertige Exempel so aussieht:

```
  3
 47
 890 |
3849 | 57
 677 |
  6
```

Der Quotient ist 57, der Rest ist 30. Alle durchgestrichenen Zahlen gelten nicht; jede noch stehen gebliebene Ziffer des Restes steht über der Stelle des Dividendus, deren Stellenwert sie hat. Also die 3 über der 4, nachdem 9 und 7 durchgestrichen sind. Als letztes Beispiel sei 59078 : 74 ausgeführt und ebenso zerlegt. Nach der Division in 590 sieht die Aufgabe so aus:

```
   7
 102 |
59078 | 7
  74
```

Nach der Division in 727 sieht es so aus:

```
   6
  79
1021 |
59078 | 79
 744 |
   7
```

Das fertige Exempel hat schliesslich folgendes Aussehen:

```
   62
  795
10216 |
59078 | 798   Quotient 798
 7444 |
   77         Rest 26.
```

Unger nennt sie eine treue graphische Wiedergabe der indischen Rechnungsweise auf der Sandtafel cf. U. M. S. 79.

[41]) Über Jacob Frey, welcher die Division nach der österreichischen Divisionsart schon ausführen lehrte cf. U. M. S. 55 u. 81. — [42]) Die Neunerprobe beruhte darauf, dass die Quersumme einer Zahl, durch 9 dividiert, denselben Rest giebt, wie die Zahl selber, und dass die Vereinigung der Reste der gegebenen Zahlen gemäss der mit ihnen vorgenommenen Operation denselben Rest geben müssen wie das Resultat. Trotz dieser Probe kann aber das Resultat falsch sein: cf. U. M. 82. [43]) Das Quadrivium der facultas artium bei den alten Universitäten bestand aus der Arithmetik, Musik, Geometrie und Astronomie. — [44]) cf. Simon in der unter [34]) erwähnten Schrift S. 6. — [45]) Auch Melanchthon war ein Gegner der Kopernikanischen Weltanschauung. cf. Bernhardt: Melanchthon als Mathematiker und Physiker. — [46]) Nicht als ob Sturm selbst ein so grosser Verehrer der Mathematik gewesen wäre. Aller Wahrscheinlichkeit nach wurde in der ersten Zeit nach Errichtung des Gymnasiums die Mathematik wenig oder garnicht gelehrt. In einem Briefe an Dasypodius beruft er sich auf das Vorbild Melanchthons, in einem andern vom Jahre 1569 auf die Verabredung wegen der einzuführenden Volumina mathematica und will dem zweiten Bande, der erst 1570 erschien, das erste Buch Euklids hinzugefügt wissen. Im allgemeinen heisst es von der ersten Klasse: Tradenda etiam Arithmetica sunt, et excutiendus Mela et proponendus Proclus et cognoscenda sunt Astrologiae elementa. Es sollte also die Geographie nach Mela, die Astronomie nach Proclus gelehrt werden, der auch die Quelle für Sacroboscos Werk bildete. Jedenfalls war Sturm also bemüht, auch in der Mathematik seine Schule zu einer Musterschule zu machen: cf. R. P. I S. 241 ff. [47]) In der Vorrede der Ausgabe des volumen primum vom Jahre 1567, welches aus der Kgl. Bibl. zu Berlin mir vorliegt, heisst es an einer Stelle: Utor autem verbis probatorum scriptorum, non meis, ut assuefaciam nostros discipulos ad lectionem Euclidis, Theodosii, Ptolemaei etc., ne sibi peregrinari videantur, si quando in eiusmodi scriptores incidunt. — [48]) In der Vorrede des volumen secundum, das in der Ausgabe von 1570 ebenfalls aus der Kgl. Bibl. zu Berlin mir vorliegt, heisst es nämlich an einer Stelle: Unus ergo et primus annus primo tribuatur volumini mathematico. Secundus annus huic secundo volumini concedetur. Tertio deniqne volumini tribuimus triennium. Atque haec omnia his comprehensa voluminibus talia erunt, ut sine molestia, sine taedio, sine aliorum studiorum impedimento cognoscere possint, et ita cognoscere, ut velut fastigium scientiarum Mathematicarum ascendere queant. — [49]) So bezeichnet es Simon in der [34]) zitierten Schrift S. 8. — [50]) Diese geht aus folgenden Stellen hervor: in der Vorrede zum Volumen primum: Aut si haec studia continuare nolunt, habeant tamen, in quo ingenium exacuant suum habeant etiam earum rerum, quae abstrusiora et recondita naturae appellantur, cognitionem, quarum perceptione non dico homo a caeteris brutis animalibus, sed homo ab homine, imo homo literatus ab homine literato differt. — In der Vorrede zum volumen secundum ferner: Neque vero omnes volo fieri Mathematicos, sed dis-

