



MARTIANI CA-
PELLAE DE ARITHMETI-
CA, LIBER VII.



Ostquàm conticuit prudens per mensio terræ:
 Incuba sollertes curamq; instigat in artes:
 Sic Abacum perstare iubet, sic tegmine glauco
 Pandere puluereum formarum ductibus æquor.
 Altera tunc etiam gerularum accire iubetur,
 Germanam, doctæ mundum quæ ad mensa sororis.
 Nec mora digreditur. Tunc rursus Dîa Voluptas
 Ipſius æther ea Cyllenî immurmurat aure:
 Cum doctas superis admirandasq; puellas
 Approbat omnipotens, tu optati lentus amoris
 Gaudia longa trahis: captumq; eludis honorem:
 Seria marcentem stupidant commenta maritum.
 Talia complacita spectat fastigia Virgo,
 Nec te cura tori, nec te puer ambit herilis,
 Nec mea mella rapis quæ nam hæc hymeneia lex est,
 In Veneris agro Pallas sibi uindicat usum,
 Quam melius thalamo dulcis petulantia feruet.
 Casta maritalem reprimât Tritonia mentem,
 Et nuptæ non æqua uenit, poscenda Dione est,
 Conueniensq; tibi potius celebrare Priapum.

His Athlantiades auditis, licent risum inhibere uix posset, ne in facetusta
 men & impar lepidus haberetur, hilaro susurramine sic respondit:

Licet urgeas Voluptas
 Thalamos inire suadens,
 Tamen exeret peritas
 Breuis ambitus puellas
 Demumq; nec iugalîs
 Cessator intricatus

Tardabo

Tardabo fulcra lecti
 Et si quid illa nostræ
 Veneris feret uoluptas
 Ne uobis abnegabo:
 Furtis modo allubescat:
 Ut clàm roseta parua:
 Liliaq; det papillæ.
 Ne nunc sexus iugalís
 Cura ferele morsum:
 Et uulsa pellis acre
 Laceros trahat capillos.

Quo dicto renitens, & plus solito lætior Voluptas ad Venerem re-
 gressa, cuncta eius auribus intimaui, quæ delitiosa mollitie, & in-
 terrumpente genas rubore penè prodidit susurrata. Tuncq; mar-
 cidulis decenter petaluminibus Maiugenâ cōspicatur, & quo-
 dam aspectu promittētis illexit: quam Saturnia de propinquo, uelut depre-
 hendentis castigabat obtutibus. Quæ dum geruntur, Pædiaq; egressa du-
 dum cum alia fœmina miri decoris ingreditur: cui quædā maiestas nobilís-
 simæ uetustatis, & ipsius Tonantis natalibus, ortuq; præcellior uultus ipsi-
 us lumine renidebat, quæ etiam miraculis quibusdam capitis reuerēda uí-
 debatur. Nam primo à frōte uno, sed uix intelligibili radio candicabat. Ex
 quo item alter erumpēs, quadam ex primo línea defluebat. Dehinc tertius
 & quartus, tumq; etiam nonus. Decuriatusq; primus, honorū, reueredūq;
 uerticem duplis, triplisq; uarietatibus circulabant, sed innumerabili radi-
 os multitudine prorumpentes in unum denuo tenuatos, miris quibusdam
 defectibus contrahebat. Huius autem multiplicem, pluriformemq; uestē
 quoddam uelamen, quo totius naturæ opera tegebantur, abdiderat. Digiti
 uerò uirginis recursantes, & quadam incomprehensæ mobilitatis scaturigi-
 ne uermiculati. Quæ mox ingressa septingētos decē & septē numeros com-
 plicatis in eos digitis Iouem salutabunda suxxexit. Tum philosophia, ut Tri-
 tonidē propter astabat: quid numero tali Arithmetica intulisset, exquirat.
 Cui Pallas, proprio inquit Iouem nomine salutauit. Ac tunc illi radius pri-
 mus emerferat, qui colliniatæ lucis nitore porrecto, ipsius Iouis uerticem lu-
 minauit. Quibus miraculis radiorum innumera repente multitudine pro-
 rumpente, nonnulli tellustres, syluicolæq; Diui Herculem conspicati, opi-
 nantes eam hydro germine pullulare. Ac tunc ab orto terrigenis mus-
 santibus murmure puer ille Piceus iussus admonere silētium. Verū fœmi-
 nam Pythagoras, ut inter sapientes astabat usq; Abacum cōsecutus, idē-
 que iam artem promere cupienti, quandam lactei luminis facem officioso
 consistens

consistens, munere præferebat. Tum illa antequàm iuberetur, quid oportet, expromere sic exorsa:

Non ignota cælo, nec rebus mundanis ignorata, quas genui adueni, super uestrum quidem nihil dedignata concilium, quamuis singulos uos, uniuersosque recenseam ex meis ramalibus germinari, tuque potissimum quem principalis ante cunctos procreauit emissio, tuæ singularis primigenæque naturæ fontem Iupiter recognosce. Nec despiciabilem uestrum omnium matrem, Mercuriale quod habeo me faxit officium, cum prosapiam archanæ artis, originisque primordiale uobis studeam comprobare. Quæ cum interris exerceor, astrorum populus recognoscat honorandam suæ multitudinis genitricem.

De Monade.

PRæ cunctis igitur affata sacra monas esto: quam ante cuncta uibrantem sociati postmodum numeri principia docuerunt. Quæ si species est, accidens cuiuslibet extantium. Primo priusque est, quod numerat, quàm illud numerandum, ritè eam ante ipsum, quem principem dixere, uenerantur. Nec dissimulabo, quòd monas retractatibus unum solum ipsa esse, ab ea atque cætera procreari, omniumque numerorum solam seminariū esse: solamque mensuram, & incrementorum causam, statumque detrimentorum. Quæ tamen ubique pars est, ubique totum, dum per cuncta perpetua. Neque enim quæ est ante extantia, & quæ post absumpta non absconditur, potest non esse perpetua. Hanc igitur partem omnium Iouem ritè esse memoratum: quod quidem Idæalis illius, intellectualisque speciei uis causatiuo testatur. Ad cuius exemplum unum deum, unum mundum, unumque solem, singularemque lunam: elementa etiam in quo extant singula memorari. Licet Aristoteles unus è sectatoribus meis, ex eo quòd unum solum ipsa sit, & se queri semper uelit, Cupidinem asserat nominatā, quòd se cupiat. Siquidem ultra nihil habeat, & expers totius elationis, aut copulæ in se proprios detorquet ardores. Hanc quoque alij concordiam, hanc pietatem, amicitiamque dixere, quòd ita nectatur, ut non secetur in partes. Tamè rectius Iupiter nuncupatur, quòd sit idem caput, ac pater deorum.

De Diade.

DEnique cum unum facta in quodcumque defluerit, licet eius linea insecabilis, ac sine latitudinis significatione fundatur, Diadem tamen facit. Quæ Dias, quòd sit prima procreatio, à nonnullis Genesis dicta, quòd autem inter eam, ac monadem prima coniunctio est, consortiūque consimile, Iuno perhibetur, uel coniunx, uel germana præcedentis. Est autem medietas capax. Nam bona, malaque participat Eadem discordia & quæ aduersa oriantur, utpote quæ prima poterit, ab adhærente separari. In bonis

O uerò

uerò eadem iustitia, quòd duobus æquis gaudeat pariter ponderatis. Eademq; societas, quòd uínculum, quo media cōnectantur, habeatur utrinq; commune. Ab hac numerus auspicatur. Et est opinabilis corporatio, motusq; primí probamentum. Elemētorum etiā mater, nam de diade quartus elementorū numerus procreatur: primāq; forma paritatis est.

De Triade.

TRÍAS uerò princeps imparium numerus, perfectusq; censendus. Nam prior initium, medium, finemq; sortitur, & centrum medietatis ad initium, finemq; interstitiorū æqualitate componit. Deniq; tata, gratiarumq; germanitas, & quædam Virgo, quam dicunt. Cæloq; hereboq; potentem, huic numero colligat. Ex eo etiam pfectus, quòd perfectos gignit, senarium, nouenariumq; cuius auspicio preces tertio ac libamina repetunt. Tres symphonias continet Harmonia, id est, Diapason, Hemolion, Diatesseron. In tria sespatia temporis cursus alternat, ideoq; tribus diuinitas memoratur. Idem mūdāna præfectio est. Nam monadē fabricatori deo, Diadem materiæ procreanti, Triadem idæalibus formis cōsequeter aptamus. Animam uerò rationis & iracundiæ, cupiditatisq; distribuere tricario.

De Tetrade.

