Siebenundzwanzigster Jahresbericht

des

Königlichen Gymnasiums

zu

Beuthen O.-S.

über

das Schuljahr 1893–94

durch welchen

zu den am 20. März stattfindenden Schlussfeierlichkeiten

ergebenst einladet

Prof. Dr. Wilhelm Schulte.

Direktor.

Inhalt: 1) Lehrsätze und Aufgaben über Linien im Dreieck, von Oberlehrer Professor Dr. Oswald Bröckerhoff.
2) Schulnachrichten von dem Direktor.

[1894. Progr. No. 173.]

BEUTHEN O.-S.
Druck von Haenel & Stratmann.
1894.

9be
97

173
a

UNIVERSITÄTS- UND LANDESBIBLIOTHEK DÜSSELDORF

I. Allgemeine Lehrverfassung.

1. Übersicht der Lehrgegenstände.

Lehrgegenstände	I	OII	UII	OIII	UIII¹	UIII²	IV¹	IV²	V¹	V²	VI¹	VI²	Summe
Christliche Religionslehre													
a) katholische	2	2	2	2	2		2		2		3		17
b) evangelische	2	2		2			2		2		3		13
Deutsch	3	3	3	2	2	2	3	3	3	3	4	4	35
Latein	6	6	7	7	7	7	7	7	8	8	8	8	86
Griechisch	6	6	6	6	6	6	—	—	—	—	—	—	36
Französisch	2	2	3	3	3	3	4	4	—	—	—	—	24
Hebräisch	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4
Geschichte	3	3	2	2	2		2	2	(1)	(1)	(1)	(1)	16
Erdkunde	—	—	1	1	1		2	2	2	2	2	2	15
Mathematik	4	4	4	3	3		2	2	—	—	—	—	22
Rechnen	—	—	—	—	—	—	2	2	4	4	4	4	20
Naturbeschreibung	—	—	—	2	2		2	2	2	2	2	2	16
Physik	2	2	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	6
Schreiben	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	2	8
Zeichnen	2			2	2		2	2	2	2	—	—	14
Singen	1								2		2		5
Turnen	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	9
Jüd. Religionsunterricht	—	2		2			2		2		2		10
													356

2. Verteilung der Unterrichtsstunden und Ordinariate für das Schuljahr 1893|94.

	Ordinariat	I	OII	UII	OIII	UIII²	UIII²	IV¹	IV²	V¹	V²	VI¹	VI²	Summa der Lehrstunden
1. Direktor Professor **Dr. Schulte**		3 St. Deutsch 3 St. Geschichte	3 St. Geschichte						2 St Mathematik					11
2. Religions- und Oberlehrer, Professor mit dem Range eines Rates IV. Klasse, geistl. Rat **Dr. th. Floeckner**		2 St. Religionslehre 2 St. Hebräisch	2 St. Religionslehre 2 St. Hebräisch	2 St. Religionslehre	2 St. Religionslehre	2 Stunden Re-	ligionslehre	2 St. Religionslehre		2 St. Religionslehre		3 St. Religionslehre		21
3. Oberlehrer, Professor mit dem Range eines Rates IV. Klasse **Dr. Heuer**	OII UIII¹		2 St. Vergil 4 St. Griechisch			2 St. Deutsch 7 St. Latein 6 St. Griechisch								21
4. Oberlehrer Professor **Dr. Brückerhoff**		4 St. Mathematik 2 St. Physik	4 St. Mathematik 2 St. Physik		4 St. Mathematik 2 St. Naturwissenschaft				2 St. Naturbeschreibung					19
5. Oberlehrer Professor **Sckeide**	V¹						6 St. Griechisch			3 St. Deutsch 8 St. Latein				17 9 St. Turnen
6. Oberlehrer Professor **Dr. Holleck**	I	6 St. Latein 6 St. Griechisch	4 St. Latein 2 St. Homer	2 St. Geschichte 1 St. Erdkunde										21
7. Oberlehrer **Dr. Albrecht**	VI²					3 St. Französisch		4 St. Französisch	2 St. Geschichte 2 St. Erdkunde				4 St. Deutsch 8 St. Latein	23
8. Oberlehrer **Honika**	UII UIII²			3 St. Deutsch 7 St. Latein			2 St. Deutsch 7 St. Latein	2 St. Geschichte 2 St. Erdkunde						23
9. Oberlehrer **Freundt**	VI¹				2 St. Geschichte 1 St. Erdkunde	2 Stunden 1 Stunde	Geschichte Erdkunde			2 St. Erdkunde	2 St. Erdkunde	4 St. Deutsch 8 St. Latein 2 St. Erdkunde		24
10. Oberlehrer **Heinelt**	IV² V²								3 St. Deutsch 7 St. Latein		3 St. Deutsch 8 St. Latein			21
11. Oberlehrer **Schmidt**	OIII			6 St. Griechisch	2 St. Deutsch 7 St. Latein 6 St. Griechisch								2 St. Erdkunde	23
12. Oberlehrer **Dr. Warnatsch**		2 St. Französisch	3 St. Deutsch 2 St. Französisch	3 St. Französisch	3 St. Französisch		3 St. Französisch		4 St. Französisch					20
13. Oberlehrer **Massay**				4 St. Mathematik 2 St. Physik		3 Stunden 2 Stunden Natur-	Mathematik beschreibung	4 St. Mathematik 2 St. Naturbeschr.	2 St. Rechnen	2 St. Naturbeschreibung	2 St. Naturbeschreibung	2 St. Naturbeschreibung		25
14. Oberlehrer **Jahn**	IV¹							3 St. Deutsch 7 St. Latein		4 St. Rechnen	4 St. Rechnen	4 St. Rechnen		22
15. Kandidat **Menthel**									(2 St. Naturbeschreibung)		(2 St. Naturbeschreibung)			(4)
16. Pfarrvikar **Greiner** evangelischer Religionslehrer		2 St. Religionslehre	2 St. Religionslehre		2 Stunden Religions-		lehre	2 St. Religionslehre		2 St. Religionslehre		3 St. Religionslehre		13
17. Rabbiner **Dr. Kopfstein** jüdischer Religionslehrer			2 St. Religionslehre		2 Stunden Religions-		lehre	2 St. Religionslehre		2 St. Religionslehre		2 St. Religionslehre		10
18. Technischer Lehrer **Ledakl**		2 St. Zeichnen (facultativ)			2 St. Zeichnen	2 Stunden	Zeichnen	2 St. Zeichnen	2 St. Zeichnen	2 St. Schreiben 2 St. Zeichnen	2 St. Schreiben 2 St. Zeichnen	2 St. Schreiben	4 St. Rechnen 2 St. Naturbeschr. 2 St. Schreiben	28
19. Gesanglehrer **Schiwy**		1 Stunde					Gesang			2 St. Gesang		2 St. Gesang		5
														356

3. Übersicht der Lehrabschnitte.

Prima. -- 1. **Christliche Religionslehre.** a) Für die katholischen Schüler: Dogmatik. — b) für die evangelischen Schüler: Kirchengeschichte. Erklärung des Johannesevangeliums und des Korintherbriefes. — 2. **Deutsch.** Lessings Laokoon, Goethes Iphigenie, Schillers Braut von Messina, Shakespeares Makbeth. Lebensbilder aus der Litteraturgeschichte vom Beginn des 16. bis zum Ende des 18. Jahrhunderts. Freie Vorträge.

Die Themata der Aufsätze waren: 1. a) Durch welche Kunstmittel der Rede gelingt es dem Mark Anton, das Volk gegen Cäsars Mörder aufzuregen? b) Der Spaziergang von Schiller, ein Spiegelbild der römischen Geschichte. 2. Die Entwickelung der Gedanken in den vier ersten Abschnitten von Lessings Laokoon. 3. Darlegung des Gedankenganges in den ersten fünfzehn Abschnitten von Lessings Laokoon. 4. a) Ein niedrer Sinn ist stolz im Glück, im Leid bescheiden; Bescheiden ist im Glück ein edler, stolz im Leiden. b) Willst du die Menschen kennen lernen, so sieh, zu wem sie im Unglück ihre Zuflucht nehmen. 5. a) Wie feiert Klopstock, wie Horaz die Freundschaft? b) Ferienerinnerungen. c) Welchen Einfluss übte Vaterstadt und Vaterhaus auf den jungen Goethe aus? 6. Inhalt und Bedeutung des ersten Monologes von Goethes Iphigenie auf Tauris. 7. Wie lässt Goethe abweichend von Euripides den Fluch des Atridenhauses sich lösen? 8. Wie enthüllen sich in der Braut von Messina die Geheimnisse der handelnden Personen?

Thema für die Reifeprüfung zu Ostern: Der Sieg der Wahrheit in Goethes Iphigenie auf Tauris.

3. **Latein.** Cicero, pro Milone. Tacitus, Germania und Agricola. Privatlektüre: Livius, XXVII, 39—51. XXVIII, 40—46. XXIX, 1 u. 23—35. -- Horatius, carm. I, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 9, 10, 12, 14, 17, 18, 22, 24, 27, 29, 31, 34, 35, 37. II, 1, 2, 3, 6, 7, 9, 10, 13, 15, 16, 18, 19. satir. I, 6 u. 9. epist. I, 2 u. 10. — 4. **Griechisch.** Plato, Protagoras. Privatlektüre: Plato, Apolog. Socr. Homer Ilias XII. 41—85. 182—471. XIII, 1—248. 723—837. XIV, 1—291. XV, 1—280. 592—746. XVI, 1—867. XVII. 626—761. XVIII, 1—315. 369—617. XX, 1—340. XXI, 1—383. 514—551. XXII, 1—515. Sophocl. Antigone. — 5. **Französisch.** Taine, Les origines de la France contemporaine. Racine, Phèdre. — **Hebräisch.** Wiederholung der Formenlehre. Das Wichtigste aus der Syntax. Genesis cap. 37--50, Job I, II und teilweise III. — 7. **Geschichte.** Vom Untergange des weströmischen Reiches bis zum Ende des dreissigjährigen Krieges. — 9. **Mathematik.** Zinseszins- und Rentenrechnung. Die imaginären Grössen. Vervollständigung der Trigonometrie. Stereometrie. Wiederholungen.

Aufgaben für die Reifeprüfung zu Ostern: 1. Ein Kapital K steht zu 4% auf Zinseszinsen und erhält einen jährlichen Zuwachs in der Höhe von 3% vom Kapital; dadurch verdoppelt es sich in einer gewissen Zeit. Bei welchem Zinsfusse würde es sich ebenfalls verdoppelt haben, wenn die jährliche Einzahlung von 3% fortfiele dagegen die Anzahl der Jahre um drei erhöht würde? 2. In einem Dreiecke verhält sich $\varrho_a - \varrho : a = m : n$; es ist ferner der Flächeninhalt $F = i^2$ und die Summe der Seiten $b + c = s$ gegeben; man zeichne das Dreieck. 3. Der Winkel γ eines Dreiecks ist $= 95^0\, 8'$, die Höhe schneidet $h_c = 240$ cm und die Halbierungslinie $w_c = 241{,}5$ cm; welche Strecken schneidet die Parellele zur Höhe h_c auf den Seiten a und c ab, welche das Dreieck halbiert? 4. Eine gerade quadratische Pyramide, deren Seitenflächen gleichseitige Dreiecke sind, mit der Kante $a = 10$ cm. deren spezifisches Gewicht $s = 2{,}5$ ist. wird durch eine Ebene parallel zur Grundfläche so abgestumpft, dass die Seitenflächen ein Viertel ihrer früheren Grösse erhalten; wie schwer ist der Pyramidenstumpf?

9. **Physik.** Optik. Mathematische Erdkunde.

Ober-Sekunda. — 1. **Christliche Religionslehre.** a) Für die katholischen Schüler: Kirchengeschichte. — b) für die evangelischen Schüler: Erklärung der Apostelgeschichte; Lesung von Abschnitten aus dem ersten Korinther- und Galaterbriefe. Wiederholung von Katechismus, Sprüchen und Liedern. — 2. **Deutsch.** Einführung in das Nibelungenlied. Wallenstein und Wilhelm Tell. Götz und Egmont.

Die Themata der Aufsätze waren: 1. Der Wirt in „Hermann und Dorothea" verglichen mit dem Wirte in „Minna von Barnhelm". 2. Dietrich von Bern. Nach dem Nibelungenliede. 3) Die Treue als Grundzug deut-

schen Wesens, zu zeigen an Geschichte und Dichtung (Hagen, Rüdiger, Götz). (Klassenarbeit.) 4. Welche Vorzüge und Schwächen zeigt Odysseus im 9. Gesange der Odyssee? 5. Was tadelt und was lobt Schiller an Goethes Egmont? 6. Warum misstraut Wallenstein nicht dem Oktavio Piccolomini? 7. Vergleich zwischen Max Piccolomini und Rüdiger von Bechlaren (Klassenaufsatz). 8. Im engen Kreis verengert sich der Sinn.

3. **Latein**. Livius XXII. Sallust b. Catil. Cicero pro Ligario. Verg. Aen. VI. 41—901, VII. 31—640, IX. 176—449, X. 260—361, 755—908. Ecl. 1. 5. 9. — 4. **Griechisch**. Herodot VII 1—25, 33—36, 44—56, 138—152, 172—183, 188—195, 201—233. Xenoph. Memorab. mit Auswahl. Homer Odyss. VII, 1—17, 84—225, 334—347. IX, 1—586. X, 1—322, 375—454. 487—574. XII, 1—454. XIII, 1—184, XVII, 1—30, 166—606. XXI, 1—434. XXII. 1—501. XXIII, 152—296. — 5. **Französisch**. Sarcey, Siège de Paris. — 6. **Hebräisch**. Schrift-, Laut- und Formenlehre. Übersetzungen aus Vosen-Kaulen. — 7. **Geschichte**. Griechische und römische Geschichte. — 8. **Mathematik**. Die Lehre von den Potenzen, Wurzeln, Logarithmen und Gleichungen einschl. der quadratischen mit mehreren Unbekannten. Arithmetische und geometrische Reihen erster Ordnung. Abschluss der Ähnlichkeitslehre. Ebene Trigonometrie. — 9. **Physik**. Wärmelehre, Magnetismus, Elektrizität; Wiederholung der chemischen und mineralogischen Grundbegriffe.

Unter-Sekunda. 1. **Christliche Religionslehre**. a) für die katholischen Schüler: Populäre Apologetik. — b) für die evangelischen Schüler: combiniert mit Ober-Sekunda. — 2. **Deutsch**. Jungfrau von Orleans, Minna von Barnhelm, Hermann und Dorothea.

Die Themata der Aufsätze waren: 1. Frankreichs Zustand vor dem Auftreten der Jungfrau von Orleans. Nach Schiller. 2. Warum brauchten die Zehntausend am Zapatasflusse trotz ihrer bedenklichen Lage nicht zu verzweifeln? 3. Wie gelingt der Jungfrau von Orleans die Überwindung des Herzogs von Burgund? 4. Gewitter und Krieg. 5. Was erfahren wir über Tellheims Lage und Charakter aus den ersten beiden Aufzügen von Lessings Minna von Barnhelm? 6. Aus welchen Gründen will Tellheim seiner Verlobten entsagen, und durch welche Vorstellungen sucht diese seinen Entschluss zu ändern? 7. Die Rede — ein Schwert. 8. Wie weit werden wir im ersten Gesange von Goethes Hermann und Dorothea mit den äusseren Verhältnissen und den Charakteren der Eltern Hermanns bekannt gemacht? 9. Telemachs Auftreten am Anfang und am Schluss des ersten Gesanges der Odyssee. 10. Hermanns und Dorotheas Lebensgang bis zu ihrem Auftreten im Gedichte (Klassenaufsatz.).

3. **Latein**. Cicero de imp. Cn. Pompei. Cat. I, III. Livius XXI. Verg. Aen. I, 1—642; II, 1—297; IV, 223—595; V, 1—71; XII, 554—842. — 4. **Griechisch**. Xenoph. Anab. III, IV. — Hellen. I. 1, 1—19; 4, 12—23; 5, 10—21; 6; 7. Hom. Odyss. I, 1—387; V, 43—115; 228—493. VI. — 5. **Französisch**. Daudet, Auswahl aus Lettres de mon moulin und Contes choisis. — 6. **Geschichte**. Deutsche und preussische Geschichte vom Regierungsantritt Friedrichs d. Gr. bis zur Gegenwart. — 7. **Erdkunde**. Wiederholung der Erdkunde Europas. Elementare mathemathische Erdkunde. — 8. **Mathematik**. Gleichungen einschl. quadratischer mit einer Unbekannten. Definition der Potenz mit negativem und gebrochenem Exponenten. Begriff des Logarithmus. Rechnen mit fünfstelligen Logarithmen. Berechnung des Kreisinhaltes und -umfanges. Definitionen der trigonometrischen Funktionen am rechtwinkeligen Dreieck. Trigonometrische Berechnung rechtwinkliger und gleichschenkliger Dreiecke. Die einfachen Körper nebst Berechnungen von Kantenlängen, Oberflächen und Inhalten. — 9. **Physik**. Magnetismus, Elektrizität, die wichtigsten chemischen Erscheinungen nebst Besprechung einzelner wichtiger Mineralien und der einfachsten Krystallformen, Akustik, einfache Abschnitte aus der Optik.

Ober-Tertia. 1. **Christliche Religionslehre**. a) für die katholischen Schüler: Die Sittenlehre. Das Kirchenjahr. Abriss der Kirchengeschichte zu Ende. Einige lateinische Hymnen. — b) Für die evangelischen Schüler: Das Reich Gottes im Neuen Testamente. Lesung biblischer Abschnitte, der Bergpredigt und der Gleichnisse. Wiederholungen aus dem Katechismus, dem Spruch- und Liederschatze. Reformationsgeschichte. — 2. **Deutsch**. Schillers Lied von der Glocke und Wilhelm Tell. — 3. **Latein**. Caes. b. g. I, 29—Ende. V, VI, VII. Ovid. Metam. VIII, 620—724; III, 1—137; II, 1—366; I, 89—162, 163—416. — 4. **Griechisch**. Xenoph. Anab. I, II. — 5. **Französisch**. Michaud, histoire des Croisades. 1. Teil. — 6. **Geschichte**. Deutsche

Geschichte vom Ausgange des Mittelalters bis zum Tode Friedrichs d. Gr., insbesondere brandenburgisch-preussische Geschichte. — 7. **Erdkunde**. Wiederholung der physischen Erdkunde Deutschlands. Die deutschen Kolonieen. — 8. **Mathematik**. Gleichungen ersten Grades mit einer und mit mehreren Unbekannten. Potenzen mit positiven, ganzzahligen Exponenten. Wurzelgrössen. Kreislehre 2. Theil. Sätze über Flächengleichheit. Berechnung der Fläche geradliniger Figuren. Anfangsgründe der Ähnlichkeitslehre. — 9. **Naturwissenschaft**. Der Mensch und dessen Organe. Mechanische Erscheinungen, das Wichtigste aus der Wärmelehre.