ciplinarum discipulos disciplinas addiscere, ut si ad alia se conferent studia, sentiant tamen fructum harum scientiarum easque non aspernandas sed potius colendas esse intellegant. — [51]) cf. R. P. II. S. 36—39. — [52]) Bürgi lebte gleichzeitig mit Kepler in Prag. Über sein Leben cf. G. G. S. 75. Kepler spricht stets mit der grössten Hochachtung von ihm. Über Bürgis Anteil an den Logarithmen cf. G. G. S. 117 ff. Über Napier und Briggs cf. G. G. S. 113 ff. U. M. S. 130 ff. Letzterer bestreitet die Behauptung Suters Su. G. II S. 2, dass dem Neperschen Logarithmensystem wirklich die Basis e des natürlichen Logarithmensystems zu Grunde gelegen habe Neper nannte den Logarithmus zuerst numerus artificialis. — [53]) cf. U. M. S. 131. — [54]) cf. U. M. S. 132 f. — [55]) François Viète, Advokat in Fontenay le Comte, später in Paris. Mitglied des conseil privé. Seine Opera mathematica herausgegeben von van Schooten. cf. Po. B.

[56]) René Descartes, 1617—1622 Freiwilliger in holländ., bair. und österr. Kriegsdiensten; dann bis 1629 auf Reisen, 1629—1649 in Holland den Studien lebend, 1649—1650 in Stockholm am Hofe der Königin Christine: cf. Po. B.

[57]) Nikolaus Merkator, Holsteiner, studierte in Kopenhagen, ging darauf nach England. 1663 nach Frankreich gerufen, erbaute er die Wasserwerke in Versailles. Erhielt keine Bezahlung und starb in tiefer Armut: cf. P. B. — [58]) Gregor von St. Vincent, Jesuit, lehrte in Rom und Prag, später in Spanien Mathematik, Lehrer Don Juan d'Austrias: cf. Po. B. — [59]) Der Name Gregory ist in der Geschichte der exakten Wissenschaften häufig. Hier ist James Gregory gemeint, Prof. der Math. in St. Andrews (1669) und Edinburgh: cf. Po. B. — [60]) Es giebt 3 van Schooten. Franz van Schooten der ältere (1581—1646), Professor an der Universität Leyden. Ihm folgte in der Professur sein gleichnamiger Sohn, der hier gemeint ist. Herausgeber von Viètes Werken und der Géométrie des Descartes. Sein Sohn war Petrus van Schooten (1634—1679), hatte dieselbe Stellung. John Pell, Prof. der Math. in Amsterdam und Breda, dann Resident Cromwells in der Schweiz, seit 1658 in England, wurde Geistlicher, starb in Armut. Daniel Schwenter war Professor des Hebräischen, der orientalischen Sprachen und der Math. in Altdorf. John Wallis, erst Prediger, dann 1649—1654 Professor der Geometrie in Oxford, darauf Caplan Karls II., Mitgl. der Roy. Society seit ihrer Gründung im Jahre 1663. Lord William Brouncker, Kanzler und Grosssiegelbewahrer Karls II., erster Präsident der Roy. Society. Über die mathem. Werke dieser Männer cf. Po. B.