QUID Tetradem dicam: in qua soliditatis certā pfectio. Nam ex longitudine ac profunditate componitur. Decasq; plena his quatuor numeris gradatim plicitis integratur, id est, uno, duobus, tribus quatuor. Itē Hecatontas à decade quaternario cumulāt, id est, x. xx. xxx. xl. qui sunt centum. Et item à centum quatuor numeri redunt mille, id est, centum, ducenti, trecenti, quadringenti. Sic decem millia, cæteraq; excrementa complentur. Quid quòd quatuor anni tēpora. frontesq; cœli, elementorumq; principia esse non dubium est. Hominū etiā quatuor ætates, quatuor uitiā, quatuorq; uirtutes. Hic numerus quadratus ipsi Cyllenio deputatur, quòd quadratus deus solus habeatur.

De Pentade.

SEquitur pentas, qui numerus mundo est attributus. Nā si ex quatuor elemētis ipse sub alia forma est quintus. Pentade est rationabiliter insignitus: qui quidem permixtione naturali copulatur. Nā constat ex utriusq; sexus numero. Trias quippe uirilī est, dias fœmineus existimatur. Etiam Apocatasticus dicitur. Et siue cum alijs imparibus, siue cū suo genere sociatus, se semper ostendit. Nam quinq; per quinq; habes xxv. Et quinquies terni xv. Et quinquies septeni, trigies quinquies, Et quinquies noueni, quadragies quinquies. Item zonæ terræ quinq;. In homine sensus quinq;

quinq. Totidemq. habitantes mundi generibus, ut homines, quadrupesq. reptantes, natantes, uolantes. Hunc numerum quis neget esse diametrum? Nam decadis perfectio, circulusq. huius hemisphaerio dissecatur.

De Hexade.

Senarium autem perfectum, analogicumq. esse, quis dubitet, cum suis partibus impleatur? Nam & sextam sui intra se continet, quod est unus, & tertiam, quod duo, & medietatem, quod tria. Item naturalia officia, sine quibus esse nihil potest, sunt sex, Magnitudo, Color, Figura, Interuallum, Status, Motus. Item motus totidem differentiae sunt nam mouemur priorum, retrorsumue, dextra, leuaq. sursum, deorsumq. Nam ille aeternus quidam motus est circuli. Hic autem numerus Veneri est attributus, quod ex utriusq. sexus commixtione confertur, id est, ex triade: quibus, quod impar est numerus, habet. Et diade, quae foemina, paritate. Nam bis terni, sexis faciunt. Solida etiam figura quadrati, sex superficies habet. Totius harmoniae toni sunt sex, id est, quinq. toni, & duo hemitonia. Idem per primum motum, hoc est, diadem collatus, duodecim facit: inter quos duos numeros, duo medij inueniuntur, id est, octo & nouem. Quorum unus ex meo nomine, regulaque censetur. Nam Arithmeticus memoratur idem nouenarius. Eodem enim numero superatur a duodecim, quo nouenarius numeris superat senarium, id est, tribus. Alius autem numerus, id est, octo musica ratione confertur. Ea enim parte superatur, a xij. qua ipse superat sextum, id est, tertiam. Nam sexti tertia, duo sunt, duodecimi tertia quatuor: quod Geometrica ratione componitur. Ea enim post collationem media octo per nouem, quae extrema, id est, sex per duodecim. Nam utraq. faciunt septuaginta duo. Item in maioribus numeris, media extremorum rationibus componuntur, sub praedicta senaria ratione: nam sexies septuagesies dipondius, quadringentos trigies dipondius. Similiter octies septuagesies dipondius quingentos septuagesies sexis. Item nouies lxxij. faciunt sexcentos xlvij. Similiter duodecies, faciunt dccclxiiij. Quae media inter se multiplicata reddunt numeros extremorum inter se conuenientium. Hic primus numerus, id est, senarius, harmonias ostenditur genuisse. Quippe sex ad duodecim, est symphonia Diapason: sex ad nouem, hemiolos: sex ad octo, epitritos, id est, symphonia Diatesseron. Vnde Venus harmoniae mater perhibetur. Item hic senarius quadrato & solido quaternario sociatus, horas diei, noctisque dimetitur: nam quater seni uicissis quadruplis faciunt.

De Heptate.

Quid autem te Heptasuenerāda cōmemorem? Quæ quod naturæ opera sine fœturarum contagione conformas, inter deos Tritoniæ uirginis uocabulum possedisti nam cum omnes numeri intra decadem positi, aut gignant alios, alijsq; gignantur, aut procreentur, Hexas octas generantur tantummodo. Tetras autem & creat & creat. At Heptas, quod nihil gignit, eo par Virgini perhibet. Sed quodā nullo nascitur, hic Minerua est. Et quod ex numeris tam masculinis, quam fœminis constet: Pallas Virago est appellata: nam ex tribus & quatuor septem fiunt. Quinumerus formam lunæ complectit: nam primo est corniculata, quam *μονισδῆ* Græci uocant. Deinde medilunīa, quam dicunt *διάτομορ*. Dehinc dimidiato maior, quæ dicitur *ἀμφικυτος*. Mox plena, quæ dicitur *πανσέλινορ*. Item tres formas prædictas deficiens repetit, hic numerus lunæ cursum significat. Nam unum ii, iii, iiii, v, vi, vii xxviii. faciunt. Item septem sunt circuli, & tot planetæ, tot dies, totq; transfusiones elementorū. Nam ex informi materie primus ignis, ex igni aer, ex aëre aqua, ex aqua terra. Itē fit ascensio, & ex terra aqua est, & ex aqua aer, & ex aëre ignis, & ex igni materiem incomprehensam, iam non poterit perueniri. Quid omnium natura, nonne huic probatur numero deseruire? In principio septimani partus hominem absolutum perfectumq; dimittit. Dehinc ideo homo septem meatus habet in capite, sensibus præparatos, duos oculos, auresq; & nares totidem, & unum os. Dehinc mense septimo paruulis dentes emergunt, ac septimo anno mutantur. Item secūda hebdomada pubertatem mouet, gignendiq; possibilitatem. Tertia florem genarum. Quarta incrementa staturæ finiuntur. Quinta iuuenalis ætatis, plena perfectio est. Septima etiā natura abstruxit membra uitalia, linguā cor, pulmonem, lienem, iecur, & duos renes. Item septem corporis partes hominem perficiūt. Caput tenus imò collo, pectus, uentrem, duas manus, totidemq; pedes. Totidemq; stellæ in uertice axis cælestis.

De Octade.

At octonarius numerus primus cubus est, & perfectus Vulcano dicatus. Nam ex primo motu, id est diade, quæ Iuno est, constat. Nā diads per diadem facit tetradem. Ad hæc bis ducta, facit octadem. Perfectus item, quod à septenario tegitur. Omnis enim cubus sex superficies habet. Item ex imparibus consecutis impletur. Nam primus imparium trias, secundum pentas ambo octadem faciūt. Item cubum, qui à triade uenit, id est, xxvii, sequētes impares reddunt, id est, heptas, enneas, & xi. qui oēs faciunt xxvii. Item tertius cubus, qui à tetrade uenit, id est, lxiii. Nam quater quaterni xvi, sunt. Hoc quater lxiii, fit, & hic ex imparibus quatuor, qui superiores

superiores sequuntur, id est, xij. xv. xvij. xix. fiunt simul lxiij. Et sic omnes cubi per imparium incrementa inveniunt, sui duntaxat numeri. Sanè hic octonarius cubus ita omnium cuborum primus est, ut monas omnium numerorum. Cubus autem omnis etiam matri deum tribuitur. Nam ideo Cybelle nominatur.

De Enneade.

ENneas quoque perfecta est, & perfectior dicitur; quoniam ex triade, perfecta forma multiplicata perficitur. Deinde, quod primi uersus finem tenet, & ideo Mars appellata, à quo finis omnium rerum. Quadratus quoque finis est eorum, quæ per collationem augentur. Nam & harmoniæ ultima pars est. Ad Ennadem enim ab octade collatio, percussionis sonus efficitur. Non minus nouem musas dixere. In mundo etiam nouem sunt zonæ, id est, spheræ, & deorum septem & terræ.

De Decade.

Decàs uerò ultra omnes habenda, quæ omnes numeros diuersæ uirtutis ac perfectionis intra se habet. Quæ licet primi uersus finis sit, secundæ monadis implet auxilium. Hæc primi uersus numerorum regulas, analogias, genera, species, differentias, perfectiones, & imperfecta concludit. Daturque Iano, quamuis eam plurimi Apocatastam memorarint.

Quid sit numerus.

Dictum breuiter, qui numerus primum uersum facit, quos deorum contineat, quasque uirtutes, iam nunc quid ipse numerus sit, quasue inter se analogias seruet & formas, breuiter intimabo. Numerus est congregatio monadum, uel à monade ueniens multitudo, atque in monadem definens. Sunt autem numeri simplicis regulæ quatuor. Prima est, quæ appellatur à paribus par. Secunda à paribus impar. Tertia, ab imparibus par. Quarta, ab imparibus impar, quas inferius memorabo. Sūt etiā qui primi numeri appellantur, qui à nullo numero diuidi possunt, nisi à monade tantum non diuidi, sed componi uidentur, ut puta vij. xi. xij. xvij. & cætera similia: nullus enim eos diuidere, uno ordine potest. Quapropter primi appellantur: quoniam à nullo numero exoriuntur, nec æquis portionibus discernuntur. A semet igitur nati alios ex se creant numeros. Quoniam ab imparibus paria fiunt, à paribus impar fieri nullo modo potest. Ergo primi numeri necessario habendi, pulchrique. Sed omnes numeros primi uersus sub his regulis retractemus. Monas quidem numerus non est. Días par est. Trias, & ordine & uirtute primus. Tetras, à paribus par. Pétas primus Hexas, à paribus impar, & ab imparibus par. Vnde & perfectus nominatur.