Unter-Tertia, Coetus 1 u. 2. 1. **Christliche Religionslehre**. a) Für die katholischen Schüler: Die Glaubenslehre bis zur Lehre von den h. Sakramenten einschl. Kirchengeschichte bis Gregor VII. Kirchenlieder. b) für die evangelischen Schüler combiniert mit Ober-Tertia. — 2. **Deutsch**. Gebrauch der Modi und Tempora. Überblick über die wichtigsten der deutschen Sprache eigentümlichen Gesetze. Behandlung poetischer und prosaischer Lesestücke. — 3. **Latein**. Caesar b. g. I. 1—29; II, III, IV. Wiederholung der Kasuslehre. Hauptregeln der Modus- und Tempuslehre. Wöchentliche schriftliche Arbeiten. — 4. **Griechisch**. Die regelmässige Formenlehre des attischen Dialektes bis zum verbum liquidum einschl. Übersetzungsübungen. — 5. **Französisch**. Wiederholung der regelmässigen Konjugation. Sprech-, Lese- und Übersetzungsübungen. Wiederholung und Ergänzung der Konjugation. Einübung der notwendigsten unregelmässigen Verba. — 6, **Geschichte**. Kurzer Überblick über die weströmische Kaisergeschichte vom Tode des Augustus an; deutsche Geschichte bis zum Ausgang des Mittelalters. — 7. **Erdkunde**. Wiederholung der politischen Erdkunde Deutschlands; physische und politische Erdkunde der aussereuropäischen Erdteile ausser den deutschen Kolonieen. — 8. **Mathematik**. Grundrechnungen mit absoluten Zahlen. Parallelogramme. Erster Teil der Kreislehre. — 9. **Naturbeschreibung**. Beschreibung einiger schwierigeren Pflanzenarten zur Ergänzung der Erkenntnisse in Formenlehre, Systematik und Biologie. Die wichtigsten ausländischen Nutzpflanzen. Einiges aus der Anatomie und Physiologie der Pflanzen, sowie über Kryptogamen und Pflanzenkrankheiten. Überblick über das Tierreich. Grundbegriffe der Tiergeographie.

Quarta, Coetus 1 u. 2. 1. **Christliche Religionslehre**. a) Für die katholischen Schüler: Geschichte des Neuen Testamentes bis zu Ende. Geographie von Palästina. Drittes Hauptstück von den Gnadenmitteln. Das Kirchenjahr. — b) Für die evangelischen Schüler: Einteilung der Bibel. Lesung wichtiger Abschnitte des Alten und Neuen Testamentes. Erklärung und Einprägung des 3. Hauptstückes des Katechismus. Einprägung von 4 Kirchenliedern. — 2. **Deutsch**. Der zusammengesetzte Satz. Die Kasuslehre. Wortbildungslehre an typischen Beispielen. Rechtschreibeübungen und freieres Nacherzählen. Lesen der ausgewählten Gedichte und Prosastücke des Lesebuches. — 3. **Latein**. Lebensbeschreibungen berühmter Männer der griechischen und römischen Geschichte aus dem Lesebuche. Wiederholung der Formenlehre. Kasuslehre. Mündliche und schriftliche Übersetzungen. — 4. **Französisch**. Sprach-, Lese- und Übersetzungsübungen. Regelmässige Konjugation, avoir und être (nur Indikativ); Teilartikel, Deklination, Adjektiv-Flexion und Steigerung; Grundzahlen. — 5. **Geschichte**. Übersicht über die griechische Geschichte bis zum Tode Alexanders d. Gr. nebst Ausblick auf die Diadochenreiche. Übersicht über die römische Geschichte bis zum Tode des Augustus. — 6. **Erdkunde**. Physische und politische Erdkunde von Europa ausser Deutschland, insbesondere der um das Mittelmeer gruppierten Länder. — 7. **Mathematik** und **Rechnen**. Lehre von den Geraden, Winkeln und Dreiecken. Dezimalrechnung Einfache und zusammengesetzte Regeldetri mit ganzen Zahlen und Brüchen. — 8. **Naturbeschreibung**. Vergleichende Beschreibung verwandter Arten und Gattungen von Blütenpflanzen. Übersicht über das natürliche Pflanzensystem. Lebenserscheinungen der Pflanzen. Niedere Tiere mit besonderer Berücksichtigung der Insekten.

Quinta. Coetus 1 und 2. 1. **Christliche Religionslehre**. a) Für die katholischen Schüler: Das neue Testament bis zum Tode des Herrn. Das 2. Hauptstück des Katechismus. — b) Für die evangelischen Schüler: Biblische Geschichte des neuen Testaments. Erklärung und

Einprägung des 2. Hauptstückes des Katechismus. Vier Kirchenlieder. — 2. **Deutsch.** Der einfache und erweiterte Satz. Zusammengesetzter Satz. Rechtschreibe- und Interpunktions- Übungen. Mündliches Nacherzählen, erste Versuche im schriftlichen Nacherzählen. Lesen der ausgewählten Gedichte und Prosastücke. — Erzählungen aus der sagenhaften Vorgeschichte der Griechen und Römer. — 3. **Latein.** Die Deponentia, die unregelmässige Formenlehre. Mündliche und schriftliche Übersetzungen. — 4. **Erdkunde.** Physische und politische Erdkunde Deutschlands. — 5. **Rechnen.** Teilbarkeit der Zahlen. Gemeine Brüche. Aufgaben der Regeldetri. Die deutschen Maasse, Gewichte und Münzen. — 6. **Naturbeschreibung.** Vollständige Kenntnis der äusseren Organe der Blütenpflanzen im Anschluss an die Beschreibung und Vergleichung verwandter, gleichzeitig vorliegender Arten. Beschreibung wichtiger Wirbeltiere nebst Mitteilungen über ihre Lebensweise, ihren Nutzen oder Schaden. — 7. Übungen im Schön- und Schnellschreiben.

Sexta. Coetus 1 und 2. 1. **Christliche Religionslehre.** a) Für die katholischen Schüler: Die täglichen Gebete. Das 1. Hauptstück des Katechismus. Biblische Geschichte des alten Testaments. — b) Für die evangelischen Schüler: Biblische Geschichten des alten Testaments. Das 1. Hauptstück des Katechismus. Vier Kirchenlieder. — 2. **Deutsch.** Redeteile und Glieder des einfachen Satzes. Unterscheidung der starken und schwachen Flexion. Rechtschreibeübungen in wöchentlichen Diktaten. Lesen der ausgewählten Gedichte und Prosastücke. Mündliches Nacherzählen. — Lebensbilder aus der vaterländischen Geschichte, wobei von Gegenwart und Heimat ausgegangen wird. — 3. **Latein.** Regelmässige Formenlehre mit Ausschluss der Deponentia. Mündliche und schriftliche Übersetzungen. — 4. **Erdkunde.** Grundbegriffe der physischen und mathematischen Erdkunde in Anlehnung an die nächste örtliche Umgebung. Erste Anleitung zum Verständnis des Reliefs, des Globus und der Karten. Oro- und hydrographische Verhältnisse der Erdoberfläche im allgemeinen und nach denselben Gesichtspunkten Bild der engeren Heimat. — 5. **Rechnen.** Wiederholung der Grundrechnungen mit ganzen Zahlen, unbenannten und benannten. Die deutschen Maasse, Gewichte und Münzen nebst Übungen in der dezimalen Schreibweise und den einfachsten dezimalen Rechnungen. — 6. **Naturbeschreibung.** Beschreibung vorliegender Blütenpflanzen; in Anschluss daran Erklärung der Formen und Teile der Wurzeln, Stengel, Blätter, Blüten, leicht erkennbaren Blütenstände und Früchte. Beschreibung wichtiger Säugetiere und Vögel in Bezug auf Gestalt, Farbe und Grösse nebst Mitteilungen über ihre Lebensweise, ihren Nutzen oder Schaden. — 7. Übungen im Schönschreiben.

Sämtliche Schüler der beiden christlichen Konfessionen genossen den an der Anstalt erteilten Religionsunterricht; ein Antrag auf Dispensation hat nicht stattgefunden.

---

4. Jüdischer Religionsunterricht.

Sekunda. Jüdische Geschichte von Maimonides bis Mendelssohn. Unsterblichkeit. Vergeltung. Pflichten gegen den Nebenmenschen. Ausgewählte Stücke des Jesaias. — **Tertia.** Jüdische Geschichte von den Makkabäern bis Maimonides. Glaubenslehre. Pflichten gegen Gott und gegen uns selbst. — **Quarta.** Biblische Geschichte von Salomo bis zu den Makkabäern. Die zehn Gebote und die aus ihnen folgenden Lehren. Der Sabbath. — **Quinta.** Biblische Geschichte vom Tode Moses bis zum Tode Davids. Fest- und Fasttage. Religiöse Gebräuche. — **Sexta.** Biblische Geschichte von der Schöpfung bis zum Tode Moses. Religionslehre an der Hand ausgewählter Stücke aus den Perikopen des Pentateuchs.

---

5. Technischer Unterricht.

1. **Zeichnen.** Den fakultativen Unterricht im Zeichnen besuchten aus I 3, OII 1, im ganzen 4 Schüler. — Ober-Tertia und Unter-Tertia: Umrisszeichnen nach einfachen Modellen, plastischen Ornamenten und anderen körperlichen Gegenständen. — Quarta und Quinta. Zeichnen ebener krummliniger bezw. geradliniger ebener Gebilde.

2. **Singen.** Die besseren Sänger aus allen Klassen wurden vereinigt, um in vierstimmigem Chore Motetten, Hymnen und Chöre einzuüben. -- Quinta. Taktarten, Intervalle, Tonarten. Treffübungen. Zweistimmige Lieder. — Sexta. Notensystem, Schlüssel, Tonleiter, Vorsetzungszeichen. Treffübungen. Ein- und zweistimmige Lieder.

3. **Turnen.** 10 (9) St. Im Anfange des Schuljahres turnten die Schüler klassenweise je 1 Stunde wöchentlich in einem für das Turnen hergerichteten Klassenzimmer. Bei günstiger Witterung unternahmen die einzelnen Klassen Turnmärsche, deren Dauer und Entfernung genau bestimmt und innegehalten wurde. Mit Eintritt der wärmeren Jahreszeit turnten die Schüler in drei Abteilungen (VI u. V, IV u. III, II u. I) je drei Stunden wöchentlich auf dem Turnplatze, doch musste der Unterricht am 1. August wegen des Baues der Turnhalle unterbrochen werden. Nach Vollendung derselben turnten im November die einzelnen Klassen Freiübungen in der Turnhalle und erst nach Aufstellung der Turngeräte konnte der Unterricht in seinem vollen Umfange aufgenommen werden und zwar derart, dass die Schüler, in fünf Abteilungen (VI, V, IV, III, II u. I) geteilt, je zwei Stunden wöchentlich Turnunterricht erhielten. Es wechselten Gerät-, Frei- und Ordnungsübungen. Dispensiert waren infolge eines ärztlichen Zeugnisses 27 Schüler.

6. Zusammenstellung der beim Unterrichte gebrauchten Lehrbücher.

1. **Christliche Religionslehre.** a) katholische: Diözesan-Katechismus VI-IV. — Schusters Biblische Geschichte. VI-IV. König, Handbuch für den kathol. Religionsunterricht. III. König, Lehrbuch für den kath. Religionsunterricht. II, I. — b) evangelische: Wendel, Katechismus. Wendel, Biblische Geschichte. 2. **Deutsch.** Schwarz, Leitfaden, VI bis III. Buschmann, Lesebuch, 1. Abt., VI, V; 2. Abt., IV, III. Deyks-Kiesel, Lesebuch, II, I. 3. **Latein.** Ellendt-Seyffert, Grammatik, VI bis I, Ostermann, Übungsbuch, VI bis III, Süpfle, Aufgaben, II, I. 4. **Griechisch.** Koch, Schulgrammatik, III, II, I. Wesener, Elementarbuch, III. Böhme, Aufgaben II, I. 5. **Französisch.** Knebel-Probst, Schulgrammatik, III bis I. Wentzel und Franke, Übungsbuch, II, I. Probst, Übungsbuch, III. Probst, Vorschule, IV. 6. **Hebräisch.** Vosen-Kaulen, Anleitung, OII, I. 7. **Geschichte** und **Erdkunde.** Pütz-Cremans, Grundriss der Geographie und Geschichte für die oberen Klassen, OII, I. Pütz-Cremans, Grundriss der deutschen Geschichte, III, UII. Pütz-Cremans, Grundriss der Geschichte des Altertums, IV. von Seydlitz, Geographie, Ausgabe B, V bis III. 8. **Mathematik** und **Rechnen.** Kambly, Elementarmathematik, IV bis I. Wittstein, Logarithmentafeln, II, I. Schellen, Aufgaben für das Rechnen, VI bis IV. 9. **Physik.** Trappe, Schulphysik, III—I. 10. **Naturbeschreibung.** Schilling, kleine Naturgeschichte. 11. **Gesang.** Küntzel, Liedersammlung, VI, V. 12. **Jüdischer Religionsunterricht.** Herxheimer, Glaubens- und Pflichtenlehre. Levy, Bibl. Geschichte.

II. Verfügungen der vorgesetzten Behörden.

Breslau, den 8. April 1893. Das Königliche Provinzial-Schul-Kollegium teilt den Ministerial-Erlass vom 25. Februar 1893 mit, wonach das Zeugnis der wissenschaftlichen Befähigung für den einjährigen Militärdienst, abgesehen von dem Zeugniss der Reife für Prima oder dem Abiturientenzeugnis, nur durch mindestens einjährigen Besuch der Sekunda, dessen Erfolg durch die vorgeschriebene Abschlussprüfung nachzuweisen ist, erworben werden kann. Was dagegen die wissenschaftliche Befähigung für den Subalterndienst angeht, so kann dieselbe entweder durch die Abschlussprüfung nach dem sechsten Jahrgange oder ausser dem Abiturienten-

zeugnis durch das Zeugnis der Reife für Prima oder für solche, welche nicht Schüler einer höheren Lehranstalt gewesen sind, durch das Bestehen der Extraneer-Prüfung auf Grund des § 17 der Ordnungen der Reifeprüfungen an den Progymnasien, Realprogymnasien oder Realschulen nachgewiesen werden.

Breslau, den 12. Mai 1893. Dasselbe genehmigt die Trennung der Sekunden und Tertien im katholischen Religionsunterricht.

Breslau, den 28. Juni 1893. Dasselbe bestimmt, dass bei dem hiesigen Gymnasium die Ferien am 17. August beginnen und am 2. Oktober 1893 enden.

Breslau, den 23. Oktober 1893. Dasselbe teilt den Ministerialerlass vom 7. Oktober 1893 mit, wonach die öffentlichen Prüfungen am Schluss des Schuljahres in Wegfall zu bringen sind.

Breslau, den 1. November 1893. Die Ferien für das Jahr 1894 sind wie folgt, festgestellt worden: Ostern 1894; Schulschluss: Dienstag den 20. März, Schulanfang: Mittwoch den 4. April; — Pfingsten: Schulschluss: Freitag den 11. Mai, Schulanfang: Donnerstag den 17. Mai; — Sommerferien: Schulschluss: Freitag den 13. Juli, Schulanfang: Mittwoch den 15. August; — Michaelis: Schulschluss: Freitag den 28. September, Schulanfang: Mittwoch den 10. Oktober; — Weihnachten: Schulschluss: Donnerstag den 20. Dezember, Schulanfang: Freitag den 4. Januar 1895.

Breslau, den 7. November 1893. Dasselbe teilt den Ministerial-Erlass vom 24. Oktober 1893 die Abschluss- und Reifeprüfungen betreffend mit. Darin wird unter anderem bezüglich der Abschlussprüfung folgendes bestimmt:

Die Frage, ob alle Schüler der Untersekunda zu der Abschlussprüfung durch den Direktor zuzulassen seien, ist einfach zu bejahen, da es sich um eine Versetzungsprüfung handelt, von der kein Schüler von vornherein ausgeschlossen werden darf. Zwar steht es dem Direktor frei, den Eltern oder deren Stellvertretern bezüglich solcher Schüler, welche auf Grund eines vorgängigen einstimmigen Beschlusses der Lehrerkonferenz als nicht versetzungsfähig erachtet werden, den Rat zu erteilen, ihre Söhne oder Pflegebefohlenen nicht in die Prüfung eintreten zu lassen; befolgen aber die Eltern oder deren Stellvertreter den Rat nicht, so sind die Schüler zuzulassen.

Die Zulassung zu der Abschlussprüfung ist auch solchen Schülern der Untersekunda nicht zu versagen, welche dieser Klasse nicht ein volles Jahr angehört haben, demselben ist aber ausdrücklich bemerklich zu machen, dass sie auf Grund des Bestehens dieser Prüfung das Zeugnis über die wissenschaftliche Befähigung für den einjährig-freiwilligen Dienst nicht erhalten können, da dazu nach § 90, 2a der Wehrordnung vom 22. November 1888 der erfolgreiche Besuch der Sekunda erforderlich ist.

Die für die Befreiung von der ganzen mündlichen Prüfung gestellte Vorbedingung tadellosen Betragens wird auch auf die Teilbefreiung ausgedehnt.

Die Zurückweisung von der mündlichen Prüfung oder das Zurücktreten während des Verlaufes der schriftlichen oder mündlichen Prüfung ist, wenn letzteres nicht durch Krankheit oder ausserordentliche Veranlassungen begründet erscheint, dem Nichtbestehen der Prüfung gleich zu achten.