[61]) Albert Girard, niederländ. Mathematiker, starb in Armut. Gab Stevins Werke heraus. Thomas Harriot ging mit Walther Raleigh nach Virginien, lebte nachher als Pensionär des Grafen von Northumberland in London. Ehrenfried Graf von Tschirnhausen besass grosse Güter in der Ober-Lausitz, machte viele Reisen, lebte die letzte Zeit seines Lebens in Dresden. Isaac Newton, Prof. d. Mathem. am Trinity College in Cambridge bis 1701, seit 1699 königl. Münzmeister in London, gab die Professur auf und lebte nur den Wissenschaften. Werke der 4 Männer cf. Po. B. — [62]) Nicolaus Reimers aus Dithmarschen († 1599). Über sein Leben cf. G. G. S. 83. Seine Schreibweise ist dieselbe wie Bürgis, seines Lehrers; sie wurde vorbereitet durch Stifel. — [63]) Johann Hudde war Bürgermeister von Amsterdam. Schriften cf. Po. B. Die Zusammenstellung der Schreibweisen ist von Fink: cf. F. A. S. 82. [64]) Über die Entdeckung der Differenzialrechnung durch Leibniz und Newton cf. G. G. 143 ff. Eine andere Ansicht vertritt Suter: cf. Su. G. II, S. 59—100. [65]) van Eycke und Ludolf van Ceulen waren Zeitgenossen. Letzterer war Professor der Kriegsbaukunst in Leyden, anfangs an der Genieschule, dann an der Universität. Er war Lehrer des Prinzen Moriz von Oranien. Auf seinem verloren gegangenen Grabstein war die von ihm gefundene Zahl π eingegraben. Christian Huygens, geb. in Haag, lebte bis 1681 in Paris, dann in seiner Vaterstadt als Privatmann. William Neil hatte in Oxford studiert, Mitglied der Roy. Society, sonst als Privatmann lebend: cf. Po. B. — [66]) Paul Guldin, Jesuit, Professor der Mathem. in Wien und Graz. Bonaventura Cavalieri, Jesuit, Prof. d. Math. in Bologna, Schüler Galileis. Neben ihnen verdient noch erwähnt zu werden Tommaso Ceva (1648—1737), Jesuit, Lehrer der Math. in Mailand, nach welchem der bekannte Satz der Planimetrie seinen Namen hat. Über ihre Werke cf. Po. B. und Ch. A. S. 57.

[67]) Das erste Lehrbuch der Stereometrie, welches unter diesem Namen in Mh. L aufgeführt ist, trägt die Jahreszahl 1544; Verfasser Burhard Mithobius; das nächste, von Beyer: Stereometriae inanium ..... ist vom Jahre 1603. Früher war der Name Visierkunst dafür gebräuchlich.

[68]) Pierre Fermat, Rat am Parlament zu Toulouse. Isaak Barrow, Prof. der Mathem., erst in London, dann in Cambridge, Lehrer Newtons, der sein Nachfolger wurde, 1670 Kaplan Karls II, 1675 Kanzler der Universität Cambridge. Giles Persone de Roberval, Prof. der Math. in Paris. Über ihre Werke cf. Po. B. Über ihre Bedeutung für die Geometrie cf. Ch. A. S. 58 ff.

[69]) Die beiden ersten Gesetze sind in der 1609 erschienenen Schrift Keplers: Astronomia nova de motibus stellae Martis enthalten. Das dritte Gesetz, 1618 entdeckt, wurde 1619 in dem Werke Harmonices mundi von ihm veröffentlicht. — [70]) Blaise Pascal, ohne öffentliches Amt, lebte in Clermont, seiner Geburtsstadt, Rouen und Paris. Gérard Desargues, erst Offizier, dann Privatmann in Paris, zuletzt auf seinem Landgute lebend. Ihre Werke cf. Po. B. Ihre Bedeutung für die Geometrie cf. Ch. A. S. 68—88.

[71]) cf. Baltzer, Analytische Geometrie. — [72]) Joachim Rhaeticus aus Feldkirch in Vorarlberg, 1537 Professor der Math. in Wittenberg, ging 1539 nach Frauenburg zum Kopernikus, der auf sein Drängen erst sein System zu veröffentlichen entschloss, 1541 wieder in Wittenberg, 1542 in Nürnberg, dann in Leipzig, Polen und Ungarn. Seine Arbeiten erst nach seinem Tode von seinem Schüler Otho 1596 veröffentlicht: cf. G. G. S. 88. ff. — [73]) Bartholomaeus Pitiscus aus Schlesien, kurpfälzischer Oberhofprediger. Ueber ihn und sein Hauptwerk cf. G. G. S. 93 ff. — [74]) cf. Pfleiderer: Trigonometrie. — [75]) Über Comenius' Leben, Schriften und Bedeutung cf. R. P. II S. 39 ff. — [76]) z. B. in Güstrow, Soest, Mörs, Nürnberg, Baireuth, Eisleben, Görlitz, Danzig; auch in der Hessischen, Hanauischen und Erzstift-Magdeburgischen Schulordnung: cf. Vb. S. II. Auch R. P. II. S. 131 und Pa. G. S. 319. — [77]) cf. R. P. II. S. 77. — [78]) cf. Hentschel, Progr. d. Realsch. in Döbeln 1876. — [79]) cf. Heine, Programm, Holzminden 1882. — [80]) Über Jungius handelt ausführlich Guhrauer in: Jungius und seine Zeit. — [81]) cf. hierüber Vb. S. II und B. Pr. Die Geometria empirica liegt mir in 2 Exemplaren vor, deren eins in Rostock 1627 erschienen ist, das andere einen Teil des Kompendiums der