O 3 Heptas

Heptas primus. Octas à paribus par. Enneas ab imparibus impar. Decas ab imparibus par. Sicut in primo uersu, ita & sequentibus hæ regulæ colliguntur. Primus igitur uersus est, à monade usq; ad Enneadem. Secundus, à Decade usq; ad xc. Tertius uerò ab hecatondade usq; ad dcccc. Quartus, qui & ultimus à mille usq; ad nouē millia, licet nonnulli Græci & *μυρία* adiecisse uideantur. Mihi uerò solus numerus approbatur, qui digitis coerces. Alias quædam brachiorum contorta saltatio fit, quæ fit, ut numeros Germanæ præcedentis formis, ac lineis concinamus. Nam mihi in primo uersu monas, illi in signo principium, quod non habet partes. In secundo uersu à decem numeri uelut linea discindunt. In tertio uersu quadrati ex centum, reliquisq; finiunt, quæ uelut latitudo primæ lōgitudinis sociatur. In quarto uersu iam cubi sunt, ideo ex mille, reliquisq; societas. Finis ergo, uel limites mihi sunt monas, decas, hecatontas, & mille. Geometriæ uerò nota, linea, figura, soliditas. Nam monas ita indiuidua est, ut nota. Decas uerò in numeris, ut linea longitudinis solius Hecatontas quadratus qui est superficies, & in latitudinem, & in longitudinem diuiditur, id est, decas per decas fit centum quadratus. Hoc per decem fit cubus mille. Omnis impar progressus à monade per singulas positiones necessario quadratos efficit. Prima ipsa monas fecit quatuor. Primum quadratum associas quinque fecisti. Secundum quadratum associas vii. & nouem fecisti xvi. quadratum tertium. Adijcis item nonas, & perficis quadratum xxv. Eodem modo progreditur ratio usq; in infinitum. Sed ad superius diuisa regrediar. Omnem numerum aut parem, aut imparem esse, & utroq; finire. Quicquid numero adijciatur, finito finitum adijci, neq; ex infinitis, finitum fieri posse.

De pari & impari, ex ijsq; compositis.

OMnis uerò numerus, aut par, aut impar est. Par est, qui in duas æquas partes diuidi, ut ii, iiii, vi. Impar, qui in duas æquas partes diuidi non potest, ut in iij, v, vii. Deinde ex imparibus, quidam ex imparibus tantum impares sunt, ut iij, v, vii. Quidam etiam multitudinis constant, ut ix, xv, xxi, quos *περισσάκεις περισσόνς* Græci appellant. At in his, qui pares sunt, plura discrimina sunt, an pares sunt, & diuidi possunt. Ceteri uel ex paribus pares, uel ex paribus impares, uel ex imparibus pares. Et illos Græci *ἀρτιάκεις ἀρτίους*, uel *περισσάκεις ἀρτίους*, uel *ἀρτιάκεις περισσόνς* nominant. Pares ex paribus sunt quatuor, quia ex bis binis octo, quia ex bis quaternis constat. Pares ex imparibus sunt, qui pares impari multiplicatione fiunt, ut bis terni sexis, aut quinquies quaterni uies, quod genus Græci *περισσάκεις ἀρτίους* uocant. Et hi qui imparem numerorum multitudinem pari multiplicatione consumant, ut cum bis terni sexis, & quater quini uiginti fiunt,

fiunt, quod genus ἀριθμὸς περισσὸς Græci uocant. Qui numeri quamuis idem sunt, rationes tamen in crescendo diuersas recipiunt, atque ex his ipsis quidam in duas partes diuisi protinus in impares numeros recidunt. Quidam semel, sæpiusue per pares replicati, citra singularitatem in impares resoluuntur. Nam duodecim & uiginti semel per pares diuidi possunt. At xlvij. nimirum bis uicenos quaternos, inde bis duodenos, deinde senos omnes adhuc pares efficiunt, nouissime in ternos impares decidunt. Itaque nemo longius procedere simili multiplicatione potest, quin ut duplicatione reuoluta ascenditur: sic per replicationes, item in plures partes digeritur. Nam uiginti & bis dena sunt, & quinque & quaterna, & decies bina.

De quatuor speciebus numerorum.

Quatuor deinde species numeros excipiunt. Quidam enim sunt per se incompositi, quidam per se compositi. Quidam inter se incompositi, quidam inter se compositi. Ex quibus duo priores primi numeri duo sequentes, secundi nominantur. Sed ea res, quo facilius addisci possit, planius iudicanda est. Prima & minima omnis numeri mensura singularitas est. Quia nullus numerus non in singula diuidi potest. Deinde eum etiam alia mensura excipiunt, ut duplicationes, quæ duplo. Triplicationes, quæ triplo crescunt. Cum hoc ita sit, quibusdam numeris in singularitate sola mensura est, qui nisi in singula geri non possunt: quales sunt tres, tantum impares tres sunt. Quibusdam uero & in alijs quales sunt quatuor & nouem. Nam bis bina quatuor: ter terna nouem sunt. Ita illa duplicatione, hæc triplicatione metitur. Ac sæpe una quidem talis mensura numeros habet plures, siquidem octo metiri, & quadruplicatione, & duplicatione facile est. Cum & quater bina, & bis quaterna octo sunt. Inter quæ euident est, quicquid aliqua multiplicatione metimur, metiri nos etiam singularitate posse. Secundo non ubicunque singularitatis mensura est, esse alicuius etiam multiplicationis necesse est. Ita singularitas omnibus mensura communis quibusdam unica est. Et cum hoc ita sit, per se incompositi numeri dicuntur, qui nullam mensuram habent, nisi singularitatis. Per se uero compositi, quos metiri non tantum singularitate, sed alia quoque multiplicatione, licet & hæc quidem singulorum numerorum æstimatio sit. Bini uero pluresue iuncti inter se incompositi esse dicunt, qui nullam communem mensuram nisi singularitatis habent, ut iij. & quatuor. Neque enim interest an quatuor dupli mensuram habeant: cum eadem illa in tribus non sit. At inter se compositi sunt: quibus alia quoque quam singularitatis mensura communis est, ut nouem & xij. Quorum utrumque triplicatione metiri, cum ter terna ix. ter quaterna xij. fiant. Cum uero alij numeri in singula tantum: alij etiam in aliquos soli-

dos numeros diuidantur, ut re ipsa discreti sunt. Sic etiam uocabulis discernam, ne qua inde legentibus confusio oriatur. Et cuiusque numeri membra nominabo solidos numeros, in quos is deduci poterit, ut in xij. fiunt. At singula, & si qui etiam solidi numeri immixti singulis inferentur, partes appellabo, ut in septem, uel totidem singula, uel etiam bis terna singulo adiecto.

De numeris perfectis & imperfectis, & plusquam perfectis.

EX numeris quidam perfecti sunt, quidam ampliores perfectis, quidam imperfecti, τελειος & ὑπερτελειος & ὑποτελειος Græci appellant. Perfecti sunt, qui partibus suis pares sunt. Ampliores perfectis, qui plus imparibus suis quam in se ipsis habent. Imperfecti, in quorum partibus minus quam in ipsis est. Exempli causa summamus sex. Hi & in singula diuidi possunt, & in bina, & in terna. Cum ex sexies singula, & ter bina, & bis terna fiant sex. Ergo partes eius sunt unum duo, tria. Nunc in unum hæ conferuntur, fiant sex. Hoc est esse parem partibus suis, & hoc numeri genus in aliqua uirtute est. Cætera in uitio, uel exuperante, uel ex deficiente, ut puta summamus xij. & duodecies singula, & sexies bina, & ter quaterna. Et bis sena xij. fiunt. Itaque eius partes sunt, i, ij, iij, iiij, v, i. Quæ iunctæ in unum sexdecim efficiunt. Hic amplior perfecto numerus est. At xvi. fiunt, iunctis singulis sexdecies, octonis bis, binis octies, quater quaternis. Neque pariter hæ si facias ulla eius numeri mensura est. Collati autem in unum, i, ij, iij, viij, non ultra faciunt quam xv. minus eo, ex quo orti sunt. Hic imperfectus numerus est.

De planis & solidis numeris.