Geben die Persönlichkeit des Schülers und das Urteil der Lehrer über dessen seitheriges Streben die Gewähr für die Gesamtreife und den erfolgreichen Besuch der Untersekunda, so wird wie bei den sonstigen Versetzungsprüfungen, so auch bei den Abschlussprüfungen in einem oder zwei Fächern, zu denen aber am Gymnasium das Deutsche, die alten Sprachen und die Mathematik nicht zu rechnen sind, über nicht voll genügende Leistungen auch ohne formelle Kompensation durch gute Leistungen in anderen Fächern wegzusehen sein. Dabei wird aber ausdrücklich vorausgesetzt, dass in allen den erwähnten Hauptfächern dem Schüler als Gesamtprädikat mindestens »genügend« ohne Einschränkung erteilt werden konnte.

Schüler, welche auch nach zweijährigem Aufenthalte in Untersekunda die Abschlussprüfung nicht bestanden haben, sind in der Regel zu entlassen.

Breslau, den 8. Januar 1894. Dasselbe genehmigt die Einführung der griechischen Schulgrammatik von Gerth und der Logarithmentafeln von Gauss.

Breslau, den 1. März 1894. Dasselbe teilt mit, dass der Herr Minister der geistlichen pp. Angelegenheiten die Einführung des kurzen Lehrganges der französischen Sprache von Ploetz-Kares und des Lehrbuches der Geschichte für die oberen Klassen von Stein genehmigt hat.

III. Chronik.

Das Schuljahr ward Mittwoch, den 12. April v. J. durch feierlichen Gottesdienst eröffnet.

Bei der Verstaatlichung des Gymnasiums hatte die Stadtgemeinde Beuthen sich zu einem Umbau der alten, untauglichen Centralheizanlagen verpflichtet, sowie zur Ausführung verschiedener, hiermit in Zusammenhang stehender Umbau- und Erneuerungsarbeiten, insbesondere Herstellung von Dielungen, Putz und Anstrich. Nach mehrjährigen Verhandlungen erklärte sich die Stadtgemeinde bereit als Entgelt für diese Verpflichtungen die Summe von 30044 Mk. zu zahlen, sowie den Erlös für die alte Heizanlage für den Bau zur Verfügung zu stellen. Zu diesem Abkommen wurde seitens des Herrn Ministers der geistlichen, Unterrichts- und Medizinal-Angelegenheiten durch Erlass vom 18. April 1893 — UII No. 10879 — die Genehmigung erteilt und die Ausführung in dem Jahre 1893/94 unter der Oberleitung des zuständigen Königlichen Kreisbaubeamten, Herrn Baurat Blau bewirkt.

Die neue Heizungsanlage besteht aus einer Warmwasserheizung in Verbindung mit zwei Lüftungsheizungen für die Klassenzimmer und aus einer Warmwasserheizung ohne Lüftung für die übrigen Schulräume und die Dienstwohnungen. Auch die Flure und das Haupttreppenhaus werden durch die Luftheizung mit erwärmt und sind durch Windfänge gegen die ungeheizten Vorräume abgeschlossen. Aus sanitären Gründen und zur Gewinnung von Raum sind an Stelle der bisher in den Klassenzimmern befindlichen Kleiderhaken solche in den Fluren angebracht. Die Aula wird durch zwei Doppelfüllöfen mit Blechummantelung geheizt.

Der Entwurf zur Heizanlage war von der Firma Minsapost und Prauser in Breslau aufgestellt und wurde derselben Firma die Ausführung übertragen. Die Arbeiten wurden in dem zu diesem Zwecke geräumten Ostflügel des Gebäudes am 3. Juli 1893 begonnen. In den übrigen Teilen des Gebäudes konnten die Arbeiten nur während der Schulferien, welche zu dem Zwecke in die Zeit vom 17. August bis 3. Oktober verlegt waren, ausgeführt werden. Dieser kurzbemessene Zeitraum ist auch innegehalten, und konnte bereits am 26. bis 28. September v. J. die erste Probeheizung stattfinden. Die Abnahme ist nach einer im Laufe des Monats Dezember v. J. abgehaltenen zweiten Probeheizung vollzogen und hat die Anlage auch bei der im Januar d. J. herrschenden strengen Kälte den gestellten Anforderungen vollauf genügt.

Seitens der Stadtgemeinde Beuthen ist, ebenfalls aufgrund des Verstaatlichungsvertrages, im Sommer 1893 eine Turnhalle sowie ein neues Abortgebäude errichtet worden. Die Turnhalle hat eine Grundfläche von 20 m Länge und 10 m Breite, ohne die daneben gelegenen Räume für Geräte und Turnlehrer. Die Turngeräte sind nach den neuesten Erfahrungen sauber gearbeitet und stammen aus der Fabrik von Dietrich und Hannak in Chemnitz. Da der Bau der Turnhalle bis auf die Malerarbeiten und einen Teil der Tischlerarbeiten vor Beginn des Winters vollendet wurde, konnte dieselbe bereits am 27. November v. J. dem Gymnasium zur vorläufigen Benutzung übergeben werden.

Für die Aula ist aus den Mitteln des Gymnasiums ein grösseres Harmonium mit 17 Registern angeschafft worden.

Infolge der starken Frequenz wurde die Untertertia in Parallelcoeten geteilt; nur in der Mathemathik, Naturbeschreibung, Geschichte und Erdkunde musste sie gemeinsam unterrichtet werden. Ebenso war die Trennung der Ober- und Untersekunda, wie die der Ober- und Untertertia im katholischen Religionsunterrichte notwendig geworden.

Am 12. April v. J. fand in der Aula die Vereidigung des Oberlehrers Massny und die Einführung in sein Amt durch den Direktor statt.

Den Oberlehrern Dr. Eduard Heuer, Gustav Sckeide und Dr. Bröckerhoff wurde von dem Herrn Minister der geistlichen pp. Angelegenheiten durch Patente vom 16. März 1893 das Prädikat „Professor“ verliehen.

Seine Majestät der Kaiser und König haben Allergnädigst geruht, den Professoren Dr. Floeckner unb Dr. Heuer durch Allerhöchsten Erlass vom 10. April 1893 den Rang der Räte vierter Klasse zu verleihen.

Durch Dekret vom 19. Mai 1893 wurde der katholische Religionslehrer Professor Dr. Floeckner von Sr. Eminenz dem Herrn Kardinal-Fürstbischof zum geistlichen Rat ernannt. Durch Allerhöchsten Erlass vom 25. Juni 1893 wurde ihm zur Führung des von dem Kardinal-Fürstbischof verliehenen Titels „geistlicher Rat" die landesherrliche Genehmigung erteilt.

Der Herr Minister der geistlichen pp. Angelegenheiten hat durch Patent vom 18. Dezember 1894 dem Oberlehrer Dr. Heinrich Holleck das Prädikat „Professor" verliehen.

Der bisherige Hilfslehrer Paul Jahn wurde durch Verfügung des Königl. Provinzial-Schulkollegiums vom 19. Oktober 1893 zum Oberlehrer vom 1. April an ernannt. Seine Vereidigung und Einführung in sein Amt als Oberlehrer fand am 25. Oktober 1893 in der Aula durch den Direktor statt.

Der Oberlehrer Professor Dr. Heuer ist zum 1. April d. J. an das Gymnasium in Neuss berufen worden. Derselbe hat seit dem 27. März 1877 zunächst als zweiter Oberlehrer und seit Michaelis 1878 als erster Oberlehrer an der Anstalt gewirkt und zweimal längere Zeit das Direktorat verwaltet. Das Wohl der ihm anvertrauten Jugend hat er stets eifrig zu fördern gesucht, und wird ihm die Anstalt ein dankbares Andenken bewahren. Zu dem gleichen Termine ist der Oberlehrer Rotter von dem Kgl. St. Matthiasgymnasium in Breslau an das hiesige Gymnasium versetzt.

Der Kandidat Menthel war während des Sommerhalbjahres dem Gymnasium zu unentgeltlicher Beschäftigung überwiesen. Mit Beginn des Winterhalbjahres wurde er zur Teilnahme an einem Kursus im Turnen nach Breslau einberufen.

Die Geschäfte eines Gymnasialarztes wurden dem praktischen Arzte Herrn Dr. med. Kober übertragen.

Oberlehrer Schmidt war vom 12. bis 15. April v. J. zur Teilnahme an dem archäologischen Kursus in Berlin beurlaubt. Oberlehrer Dr. Warnatsch war am 12. Juni und vom 10. bis 13. Juli v. J. beurlaubt. Professor Dr. Flöckner war vom 27. bis 30. November v. J., Professor Dr. Heuer vom 12. bis 19. April v. J. und vom 20. bis 28. Januar d. J. durch Krankheit vom Unterrichte ferngehalten; vom 19. bis 24. Juni d. J. musste letzterer wegen Krankheit in seiner Familie den Unterricht aussetzen. Oberlehrer Heinelt war aus demselben Grunde vom 4. bis 14. Januar d. J. ferngehalten. Professor Dr. Bröckerhoff war vom 13. bis 20. Dezember, Professor Sckeide vom 9. bis 18. Dezember, Professor Dr. Holleck vom 16. bis 20. Dezember, der technische Lehrer Lodahl vom 5. bis 12. Dezember v. J. durch Krankheit behindert. Der Bereitwilligkeit der Amtsgenossen zur Übernahme von Vertretungen ist es zu danken, wenn der Gang des Unterrichts von erheblichen Störungen frei geblieben ist.

Die Gedenktage des 15. Juni, des 18. Oktober und des 9. März wurden von Lehrern und Schülern in gemeinsamer Feier begangen. Am 15. Juni v. J. sprach Oberlehrer Dr. Warnatsch über Kaiser Friedrich III im Lichte der Poesie und Sage, am 18. Oktober v. J. Oberlehrer Massny über die Friedensthätigkeit Kaiser Friedrichs III., am 9. März d. J. Oberlehrer Jahn über die Jugendzeit Kaiser Wilhelms I.

Am 27. Januar d. J. wurde die Feier des Allerhöchsten Geburtstages Seiner Majestät des Kaisers und Königs durch einen feierlichen Gottesdienst in der Aula eingeleitet. Um 11 Uhr wurde in der Aula unter zahlreicher Beteiligung der Königlichen und städtischen Behörden der festliche Schulakt abgehalten. Die Festrede hielt Oberlehrer Honika.

Wie früher, so nahmen auch in dem abgelaufenen Schuljahre die katholischen Zöglinge der Anstalt an dem sonn- und festtäglichen Gymnasialgottesdienste teil, an dem Werktagsgottesdienste zweimal in der Woche, nämlich am Mittwoch und Sonnabend. An den Kommuniontagen fand eine Nachmittagsandacht statt. Der obligatorische Besuch des Werktagsgottesdienstes wurde während der Wintermonate ausgesetzt. Nach Beendigung des Beicht- und Kommunionunterrichtes, der von Aschermittwoch bis Christi Himmelfahrt in wöchentlich 3 bis 4 Stunden erteilt wurde, wurden an dem genannten Tage 20 Schüler der mittleren und unteren Klassen von dem Religionslehrer Professor Dr. Floeckner zur ersten h. Kommunion geführt. In der Spendung des h. Bussakramentes ward der Religionslehrer auch in dem verflossenen Schuljahr von der hiesigen hochw. Geistlichkeit in dankenswerther Weise unterstützt. Die Mehrzahl der Schüler empfing viermal, die übrigen dreimal die h. Sakramente der Busse und des Altares.

Von den evangelischen Schülern wurden durch den Herrn Superintendenten und Pastor Jantzen während des Winterhalbjahres 8 vorbereitet, um am Palmsonntag konfirmiert zu werden.

IV. Statistische Mitteilungen.

Im Laufe des Schuljahres 1893/94 besuchten insgesamt 409 Schüler das Gymnasium; davon sassen in OI 13, UI 20, OII 19, UII 39, OIII 40, UIII¹ 30, UIII² 31, IV¹ 32, IV² 31, V¹ 35, V² 35, VI¹ 44, VI² 40. Davon waren katholisch 246, evangelisch 76, jüdisch 87; einheimisch 107, auswärtig 212.

A. Frequenz-Tabelle für das Schuljahr 1893/94.

	OI	UI	OII	UII	OIII	UIII¹	UIII²	IV¹	IV²	V¹	V²	VI¹	VI²	Sa.
1. Bestand am 1. Febr. 1893.	7	16	19	26	41	47		28	29	28	33	38	38	350
2. Abgang bis zum Schluss des Schuljahres 1892/93 . . .	6	1	1	3	6	5		4	—	4	1	5	4	40
3a. Zugang durch Versetzung zu Ostern 1893	11	17	16	31	34	26	20	21	26	23	27	—	—	252
3b. Zugang durch Aufnahme zu Ostern 1893	—	—	—	1	2	—	—	7	—	6	2	31	33	82
4. Frequenz am Anfange des Schuljahres 1893/94 . . .	12	21	17	39	40	27	27	30	31	32	35	42	39	392
5. Zugang im Sommerhalbjahr	—	—	1	—	—	2	2	2	—	—	—	2	—	9
6. Abgang im Sommerhalbjahr	—	(1)	—	1	1	—	—	1	1	3	3	1	—	11
7a. Zugang durch Versetzung zu Michaelis	(1)	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
7b. Zugang durch Aufnahme zu Michaelis	—	—	1	—	—	1	2	—	—	1	—	—	1	6
8. Frequenz am Anfange des Winterhalbjahres	13	20	19	38	39	30	31	31	30	30	32	43	40	396
9. Zugang im Winterhalbjahre	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	—	—	—	2
10. Abgang im Winterhalbjahre	—	—	—	—	—	2	1	1	—	—	2	3	3	12
11. Frequenz am 1. Febr. 1894	13	20	19	38	39	28	30	30	30	32	30	40	37	386
12. Durchschnittsalter (1. Februar 1894)	20,11	20,1	18,4	17,5	16,6	15,1	15,1	14,4	13,8	12,6	12,11	11,5	11,7	

B. Religions- und Heimatsverhältnisse der Schüler.

	Kathol.	Evangel.	Dissid.	Juden	Einheim.	Ausw.	Ausl.
1. Am Anfang des Sommerhalbjahres .	235	73	—	84	192	200	—
2. „ „ „ Winterhalbjahres .	241	74	—	81	188	208	—
3. „ 1. Februar 1894	233	74	—	78	185	201	—

Die Abschlussprüfung haben Ostern 1893 16 Schüler bestanden, von denen keiner zu einem praktischen Berufe abging.

Zur Osterprüfung hatten sich 13 Oberprimaner gemeldet. Bei der am 15. Februar d. J. unter dem Vorsitze des Geheimen Regierungs- und Provinzial-Schulrates Herrn Tschackert abgehaltenen mündlichen Prüfung erhielten sämtliche 13 Prüflinge das Zeugnis der Reife.

Laufende Nr.	Vor- und Zuname.	Tag der Geburt.	Geburtsort.	Konfession bezw. Religion.	Stand und Wohnort des Vaters.	Aufenthalt auf dem Gymnasium		Erwählter Beruf.
						überhaupt	in Prima	
188	Banasch, Johann	1871 11. Mai	Naklo, Kr. Tarnowitz	kathol.	† Halbbauer, Naklo.	$6^1/_2$ J.	3 J.	kath. Theologie
189	Barteczko, Johann	1875 9. Mai	Krassowa, Kr. Gr.-Strehlitz	kathol.	Bauergutsbes., Krassowa.	$6^1/_2$ J.	2 J.	kath. Theologie
190	Ehrlich Ernst	1874 13. Juli	Beuthen O.-S.	jüdisch	† Justizrat, Beuthen O.-S.	10 J.	2 J.	Medizin
191	Kasperczyk, Paul	1872 29. Mai	Tarnowitz	kathol.	† Schuhmacher, Tarnowitz.	$6^1/_2$ J.	2 J.	kath. Theologie
192	Kober, Max	1872 1. April	Radzionkau, Kr. Tarnowitz	jüdisch	Kaufmann, Beuthen O.-S.	10 J.	3 J.	Medizin
193	Nikel, Emanuel	1871 24. Dezember	Zabrze	kathol.	Maschinenwärt., Paulsdorf, Kr. Zabrze.	$6^1/_2$ J.	2 J.	kath. Theologie
194	Patas Joseph,	1870 17. März	Nieder-Marklowitz, Kr. Rybnik	kathol.	† Gärtner, Ndr.-Marklowitz.	6 J.	3 J.	kath. Theologie
195	Penschior, Ludwig	1873 21. August	Kobier, Kr. Pless	kathol.	† Zolleinnehmer, Kobier.	$6^1/_2$ J.	2 J.	kath. Theologie
196	Pietryga Seraphin	1871 8. Dezember	Czisowa Kr. Kosel	kathol.	Lehrer, Paaz, Kr. Lublinitz.	6 J.	3 J.	kath. Theologie
197	Schmidt, Anselm	1875 2. September	Simianowitz, Kr. Kattowitz	jüdisch	Kaufmann, Simianowitz.	8 J.	2 J.	Rechtswissenschaft
198	Schulte, Anton	1873 27. Dezember	Neisse	kathol.	Gymnasialdirect., Beuthen O.-S.	10 J.	2 J.	Rechtswissenschaft
199	Schwarz, Max	1873 4. August	Bernstadt, Kr. Oels	evangel.	Bahnhofsrestaur., Schoppinitz.	11 J.	2 J.	Rechtswissenschaft
200	Sckeide, Paul	1874 19. Januar	Beuthen O.-S.	kathol.	Professor, Beuthen O.-S.	11 J.	3 J.	Medizin

Nach einer Mitteilung des Gymnasialarztes Dr. Kober sind in dem Berichtsjahre bis zum 1. März 1894 354 Krankheitsfälle zur Behandlung gekommen, von denen 108 auf Erkrankungen der Luftwege, 45 auf solche der Verdauungsorgane, 15 auf solche des Blutes und des Kreislaufes, 30 auf solche der Muskeln und Nerven, 29 auf Affektionen der Sinnesorgane entfielen. In 27 Fällen handelte es sich um Infektionskrankheiten, namentlich um Diphtherie, in 10 Fällen um konstitutionelle Erkrankungen, in 90 Fällen um äussere Krankheiten und Verletzungen. Der durch das Reichsimpfgesetz vom 8. April 1874 vorgeschriebenen Wiederimpfung unterzogen sich 60 Schüler.

V. Sammlung von Lehrmitteln.

1. Lehrerbibliothek. (Oberlehrer Heinelt). Der Bestand betrug im v. J. 1400 Werke in 3226 Bänden.

Dazu kamen im Schuljahr 1893/94	(a) durch Schenkung	75	„	„	142 „
J.-Nr. 2269—2415	(b) durch Ankauf (u. Übertr. 2 Bde)	9	„	„	33 „
Die Lehrerbibliothek zählt demnach jetzt		1484	Werke	in	3401 Bänden.