Mathematik von Tasse bildet. — [82]) Ueber Weigels mathematische Schriften cf. Po. B., über seine pädagogischen Bestrebungen cf. Programm des Seminars von Zschopau 1884. — [83]) Den Pankosmos habe ich nicht zu Gesicht bekommen können. Er ist erwähnt als Lehrbuch in Heidemann, Geschichte des Gr. Klosters. Das andere Lehrbuch ist in Flathe: St. Afra erwähnt. — [84]) Ueber Leibniz' Bedeutung und Persönlichkeit, cf. Pa. G. S. 311. ff. Über seine pädagogische Thätigkeit cf. Hülsen: Progr. des Augusta-Gymnas. in Charlottenburg, 1874. [85]) cf. Pa. G. S. 394. — [86]) cf. Mh. L. S. 16. ff. — [87]) cf. den Auszug aus Vb. S. in B. Pr. — [88]) Benjamin Ursinus, geb. zu Sprottau, war Gehülfe Keplers, dann Prof. d. Math. am Joachimsthal, später in Frankfurt a. O.: cf. G. G. S. 120. — [89]) cf. Mh. L. S. 42. ff. — [90]) Über Taquet cf. Po. B. Die Einführung seines Lehrbuchs ist Vb. S. III u. B. Pr. erwähnt. — [91]) Wie aus dem Titel bei Mh. L. ersichtlich. — [92]) In Tasses Kompendium sind einige Abschnitte stets versehen mit der Bemerkung: in usum Gymnasii Hamburgii editum. — [93]) cf. Feuerlein, Des St. Egidien Gymn. in Nürnb. bisherige Fata. — [94]) Sturms Lehrbuch erschien in 2 Bänden, der erste 1699, der zweite 1701. Titel cf. Mh. L. 56. — [95]) Schon im Titel des Buches heisst es . . . . . continens illustrissimi et generosissimi Joannis Neperi Baronis Merchistonii Scoti trigonometriam logarithmicam. — [96]) cf. U. M. S. 118. ff. — [97]) cf. Vb. S. II und B. Pr. — [98]) Die mir vorliegende Ausgabe der Lehrbücher Tasses enthält alle besprochenen Teile zusammengebunden; sie wird besonders dadurch interessant, dass fast zu jedem Teile Rechnungen, Beispiele, Figuren, Erläuterungen, von der Hand eines Soorten peinlich sauber angefertigt, aus den Jahren 1676 und 1677 beigebunden sind. — [99]) cf. B. Pr. S. 20. — [100]) cf. B. Pr. S. 12.

ciplinarum discipulos disci… studia, sentiant tamen fructum harum
scientiarum easque non asp… — [51]) cf. R. P. II. S. 36—39. — [52]) Bürgi
lebte gleichzeitig mit Kepl… 5. Kepler spricht stets mit der grössten
Hochachtung von ihm. Übe… G. S. 117 ff. Über Napier und Briggs
cf. G. G. S. 113 ff. U. M. … tung Suters Su. G. II S. 2, dass dem
Neperschen Logarithmensys… Logarithmensystems zu Grunde gelegen
habe Neper nannte den L… f. U. M. S. 131, — [54]) cf. U. M. S. 132 f.
— [55]) François Viète, Adv… is. Mitglied des conseil privé. Seine
Opera mathematica herausg…

[56]) René Descarte… und österr. Kriegsdiensten; dann bis
1629 auf Reisen, 1629—164… 50 in Stockholm am Hofe der Königin
Christine: cf. Po. B.