Alij etiam plani numeri sunt, alij crassitudinem quoque in se habent. Planum numerum esse Græci dicunt, qui à duobus numeris continetur. Id eiusmodi in ratione mensurarum tantum de norma contineri, quantum à toto quadrangulo. Cuius pars in ea norma sit, existimant, id est, ad numeros plani referuntur. Qui in duo latera ordinantur. Sicut rectum angulum facienti & normæ similitudinem repræsentent. Igitur si in alterum latus quatuor, in alterum tria porriguntur, hi duo numeri lege eorum duodecim capiunt. planumque eum numerum nominant. At crassitudinem aiunt, à tribus numeris. Sint in alterum puta latus quatuor, in alterum tria, supra deinde quatuor adiunguntur. His numeris altitudinem quoquo super inferiore norma impleri dicunt, includique xxiiij. In quibus obscuritate & supuacuo quæ sita euidentissimum est planum esse numerum. Sic singulis iunctis, neque super alterum sit crassitudine fieri numeris super numerum imposita. Ipsa autem planities uarias formas habet, numeris ad similitudinem aliquarum figurarum ordinatis quas incipiunt. Aliæ etiam uel triangulæ fiunt, atque eæ, quæ quatuor angulos habet, uel quadratæ sunt, uel altera parte longiores, quas στεροµηκεῖο Græci appellant. Præterea plures quoque anguli possunt interdum

terdum & inæqualia numeri latera esse. Et cum deinde crassitudinē insur-
gat, figurasq; plures efficiat, Tessera perfectissima esse inter eas uidetur.
Est autem triangulus in paucissimis tribus, quadratū in paucissimis quatu-
or. Id autem, quod imparia latera habet in paucissimis quinque, altera parte
longius, quadrangulū in paucissimis sex. Crassitudo item, qua tessera in pau-
cissimis octo. Nam duo simplicem ordinē faciunt, tres sic componi possunt,
ut totidem angulos habeant, iiii. in quadrū positi, in omnē partē binos ha-
bent. Quinq; sic colligunt, ut in altero latere duo, in altero iij. sint. Sex qua-
drangulū faciunt, quod in duobus lateribus binos, in duobus ternos habet.
At si quatuor ponunt, & crassitudo oritur, & paria omnia latera in planicie,
atq; altitudinē sunt binis in omnē partem ordinatis. Similes autē plani nu-
meri sunt, quorū latera eandem rationē habēt, ut sex & dc. Cū illis in altero
latere duos, & in altero tres: his in altero cc, altero in latere ccc. sint. Eo-
demq; modo similes etiā in crassitudine numeri sunt, quorū latera sub eadē
ratione sunt, ut xxiiij. & xcvi. Nam ut in illis alterū latus iij. & alterū iij. ha-
bet, quo fit, ut planicies xij crassitudo xxiiij. capiat. Sed in his alterum latus
octo, alterū vi. recipiat. Quo fit: ut planicies xlvij. crassitudo xcvi. compre-
hendit. Quod est autem inter duos & tres, hoc inter cc. & ccc. ratio quæ est
inter iij. & quatuor: hæc est inter sex & octo. Manifestum erit simul æquæ
rationes quæ inter numeros sunt, subiacere. Omnis enim numerus pars est
alicui numero.

Quo modo fiat maior minore numerus.

MAior autem multiplicatione procedit, aut ratione membrorum
aut partium, aut simul & multiplicatione, & ratione membrorū,
uel partium. Ratio membrorū in uno membro pluribusue. Ra-
tio partium in una parte pluribusue est, minor uerò est numerus, aut repli-
catione minuit, aut ratione membrorū, uel partiū. Interdū etiā simul repli-
catione, & ratione, aut membrorū, aut partiū. Neq; ulla ratio numeri ad nu-
merū, quæ non intra hæc est. Græci multiplicationis numeros πολλαπλα-
σίους replicatos ὑποπλασσίους mēbro. mēbrisue antecedentibus ὑπομέρους
appellāt. Binis deinde nominibus utunt, in his, in quibus binæ rōnes sunt. Cum
hoc ita sit, numerus cōparem rationē habet æqualitatis, quā ἰσότης Græ-
ci uocant, ut ij. ad duos, iij. ad iij. Quæ ratio etiā perfecto numero ad suas
partes est. Ideoq; is numerus potior cæteris habet. Quid em̃ æquo esse me-
lius potest. At ubi alter numerus maior, alter minor est, protinus inter eos
distantia est, quod in omnibus fit, qui ratione membrorum, uel partium,
aut antecedūt, aut anteceduntur. Ideoq; hi numeri priores sunt, inter quos,
partesq; eorum aliquid discrimen est. Sed ut distantia inter duos numeros
maiorē, minorēq; eadē est, sic ratio inter eosdē cōtraria est. Tantūdem em̃
distat

distat inter iij. & quatuor, quantum inter quatuor & iij. At ratio inter hos ipsos diuersa est: eaq̃ quæ sit, intra patebit.

De multiplici uel submultiplici numero, & de ratione
numerorum uel partium.

Cum proposuerim uerò primas in multiplicatiōe rationes esse multiplicationis, ratio est senioni ad ternionē, octonario numero ad quaternariū. Contra replicationis ternioni. Ad senionē quaternario numero ad octonariū. Membrorum uerò rationem uincit is numerus, qui solido membro, membrisue antecedit, qualis est nouenarius ad senariū. Ternione em̃ uincit, quæ eadē uis in senarij numero inuenit̃. Cōtraq̃ membrorū ratione uincit̃ nouenarius à senario. At partiū ratione uincit, qui in se & ipsum minorem numerū habet, & aliquā partem eius, partē sue, ut si vii. cum quatuor conferant̃: siquidē in septenario numero, & quatuor sunt, & horum iij. Contra ergo partiū ratione uincunt̃, iij. à septē. At idem numerus & multiplicatione, & membrorū ratione antecedit, ut puta, si octo iunguntur, & iij. nam octo & bis terna habet̃: & præterea membrū in duobus. Et multiplicatione uerò, & partiū ratione uincunt v. si cōferant̃ cū duobus. Nam in v. bis bina sunt, & præterea duorū pars una. Cōtra his ipsis numeris, minores à maioribus simul, & replicatione uincunt̃, & aut membrorū ratione, aut partiū. Sed ut genera rationū inter numeros hæc sunt, sic species in singulis plures. Nā ut ad multiplicationem primū, replicationēq̃ ueniamus. Inter hos, aut dupli ratio est, aut tripli, aut quadrupli. Ac pcedere quoq̃ ultra multiplicatio potest, per eosdēq̃ rursus gradus idem numerus replicat̃. Ergo rationē habent duplo maiore iij. ad unū, iij. ad duo, octo ad quatuor. Duplo minore, unū ad duos, duo ad quatuor, quatuor ad viij. Itē triplo maiore, iij. ad unum, nouē ad iij. Triplo minore, unum ad iij. tres ad nouem. Quadruplo maiorem, iij. ad unū, xvi. ad quatuor. Quadruplo minorem, unum ad quatuor, quatuor ad sedecim. Eadēq̃ in ulterioribus multiplicationibus, & incrementi diminutionis ratio est.

De super particulari.

At ubi inter maiores, minoresq̃ numeros ratio membrorū est maior aut super dimidiū uincit, quem *ἡμιόλιον*, aut super tertio, quem *ἐπί τριτο*, aut super quarto, quem *ἐπιτέταρτον* Græci uocant. Et sic ad super quintum, super sextum, ulteriorēsq̃ ratio procedit. Superdimidiū est, qui ipsum aliquem numerum & dimidiū eius habet. Supertertius, qui ipsum aliquem & tertiam eius. Superquartus qui ipsum aliquem, & quartam eius. Eademq̃ in ulterioribus ratio est. Cōtra ex hisdē numeris minor, maiorī. Aut subdimidiū est, quē *ὑφ' ἡμιόλιον*. At supertertius, quē *ὑπὲρ τριτο*. Aut subquartus, quē *ὑποτέταρτον* Græci appellant. Superdimidiij rōnē habet iij. ad

iiij. ad duo. ccc. ad cc. Quorum supra facta est mentio. Contra subdimidiij duo ad tria. cc. ad ccc. At super tertij. iiij. ad iiij. octo ad sex. Qui ipsi quoque supra positi sunt. Subtertij. tria ad quatuor. sex ad octo. Superquarti. quatuor ad quinque. octo ad decem. Subquarti. quatuor ad quinque. octo ad decem.

De Superpartiendi.