1. Seit Erstattung des letzten Berichts hat dieselbe zu grösstem Danke erhalten:

a) Von dem Kgl. Ministerium des Unterrichts: Seuffert, B., Vierteljahrsschr. f. Litteraturgesch. U. Mitwirkung von E. Schmidt u. B. Suphan hg. VI. Bd. Weim., 1893.

b) Von dem Kgl. Prov.-Schul-Koll. zu Breslau: Virchow, R., Die Gründung d. Berliner Universität u. d. Übergang aus d. philos. in d. naturwiss. Zeitalter. Rede a. 3. Aug. 1893 in d. Aula d. K. F.-W.-U. zu Berl. geh. B. 93. Weinhold, K., Rede bei Antritt des Rektorats geh. in d. Aula d. K. F.-W.-U. zu Berl. am 15. Okt. 1893. B. 93.
Lenz, M.. Rede z. Feier des Geburtstages Seiner Majestät des Kaisers und Königs in d. A. d. K. Fr.-W.-U. am 27. Jan. 1894 geh. B. 94.

c) Aus dem Nachlasse des Herrn Geh. Sanitätsrat Dr. Heer:
Carus, F. A., Nachgel. W. Psychologie 1. 2. Bd. 2. A. Leipz. 1823. 3. Bd. Gesch. d. Psychol. Leipz. 1808.
Bucholz, C. F., Grundriss d. Pharmazie. Hg. von R. Brandes. Erfurt 1819.
Wildberg, C. F. L., Hygiastik. 2. A. Berl. 1822.

d) Von Herrn Musiklehrer Gawron:
Klein, H. I., Kosmologische Briefe. 3 A. Lpz. 91.
Glatzer Geb.-Ver., 9. J.-B. 1890 u. flg. 91. Gl.

e) Von Herrn Kataster-Kontrolleur Karwasz:
Kirchhoff, A., Volapük. Hilfsbuch. 5. A. Halle 88.
—, —, Schlüssel z. d. Übungsbeisp. 5. A. H. 88.

f) J. G. Fr. Cannabich's kl. Schulgeographie. 18. Aufl. Neu b. von F. M. Oertel. Weimar, 1859.

g) Von Herrn Dr. S. Silberstein, Prediger zu Elbing, als Verfasser, den Sonderabdruck a. d. Ztschr. f. alttestam. Wiss. 1893. H. 1. Giessen, 93.

h) Von Herrn Buchhändler Freund:
Mebes, J., Beiträge zur Gesch. des Brandenb.-Preuss. Staat. u. Heeres. 1. 2. Bd. Berl. 1861-67.

i) Von den Herren Verlegern, insbesondere: C. C. Buchner in Bamberg, Besser, S. Calvary & Co., F. Dümmler, G. Grote, F. A. Herbig, E. S. Mittler und Sohn, R. Stricker, D. Reimer. J. Springer, Weidmann in Berlin, F. Hirt in Breslau, L. Ehlermann in Dresden, E. Strien in Halle a. S., G. Goedel in Hannover, K. Baedeker, G. Freytag, B. G. Teubner in Leipzig, F. Schöningh in Paderborn, F. Lintz in Trier, C. G. Kuntzes Nachf. in Wiesbaden eine grosse Anzahl Unterrichtsbücher (123 Bände), meist mit Berücksichtigung der neuen Lehrpläne gearbeitet, für die verschiedenen Unterrichtszweige, und Schriften ethisch-sozialen Inhaltes (3 Bd.).

2. Aus etatsmässigen Mitteln sind ausser den Fortsetzungen (22 Bände) der in den früheren Jahresberichten erwähnten Werke und wissenschaftlichen Zeitschriften für die Lehrer-Bibliothek angeschafft.

Ehrhardt, L., Die Entstehung der homerischen Gedichte. Leipz. 1894.
Eulenburg und Bach, Schulgesundheitslehre. M. zahlr. Illustrationen. Berl. 91.
Umlauft, F., Die Österreichisch-Ungarische Monarchie. 2. A. 1. 2. 8.—20. Lfg. Wien u. Pest o. J.
Köhler, R., Aufsätze über Märchen und Volkslieder. Aus s. handschr. Nachl. hg. von J. Bolte und E. Schmidt. Berl. 1894.
Beloch, J., Griech. Gesch. I. Bd. Strassb. 93.
Paulys Real-Encyclop. d. kl. Altertums-Wissenschaft. Hg. von G. Wissowa. Erster Halbband. Aal—Alexandros. Stuttg. 93.
Imhoof-Blumer, F., Porträtköpfe auf röm. Mz. der Rep. u. d. Kaiserzeit. 2. A. Lpz. 92.
Jannet, C. u. Kämpfe, W., Die Vereinigten Staaten Nordamerikas in d. Gegenw. Frbg. i. B. 1893.

3. Die Programm-Sammlung hat sich um die von der Centralstelle für den Programmentausch d. höh. Schulen Deutschlands eingegangenen Jahresberichte (1893) vermehrt, im ganzen um 1012 Stück mit 788 Nachrichten und 498 wissenschaftlichen Beigaben. Dazu kommen die Vorlesungs-Verz. d. K. U. Breslau, Marburg u. d. K. T. Hochsch. z. Aachen f. d. Studienj. 1893/94. Der Gesamtstand der Programmlitteratur beläuft sich jetzt auf 20364 Stück.

2. Schülerbibliothek. Der Zuwachs aus Zuwendungen (6 Bd.) und Ankauf umfasst: (J.-Nr. 2126—2189.). . . 15 Werke in 109 Bänden.

Das Zugangs-Journal weist jetzt auf . . . . . 1857 Werke in 3634 Bänden.

Aus den Mitteln des Etats sind angekauft worden: Zur Prüfungs-Bibliothek 51 Bände (Xenoph., Cic., Liv.) aus der Bibliotheca script. Graec. et Rom. Teubneriana. Lips. 1884/91.

Wolfram v. E., Parzival in neuer Übertr. von G. Bötticher. 2. Aufl. Berl. 93.
Schöninghs Ausg. deutscher Klass. m Komm.: Bd. XVII—XIX. Paderb. 1892/93.

Baumbach, R., Zlatorog. Eine Alpensage. Leipz. 92.
Velhagen & Klasings Samml. Deutscher Schulausg. hg. von J. Wychgram. Bielef. u. Lpz. 91. 32 Liefg.
Arendt's Naturhist. Schulatl. 6. A. von F. Traumüller. 76 Tf. m. 1099 Abb. u. m. e. T. Leipz. 1892.
Kunz, H., Aus dunklen Tiefen zum Sonnenlicht. Die Ausgrabungen d. Neuzeit. M. 62 Text.-Ill. u. e. Titelbl. Leipz. 82.
E. Pohlmey u. H. Hoffmann, Gymn.-Bibl. Heft 8, 14—17. Gütersloh, 1892/93.
Schmidt, R., Gesch. des Araberaufstandes in Ost-Afrika. Frankf. a. O. 1892.
Schillmann, Bilderbuch z. preuss. Gesch. Mit 100 Taf., enth. 200 Abb. u. Pl., nebst 6 Bg. Text. Lpz. (1893.)
Rother, E., Karten u. Skizzen aus d. vaterl. Gesch. d. letzten 100 Jahre. Düsseld. 1893. (2 Ex.)
* Günther, E. A. W., Die deutsche Heldensage des Mittelalters. 3. A. Mit e. Titelbl. Hann. 1884.
Bussler, W., Preussische Feldherrn und Helden. 2. Bd. Gotha, 1892.
* Baron, R., König und Kronprinz. E. gesch. Sitten- u. Charaktergemälde 3. A. M. e. St. Bresl. o. J. (2 Ex.)

*) Empfohlen von G. Ellendt, Katalog f. d. S.-B. höh. L. 3. A. Halle a. S. 1886.

Die übrigen Sammlungen wurden aus den Mitteln des Etats vermehrt. Geschenke erhielt die naturgeschichtliche Sammlung: von Herrn Bergrat Dr. Sattig einen Auerhahn; von Herrn Bergverwalter Kaintoch mehrere Petrefakten; von Herrn Obersteiger Gorzawski Stücke von Flammkohle und Fettkohle; von Herrn Siegfried Abt zu Zabrze die Haut einer Klapperschlange; aus dem Nachlass des Herrn Schichtmeisters Beyersdorff ein Herbarium.

Die von dem Kaufmann und Stadtrat Herrn Przikling in Beuthen O.-S. geschenkte Sammlung von Anschauungsmitteln für Kunst und Sitte enthält a) Lehmanns kulturgeschichtliche Bilder u. zwar 1. Germanisches Gehöft, 2. Ritterburg (XIII. Jahrh.), 3. Im Rittersaale (XIII. Jahrh.), 4. Turnier (XIII. Jahrh.), 5. Sendgrafengericht (Zeit Karls d. Gr.), 6. Belagerung (XIV. Jahrh.), 7. Inneres einer Stadt (XV. Jahrh.), 8. Bürgerliches Wohnzimmer (XVI. Jahrh.), 9. Im Klosterhofe (X. Jahrh.), 10. Bauern und Landsknechte (XVI. Jahrh.), 11. Lagerleben (Zeit des 30jähr. Krieges), 12. Aus der Rokoko-Zeit (XVIII. Jahrh.): — b) Lohmeyers Wandbilder für den geschichtl. Unterricht I. u. z. 1. Römisches Lagerbild, 2. Karl d. Gr. empfängt eine maurische Gesandschaft, 3. Verkündigung des Wormser Konkordats, 4. Szene aus dem Kreuzzuge Konrads III.; — c) Zehn Photographien u. z. 1) die Porta nigra in Trier, 2. Octogon im Dom zu Aachen, 3. Kaiserhaus in Goslar, 4. Dom zu Limburg, 5. Münster zu Ulm, 6. Wartburg bei Eisenach, 7. Rathaus in Breslau, 8. Wage in Neisse, 9. Pellerhaus in Nürnberg, 10. Altarbild des Kölner Doms.

Ausserdem enthält diese Sammlung — von Herrn Kommerzienrat Zerkowski aus Anlass des Jubiläums der Anstalt geschenkt — folgende Anschauungsmittel: 1. Ansicht von dem Festplatze von Olympia. 2. Die Akropolis von Athen von der Westseite nach dem Gemälde von H. Gärtner im Gymnasium von Elbing. 3. Baumeister, Bilder aus dem griechischen und römischen Altertum. 4. Baumeister, die Denkmäler des klassischen Altertums, 3 Bände, und 5. i. g. 56 Photographien, davon im Imperialformat: die Laokoongruppe, ein Satyr, der sterbende Fechter, der Parthenon; in Folioformat: Apollo v. Belvedere, Antinous, das Pantheon, Marc Aurel, Augustus; in Quartformat: 3 Reitergruppen, 3 Kentaurenmetopen, 2 Gruppen vom Ostfries vom Parthenon, ferner die Grabstelle des Aristion, kalbtragender Hermes, Relief von Eleusis, das Erechtheion von Süden und von Norden, Gräberstrasse in Athen, Hermes des Praxiteles, Diana vom Louvre; dann noch in Quartformat: 4 Figuren der Niobegruppe, Diskobolos, Apoxiomenos, Apollon Sauroktonos, Doryphoros, die Ringer, Penelope, Ariadne, Ariadne mit darunter befindlichem Relief (Gigantenkampf), Flora Farnese. Minerva, Juno Regina, Juno Ludovisi, Zeus Otricoli, Priesterin, Sophokles, Sokrates, Kentaur, Kopf des Dionysos, Homer, Menelaos, Cäsar, Menander, Euripides, consul Romanus, Griechische Vase, korinthisches Kapitäl und ein Kandelaber.

Dazu kommt von dem Oberprimaner Paul Kasperczyk gezeichnet: der Plan der Oberburg von Tiryns, und von dem Unterprimaner Willibald Liebert gezeichnet eine dorische Säule mit dorischem Gebälk und eine jonische Säule mit jonischem Gebälk.

3. Die Münzensammlung.

Von Herrn Kaufmann Brahn in Laurahütte:
1. Preuss. Friedr. II. 1/48 Th. 1757.
2. Baden. Leop. 1 Kr. 1839.
3. Br.-Lüneb. Ludw. Rud. 6 Silb.-Pf. 1734.
4. Venetien. Provis. Reg. 3 Cent. 1849.
5. 6. Dänem. Christ. IX. 2 Öre 1874, 1 Öre 1879.
7. Polen. August. 1/24 Th. 1763.
8. Polen. Stanisl. Aug. 4 Gr. 1790.

Von dem Schüler der UIII Widawski 6 Mz., unter welchen bemerkenswert:
Imp. C. M. Aur. Probus P. F. Aug. Büste m. Strahlenkr., Scepter u. Mantel, r.
Rev. Soli invicito. Sonnengott, unt. Co. u. XXI P.

Von Herrn Weinkaufmann Stillmann zu Mad (Tokay) durch Herrn Stadtrat Przikling:
1. Caes. Domit. Aug. Germ. P. M. Tr. P. XI. Kopf m. Lorbeerkr. l. — Rev. Imp. XXI. Cos. XV. Cens. P. P. P. Kämpfende Pallas r. mit Blitz und Schild.
2.—13. Oesterr.-U. 2. X Pro lib. 1705. (ung.) 3. 4. M. Theres. 1 Thlr. 1745. (ung.), 20 Kr. 1754. 5. 6. Franz I. 20 Kr. 1757, 1 Kr. 1759 7. Joseph II. 20 Kr. 1770. 8.—10. Franz II. (I.) 20 Kr. 1803, 3 Kr. 1812, 1 Thaler 1822. 11. 12. Ferd. I. 10 Kr. 1848. (ung.), Silb.-Kr. o. J. (ung.). 13. Franz II. Jos. 6 Kr. 1849.
14. Polen. Joh. Kasimir. 6. Gr. 1667.

Der Zugang im Berichtsjahre beträgt demnach 28 Münzen, wovon 17 aus Silber. Das Gymnasium besitzt jetzt eine Sammlung von 447 alten und neuen Münzen und Medaillen.

Für alle dem Gymnasium freundlichst gewordenen Gaben und Zuwendungen wird hiermit der verbindlichste Dank ausgesprochen.

VI. Stiftungen und Unterstützungen von Schülern.

Das Purkop-Stipendium erhielt der Quartaner Georg Langner. Der Magistrat der Stadt Beuthen O.-S. verlieh das Wlodarski-Stipendium dem Untersekundaner Max Misch, das Wilhelm-Stipendium dem Untersekundaner Wilhelm Hoffmann. Das Graf Schaffgotsch-Stipendium verteilte der Magistrat an den Unterprimaner Ludwig Nowak und den Obersekundaner Walter Gonska, das Stipendium des ehemaligen Hilfsvereins zur Unterhaltung eines jüdischen Krankenhauses an die Quartaner Arthur Feig und Walter Brann.

Das Solger-Stipendium verlieh der Kgl. Landrat, Herr Wiesand dem Untersekundaner Ernst Kodalle und dem Untertertianer Georg Bandmann. Zu Weihnachten wurden die Ressourcen-Stipendien dem Oberprimaner Max Kober und dem Unterprimaner Florian Heide, das Fiebig-Stipendium dem Quintaner Wilhelm Leupold, das Köhler-Stipendium dem Quartaner Ignatz Szczodrock verliehen. Das Jubiläumsstipendium erhielt der Oberprimaner Paul Kasperczyk.

Der Herr Rentner Karl Rudzki von hier hat am 17. Februar, bezw. 7. April 1893 mit einem Kapitale von 3000 Mark am hiesigen Gymnasium eine Stipendien-Stiftung errichtet. Dieselbe hat durch Allerhöchsten Erlass vom 3. August 1893 die landesherrliche Genehmigung erhalten.

Aus dem Statut der Karl Rudzki-Stipendien-Stiftung werden folgende Bestimmungen bekannt gegeben.

„1. Die Zinsen dieses Stipendiums sollen an zwei bedürftige, römisch-katholische Schüler des hiesigen Königl. Gymnasiums, welche katholische Theologie zu studieren beabsichtigen, alljährlich am 4. November, als am Tage des h. Karl Boromäus, zu gleichen Teilen verteilt werden. Nachkommen des zu Gross-Paniow verstorbenen Gasthofbesitzers Matthias Rudzki, meines Vaters, und solche Schüler, welche an dem hebräischen Unterrichte des Gymnasiums teilnehmen, sind zu bevorzugen.

2. Die Verleihung des Stipendiums steht dem Direktor des Kgl. Gymnasiums in Beuthen O. S. nach Einvernehmen mit dem jeweiligen katholischen Religionslehrer der Anstalt zu. Die Verwaltung des Stipendienfonds liegt dem Kgl. Gymnasium zu Beuthen O.-S. ob.

3. Die Verwaltung ist verpflichtet, das Stiftungskapital in sicheren, möglichst hohe Zinsen tragenden Effekten anzulegen. Falls aus irgend einem Grunde die Verleihung eines oder beider Stipendien nicht erfolgen sollte, so sind die Stipendien zum Kapital zu schlagen, die künftigen Stipendien aber um den grösseren Zinsbetrag zu erhöhen."

Das Karl Rudzki-Stipendium wurde dem Unterprimaner Georg Kammel verliehen.

Zu besonderem Danke ist die Anstalt dem hochwürdigen Domkapitel zum h. Johannes in Breslau verbunden für die teilnehmende Fürsorge, durch welche 17 würdigen und bedürftigen Schülern Unterstützungen im Gesamtbetrage von 1020 Mark gewährt worden sind.

Die Schlussfeierlichkeit

findet Dienstag, den 20. März, vormittags um 10 Uhr in der Aula des Gymnasiums in folgender Ordnung statt:

1. Hoch thut euch auf. Motette von Chr. W. v. Gluck.
2. Rede der Primaner:
   aus OI. Johann Barteczko über das Thema: Nil sine magno vita labore dedit mortalibus,
   aus OI. Emanuel Nickel über das Thema: Ist die Stunde genaht zum ernstlichen Eintritt ins Leben, Scheue nicht Arbeit und Kampf, wage Dich kühn in den Streit.
   aus UI. Georg Kammel: Abschiedsworte.
3. Abschiedslied von O. Neubner.
4. Entlassung der Abiturienten durch den Direktor.
5. »Herr, wir danken dir.« Motette von F. Möhring.