[57]) Nikolaus Merk… ging darauf nach England. 1663 nach
Frankreich gerufen, erbaut… t keine Bezahlung und starb in tiefer
Armut: cf. P. B. — [58]) Gr… nd Prag, später in Spanien Mathematik,
Lehrer Don Juan d'Austria… in der Geschichte der exakten Wissen-
schaften häufig. Hier ist … n St. Andrews (1669) und Edinburgh:
cf. Po. B. — [60]) Es giebt … ältere (1581—1646), Professor an der
Universität Leyden. Ihm f… hn, der hier gemeint ist. Herausgeber
von Viètes Werken und der … Petrus van Schooten (1634—1679), hatte
dieselbe Stellung. John P… reda, dann Resident Cromwells in der
Schweiz, seit 1658 in Eng… Daniel Schwenter war Professor des
Hebräischen, der orientalisc… Wallis, erst Prediger, dann 1649—1654
Professor der Geometrie in … Roy. Society seit ihrer Gründung im
Jahre 1663. Lord William … r Karls II., erster Präsident der Roy.
Society. Über die mathem…

[61]) Albert Girard, … Gab Stevins Werke heraus. Thomas
Harriot ging mit Walther R… Pensionär des Grafen von Northumber-
land in London. Ehrenfried… ter in der Ober-Lausitz, machte viele
Reisen, lebte die letzte Zeit … Prof. d. Mathem. am Trinity College in
Cambridge bis 1701, seit … die Professur auf und lebte nur den
Wissenschaften. Werke der… iers aus Dithmarschen († 1599). Über
sein Leben cf. G. G. S. 83. … seines Lehrers; sie wurde vorbereitet
durch Stifel. — [63]) Johann … Schriften cf. Po. B. Die Zusammen-
stellung der Schreibweisen i… e Entdeckung der Differenzialrechnung
durch Leibniz und Newton … tritt Suter: cf. Su. G. II, S. 59—100.
[65]) van Eycke und Ludolf … war Professor der Kriegsbaukunst in
Leyden, anfangs an der Ger… Lehrer des Prinzen Moriz von Oranien.
Auf seinem verloren gegan… dene Zahl π eingegraben. Christian
Huygens, geb. in Haag, lebt… dt als Privatmann. William Neil hatte
in Oxford studiert, Mitglied … bend: cf. Po. B. — [66]) Paul Guldin,
Jesuit, Professor der Mathe… eri, Jesuit, Prof. d. Math. in Bologna,
Schüler Galileis. Neben ihr… iaso Ceva (1648—1737), Jesuit, Lehrer
der Math. in Mailand, nach … e seinen Namen hat. Über ihre Werke
cf. Po. B. und Ch. A. S. 5…

[67]) Das erste Lehr… Namen in Mh. L aufgeführt ist, trägt
die Jahreszahl 1544; Verfa… Beyer: Stereometriae inanium ..... ist
vom Jahre 1603. Früher w…

[68]) Pierre Fermat, … row, Prof. der Mathem., erst in London,
dann in Cambridge, Lehrer … 0 Kaplan Karls II, 1675 Kanzler der
Universität Cambridge. Gil… Paris. Über ihre Werke cf. Po. B.
Über ihre Bedeutung für die…

[69]) Die beiden ers… Schrift Keplers: Astronomia nova de
motibus stellae Martis entha… urde 1619 in dem Werke Harmonices
mundi von ihm veröffentlicht. … lebte in Clermont, seiner Geburtsstadt,
Rouen und Paris. Gérard D… n Paris, zuletzt auf seinem Landgute
lebend. Ihre Werke cf. Po. … h. A. S. 68—88.

[71]) cf. Baltzer, Ana… us aus Feldkirch in Vorarlberg, 1537
Professor der Math. in Witt… opernikus, der auf sein Drängen erst
sein System zu veröffentlich… 1542 in Nürnberg, dann in Leipzig,
Polen und Ungarn. Seine … em Schüler Otho 1596 veröffentlicht:
cf. G. G. S. 88. ff. — [73]) Ba… scher Oberhofprediger. Ueber ihn und
sein Hauptwerk cf. G. G. S. … — [75]) Über Comenius' Leben, Schriften
und Bedeutung cf. R. P. II … Nürnberg, Baireuth, Eisleben, Görlitz,
Danzig; auch in der Hessisch… hen Schulordnung: cf. Vb. S. II. Auch
R. P. II. S. 131 und Pa. G. … Hentschel, Progr. d. Realsch. in Döbeln
1876. — [79]) cf. Heine, Programm, Holzminden 1882. — [80]) Über Jungius handelt ausführlich Guhrauer in: Jungius und seine Zeit. — [81]) cf. hierüber Vb. S. II und B. Pr. Die Geometria empirica liegt mir in 2 Exemplaren vor, deren eins in Rostock 1627 erschienen ist, das andere einen Teil des Kompendiums der

TIFFEN Gray Scale
© The Tiffen Company, 2007
R G B W G K C Y M
A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