PArtium uerò ratio proxima in quibusdam numero supertertio est, in quibusdam superquarto: idque procedere ultra potest. Supertertio similis est, ubi maior numerus minorem ipsum, & aliquas eius tertias partes, comprehendit. Super quarto, ubi & illum ipsum. & quartas eius. Summamus, quinque ad tria, & decem ad sex. Antecedit quinarium tertionem, quod & illam ipsam, & eius duas tertias habet. Item in decus sunt & sex, & de sex duæ tertiae. At proxima supra quarto ratio est inter septem & quatuor. Inter xiiij. & octo. In septem & ipsa quatuor sunt, & eius iij. quartae. Atque ut ea ratione, quæ supertertia & superquarta proxima est, maiores in his numerum uincunt, sic ratione proxima subtertia & subquarta minores cum maioribus habent. Illo neminem decipi cōuenit, ut in aliquam partium rationem super dimidia, similem putet. Nam si numerus aliquis, numerum aliquem & dimidium eius habet, superdimidius est. Si numerum aliquem & eius duo dimidia habet, pars est. Nam ut duæ quidē tertiae rationem supertertio proximam habent, sic duæ quartae rationē super quarto proximā recipiunt. Nam si quis ipsum & eius duas quartas habet, superdimidius est: ut si sint sex ad quatuor. In sex enim & quatuor sunt, & eius duæ quartae. Contra uerò, ut ea ratione quæ supertertia & superquarta proxima est, maiores in his numeri uincunt: sic rationem proximam subtertia & subquarta minores cum maioribus habent. Eademque ratio procedit, sicut superquintae ulteriores similis est.

De multiplici superparticulari & superpartienti.

HIncursus plura discrimina oriuntur: siquidem unus numerus potest duplo geri, aut super dimidio, aut super tertio, aut super quarto ulterioribusue & multiplicationū, & membrorum rationibus. Ponamus iiij. & x. Ex his decem duplo, & super dimidio aucti sunt. Nam bis quaterna octo sunt: deinde dimidium quatuor, sunt in duobus. Apponamus quatuor & xiiij. Ex his xiiij. ex triplo è super dimidio aucti sunt. Nam ter quaterna, xij. sunt: Deinde dimidium quatuor sunt in duobus. Progrediamur ultra usque quatuor & xviij. Ex his xviij. quadruplo & super dimidio increuerunt. Nam quater quaterni, sedecim sunt: deinde dimidium quatuor sunt in duobus. At si sint tres & septem: ex his septem duplo aucti sunt, & super tertio. Nam bis terna sex sunt: deinde pars tertia trium sunt in uno. Sint tres & decem, ex his decem triplo increuerunt: & supertertio. Nam ter terna nouem sunt,

sunt: & deinde pars tertia trium est in uno. Ponantur $iiij$. & $xiiij$. Ex his tredecim quadruplo aucti sunt, & super tertio. Nam ter quaterna, duodecim sunt. Deinde pars tertia trium est in uno. Accipiamus nunc quatuor & nouem, ex his nouem & duplo plus habent, & super quarto. Nam bis quaterna octo sunt. Deinde $iiij$. quarta pars est in uno. Quatuor uero & xij . tripli, & super quarti ratio est. Item quatuor & $xvij$. quadrupli, & super quarti ratio est. Idemque in ulterioribus numeris fit. per quae numeri minores ex his. Et replicationes alicuius & subdimidij, uel sub tertij, uel sub quarti; uel alicuius ulterioris rationes cum maioribus habent, ut apparere ex his potuit. multiplicatio à minima ratione incipit, & subinde ad maiores, maioresque transit Ratio membrorum, uel partium replicatio à maxima ratione incipit: & subinde ad minores, minoresque transit. Maior ratio dicitur, quae plus minor, quae minus adijcit. Ergo maior ratio tripli, quam dupli: maior quadrupli, quam tripli est. Contra, minor dupli quam tripli: minor tripli quam quadrupli est. Incipit igitur multiplicatio à duplo: inde ad triplum, ad quadruplum, semperque ad maiores rationes transit. At ratio membrorum incipit à superdimidio: deinde super tertium super quartum, semperque ad minus, & minus peruenit. Quae omnes rationes inter duos, inter rationem membrorum & partium: uel inter duos numeros fines sunt: ita numeri sunt, ut puta dupli ratio est inter duo & unum, tripli inter $iiij$. & unum. quadrupli inter $iiij$. & unum. Et sub hisdem nominum rationibus fines minimi, suaque comparatione multo minores, uel sub duplo quam duo & unum, uel sub triplo quam tria & unum, uel sub quadruplo quam $iiij$. & unum possunt. Super hos deinde quantumlibet ipsdem rationibus solius fines his numeris augent. Ideoque eas fines, quae minimè eunt, Pythagoricus Thermacides nominat, quod ut uas super suum fundum, sic numeri rationis eiusdem super istos adiunguntur. Idemque etiam ratione membrorum: minimi enim fines sunt, super dimidij inter duos & $iiij$. Super tertij inter tres & quatuor. Super $iiij$ inter quatuor & quinque: tum deinde sub hisdem rationibus numeri complentur. Neque alia conditio est, quae ipsa incipit à tertia parte, sicut membrorum ratio de hemiolo. Deinde primum minimas fines comprehendit: tum ad maiores transit. Ex his autem uerisimile est, primam multiplicationem esse inuentam. Deinde rationem membrorum, tum partium. Neque enim difficultas ad duplum, deinde triplum & quadruplum apparuit, tum ex duplo super dimidij facta conditio: ex triplo super quarti est. Idemque in ulterioribus incedit. Nam qui duplum uidebat, hoc ipso cepit intelligere dimidium: quia ut duplum quatuor duorum sunt, sic dimidium quartae rationis duo. Ut igitur duobus duos adijciendo quatuor fecit: sic rursus quaternioni duos adijciendo, fecit super dimidium. Utque ex duobus triplo sexis impleuit. sic senario numero duos adijciendo super tertium inuenit. Idemque in ulterioribus incedit. Deinde cum incurrent numeri sine

iudicis quidem rationibus positi. Quæsitum est, quotquot ex partes alterius numeri in altero essent. Et his eò uentum est, ne cuius numeri non aliqua ratio ad alium numerum exploratis ultima sit.

Item de parî & impari, & ex his compositis.

Post hæc non difficillima animaduersio gemina ratione in numeris fluxit, quoniam genera numerorum, rationumq; inter eos orientiū exposui. Rursus ad ea singula reuertar, & quæ in quoq; animaduersiones sint, indicabo. Incipiam de paribus & imparibus. Par omni multiplicatione sic procedit, ut par maneat, duplo augmentur, ij, iij, vi, xvi. Triplo, ij, vi, xviij. Quadruplo, iij, xvi, & lxiiij, & cclvi. Idemq; in ulterioribus fiet. Impar parî multiplicatione protinus interit, & in numerum parem recidit. Impar, impari multiplicatione incrementum potest, ut impar maneat. Nā bis terna sex. Item bis quaterna octo fiunt. Eodemq; modo quater terna xij. Quater quina xx. At ter terna nouem; & ter ix, xxvij. Item quinquies terna xv. Quinquies quina xxv. Idemq; in omnibus multiplicationibus euenit, quod fit, ut siue par, siue impar, parium numerorum multitudo est, id quod consummatum est, par sit, ut, ij, iij, vi, viij. Quæ impar numerorū multitudo est, fiunt, xx, ij, iij, vi, quæ impar numerorum multitudo est, xij. Ambo numeri pares. Item parî, imparium numerorum multitudo pares facit. Ergo tres & quinq; fiunt octo, qui pares sunt. Impar tantummodo imparium multitudo impares seruat. Nam, iij, & quinq; & septem fiunt xv. Illi quoq; impares eadem de causa quotiens par numerus uel parem, uel imparem multiplicat is qui efficitur, par est. Nam duplicatio siue multiplicatio, siue duo multiplicauit, fecit quatuor. Siue, iij, fecit sex, ambos pares. At impar numerus, si parem multiplicat, facit parem. Si imparem, tum demum imparem reddit. Nam triplicatio si duos multiplicat, efficit sex. Ipsos quoq; pares, si tres, efficit ix, qui impares sūt. Tum si parî par adiicit, par manet, ut si duobus iij, adiiciant, sunt sex. Si impari impar adiicit, fit par, ut si tribus v, adiiciant, sunt octo. Vno autem modo impar numerus procedit, si numero numerus non adiicitur eiusdem generis. Sed par impari, & par parî. Nā siue quatuor quis adiectis tribus aut erit, siue, iij, adiectis, iij, fient viij, qui impares sunt. Deinde numero parî quale demitur, tale superest. Numero impari contrarium est, ne quid demitur, supersit. Ergo si parî par demit, id quod superest, par est. Vt si ex octo duo auferantur, supersint, vi. Si numero impari impar demitur, id quod superest, par est: ut si ex viij iij auferant, supersint, iij. Si numero impari par demitur, id quod superest, impar est, ut si ex viij, duo auferantur, supersint quinq;. Par deinde ex paribus est numerus, quisquis dimidium par habet, ut est in xij. quorū dimidium in senario est numero, ipso quoq; parî. Itē par ex paribus est, quisquis à duobus duplo

P increuit,

increuit, ut iii , vii , xvi . Aut quisquis ab alijs sic increuit, ut recidere in parrem possit. Quod uenit etiam quadruplo uel octuplo, similibusque auctis. At quisquis numerus dimidium impar habet, par ex imparibus est, ut sentio, cuius dimidium in tribus est. Si quis uerò neque duobus, per duplicationem increuit: nec dimidium impar habet. Par quidē ex paribus est, oritur tamen ab eo: qui par ex imparibus est, ut xii . Hic enim numerus, neque per duplicationem ortus est neque dimidium impar habet, sed à senario numero per duplicationem increuit. Ille autem par ex imparibus, id est, ternis est.