Nach Beendigung der Feier findet die Verteilung der Zeugnisse und die Verkündigung der Versetzungen in den Klassenzimmern statt.

Die Ferien beginnen Mittwoch den 21. März Das neue Schuljahr nimmt am Mittwoch den 4. April seinen Anfang. Die Anmeldung neuer Schüler nimmt der Direktor am Montag, den 2. und Dienstag, den 3. April, vormittags von 9 bis 1 Uhr entgegen. Die neu aufzunehmenden Schüler sind dem Direktor im Gymnasialgebäude durch die Eltern oder Pfleger vorzustellen und haben einen Tauf- oder Geburtsschein, ein Impfungs- bezw. Wiederimpfungsattest und, sofern sie schon eine öffentliche Lehranstalt besucht haben, ein Abgangszeugniss derselben beizubringen. Schüler, die durch Privatunterricht vorbereitet sind, haben durch ein eingehendes Zeugniss über Dauer und Umfang des Unterrichts sich auszuweisen. Der Eintritt in die Sexta, der in der Regel nicht vor zurückgelegtem 9. Lebensjahre gestattet ist, erfolgt auf grund einer Prüfung, in welcher nachstehende Kenntnisse und Fertigkeiten von dem aufzunehmenden Schüler nachgewiesen werden müssen: Geläufigkeit im Lesen deutscher und lateinischer Druckschrift; Kenntnis der Redeteile; eine leserliche, reine Handschrift; Fertigkeit, Diktiertes in deutscher und lateinischer Schrift und ohne grobe orthographische Fehler nachzuschreiben; Sicherheit in den vier Grundrechnungsarten mit ganzen unbenannten und benannten Zahlen; Bekanntschaft mit den Geschichten des alten und neuen Testaments.

Die Wahl und etwaiger Wechsel der Pension unterliegt der Genehmigung des Direktors. Bei einem Restaurateur Wohnung zu nehmen, ist nicht gestattet.

Das Schulgeld beträgt 120 Mark jährlich. Ausserdem wird ein Beitrag von 2 Mark für die Gymnasial-Krankenkasse erhoben.

Professor Dr. Wilhelm Schulte,

Gymnasial-Direktor.

Wissenschaftliche Beilage zu dem Jahresberichte des Königlichen Gymnasiums zu Beuthen O.-S.

Lehrsätze und Aufgaben über Linien im Dreieck

von

Professor Dr. Oswald Bröckerhoff.

(1894. Progr. Nr. 173.)

qbe
97

173

HT0053 64173

UNIVERSITÄTS- UND LANDESBIBLIOTHEK DÜSSELDORF

Seite X, Zeile 9 v. u. lies:

$m : n = m + n + s : s$ ist. Es sei $m + n + s = p$ gesetzt.

Die Stücke eines Dreiecks, Winkel und Seiten, Halbierungslinien der Winkel, Transversalen Radien ꝛc. bieten einen ergiebigen Stoff für geometrische Untersuchungen und in ihren mannigfaltigen Combinationen reiches Material für Aufgaben. Trotz vielseitiger Behandlung lassen sich diese Verbindungen noch immer erweitern und noch neue Gesichtspunkte für Aufstellung einer großen Anzahl von Aufgaben gewinnen. Zumeist sind die genannten Stücke in ihrer ganzen Ausdehnung genommen; es soll daher in den folgenden Untersuchungen mehr Gewicht auf die einzelnen Abschnitte gelegt werden, wie sie bei dem Durchschneiden verschiedener Strecken sich ergeben. Da alle Untersuchungen das Gebiet der Schulgeometrie nicht überschreiten, sind sie auch den jugendlichen Freunden der mathematischen Wissenschaft zugänglich, und diese werden vielleicht mit einiger Überraschung erkennen, in wie einfachen Beziehungen zum Teil die verschiedenen Strecken zu einander stehen, und mit einiger Befriedigung verfolgen, wie manche etwas verwickelte Aufgaben mittelst jener Sätze eine ziemlich einfache Lösung gestatten. Der Verfasser hat sogar die stille Hoffnung, einzelne von seinen Schülern anzuregen, selbständig weitere Combinationen zu versuchen. Die Arbeit hat also insofern einen pädagogischen Zweck, als sie den reiferen Schüler zu eigener Thätigkeit anregen und ihm die Freude, selbst etwas zu finden, verschaffen soll, als sie ferner durch ihre Combinationen auch die Wege zeigt, die zu dem Ziele führen.

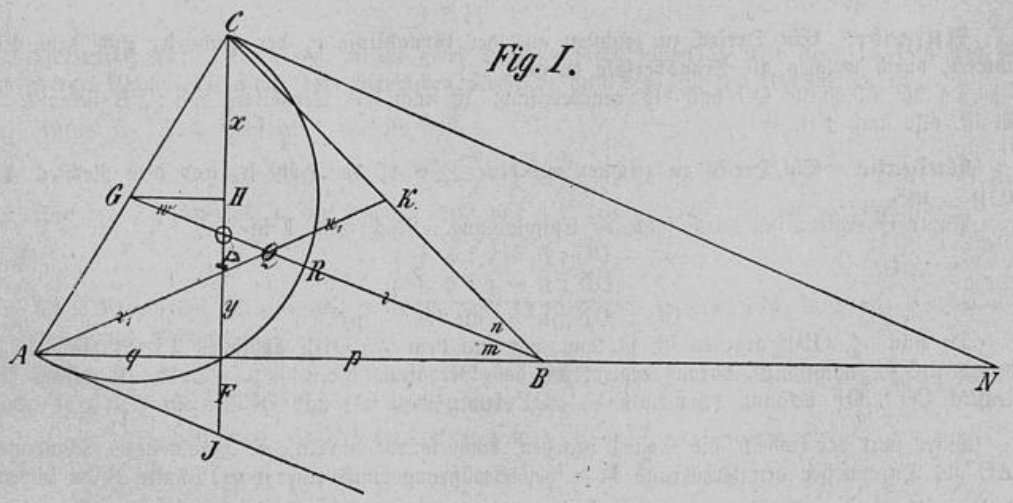
Die Zahl der Aufgaben, welche den einzelnen Abschnitten angefügt sind, läßt sich bedeutend vermehren und für den Unterricht verwerten.

Die Lehrsätze wurden möglichst kurz gefaßt und die Beziehungen zwischen den Strecken mehr durch die üblichen Bezeichnungen als durch viele Worte ausgedrückt. Daß sie nicht nur für die angeführten Strecken, sondern allgemeine Gültigkeit haben, bedarf wohl kaum der Erwähnung. Die Transversalen sind im engern Sinne zu nehmen, wenn nicht ausdrücklich eine andere Angabe gemacht ist.

§ 1. Segmente der Höhen und Transversalen.

Wenn sich in einem Dreiecke A B C (Fig. I) eine Höhe etwa h_c und eine Transversale etwa t_b durchschneiden, so ergeben sich, wenn die Abschnitte der Höhe C F nämlich C O und O F mit x bez. y bezeichnet werden, folgende Relationen:

$$x : y = c : p.$$



Zieht man nämlich durch den Punkt C zu BG d. i. t_b die Parallele CN und verlängert man AB bis zum Durchschnitt, so verhält sich $x : y = BN : FB$.

Da $AG = GC$, so ist $AB = BN$, also

$$x : y = c : p.$$

Lehrsatz I. Es verhält sich der auf der Höhe h_b durch t_c gebildete obere Abschnitt zum unteren wie die Seite c zur Projektion von a auf c.

Es ist auch

$$x : h_c = c : c + p$$
$$y : h_c = p : c + p.$$

Von den Abschnitten der Transversale sei der obere mit v, der untere mit w bezeichnet, dann ist

$$v : p = CN : FN$$
$$v : p = 2\,t_b : c + p,\ v = \frac{p.\ 2\,t_b}{c + p}.$$

Ferner ist

$$w^2 = \tfrac{1}{4}\,b^2 - xy$$

denn

$$AO^2 + x^2 = 2\,GC^2 + 2\,w^2$$
$$AF^2 + y^2 + x^2 = 2\,GC^2 + 2\,w^2$$
$$b^2 - 2\,xy = 2\,GC^2 + 2\,w^2$$
$$2\,GC^2 - 2\,xy = 2\,w^2$$
$$w^2 = GC^2 - xy.$$

Ein einfaches Verhältnis zwischen v und w ergiebt sich, wenn wir $GH \parallel AB$ ziehen, alsdann ist

$$w : v = GH : FB$$
$$w : v = \tfrac{1}{2}\,q : p.$$

Lehrsatz II. Der durch die Höhe h_c auf der Transversale t_b gebildete obere Abschnitt verhält sich zum unteren, wie die Projektion des ersteren zur halben Projektion des letzteren.

Anmerkung. Wenn $AB = BC$ ist, so verhält sich $x : y = a : p$, ist daher in einem gleichschenkligen Dreiecke das Verhältnis $x : y$ gegeben, so läßt sich ein dem $\triangle$ CFB ähnliches Dreieck konstruieren, aus diesem ergiebt sich als Datum der $\measuredangle$ B. Es ist also $y = x \cos\beta$.

Ist $AC = BC$, so folgt $x : y = c : \frac{1}{2}\,c = 2 : 1$, wie auch der bekannte Transversalensatz ergiebt.

Auch für die Differenz der Segmente x und y läßt sich ein einfacher Ausdruck finden. Da

$$x : y = c : p,\ \text{so folgt}$$
$$x + y : x - y = c + p : c - p$$
$$\text{also } x - y = \frac{h_c\,(c - p)}{c + p}.$$

Die abgeleiteten Beziehungen können zur Lösung verschiedener Aufgaben benutzt werden; einzelne Beispiele mögen folgen.

Aufgabe. Ein Dreieck zu zeichnen aus der Grundlinie c, der Höhe h_c und dem Punkte O auf letzterer, durch welchen die Transversale t_b geht.

Da die Abschnitte CO und OF gegeben sind, ist auch das Verhältnis $AB : FB$ bekannt, da AB gegeben ist, also auch FB.

Aufgabe. Ein Dreieck zu zeichnen aus dem $\measuredangle$ c t_b der Höhe h_c und dem Rechteck AB . FB oder $c\,p = m^2$.

Punkt O ergiebt sich durch folgende Entwickelung. Nach Satz I ist

$$CO : h = c : c + p$$
$$OF : h = p : c + p$$
$$CO\ .\ OF : h^2 = cp : (c + p)^2.$$

Da nun $\measuredangle$ OBF gegeben ist, so kann man ein dem $\triangle$ OBF ähnliches Dreieck zeichnen, welches auch dem $\triangle$ CNF ähnlich ist, daraus ergiebt sich das Verhältnis $h : c + p$. Da $c\,.\,p$ gegeben ist, wird das Rechteck CO . OF bekannt, da man $CO + OF$ kennt, auch CO und OF einzeln.

Wäre statt der Höhe h_c die Seite b gegeben, dann würde die Aufgabe verwickelter. Konstruiert man über AC als Durchmesser den Kreis und ist S der Berührungspunkt einer vom Punkte B an diesen Kreis

gelegten Tangente, so ist durch b und die Potenz c . p des Punktes B in Bezug auf den Kreis um b das rechtwinklige Dreieck GSB gegeben, also GB bekannt und durch den $\measuredangle$ $t_b c$ die Lage der Seite BA. Aus obiger Proportion findet man x . y, die Potenz des Punktes O in Bezug auf denselben Kreis, aus dieser und dem Radius $= \frac{1}{2}$ b die Strecke GO, also auch OF ꝛc.

Aufgabe. Ein Dreieck zu konstruieren aus $x - y = d$, p und q. Wenn man OJ = OC macht und J mit A verbindet, so ist $\triangle$ AJF bekannt, daraus ergiebt sich Punkt B und Punkt O, da BO ∥ AJ (denn CO = OJ, CG = GA) ferner Punkt G, da OG $= \frac{1}{2}$AJ ist, also auch Punkt C.

Aufgabe. Man zeichne ein Dreieck aus dem $\measuredangle$ $c\, t_b$, t_b und $x - y$. Es ist $\triangle$ AFJ bekannt aus $\measuredangle$ JAF $= c\, t_b$ und JF. Daraus ergiebt sich AJ = 2 w, also ist auch v bekannt. Dann ist p zu finden aus der Proportion $v : w = p : \frac{1}{2} q$.

Die weitere Konstruktion folgt auf einfache Weise.

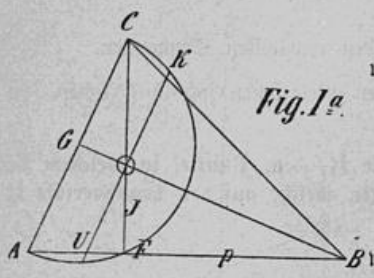


Fig. 1a.

Anmerkung 1. Zeichnet man über AB als Durchmesser den Kreis und zieht man durch O die kleinste Sehne (Fig. Ia) OK, so ist

$$GK^2 = KO^2 + GO^2$$
$$\tfrac{1}{4} b^2 = KO^2 + w^2$$
$$\tfrac{1}{4} b^2 = x \,.\, y + w^2.$$

Schneidet die kleinste Sehne AB im Punkte U, so ist

$$UF : y = y : p,$$

woraus mit Hilfe des Lehrsatzes I leicht folgt

$$xy : cp = UF^2 : y^2.$$

Anmerkung 2. Es lassen sich viele Aufgaben aufstellen, welche mit Hilfe des $\triangle$ AJF lösbar sind, besonders wenn man auch die Beziehung zwischen w, q und $x - y$ nämlich $4\, w^2 = (x - y)^2 + q^2$ beachtet.

Überhaupt giebt es eine nicht unerhebliche Anzahl von Aufgaben, welche auf Grund der obigen Relationen eine Lösung zulassen.

§ 2. Verbindung zweier Transversalen mit einer Höhe. (Fig. I)

Wenn die Transversalen t_a und t_b von der Höhe h_c durchschnitten werden und für die Abschnitte der Transversale t_b die obigen Bezeichnungen v und w beibehalten, für die der Transversale t_a die entsprechenden v_1 und w_1 eingeführt werden, so ist nach Lehrsatz II:

$$2\, w : v = AF : FB$$
$$2\, w_1 : v_1 = FB : AF$$
$$4\, w\, w_1 : v_1\, v = AF \,.\, FB : AF \,.\, FB$$
$$4\, w\, w_1 = v \,.\, v_1$$

Lehrsatz III. Die Höhe, welche zwei Transversalen schneidet, teilt diese so, daß das Rechteck aus den oberen Abschnitten gleich dem vierfachen Rechtecke aus den unteren Abschnitten ist.

Zusatz 1. Nach Lehrsatz I verhält sich

$$x : y = c : p$$
$$x - y : x = q : c.$$

Für die Transversale t_a ist ebenso, wenn wir PF mit y_1 und PC mit x_1 bezeichnen,

$$x_1 : y_1 = c : q$$
$$\text{also } x - y : x = y_1 : x_1$$

Diese Proportion ist eigentümlich, da sie einer harmonischen so nahe steht, denn $x - y : 2\, x = y_1 : x_1$ ist eine harmonische Proportion.

Zusatz 2. Aus der Gleichung $4\, w\, w_1 = v\, v_1$ folgt, wenn man die Strecke OQ (Q ist der Schwerpunkt des $\triangle$ ABC) mit d und PQ mit d_1 bezeichnet und berücksichtigt,

daß $w + d = \frac{1}{2}(v - d)$ und $w_1 - d_1 = \frac{1}{2}(v_1 + d_1)$, also

$$w = \tfrac{1}{2} v - \tfrac{3}{2} d \text{ und } w_1 = \tfrac{1}{2} v_1 + \tfrac{3}{2} d_1 \text{ somit}$$

$$w \,.\, w_1 = \tfrac{1}{4}\, v\, v_1 - \tfrac{3}{4}\, v_1\, d + \tfrac{3}{4}\, v\, d_1 - \tfrac{9}{4}\, d\, d_1 \text{ oder}$$
$$v\, v_1 = v\, v_1 - 3\, v_1\, d + 3\, v\, d_1 - 9\, d\, d_1 \text{ ist,}$$
die Gleichung $d_1 v - d v_1 = 3\, dd_1$ oder
$$\frac{v}{d} - \frac{v_1}{d_1} = 3.$$

Bezeichnet man den oberen Abschnitt der Transversalen bis Q gerechnet mit t_o resp. t_{1o}, so ist
$$\frac{t_o + d}{d} - \frac{t_{1o} - d_1}{d_1} = 3 \text{ oder}$$
$$\frac{t_o}{d} - \frac{t_{1o}}{d_1} = 1 \text{ also}$$
$$\frac{BQ}{OQ} - \frac{AQ}{PQ} = 1.$$

Es ergiebt sich also eine konstante, einfache Beziehung zwischen den erwähnten Segmenten.

Aus der Reihe von Aufgaben, welche mit Hülfe der gefundenen Relationen sich lösen lassen, sei folgende gestellt:

Aufgabe. Ein Dreieck zu konstruieren aus einer Transversale t_b, dem Punkte, in welchem sie von der Höhe h_c geschnitten wird, und der Differenz der oberen Abschnitte, welche auf der Transversale t_a durch dieselbe Höhe und die erste Transversale gebildet werden.

Geg. BO, GO und PQ, AG = GC, BK = CK und CF $\perp$ AB.

Es sei wie oben $GO = w$, $OQ = d$, $OB = v$, $AP = v_1$, $PQ = d_1$, $KQ = w_1$, $CO = x$, $OF = y$, $CP = x_1$, $PF = y_1$, $OP = \varphi$, z sei die Projektion von PQ auf OP, dann ergeben sich folgende Gleichungen:

1) $d^2 = d_1^2 + \varphi^2 - 2\,\varphi z$
2) $\varphi = y - y_1$
3) $y_1 + z = \frac{1}{3}(y_1 + x_1)$
4) $y + x = y_1 + x_1$
5) $2\,w : v = x - y : y$
6) $x - y : x = y_1 : x_1$.