De incompósitos numeris.

TRanseamus, nunc ad numeros incompósitos, quos etiam primos secundosque nominare proposui. Incompósitos, per se numeri nulli pares sunt, exceptis, ut supra posui, duobus. Cæteri quicunque per se incompósitos sunt, omnes impares sunt, ut iii , v , vii , ix , xii , $xvii$, xix , similesque. Per se uerò cōpósitos numeri sunt omnes pares, qui uel ex paribus, uel ex imparibus sunt. Nam & quatuor atque octo duplicatione metimur: quorum alter numerus in binos, alter in quaternos replicatur. Et idem facere in sex, aut decem, facile est, cum ille in ternos, hic in quinos resoluatur. Præter hos multi impares per se cōpósitos sunt, id est qui cum impari numero multiplicantur. Nam siue ternio, siue quinario numerus, siue quis alius impar impares numeros multiplicauit, qui sit effectus impar est, & per se cōpósitos. Multiplicet ternio seipsum: fiunt ter terna nouem. Multiplicet quinario numerus seipsum, fiunt quinq; quina uiginti quinq;. At multiplicet, uel ternio quinario numerum, uel quinario numerus ternionem, fiunt quindecim. Omnesque hi numeri nouem xv , xxv , per se cōpósitos sunt. Et quicunque impares partis eiusdem sunt, inter se uerò incōpósitos nulli duo pares sunt: siue ex paribus, siue ex imparibus sunt. Quia nonnulli aliam quam communem mensuram habent. Nam ut summamus duos pares numeros: alterum ex paribus, alterum ex imparibus, id est, iii , & sex, tamen inter se cōpósitos sunt, quia cōmunis his duplicatio est, quia bis bina, quatuor, bis terna, sex sunt. At impares primum omnes qui per se incompósitos sunt. Neque enim possunt aliquam communem mensuram præter singularitatem habere, qui ne propriam quidē ullam habent. Ergo iii , v , vii similesque omnes ut per se. sic etiam inter se incōpósitos sunt. Et in eadem sorte is quoque numerus est, qui par sub eodem iure est, id est, duo. Nam ne hic quidē cum iii , aut v , aut cum simili cōponitur. Tum quisquis ex his numeris, qui per se incōpósitos sunt, iungit cū altero numero: quamuis per se cōpósito. Efficit, ut hi duo numeri inter se incompósitos sunt, ut si iii , & iii iungant. Quid enim inter est, si in alterius mensura aliqua pars & eadem singularitate sit. Si alteri non est

non est. Ac licet etiam duo, pluresue numeri, non per se tantum, sed etiam inter se compositi sint, incompósitos efficit, ut omnes inter se incompósitos sint. Quia quamuis aliqua mēsurā pluribus communis, nulla tamen omnibus prāter singularitatem est, quod euenit, si quatuor, sex, octo, & qui licet similes ponantur. Adiciantur deinde duo siue tres. Nam quamuis tres priores numeri inter se componi possint: tamen hi duo inter se componuntur. Non tantum uerō adiectio eius numeri, qui per se incompósitos est, efficit ut plures numeri inter se non componantur, sed potest etiam euenire, ut qui per se compositi sunt, in unum datī inter se incompósitos sunt, ubi quamuis aliquas mēsuras diuersas tamen recipiunt. Idēq; euenit, & inter impares duos numeros, & inter parem atq; imparem. Summamus xi. & xxv. Horū uterq; per se compositus est. Habet enim mēsurā nouenarius numerus. In ternione habet xxv, in quinario numero. Inter se tamen hi non componuntur, quia neq; nouem quinarīj numeri mēsurā, neq; xxv. ternionis admittunt. Idem fit inter octo & nouem parem atq; imparem numerum. Nā neq; duplicatiōe, aut quadruplicatiōe nouem, neq; ternione octo metiri possumus. Itaq; per se etiam inter se incompósitos sunt, qui per se componuntur, non protinus etiam inter se componi possunt.

De Compositis.

Compositi uerō inter se sunt omnes pares, ut apparere supra quoq; potuit. Quicunq; uel ex paribus, uel ex imparibus sunt. Deinde quidam impares, ut ix, & xv, cum uterq; numerus in ternos recidit. Tum quidam pares, & quidam impares, ut nouē & xij. Si quidem his quoque triplicatio cōmunis est, ter terna, ix, ter quater xij, sunt. Illud animaduersione dignum est, quod cum impari numero nunquā is par componi potest, qui ex paribus, sed ex imparibus ortus est. Adeo mutata quoq; sorte: iuris tamen aliqua societas superest. Ergo nouem neq; cum quatuor, neq; cū octo, neq; cum xvi, neq; cum ullo simili numero componi possunt. Componuntur uerō cum xij, & xxiij, quā a tribus initium sumpserunt. Ac nec cum omnibus quidem, qui pares ex imparibus sunt, cōponi potest. Omnis impar numerus, qui per se compositus est, quia potest nō in eandem mēsurā recidere, ergo ix, & l. componi non possunt, quia, l. nullam triplicatiōē recipiunt. Quā nouenario numero sola prāter singularitatem mēsurā est. Euenit autem hoc, quia ne xxv. quidem, quā duplicata, quinquaginta fecerūt, ternionem recipiebant. Ergo si quando impar numerus, ex quo par factus est, eandem mēsurā, quam alter impar tenet, habuerit, totum demum cum illo impari par, qui ex hoc factus est, componi potest: ubi illud nō anteceffit: ne huc quidem sequitur. Ideo nouem & quinquaginta inter se non componuntur. Ad nouem xxx, inter se componuntur. Orta enim sunt xxx.

duplicatis, xv. Iam autem, nouem & quindecim inter se componi poterant: cum communis mensura his in ternione est. Et ex his cetera oriuntur, quae ad hoc numerorum genus pertinent.

De duobus numeris inter se incompósitos,
& per se compósitos.

EX duobus numeris inter se incompósitos, siue uterq; siue alter per se cōpositus est, mensura alterius cum altero non cōponitur. Sint quatuor & nouem. Hi per se compósitos, inter se incompósitos sunt. Mensura autem quatuor in duobus, nouem in tribus est. Neq; duo uerò cum ix, neq; iij, cum quatuor componuntur. At si sint quinq; & quatuor, alter per se incompósitos mensuram quaternio habet in ii. Duo autē & quinq; non componuntur. Si duo numeri inter se incompósitos sunt, & alter ex his se ipsum multiplicabit is qui sic effectus est, cum priore illo non componit. Sint, iij, & iiii, hi inter se incompósitos sunt. Siue ternio se multiplicarint, ix, & iiii, siue quaternio idem fecerint, xvi, & iij, inter se incompósitos erunt.

Si duo numeri inter se incompósitos se ipsos multiplicarint, qui ex his fiet, inter se incompósitos erunt, ut si eosdē, iij, uel quatuor sumpserimus, & uterque se multiplicarint, nouem quoq; & xvi, inter se incompósitos erunt.

Si duo numeri inter se incompósitos sunt, & alter ex his se multiplicabit, effectusq; sic numerus rursus ipse se multiplicabit. Qui sic effectus est numerus cum altero illo non componit. Sint duo & iij, uterlibet numerus se multiplicet, fiunt bis bina, iiii, ter terna, ix. Rursus hos numeros idē multiplicent, fiunt bis quaterna octo: ter nouem, xxvij. Summantur nunc duo & xxvij, uel duo, uel nouem, æquē inter se incompósitos sunt.

Si duo numeri inter se incompósitos sunt, & uterq; se multiplicauerit, deinde effectum ex se rursus multiplicauerit, hi quoq; qui sic effecti sunt, ut in his ipsis, qui supra positi sunt. Nam ex ij, octo: ex iij, xxvij sic facti inter se non componuntur. Si duo numeri inter se incompósitos sunt, & in unū iunguntur, hic numerus, qui sic effectus est, componi cum alterutro ex prioribus nō potest. Si, iij & v, in unum iungantur, fiunt octo. Hi neq; cū v, neq; cum tribus componi possunt. Si numerus in duos inter se incompósitos diuisus est, componi cum alterutro eorum nō potest. Diuidantur ix, in, iij, & v, neq; cum quatuor, neq; cum, v, cōponi, iiii possunt. Si duo numeri cum tertio iuncti sic fuerint, ut omnes inter se incompósitos sint: deinde ex duobus alter alterum multiplicat, qui sic effectus erit uterq; cum eodem illo tertio componi non poterit. Sint duo numeri quatuor & vii, adiiciantur, his tribus inter se incompósitos sunt, multiplicent duo priores, alter alterum, quatuor, octo, aut octies quaterna fiunt, xxxii. Hi & iij, inter se incompósitos sunt.

De per

De per se incompósitos.