Aus Gleichung 1 und 2 folgt 7) $d^2 = d_1^2 + (y - y_1)^2 - 2\,(y - y_1)\, z$

aus dieser und 3 „ 8) $d^2 = d_1^2 + (y - y_1)^2 - 2\,(y - y_1)\,[\frac{1}{3}(y_1 + x_1) - y_1]$

aus dieser und 4 „ 9) $d^2 = d_1^2 + (y - y_1)^2 - 2\,(y - y_1)\,[\frac{1}{3}(y_1 + y + x - y_1) - y_1]$

oder $d^2 = d_1^2 + y^2 - 2\,yy_1\, 4\, y_1^2 - \frac{2}{3}\, y^2 - \frac{2}{3}\, xy + 2\, yy_1 + \frac{2}{3}\, yy_1 + \frac{2}{3}\, xy_1 - 2\, y_1^2$

Setzen wir aus Gleichung 5 für x den Wert $\frac{2\,wy}{v} + y$, so folgt nach gehöriger Reduktion

$$10)\quad d^2 = d_1^2 - \tfrac{1}{3}\, y^2 - y_1^2 + 4\, yy_1 - \frac{4\,w}{3\,v}\, y^2 + \frac{4\,w}{3\,v}\, yy,$$
$$d^2 = d_1^2 - y^2\left(\tfrac{1}{3} + \frac{4\,w}{3\,v}\right) + yy_1\left(\tfrac{4}{3} + \frac{4\,w}{3\,v}\right) - y_1^2$$
$$d^2 = d_1^2 - y^2\left(\tfrac{1}{3} + \frac{4\,w}{3\,v}\right) + yy_1\left(\tfrac{1}{3} + \frac{4\,w}{3\,v}\right) + yy_1 - y_1^2$$
$$d^2 = d_1^2 - y\,(y - y_1)\left(\tfrac{1}{3} + \frac{4\,w}{3\,v}\right) + (y - y_1)\, y_1$$
$$d^2 = d_1^2 - (y - y_1)\left[\, y\left(\tfrac{1}{3} + \frac{4\,w}{3\,v}\right) - y_1\right]$$

Aus Gleichung 4 und 6 ergiebt sich ferner: $x - y : x = y_1 : y + x - y_1$
$$x^2 - 2\, xy_1 = y^2 - yy_1$$
$$\left(\frac{2\,wy}{v} + y\right)^2 - 2\, y_1\left(\frac{2\,wy}{v} + y\right) = y^2 - yy_1$$

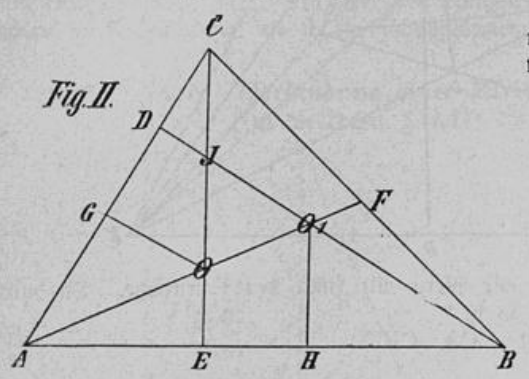
Aus dieser Gleichung folgt $\frac{y}{y_1} = \frac{\frac{4\,w}{v} + 1}{\frac{4\,w^2}{v^2} + \frac{4\,w}{v}}$

Aus dieser und der letzten Gleichung 10 ergiebt sich, wenn man noch beachtet, daß $w + d = \frac{1}{2}(v - d)$ also $v - 2\,w = 3\,d$ ist, der Wert für y

$$y^2 = \frac{(d_1{}^2 - d^2)\ v^2\ (v - 2\,d)^2}{d^3\ (2\,v - 3\,d)}$$

Mit der Bestimmung von y ist die Aufgabe gelöst.

§ 3. Zwei Höhen werden von einer Transversale geschnitten.



(Fig. II.) Wenn im △ ABC die beiden Höhen CE und BD von der Transversale AF geschnitten werden, so verhält sich nach Lehrsatz I: $CO : OE = c : AE$

$$BO_1 : O_1D = b : AD$$

$$\frac{AD\,.\,BO_1}{AE\,.\,CO} = \frac{b\,.\,O_1D}{c\,.\,OE}$$

Nun verhält sich $AD : AE = c : b$

Also ist

$$\frac{c\,.\,BO_1}{b\,.\,CO} = \frac{b\,.\,O_1D}{c\,.\,OE}$$

$$\frac{BO_1}{DO_1} : \frac{CO}{EO} = b^2 : c^2 = h_c{}^2 : h_b{}^2$$

Also ergiebt sich der **Lehrsatz IV:**

Wenn in einem Dreiecke zwei Höhen von einer Transversale geschnitten werden, so verhalten sich die Quotienten aus den Abschnitten der Höhen (der obere dividiert durch den unteren) umgekehrt wie die Quadrate der entsprechenden Höhen.

Aufgabe. **Es seien gegeben die Strecken CO und OE, welche die Transversale t_a auf h_c bildet und die Höhe h_b; das Dreieck ABC ist zu zeichnen.**

Aus der Proportion $BO_1\,.\,OE : CO\,.\,O_1D = h_c{}^2 : h_b{}^2$

und der Gleichung $BO_1 + O_1D = h_b$

ergeben sich die Werte BO_1 und O_1D einzeln.

Wenn wir nun die Proportionen $CO : OE = c : AE$ und

$$BO_1 : OD = b : AD$$

mit einander multiplicieren, so ist $CO\,.\,BO_1 : OE\,.\,OD = cb : AE\,.\,AD$

oder da $AD : AE = c : b$ ist,

$$CO\,.\,BO_1 : OE\,.\,O_1D = b^2 : AE^2$$

Da nun die Strecken CO BO_1 OE und O_1D bekannt sind, ergiebt sich das Verhältnis $b : AE$. Man kennt also vom rechtwinkeligen Dreieck AEC die Kathete CE und das Verhältnis der Hypotenuse AC zur anderen Kathete AE, also ist △ AEC bekannt und Punkt B leicht zu bestimmen.

§ 4. Segmente der Höhen, ein merkwürdiger Punkt. (Fig. III.)

Wenn CF, AD und BE die 3 Höhen des △ ABC sind, so ist das rechtwinkelige △ AOF ∽ CFB, weil ∢ OAB = FCB ist, da sie denselben Complementwinkel B haben, also ist

$$AF : OF = CF \cdot BF$$

oder $p\,.\,q = h_c\,.\,OF$

Lehrsatz V. **Das Rechteck aus den durch eine Höhe gebildeten Projektionen ist gleich dem Rechteck aus dieser ganzen Höhe und ihrem unteren Abschnitt vom Höhen-Durchschnitt an gerechnet.**

Der Lehrsatz vom rechtwinkeligen Dreieck $h_c{}^2 = p\,.\,q$ ist somit nur ein specieller Fall der obigen allgemeinen Beziehung.

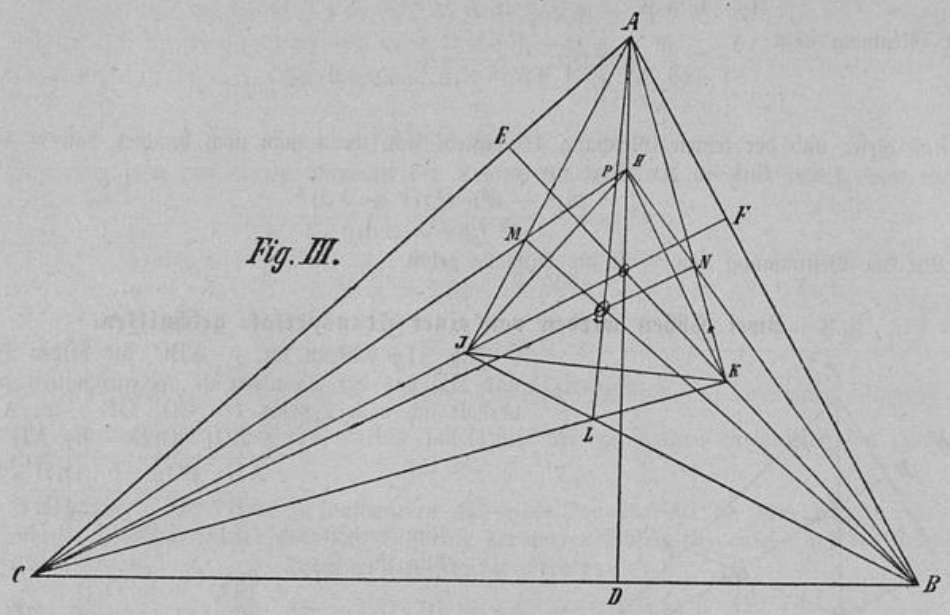


Fig. III.

Für die Verhältnisse der Höhensegmente finden wir Werte mit Hülfe der Potenzsätze. Da durch die Punkte B F D und O ein Kreis gelegt werden kann, so ist

$$CO \,.\, CF = CB \,.\, CD = CA \,.\, CE.$$

Da ferner $\triangle$ AEB $\sim$ OFB ist, so folgt

$$OF = \frac{BF \,.\, AE}{BE} \text{ also}$$

$$OF : OC = \frac{BF \,.\, AE}{BE} : \frac{CA \,.\, CE}{CF}$$

$$OF : OC = \frac{BF \,.\, AE}{BF} : \frac{CA \,.\, CE \,.\, AB}{CF \,.\, AB}$$

$$OF : OC = BF \,.\, AE : CE \,.\, AB$$

$$OF : OC = \frac{BF}{CE} : \frac{AB}{AE}$$

$$= \frac{BF}{CE} : \frac{AC}{AF}$$

$$OF : OC = AF \,.\, BF : AC \,.\, CE$$

Wenn wir die Rechtecke h_c . OF, h_b . OE und h_a . OD in Quadrate verwandeln, indem wir über den Seiten des $\triangle$ ABC Kreise zeichnen, welche die zugehörigen Höhen in den Punkten J und K und H schneiden, so daß also $h_c \,.\, OF = p \,.\, q = JF^2$, $h_b \,.\, EO = EK^2$ und $h_a \,.\, OD = DH^2$ ist, so kommen wir zu einem neuen merkwürdigen Punkte im Dreieck. Von den Katheten der beiden rechtwinkeligen Dreiecke ABJ und ACK gehen zwei, nämlich AJ und AK, vom Punkte A aus, die beiden anderen schneiden sich im Punkte L. Ebenso gehen von den Katheten der Dreiecke ABJ und BCH zwei von B aus, die anderen schneiden sich in M, von den Katheten der Dreiecke ACK und BCH gehen zwei von C aus, die anderen schneiden sich in N. Verbindet man nun den Durchschnittspunkt N mit C, M mit B, L mit A, so schneiden sich die drei Verbindungslinien AL, BM und CN in einem Punkte.

Beweis. Es ist die Kathete AJ = AK. denn

$$AJ^2 = AB \,.\, AF \text{ und } AK^2 = AC \,.\, AE.$$

Da aber durch die Punkte C B F E ein Kreis gelegt werden kann, so ist

$$AB \,.\, AF = AC \,.\, AE \text{ also}$$

$$AJ = AK.$$

Es sind also die rechtwinkeligen Dreiecke ALJ und ALK kongruent, somit ist

$$JL = LK.$$

Es stehen also über JK zwei gleichschenkelige Dreiecke,

also ist $AL \perp JK$ und JK durch AL halbiert.

Ebenso ergiebt sich, daß

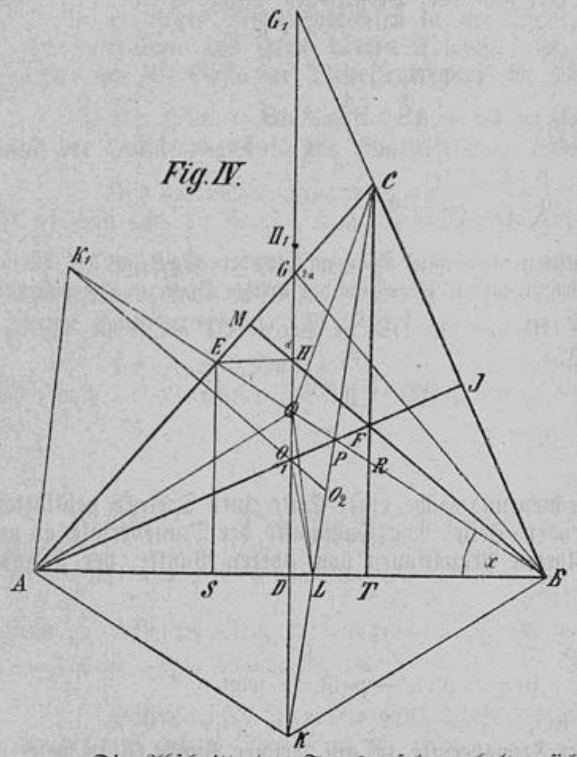
$$BJ = BH,\ MJ = MH,\ BM \perp JH \text{ in der Mitte.}$$

$$CK = CH,\ KN = HN \text{ und } CN \perp HK \text{ in der Mitte.}$$

Die 3 genannten Verbindungslinien AL, BM und CN stehen also senkrecht auf den Seiten des Dreiecks JHK und zwar in ihrer Mitte, also schneiden sich die 3 Linien in einem Punkte Q. Es ergiebt sich also folgender **Lehrsatz VI:**

Wenn man über den 3 Seiten eines Dreiecks rechtwinkelige Dreiecke konstruiert, deren Spitze auf der zu jeder Seite gehörigen Höhe liegt und jeden Winkelpunkt mit dem Durchschnittspunkt der beiden Katheten verbindet, welche den über den einschließenden Seiten errichteten rechtwinkeligen Dreiecken angehören, so schneiden sich die 3 Verbindungslinien in einem Punkte.

§. 5. Verbindung einer Mittelsenkrechten und einer Transversale (im weiteren Sinne) einer anliegenden Seite. (Fig. IV.)



Es sei AD = DB ferner $GD \perp AB$ und die Transversale BE schneide GD im Punkte O. Verlängern wir GD um DK = DO und verbinden wir A und B mit K, so ist AB KO ein Rhombus, also ist $AK \parallel EB$. Daraus folgt:

$$EO : AK = EG : AG \text{ oder}$$

$$EO : OB = EG : AG.$$

Lehrsatz VII. Wenn in einem Dreieck eine Mittelsenkrechte von einer Transversale geschnitten wird, so verhalten sich die Abschnitte der letzteren und zwar der untere zu dem oberen, wie die Strecken, welche die Mittelsenkrechte auf der zugehörigen Seite bildet, vom Durchschnittspunkt mit der Transversalen an gerechnet und vom Fußpunkte der Seite an gerechnet.

Ebenso ist bei der Transversale AJ

$$JO_1 : O_1 A = G_1 J : G_1 B.$$

Zusatz. Was die Abschnitte auf der Mittelsenkrechten betrifft, so können wir die Proportion aufstellen:

$$EO : AK = GO : GK.$$

Halbieren wir die Strecke GO und ist H der Mittelpunkt von GO, so ist

$$EO : AK = 2\,GH : 2\,(HO + OD)$$

$$EO : OB = GH : HD$$

$$JO_1 : O_1 A = G_1 H_1 : H_1 D.$$

Die Abschnitte der Transversale verhalten sich wie die Abschnitte der Mittelsenkrechten, welche gebildet werden durch die Halbierung des Stückes derselben, welches zwischen dem Durchschnittspunkte mit der Transversale und mit der zu ihr gehörigen Seite des Dreiecks liegt.

Aufgabe. Es ist ein Dreieck zu zeichnen aus den Stücken b, c und dem Verhältnis der Abschnitte der Mitteltransversale t_b gebildet durch die Mittelsenkrechte auf c.

Durch das Verhältnis EO : EB ist das Verhältnis AE : EG bestimmt, also da hier BE die Mitteltransversale ist, Punkt G, somit $\triangle$ GAD, aus dem sich CAB leicht ergiebt.

Aufgabe. Es ist ein Dreieck zu zeichnen aus den Strecken AE, EG und dem Verhältnis OB : OD, EB ist Mitteltransversale.

Aus dem Verhältnis von OB : OD ergiebt sich ein dem rechtwinkeligen Dreiecke ODB ähnliches Dreieck, aus dem Verhältnis von AE : EG das von EO : OB, also im ähnlichen Dreieck der dem Punkt E homologe Punkt E_1 u. s. w.

Aufgabe. Der geübtere Leser konstruiere ein Dreieck aus der Strecke EO (E sei die Mitte von AC), dem Verhältnis EG : GO = m : n und GO : OD = l : k.

Analysis. Aus der Proportion GO : OD = l : k folgt

$$GO : 2\,OD = l : 2\,k$$
$$GO : GO + 2\,OD = l : l + 2\,k$$

Nach Satz VII ist

$$GO : GO + 2\,OD = EG : AG$$
$$EG : AG = EO : OB$$
$$EO : OB = l : l + 2\,k.$$

Wir finden also Punkt B und haben für D als ersten Ort den Halbkreis über OB und da

$$EG : GO = m : n \text{ ist, so ergiebt sich für G}$$

ein Ort nach dem Apollonischen Lehrsatz.

Es ist alsdann durch den Punkt O eine Linie zu legen, die in O nach einem gegebenen Verhältnis geteilt wird und von den Peripherieen zweier Kreise begrenzt wird. Die Lösung wird dem Leser bekannt sein.

Zusatz. Wenn man das Verhältnis EO : OB dem der Projektionen dieser Strecken SD : DB gleichsetzt und berücksichtigt, daß

$$SD = \frac{BS - AS}{2} \text{ ist, so folgt}$$

$$EO : OB = BS - AS : AB = BS - AS : BS + AS.$$

Ist BE die Mitteltransversale, so ergiebt sich

$$EO : OB = p : p + q.$$

$$\text{denn } BS = p + \frac{q}{2} \text{ und } AS = \frac{q}{2}$$

Die Mittelsenkrechte einer Seite teilt die Mitteltransversale einer anstoßenden Seite in der Weise, daß sich der untere Abschnitt dieser zu ihrem oberen verhält wie die Projektion der dritten Seite zur ersten Seite.

Schneidet die Höhe h_c auf OB die Strecke OR und auf DB die Strecke DT ab, so ist

$$EO : OR = SD : DT$$
$$EO : OR = \tfrac{1}{2}\,AB - \tfrac{1}{2}\,q : \tfrac{1}{2}\,AB - p$$
$$EO : OR = \tfrac{1}{2}\,p : \tfrac{1}{2}\,(q - p)$$
$$EO : ER = p : q$$

Lehrsatz VIII. Die von der Mittelsenkrechten und Höhe einer Seite eines Dreiecks gebildeten Abschnitte auf der Mitteltransversale einer anstoßenden Seite, vom Fußpunkte der Transversale an gerechnet, verhalten sich wie die durch die Höhe gebildeten Projektionen vom oberen Punkte der Transversale an gerechnet.

Es ist also auch EG : EC = p : q.

Zusatz. Da ferner EO : OR = p : q − p

$$RB : OR = p : \tfrac{1}{2}\,(q - p) = 2\,p : q - p \text{ ist, so folgt}$$

$$RB = 2\,EO.$$

Aufgabe. Ein Dreieck zu zeichnen aus der Transversale t_b, auf welcher Punkt O, in welchem sie von der Mittelsenkrechten zu c geschnitten wird, bekannt ist, und aus dem Verhältnis der Seiten c : b = m : n.

Aus der Proportion b : c = m : n ergiebt sich

$$1.\quad AE : AD = m : n.$$

Da nun EB bekannt ist und Punkt O, so ist auch Punkt R bekannt, weil $EO = \frac{1}{2}\,BR$ ist, also ist auch das Verhältnis EO : OR oder EO : ER oder von EG : EC oder von EA : AG bekannt. Aus diesem und Proportion I ergiebt sich das Verhältnis von AG : AD. Wir können ein Dreieck zeichnen, welches dem △ AGD ähnlich ist und finden den ∡ A. Da EB bekannt ist, ferner ∢ A und das Verhältnis AE : AB, so läßt sich △ AEB zeichnen, somit auch △ ACB.

§ 6. Halbierungslinien eines Winkels und Mittelsenkrechte.

Wenn BE (Fig. IV) die den $\sphericalangle$ B halbierende Transversale ist, so ist EOA = 2 EBA = CBA. Bezeichnen wir im $\triangle$ AEO die von O gefällte Senkrechte mit h die von B auf AC gefällte Senkrechte mit H, so verhalten sich die Inhalte der Dreiecke AEO und ABC, da sie in O und B gleiche Winkel haben, wie AO . OE : AB . BC. Es ist also

$$1.\ AE . h : AC . H = AO . OE : AB . BC$$

$$\text{ferner } AE : EC = AB : BC$$

$$\text{oder } 2.\ AE : AC = AB : AB + BC$$

$$\text{Aus 1 und 2 folgt } AB . h : (AB + BC)\, H = AO . OE : AB . BC$$

$$AB : AB + BC = AO . OE : AB . BC . \frac{h}{H}$$

$$h : H = OE : EB$$

$$AB : AB + BC = AO . OE : AB . BC . \frac{OE}{EB}$$

$$AB : AB + BC = OB . EB : AB . BC.$$

Lehrsatz IX. Die Halbierungslinie eines Winkels im Dreieck wird von der zu einem Schenkel gehörigen Mittelsenkrechten in der Weise geschnitten, daß sich das Rechteck aus der ganzen Halbierungslinie und ihrem oberen Abschnitt zum Rechteck aus den den Winkel einschließenden Seiten verhält wie die Basis der Mittelsenkrechten zur Summe jener Seiten.

Mit Hülfe dieses Satzes ist leicht die **Aufgabe** zu lösen, **ein Dreieck zu zeichnen aus zwei Seiten und der Halbierungslinie des eingeschlossenen Winkels.**

Aus der obigen Proportion ergiebt sich sofort die Strecke OB, also auch, da DB bekannt ist, $\triangle$ ODB. Dann sind auch die Punkte A und E bestimmt und darauf Punkt C.

Aufgabe. Von dem $\triangle$ ABC sei gegeben das Verhältnis des oberen Abschnitts der Halbierungslinie eines Winkels (gebildet durch die Mittelsenkrechte einer der einschließenden Seiten) zur ganzen Halbierungslinie OB : EB = m : n, die Summe der Seiten AB + BC = s und $\measuredangle$ B.

Da $\measuredangle$ B bekannt ist, kann man ein Dreieck zeichnen, welches dem $\triangle$ DOB ähnlich ist und es ist also auch das Verhältnis DB : OB bekannt, also 1. AB + BC = s

2. OB : EB = m : n

3. OB : DB = l : k

4. AB : AB + BC = OB . EB : AB . BC

Zusatz 1. Wenn wir $\measuredangle$ C halbieren, so liegt bekanntlich der Punkt K, in welchem die Halbierungslinie die Mittelsenkrechte von AB schneidet, auf der Peripherie des umbeschriebenen Kreises. Ist nun AC = AB und halbiert BE den $\measuredangle$ ABC, so ist

$$KD = DO$$

denn $\triangle$ ADO $\cong$ ADK, weil außer dem R und der Seite AD noch $\sphericalangle$ DAK = KCB = EBA = OAD $= \frac{1}{2}\beta$ ist. Also ergiebt sich der

Lehrsatz X. In einem gleichschenkligen Dreiecke schneiden die Halbierungslinien der Basiswinkel von der auf einem Schenkel in der Mitte errichteten Senkrechten gleiche Strecken ab.

Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke ALK und CAK folgt ferner

$$AK : KL = KC : AK$$

$$AK^2 = BO^2 = KC . KL$$

also die Strecke OB der einen Halbierungslinie ist die mittlere Proportionale zwischen KL und KC den beiden Strecken der anderen Halbierungslinie. Ist K_1 der dem Punkte K entsprechende auf der Halbierungslinie BC, so ist

$$BO^2 = BK_1 . EK_1.$$

Da auch die Dreiecke KLB und KBC, ferner KDL und CTL ähnlich sind, AL . LB = KL . LC ꝛc. ist, so lassen sich viele Beziehungen zwischen den verschiedenen Strecken aufstellen und eine mannigfaltige

Kombination derselben zu leichteren und schwierigeren Aufgaben. Wir können z. B. eine Beziehung finden zwischen AB, BO und BE. Ohne erst die nötigen Gleichungen und ihre Ausführung anzugeben, wollen wir nur kurz das Resultat mitteilen. Es ist

$$AB^2 = OB\,(OB + \tfrac{1}{2}\,EB) \mp OB\sqrt{OB^2 + (\tfrac{1}{2}\,EB)^2}.$$

Wenn also zwischen OB und $OB + \frac{1}{2}\,EB$, ferner zwischen OB und $\sqrt{OB^2 + (\frac{1}{2}\,EB)^2}$ die mittlere Proportionale gesucht wird, so sind diese Linien die Katheten eines rechtwinkeligen Dreiecks, in welchem AB die Hypotenuse ist. Diese Gleichung kann schon für Aufgaben benutzt werden, in welchen OB, EB oder AB gegeben sind.

Aufgabe. Ein gleichschenkeliges Dreieck zu zeichnen wenn auf der Halbierungslinie eines Basiswinkels 1. der Punkt gegeben ist, in welchem diese den umbeschriebenen Kreis schneidet und 2. der Punkt, in welchem sie die zu einem Schenkel gehörige Mittelsenkrechte schneidet. Geg. Punkt B, O, K_1.

Durch die Strecken BO und BK_1 ist auch BE bekannt, durch OB und BE ist AB nach obiger Gleichung zu finden und somit $\triangle$ ODB bestimmt, also auch Punkt A. Durch ABK_1 ist der umbeschriebene Kreis gegeben und somit auch Punkt C.

Aufgabe. Ein gleichschenkeliges Dreieck zu zeichnen aus den Abschnitten, welche die Halbierungslinie eines Basiswinkels auf dem Schenkel bildet. Geg. AE und EC.

$$EO : OB = AE : EC$$
$$AB = AE + EC$$
$$AB^2 = OB\,(OB + \tfrac{1}{2}\,EB) \pm \sqrt{OB^2 + (\tfrac{1}{2}\,EB)^2}.$$

Es werden also die für die Konstruktion erforderlichen Strecken bekannt.

Aufgabe. Geg. AB : EB = m : n und Strecke OD. Die Aufgabe kann auf verschiedene Weise gelöst werden. Es kann z. B. mit Hülfe des Verhältnisses und der Gleichung $AB^2 =$ ꝛc. das Verhältnis der 3 Strecken AB : EB : OB bestimmt und also ein dem gesuchten ähnliches Dreieck gezeichnet und aus diesem mit Benutzung von OD das gesuchte abgeleitet werden.

Aus der Eigenschaft, daß KD = DO ist, daß also die 3 Strahlen CO, CD und CK auf der Mittelsenkrechten gleiche Strecken abschneiden, sowie daraus, daß der 4. Strahl CT ∥ OK ist, folgt, daß die 4 genannten Strahlen einen harmonischen Strahlenbüschel bilden, daher der

Lehrsatz XI. Errichtet man in einem gleichschenkeligen Dreiecke auf einem Schenkel die Mittelsenkrechte, verbindet man ihren Durchschnittspunkt mit der Halbierungslinie des anliegenden Basiswinkels mit dem gegenüberliegenden Eckpunkt des Dreiecks, so bildet diese Verbindungslinie mit der von derselben Ecke ausgehenden Mitteltransversale, der Halbierungslinie dieses Winkels und der Höhe einen harmonischen Strahlenbüschel.

Aufgabe. Ein gleichschenkeliges Dreieck zu zeichnen, von welchem die beiden auf einem Schenkel liegenden Strecken zwischen den Fußpunkten der Höhe, Winkelhalbierenden und Mitteltransversale gegeben sind. Geg. DL und LT.

Es sei CT = x, CL = y, DK = v KL = z, die Verlängerung von CO schneide AB im Punkte N (nicht gezeichnet) ferner sei DN = s, DL = n, LT = m. Die Strecke DN = s ist bekannt, da AB einen harmonischen Strahlenbüschel schneidet, also

$$m : n = \frac{p}{m + n + s} : s \text{ ist.}$$

Wir stellen nun folgende Gleichungen auf:

$$x^2 + m^2 = y^2$$
$$z^2 = n^2 + v^2$$
$$y : z = m : n$$
$$s : v = p : x.$$

Die letzte Proportion folgt aus der Ähnlichkeit der rechtwinkeligen Dreiecke NDK und NTC, sie sind ähnlich, weil ∢ OND = KND ist.

$$x^2 + m^2 = \frac{m^2\,z^2}{n^2} \qquad\qquad z^2 = n^2 + \frac{s^2\,x^2}{p^2}$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt

$$x^2 + m^2 = \frac{m^2}{n^2}\left(n^2 + \frac{x^2 s^2}{p^2}\right)$$

Aus dieser Gleichung ergiebt sich leicht der Wert von x.

Zusatz 2. Wenn in einem ungleichseitigen Dreieck ABC die Linie BM die Höhe h_b ist, so folgt wie oben schon bemerkt ist

$$DH : DB = DA : DG$$
$$DB^2 = DH \,.\, DG.$$

Ziehen wir nun eine Transversale von B aus, so daß GH = HO wird, so ergiebt sich eine einfache Beziehung zwischen den Winkeln des △ EAB und ECB. Angenommen die Linie BE mache mit BA den ∢ x. Es ist nach unserer Voraussetzung

$$\triangle\ OHB = GHB$$

also $\quad GB \sin GBH = OB \sin OBH$

ferner verhält sich $GB : OB = \sin BOG : \sin OGB$

$$\sin BOG : \sin OGB = \sin OBH : \sin GBH$$
$$\cos x : \cos \alpha = \cos(\alpha + x) : -\cos 2\alpha$$
$$\cos x + \cos(\alpha + x) : \cos x - \cos(\alpha + x) = \cos\alpha - \cos 2\alpha : \cos\alpha + \cos 2\alpha$$
$$\cos\left(x + \frac{\alpha}{2}\right)\cos\frac{\alpha}{2} : \sin\left(x + \frac{\alpha}{2}\right)\sin\frac{\alpha}{2} = \sin\frac{3\alpha}{2}\sin\frac{\alpha}{2} : \cos\frac{3\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}$$
$$\operatorname{ctg}\left(x + \frac{\alpha}{2}\right) : \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \operatorname{tg}\frac{3\alpha}{2} : \operatorname{ctg}\frac{\alpha}{2}$$
$$\operatorname{ctg}\left(x + \frac{\alpha}{2}\right) = \operatorname{tg}^2\frac{\alpha}{2}\ \operatorname{tg}\frac{3\alpha}{2}$$

Zu demselben Ergebnis führt auch die Proportion

$$BS : BD = BE : BO.$$

Die beiden Dreiecke OHB und GHB sind gleich, sehen wir HB als Grundlinie an, so sind die Höhen gleich, die Höhe des ersteren ist die Senkrechte s von O auf HB (nicht gezeichnet), die des anderen ist GM. Nun ist $\quad BE : BO = EM : s \qquad s = MG$, also

$$BS : BD = EM : MG$$
$$\cos x : \cos\alpha = \cos(\alpha + x) : -\cos 2\alpha \text{ u. s. w.}$$

Eine einfachere Form der Gleichung erhalten wir, wenn wir obige Gleichung $AD^2 = DG \,.\, DH$ benutzen.

$$\frac{AD}{DG} = \frac{DH}{AD}$$
$$\frac{2\,AD}{DG} = \frac{DG + OD}{AD}$$
$$2 \operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg} x.$$

Die erste Gleichung kann durch trigonometrische Transformation in diese übergeführt werden.

Ist die Transversale BE zugleich die Halbierungslinie des ∢ β, so folgt der Satz:

Wenn in einem Dreiecke auf der Mittelsenkrechten einer Seite etwa c durch eine anstoßende Seite etwa b, der zu dieser gehörigen Höhe und Winkelhalbierenden gleiche Strecken abgeschnitten werden, so ist

$$\operatorname{tg}\frac{\beta}{2} = 2 \operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha.$$

Wenn AB = BC ist, also $\frac{\beta}{2} = \frac{2R - \alpha}{4}$ ist, so folgt

$$\operatorname{tg}\frac{2R - \alpha}{4} = 2 \operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha.$$

Aus dieser Gleichung ist ∢ α bestimmbar und somit die Gestalt des gleichschenkligen Dreiecks gegeben, wenn die oben bezeichneten Strecken auf der Mittelsenkrechten einander gleich sind.

Dieses eigentümliche Dreieck zeigt ferner interessante geometrische Eigenschaften.

Es ist $\triangle$ HMG $\sim$ HDB also

$$MH : MG = 2\ HD : 2\ DB$$
$$MH : MG = OD + DG : AB$$
$$AD : DG = OD + DG : AB$$
$$2\ AD^2 = DG^2 + OD\ .\ DG = AG^2 - AD^2 + OD \sqrt{AG^2 - AD^2}$$
$$AG = \frac{AD\ .\ AB}{AM}$$
$$2\ AD^2 = \frac{AD^2\ .\ AB^2}{AM^2} - AD^2 + OD \sqrt{\frac{AB^2\ .\ AD^2}{AM^2} - AD^2}.$$

Durch AD^2 dividiert $3\ AM^2 = AB^2 + \frac{OD\ .\ AM^2}{AD^2} \sqrt{\frac{AB^2\ AD^2 - AD^2\ AM^2}{AM^2}}$

$$3\ AM^2 - AB^2 = \frac{OD\ .\ AM}{AD}\ .\ MB.$$

Nun enthalten die rechtwinkligen Dreiecke ODB und PJB beide den $\sphericalangle \frac{\beta}{2}$

also $OD : DB = PJ : JB$

und da der Flächeninhalt eines Dreiecks $= (a + b + c)\ \frac{\varrho}{2}$ ist, so

$$\text{ist } PJ = \frac{BC\ .\ JA}{2\ AB + BC}$$
$$\text{also } OD = \frac{DB\ .\ BC\ .\ JA}{(2\ AB + BC)\ JB} = \frac{AB\ .\ JA}{2\ AB + BC}.$$

Berücksichtigen wir ferner, daß $3\ AM^2 - AB^2 = 2\ AM^2 - MB^2$ ist,

$$\text{so folgt } 2\ AM^2 - MB^2 = \frac{AM\ .\ MB}{AD}\ .\ \frac{AB\ .\ JA}{2\ AB + BC}$$
$$2\ AM^2 - MB^2 = \frac{AM\ .\ MB\ .\ JA}{AB + BJ}.$$

Um den Zähler umzuformen, setzen wir

$$AM\ .\ MB = CB\ .\ JA$$
$$AM\ .\ MB\ .\ JA = \frac{AM\ .\ CB\ .\ JA^2}{AB}$$
$$= \frac{AM\ .\ CB\ (AB^2 - JB^2)}{AB}.$$

Wir erhalten also die Gleichung:

$$2\ AM^2 - MB^2 = \frac{AM\ .\ CB\ (AB^2 - JB^2)}{AB\ (AB + JB)}$$
$$2\ AM^2 - MB^2 = \frac{AM\ .\ CB}{AB}\ (AB - JB)$$
$$= AM\ .\ CB - AM\ .\ CB\ .\ \frac{BJ}{AB}$$
$$= AM\ .\ CB - AM\ .\ CB\ .\ \frac{MC}{CB}.$$

Wenn wir AC um AB = AC über A hinaus verlängern und den (gedachten) Endpunkt U mit B verbinden, so ist UCB ein rechtwinkeliges Dreieck, also

$$MB^2 = (AB + AM)\ MC, \text{ also}$$
$$2\ AM^2 - AB\ .\ MC - AM\ .\ MC = AM\ .\ CB - AM\ .\ MC$$
$$2\ AM^2 - AB\ .\ MC = AM\ .\ CB$$
$$AB\ .\ MC = AC\ .\ MC = BC\ .\ JB \text{ also}$$
$$2\ AM^2 - 2\ JB^2 = AM\ .\ CB$$
$$AM^2 - JB^2 = AM\ .\ JB.$$

Die Projektionen des Schenkels AB auf den anderen Schenkel und auf die Basis stehen also in einem solchen gleichschenkeligen Dreiecke in dem Verhältnis der Abschnitte einer stetig geteilten Linie. $JB = \frac{1}{2} AB(\sqrt{5}-1)$.

Berücksichtigen wir die schon erwähnte Gleichung $2\,CJ^2 = CA \,.\, CM$, so können wir stets in einfacher Weise ein solches gleichschenkeliges Dreieck konstruieren, sei es, daß die Basis oder ein Schenkel gegeben ist. Wir können also folgenden Lehrsatz aufstellen:

Lehrsatz XII. Wenn in einem gleichschenkeligen Dreiecke die zu einem Schenkel gehörige Höhe das Stück der Mittelsenkrechten des zweiten Schenkels halbiert, welches zwischen den Durchschnittspunkten dieser Mittelsenkrechten mit der Halbierungslinie des am zweiten Schenkel liegenden Basiswinkels und mit dem ersten Schenkel liegt, so ist das Quadrat der Projektion eines Schenkels auf den andern vermindert um das Quadrat der Projektion des Schenkels auf die Basis gleich dem Rechteck aus diesen beiden Projektionen.