Omnis numerus, qui per se incompositus est, componi cum altero non potest, nisi cum ipso mensura est. Ergo componuntur $iiij$, ad ix , v , ad xv , quia ter terna nouem, quinquies terna, xv sunt. In quo numero quid eius non habebunt, cum eo componi non poterunt.

Si duobus numeris positis, minor est maiore detrahatur, & his qui superest, non est mensura eius, qui proximus ante eum demptus est. Hi numeri inter se incompósitos sunt. Sint $iiij$, & octo. Tollantur ex maiore numero terni quotiens possunt, supersunt duo: in his trium mensura non est. Ergo $iiij$, quoque & octo inter se incompósitos sunt. Si $iiij$, iuncti sunt ex omnibus qui sub eadem ratione sunt: ex his duobus quilibet in unum dati cum tertio non componuntur. Sint $iiij$, numeri nouem xij , xvi . Horum inseques semper priori supertertius est. Nec ulli tres minores duo iuncti reperientur, confundantur in unum nouem & xij , fiunt xxi . Hi cum xvi non componuntur.

Si impar numerus cum aliquo componi non potest: nec cum duplicato quidem eo componitur. Sint quinque & octo: hi inter se incompósitos sunt, duplicentur, octo fiunt, xvi , nec cum his quidem quoque componi possunt.

Si duo & alteri duo numeri ponuntur, sic ut neuter ex prioribus cum alterutro ex insequentibus componi possit: nec is, qui de duobus prioribus factus est, componi cum alterutro insequentium potest. Sint duo numeri quatuor & octo. Itemque alij duo, v , & vij , neuter ex prioribus componi cum altero insequentium potest. Confundantur in unum quatuor & octo, fiunt duodecim, ne hi quidem cum quinque aut septem componuntur.

Minimi numeri ex his, qui sub eadem ratione sunt, inter se incompósitos sunt, ut in dupli ratione minimi sunt, duo & quatuor. In triplici, duo & sex. Hi quoque inter se non componuntur. At quamuis magni numeri summantur, qui inter se incompósitos sunt minimis ex omnibus, qui sub eadem ratione sunt. Sint ut in duo ad unum cc & c , hi inter se non componuntur. Est autem inter eos partium ratio, quod cc & c , id est, dimidio, & $xcix$, partibus antecedunt. Neque id esse inter ullos minores numeros potest. Cum uero mensuræ ratio efficiat, ut quidam per se incompósitos, compositi uel, quidam inter se incompósitos, compositi uel sint, non alienum uidetur documentis protinus subijcere. Omnis numerus aut per se incompositus est, aut si per se compositus est, in aliquo per se incompósito mensuram habet, ut $iiij$: quicquid ab eo per triplicationem crescunt in tribus. Item xv , in v . Sed eorum qui pares ex paribus sunt, minima mensura in duobus est. Eorum autem, qui pares ex imparibus, aut etiam impares sunt, minima mensura etiam in maioribus numeris est. Omnibus tamen imparibus: unius autem compositi mensura, uel minima, uel maxima facile reperitur: Replacatio enim numero proxima mensura, maxima ultra minima est, ut puta sint, l , hi replacent. Dimidia pars eorum xxv . In his

mensura maxima est. Rursus animaduertamus quas inferiores mensuras habeat. Sunt autem decies quina, l. Item quinquies dena. Item bis quina uicena. Nec ulla ex his minor est, ea, quæ ex duobus est. Hæc igitur minima mensura quinquagenarij est. At si duo numeri inter se compositi sunt, maior & minor, quo modo reperiat communis, his maxima, minimaque mensura quæri potest. Oportet autem maiori numero minorem detræhere quotiens potest. Deinde quantum ex priore superest, tantundem demere ex minore quotiens potest. Qui sic interierit numerus, is eorum erit numerorum mensura maxima. Sint enim duo numeri, cccl. & c. demantur ex cccl. quotiens possunt, id est, ter. Reliqui sunt, l. ex altero centenarij numero detrahant l. supererunt ex eo, l. Hic numerus cccl. & c. communis mensura maxima est. Nam quinquagies bina, c. quinquagies septena, cccl. sunt. Ex hoc etiam illud apparet, quod quisquis numerus minor maximū in supradictis numeris metitur: uno quoque eorum mensura metietur. Minima autem mensura eorundem numerorum sic inuenitur. Vbi maxima reperta est, illius ipsius minima quæritur. Eadem etiam prioribus numeris communis minima est. Vt hic quoque minima quinquagenorū mensura in duobus est. Igitur eadem etiam priorum numerorū minima mensura est.

At trium numerorū, qui inter se compositi sunt, maxima, minimaque mensura sic inueniunt. Duorū mensura maxima quærit, si & tertio quoque eorum minimo communis est repertū id, quod desideratū est. Si non est medijs, minimique maxima mensura eodem modo requirit. Ea quoque tribus omnibus communis est. Sint tres numeri cccl. c. lxxv. quæ sit mensura maxima communis his qui cccl. & his, qui c. sunt. Reperta quoque sit in quinquagenarij numero. Consideremus an hic tertius illum, qui lxxv. habet, metiatur. Si metiretur, omnibus tribus communis esset. Nō metitur autem. Ergo iungamus c. & lxxv. & horū maximā mensuram requiramus. Demo ex c. lxxv. supersunt xxv. Hos quoties possum demo ex eo numero, qui lxxv. habet, id est, bis. Supersunt xxv. hic numerus maxima mensura est communis his, qui c. & his qui lxxv. sunt. In his etiā omnium trium numerorū, maxima mensura communis est. Nam uicies quinquies terna, lxxv. sunt. uicies quinquies quaterna c. Vicies quinquies quaterna dena, cccl. Consideremus nunc horū xxv. quæ minima mensura sit: ea peruenire neque ad duos, neque ad tres, neque ad quatuor potest, sed est in quinarij numero. Et hæc eadem mensura minima communis omnibus tribus superioribus numeris reperitur. Nam, ij qui & cccl. & c. & metiuntur, lxxv. non metiuntur iij. qui lxxv. metiunt, cccl. & c. non metiunt iij. c. metiuntur. Qui rursus cccl. & lxxv. nō metiuntur. Quinq; primū omnes illos metiri possunt, quia quinquies quina dena lxxv. quinquies uicena centū, quinquies septuagena cccl. sunt. Duobus uerō numeris datis, quem minimum illi metiantur, sic inuenitur. Sint dati numeri ij. & iij. hi inter se in-

compositi

compositi sunt. Ex his alter alterum multiplicet. Bis terna, uel ter bina fiunt sex. Hic minimus numerus est, quem illi duo metiantur. Maximum, quē metiri possint, nemo dixerit, sed omnem idem numerū metientur, quicūq; senario numero multiplicato fiet. Addatur duo numeri inter se compositi nouem & duodecim. Simili multiplicatione eodem non peruenitur, quia potest etiam minor numerus, quā qui sic efficit in his mensuram aliam habere igitur uia reperiendum est. Videmus, qui minimi numeri sub eadem ratioe, qui hi sunt. Est autem in nouenario numero minimus rationis eiusdem tres, in duodenario duo. Nunc multiplicet ex minoribus numeris uterlibet nō suum numerum, sed alienum, i, uel tria, xij, uel ij, ix. Ter duodena xxxvi. bis nouena xviij. Ex his consideremus, an minor numerus, qui est xviij, mensuram habeat, & in ix, & in xij. Habet autem in ix, & in xij, nō habet. Dimittat igitur, & maior apprehendit, qui est xxxvi. Hic minimus est, quem metiri & ix, & xij, possint. Nam & nouies quaterna, & duodecies terna xxxvi, sunt. Eadem ratione omnē numerū, quicūq; xxxvi, multiplicatis fiet, idem dum duo numeri metiuntur. Tribus autem numeris datis: numerus, quem minimū illi metiatur, sic inuenit. Sint dati tres numeri ij, iij, iiij. Summus is nūerus, qui minimus & in duplicatione, & in triplicatione mensurā habet, is est senarius numerus. Consideremus an hic etiā tertium ex tribus idem quaternione metiatur. Si metietur, repertum id esset, quod requisitū est: nunc non metit. Aspiciamus ergo, quē minimū iij, & ij, metiantur, is est xij. Ergo is est minimus, quē omnes illi tres metiri possunt. Nā & bis sena, & ter quaterna, & quater terna xij, fiunt. Et hic quoq; omnē numerum, qui xij, multiplicatis fiet, idem illi numeri iij, metiant. Vbi duo numeri numerū aliquē metiunt, qui minimus in illis duobus mensurā habet, eiusdem illius numeri mensura est. Sint dati xij, hos & ij, & iij, metiuntur. Minimus autē numerus, quē illi duo metiuntur senarius. At qui isdem etiam xij, metitur. nā sexies bina xij, sunt. Idem fit in eo numero, quem tres aliqui metiunt. Nā hic quoq; metitur, qui minimus in illis tribus mensurā habet. Ponant xiiij, hos & ij, & iij, & iiij metiunt minimus autē numerus, qui est xij, in isdem illis tribus mensurā habet. At qui hic quoq; eos qui xiiij sūt, metitur: nā duodecies bina xiiij, sunt. Si binis nūeris maiores, minoresq; ponuntur, sicut eadē ratio inter maiores, minoresq; sit. Quoties maior minorē, totiens minor minorē metitur. Sint numeri duo & tres, deinde octo & xij. Eadem inter maiores, minoresq; numeros ratio est. Nā & iij, ij, & xij, his qui octo sunt superdimidij sunt. Metiunt autē iij, eos, qui xij, sunt quater. Nam ter quaterna duodecim sunt. At qui duo quoque eos, qui octo sūt, quatuor metiuntur. Nam quatuor bina octo sunt.