Wir wollen Voraussetzung und Behauptung übersichtlich zusammenstellen.

Vor. $AB = AC$, $AD = BD$, $DG \perp AB$, $\sphericalangle ABE = EBC$, $BM \perp AC$, $AJ \perp BC$, $OH = HG$.

Beh. $AM^2 - BJ^2 = AM \,.\, BJ$.

Die kleinere Projektion ist der größere Abschnitt der stetig geteilten größeren (conf. Bestimmungsdreieck vom Zehneck).

Der Winkel β läßt sich leicht trigonometrisch bestimmen aus den Gleichungen

$$\cos^2\alpha - \cos^2\beta = \cos\alpha\cos\beta$$

$$\sin\tfrac{1}{2}\alpha = \cos\beta.$$

Es ergiebt sich der Wert $\cos\beta = 0{,}4101$, $\beta = 65^0\,47'\,19''$.

§ 7. Mittelsenkrechte II und Transversale. (Fig V.)

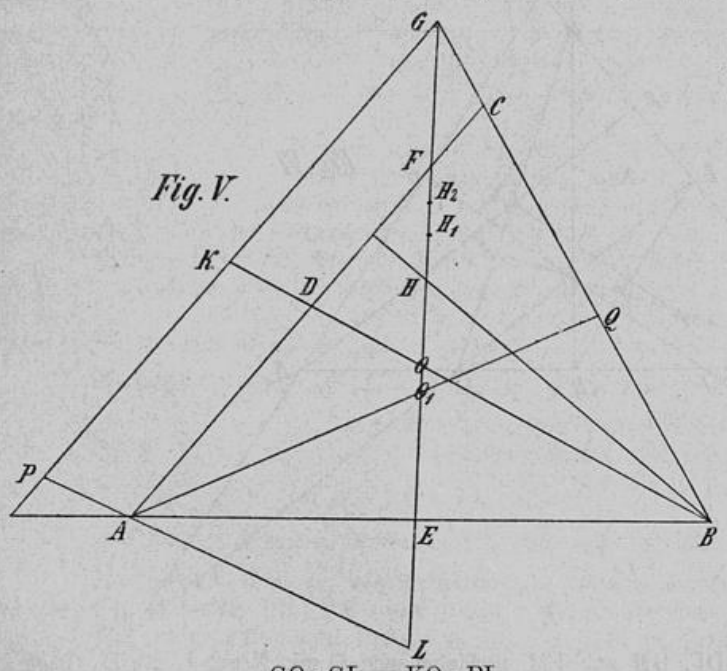


Fig. V.

Als Länge der Mittelsenkrechten haben wir bei unseren Untersuchungen die Strecke EF angesehen und solche Transversalen, Winkelhalbierende ꝛc. mit EF in Beziehung gebracht, welche ebenfalls AC schneiden. Die Mittelsenkrechte trifft aber auch die Seite BC, geschieht das im Punkte G, so wollen wir EF als Mittelsenkrechte I oder mit m_c I und EG mit m_c II bezeichnen. Ziehen wir, wie in § 5, die zugehörige Transversale AQ, so können wir Lehrsatz VIIa anwenden und wenn H_1 die Mitte von GO_1 ist, die Proportion aufstellen $GH_1 : H_1E = QO_1 : O_1A$.

Wir wollen aber auch eine Beziehung suchen zwischen den Abschnitten von m_c II und der Transversale BD.

Wir ziehen zu dem Zwecke $GP \parallel CA$ und verlängern die beliebige Transversale BD bis zum Durchschnitt mit der Parallelen im Punkte K und ziehen durch A die Linie $PL \parallel BK$, so ist

$GO : GL = KO : PL$

$GO : OL = KO : PL - KO$

$PL - KO = OB + KD - KD - DO = OB - OD$

$GO : OE = 2\,OK : OB - OD$

$\frac{1}{2}GO : OE = OD + DK : OB - OD$

$\frac{1}{2}GO + OE : OB + DK = \frac{1}{2}\,GO : OD + DK.$

Ist H_2 die Mitte von GO, so verhält sich

$$H_2E : H_2G = OB + DK : OD + DK.$$

Vergleiche $HE : HF = OB : OD$ die Proportion nach Satz VII.

Zusatz 1. Ist BD die Mitteltransversale, so ist $DE \parallel BG$, also $DB : EG = DO : EO$.

Aus Satz VII folgt durch einfache Umformung:

$$DB : 2\ OD = EF : OF,$$

$$\text{also } EF : \tfrac{1}{2}\ OF = EG : EO.$$

Wenn somit $EO = OF$ ist, so ist auch $\frac{1}{2}\ EG = EF$, d. h. wenn die Transversale die Mittelsenkrechte m_cI halbiert, so halbiert die zugehörige Seite des Dreiecks die Mittelsenkrechte m_cII.

Zusatz 2. Es ist $EF : \frac{1}{2}\ EG = OF : EO$.

Für die Transversale AQ ergiebt sich die entsprechende Proportion $EG : \frac{1}{2}\ EF = O_1G : O_1E$.

Aus beiden Proportionen folgt $\frac{1}{2}\ OF : EO = EO_1 : \frac{1}{2}\ O_1G$.

Lehrsatz XIII. Das Rechteck aus den beiden untern von zwei Mitteltransversalen gebildeten Abschnitten der Mittelsenkrechten einer dritten Seite ist gleich einem Viertel des Rechtecks aus den beiden oberen Abschnitten.

§ 8. Verhältnisse der Abschnitte einer Mittelsenkrechten, gebildet durch die beiden anderen Mittelsenkrechten. (Fig. VI.)

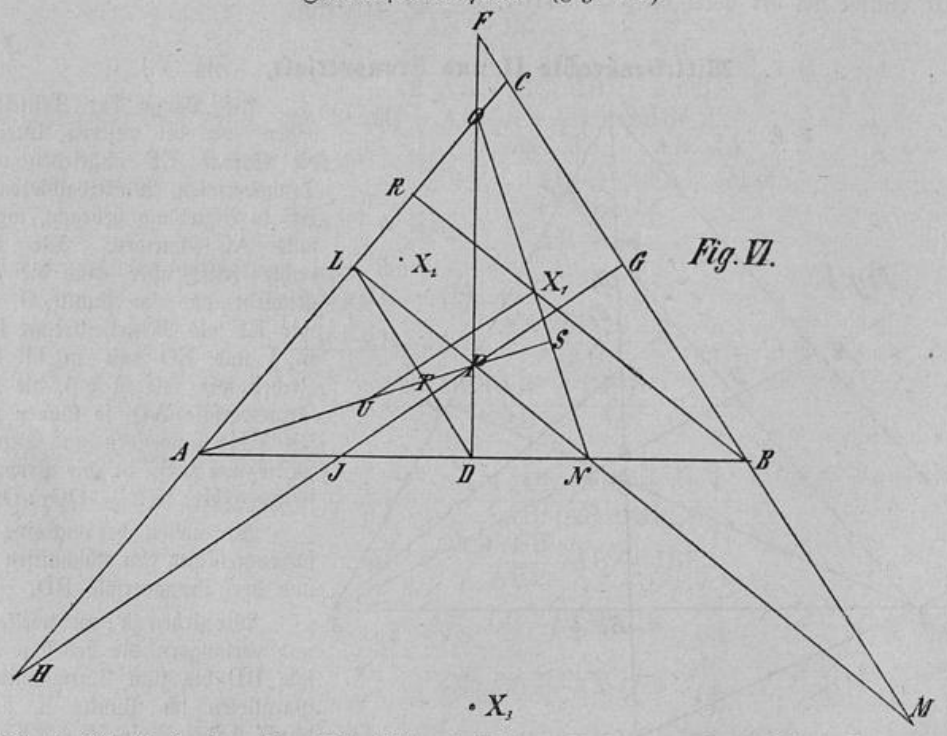


Fig. VI.

Die 3 Mittelsenkrechten seien DF, GH und LM, verbindet man O mit N und L mit D, G mit D und J mit F (letztere Linien sind nicht gezeichnet), so sind O L D N und G D J F Kreisvierecke, also ist

$$LP \,.\, PN = OP \,.\, PD \quad 1.$$
$$PG \,.\, PJ = PF \,.\, PD \quad 2.$$
$$PL \,.\, PM = PG \,.\, PH \quad 3.$$

Aus 1 und 3 folgt $PN : PM = OP \,.\, PD : PG \,.\, PH$ (4.

Da ferner $DG \parallel HC$, also $\triangle\ OPH \sim DPG$ ist, so verhält sich $OP : PD = PH : PG$.

Der Wert von OP in Gleichung 4 eingesetzt, ergiebt

$$PN : PM = \frac{PD \,.\, PH}{PG} \,.\, PD : PG \,.\, PH$$

$$PN : PM = PD^2 : PG^2.$$

Lehrsatz XIV. Die beiden oberen Abschnitte einer Mittelsenkrechten verhalten sich wie die Quadrate der unteren Abschnitte der beiden andern Mittelsenkrechten.

Noch einfacher und überraschender ist das Verhältnis von LN : LM. Ziehen wir nämlich die Höhe $h_b = BR$, so ist

$$LN : h_b = AL : AR$$
$$LM : h_b = LC : RC$$
$$LN : LM = \frac{AL}{AR} : \frac{LC}{CR}$$
$$LN : LM = CR : AR.$$

Lehrsatz XV. Die Abschnitte der zu einer Seite gehörigen Mittelsenkrechten verhalten sich wie die Projektionen der beiden anderen Seiten.

Zusatz. Es sei ferner auch auf folgende Beziehungen aufmerksam gemacht, welche für die Lösung von einschlägigen Konstruktions-Aufgaben von Wichtigkeit sind. Wird O mit N verbunden und AP bis zum Durchschnitt mit ON verlängert, so ist $AS \perp ON$, denn im Punkte P schneiden sich die Höhen OD und NL des $\triangle$ AON, also muß die 3. Höhe AS durch P gehen. Die Strecke AS ist ferner in den Punkten T und P harmonisch geteilt, weil A O P N ein vollständiges Vierseit ist, in welchem die Diagonale AS von den andern Diagonalen LD und ON harmonisch geteilt wird. Wenn man den Punkt U (Mittelpunkt von AS) mit X_1 (Mittelpunkt von ON) verbindet, so ist $UX_1 \parallel h_a$ des $\triangle$ ABC. Weil nämlich X_1 der Mittelpunkt des durch O L D N gelegten Kreises ist, muß die Senkrechte auf LD in der Mitte errichtet durch x_1 gehen. Da U der Mittelpunkt des durch A L P D gelegten Kreises ist, muß die auf LD in der Mitte errichtete Senkrechte auch durch U gehen, also steht die Linie UX_1 auf LD in der Mitte senkrecht, also steht sie verlängert auf CB senkrecht, also ist $UX_1 \parallel h_a$ und der Winkel, den AS und h_a einschließen, ist gleich dem $\measuredangle SUX_1$.

Zur Lösung von Aufgaben möchten sich folgende Bezeichnungen empfehlen. Der Radius des durch O L D N gelegten Kreises, dessen Mittelpunkt X_1 ist, heiße r_a, des durch G D J F gehenden mit dem Mittelpunkte X_2 heiße r_b und des durch L G M H gelegten mit dem Mittelpunkte X_3 sei r_c. Die Punkte X sind die Mittelpunkte der entsprechenden Seiten ON, FJ und HM.

Da jede Mittelsenkrechte zwei Seiten des Dreiecks schneidet, heiße der dem Fußpunkte näher liegende Punkt nach der Seite, wozu die Senkrechte gehört, mit dem Index 1, der andere ebenso mit dem Index 2. Es ist also $O = c_1$, $F = c_2$ ꝛc. Es sei a die kleinste, c die größte Seite des Dreiecks ABC. Um r_a zu finden, verbindet man c_1 mit b_1, um r_b zu finden, a_1 mit c_2, um r_c zu finden, a_2 mit b_2.

Aufgabe. Geg. AC : LN : LM = m : n : o und die Höhe h_b, das $\triangle$ ABC zu zeichnen.

$$LN : LM = n : o, \text{ also nach Satz 15}$$
$$CR : AR = n : o \text{ oder } CA : CR = n + o : n$$
$$LC : RC = LM : h_b = \frac{n + o}{2} : n.$$

Aus dieser Proportion ergiebt sich LM, also auch LN und AL und mit Hülfe von h_b der Punkt B.

Aufgabe. Geg. r_a, das Verhältnis, in welchem die Höhe AS durch den Durchschnittspunkt der Höhen geteilt wird, PS : PA = m : n und $\sphericalangle$ E gebildet von ON und LD.

Man mache $P_1S_1 = m$, $P_1A_1 = n$, halbiere A_1P_1 im Punkte U_1, lege an U_1S_1 den $\sphericalangle$ E, suche zu S_1 P_1 und A_1 den 4. harmonischen Punkt T_1, fälle von T_1 auf U_1x_1 die Senkrechte und verlängere sie bis sie den über A_1S_1 beschriebenen Halbkreis in L_1 schneidet, verlängere A_1L_1 bis sie die in S_1 errichtete Senkrechte schneidet in O_1, mache $O_1x_1 = x_1N_1$, so ist $\triangle A_1O_1N_1 \sim AON$, daher dieses mit Hilfe von ON zu zeichnen, aus diesem ergiebt sich $\triangle$ ABC.

Aufgabe. Geg. PL, PN und PD.

Die Aufgabe ist leicht zu lösen, da $\triangle$ PDN konstruierbar ist und Punkt O sich ergiebt aus der Gleichung

$$LP \,.\, PN = PD \,.\, PO \,.\, \text{ꝛc.}$$

Aufgabe. Geg. AL, LP und r_a, das △ ABC zu zeichnen.

△ ALP ist konstruierbar, daraus ergiebt sich ∢ LAP, dieser ist gleich ∢ LNO als Peripheriewinkel auf LS, also ist auch △ LNO konstruierbar und damit ABC.

Aufgabe. Gegeben seien die 3 Strecken auf der Mittelsenkrechten LM, nämlich LP, PN und NM, das △ ABC zu zeichnen.

Es verhalte sich $LN : LM = m : n$

also auch $AR : RC = m : n$ nach Satz 15

$AL + LR : AL - LR = m : n$

$LC : LR = m + n : m - n$

$LC : RC = m + n : 2\,n$

$CM : CB = m + n : 2\,n.$

Nun ist △ CLM ∾ PGM, also verhält sich $CM : LM = MP : CM - \frac{1}{2}\,CB$.

Wir haben also 2 Proportionen mit den beiden Unbekannten CM und CB, woraus diese auf einfache Weise zu finden sind.

Aufgabe. Von dem Dreieck ABC kennt man das Verhältnis seines Inhaltes zu dem des △ AON, ferner ON und ∢ C — B. Geg. △ ABC : △ AON = m : n, ON, ∢ C — B = ς. △ ABC ∾ AON, denn ∢ A ist beiden gemeinsam und ∢ C = ONA, weil ∢ DON = DLN als Peripheriewinkel auf demselben Bogen und ∢ DLN als Wechselwinkel = LMC ist.

Nun verhält sich $BC^2 : NO^2 = m : n$ I. und wenn wir NO und BC bis zum Durchschnitt in K uns verlängert denken, so ist △ KNB ∾ KCO, also $KO : KC = KB : KN$

$KN - ON : KB - BC = KB : KN.$ II.

Da nun NO gegeben ist, ergiebt sich aus I auch BC und nehmen wir in II KN gleich irgend einer Strecke v, so ist KB zu bestimmen, es sei = w, so ist $KN : KB = v : w$.

Da ferner in dem △ KNB der ∢ N = 2 R — C ist, so folgt ∢ NKB = C — B.

Wir können also ein Dreieck zeichnen, welches dem △ NKB ähnlich ist und finden daraus ∢ B und ∢ C.

Zusatz. Auch in dem Dreieck, welches durch Verlängerung von LD und ON entsteht, ist der Winkel am Durchschnittspunkte = C — B. Ferner ist ∢ X_1US = C — B = N — O, da US ⊥ NO und UX_1 ⊥ LD oder ⊥ CB steht; da ferner $SX_1 = \frac{p-q}{2}$ im △ ANO ist, so folgt $UX_1 = r$, dem Radius des um △ ANO beschriebenen Kreises.

Wäre (vergl. Aufgabe 2) SP, PA und ON gegeben, so ist nach dem folg. Zusatz 3 zu beachten, daß UA die Entfernung des Mittelpunktes des um △ ANO beschriebenen Kreises von ON angiebt, also ein Dreieck zu zeichnen ist aus Grundlinie, dieser Entfernung und Höhe.

Aufgabe. Ein Dreieck zu zeichnen aus den drei Durchmessern der Schnittkreise ON oder 2 r_a, JF = 2 r_b und HM = 2 r_c.

Es ist △ ODN ∾ FDJ, denn ebenso wie ANO ist auch BJF ∾ ABC, also ∢ FJB = C = OND.

Es verhält sich also $OD : FD = ON : JF.$

Ebenso ist $LN : LM = ON : HM.$

Nach Satz XV $LN : LM = CR : AR.$ I.

$CR : AR = ON : HM.$

$CR : DN = RB : OD$ (△ ODN ∾ BRC)

$AR : AD = RB : OD$ (△ ARB ∾ ADO)

$CR : AR = DN : AD.$ II.

Aus I und II folgt $DN : AD = ON : HM = v : w$

Ebenso ergiebt sich $LO : AL = ON : JF = v : u.$

Wir können also ein dem Dreiecke ANO ähnliches zeichnen, indem wir AD = v (resp. = einem Vielfachen von v), DN = w machen, die Strecke AD im Verhältnis von v : u teilen, in dem Teilpunkte die Senkrechte auf AD errichten, über AN den Halbkreis zeichnen und dadurch den zu Punkt L homologen Punkt L_1 bestimmen. Dann ist auch O_1 bestimmt und das dem △ ANO ähnliche gefunden und mit Hülfe der Seite NO das △ ANO selbst, aus welchem △ ABC leicht bestimmt wird.

Im Anschluß an die mannigfaltigen Beziehungen zwischen den Strecken und Winkeln lassen sich noch viele anregende Aufgaben aufstellen, und wenn der freundliche Leser sich dazu bestimmen läßt und dazu noch die Untersuchungen fortsetzt, so ist der Zweck der Arbeit erreicht.