Quotiens singularitas aliquem numerū metitur, totiens alius numerus eam etiā metiet. Eueniet, ut quotiens singularitas ex secundis ulteriores

numerum metietur, totiens is, qui ante in singularitatis mensuram uenerit, ulteriorem numerum metiatur. Sint, i, & v, & vi, & xxx. Singularitas qui narium numerum quinquies metitur. Inde facit senio in xxx. Rursus ipsos sex singularitas sexies metitur. At quinarium quoque numerus sexies metitur eos, qui xxx, sunt. Si duo numeri, alteri alterum multiplicent, eum uero numerum, qui sic effectus est, aliquis qui per se incompositus est, metitur. Idem necesse est etiam utrunque ex prioribus metiatur. Multiplicet decus octonarius numerus fiunt, lxxx, hos, ij, metiuntur. Nam bis quadragena, lxxx, sunt. At quin idem si octo quoque & decem metiuntur, cum bis quaterna octo, bis quina decem fiant. Quotiescunque numeri portionis eiusdem, quam ἀναλογία Græci uocant, in ordinem ponuntur, Primus, si ultimum metitur: secundum quoque, & deinceps omnes metitur. Si secundum metitur, ultimum quoque & medios metietur. Si quemlibet denique unum metietur, omnes metietur. Contra si ultimum non metitur, ne secundum quidem, neque quencquam alium. Si secundum non metitur, ne ultimum quidem, aliumue. Si quem medium non metitur: ne alium quidem. Sint iij, & ix, & xxvij, & lxxxvij, & ccxliij. inter hos omnes tripli ratio est. Ternio autem metitur eos, qui ccxliij, sunt. Ter octogeni & singuli ccxliij, sunt. Idem ergo metitur nouenarium numerum, cum ter terna nouem sunt, & qui hunc metitur, etiam ultimum. Et quia utrumlibet, etiam ceteros. Et quia medium quencuis ex illis, & priores quoque & posteriores. At duo quæ non metiunt, ccxliij, ne ix, quidem, aut medios, quia ix non metiuntur, ne ccxliij, quidem aut medios, quia nullum ex medijs metiuntur, ne posteriores quidem.

Si quotlibet ab, i, numeri conueniunt portionis eiusdem, quot per se incompiniti numeri ultimum numerum totidem etiam eum, qui ab uno proximus est, metientur. Sint numeri, qui duplo increscunt, i, ij, iij, viij, xvi. Ex his eos, qui, xvi, sunt, ij, & idem seipsos metiuntur. At sint in, xij, cxliij, in millibus, dccxxvij. Sunt per se incompiniti numeri, ij, iij, quia bis octingenta, lxiiij in millibus, dccxxvij, sunt. Itemque ter quingenta septuagena sena. At quin idem, ij, &, iij, & xij, quoque, quam ab uno proximi sunt, metiunt. Cum bis sena, & ter quaterna, duodecim sint. Si quodlibet ab uno numeri portionis eiusdem sunt, minor numerus maiorem semper per aliquem aliorum, qui sub eadem portione sunt, metit. Sint, i, ij, iij, viij, xvi, xxxij, lxiiij. Et his ij, eos, qui iij, sunt, iij, eos, qui octo sunt, & ex duplicatione metiuntur. At ij, eos, qui octo sunt, quadruplicatione metiuntur. Eadem eos, qui sedecim sunt, metiuntur, iij. Itemque octuplicatione metiuntur, ij, eos, qui, xvi, sunt, iij, eos, qui, xxxij, sunt octo, eos, qui, lxiiij, sunt. Neque inuenitur numerus, qui non & maiorem metiatur, & nulla alia mensura id facit, quam quæ in hisdem numeris est. Si quodlibet ab uno numeri portionis eiusdem sunt, Et his, qui ab uno proximus est, per se incompositus est, Maximus ex his in mensuram

mensuram nonueniet, nisi qui eiusdem portionis erit. Sint, i, iii, ix, xxvii, inter hos tripla portio est, & uni proximus numerus per se incopositus est. Igitur eos, qui xxvii, sunt, nullus numerus metiri potest, nisi aut iii, aut ix, quia sub eadem portione sunt, quod non ita euenit, si quando ab, i, proximus numerus compositus est. Sint, i, iii, xvi, lxiii proximus ab, i, numeris, per se compositus est. Ergo ultimus, qui est lxiii. Alias quoque mensuras, quam in hac serie sunt, admittit, & ii, & vii, & xxxii cum bis, xxxii, octies octona bis, & tricies bina, lxiii faciant, quem minimum numerum, duo per se incopositi metiuntur. Eum nullus alius per se incompositus metietur. Summat, v, & vii, nullum minorem numerum, xxxv, metiuntur. Nam quinquies, vii, & septies quina, xxxv, sunt. Atque nullus alius numerus per se incopositus, hunc metiri potest. Non, ii, non, iii, non xi, non, xiii, non, xvii, multo uero minus ultiores numeri. Si quadratus numerus, quadratum metit, in latere quoque eius alterius mensura est. Sint, ii, quadrati numeri, iii, & xvi, metitur eos, qui xvi, sunt, quaternio. Quater enim, iii, xvi. At qui in latere iii, ii, sunt, in latere eorum, qui, xvi, sunt, iii, sunt, ii, metiuntur quaternione. Bis enim bina, quatuor sunt. Ex hoc etiam illud apparet ex ii, quadratis numeris, si in alterius latere mensura est, in ipso quoque quadrato numero alterius quadrati mensuram esse. Si quadratus numerus quadratum non metitur, ne in latere quidem alterius mensura alterius est. Sint quadrati numeri, iii, & ix. Quaternio nouenarii numerum non metitur. Ergo ne ii, quidem, qui in latere quadrati sunt, iii, qui in latere nouenarii numeri sunt, metiuntur. Ex hoc etiam illud apparet ex ii, quadratis numeris, si in alterius latere alterius lateris mensura non est, ne in aliquo quidem quadrato numeri alterius quadrati mensuram esse. Si tessera, tesseram metitur, in latere quoque alterius lateris mensura est. Sint, ii, tesserae, octo lxiii. Eos qui, lxiii, sunt, octo metiuntur. Siquidem octies, vii, lxiii, sunt. At quin si in latere eius tesserae, quae octo habet, ii, sint, in latere eius tesserae quae, lxiii, habet, iii, sunt, ii, quaternarii mensura sunt. Ex hoc etiam illud apparet, si ex duabus tesserae ii, alterius latus, alterius mensura est lateris, eius quoque tesserae alia tessera mensura est. At qui si tesseram tessera non metietur, ne in latere quidem apparens lateris alterius mensura est. Sint, ii, tesserae octo, & xxvii, eos qui, xxvii, sunt octo non metiuntur. Ergo cum in latere eius tesserae, quae octo habet, duo sint, in eius, quae, xxvii, habet, iii, sint. Duo ternione non metiuntur. Ex hoc etiam illud apparet, quod si in latere tesserae non est mensura; ne ea quidem tessera eam tesseram metitur.

In omni uero numero, qui mensuram in aliquo numero habet, ex eodem & mensurae nomen acquirit, qui mensuram facit. Sint nouem. hos ternio metit, & est etiam nouenarii numeri tertia pars, in tribus sint, xvi. Hos quaternio metitur.

metitur. Et est quarta eorum, qui xvi. sunt quaternio. Idemque in cæteris omnibus numeris reperitur. Sequitur autem, ut si numero membrum sit, eo numero mensuram is habeat, cui cum eo membro commune nomen sit, ut nouenarii numeri membrum in ternione est, eumque tres metiuntur.

Hos sat erit cursim numeros memorasse, modosque
 Cætera Cecropias æquum perhibere cathedras
 Si tamen ullus inest nostris super alitis aris,
 Aut ritè in ueterem cultum replicantur ab ollæ,
 Me spacium admonuit iam claudere fatibus orsa.
 Ne superum nostri capiant fastidia cætus,
 Et uetusa strigero pellar numeraria cælo.
 Sic ait ac reticens propriori adiuncta forori est.

Explicit liber septimus.



 MARTIANI CAPELLAE DE ASTRONOMIA, LIBER VIII.



VAE dum geruntur, & deorum sacer Senatus illos numerorum concinentium, repugnantiumque admiratur anfractus, ipsamque sceminam quadam uenerabilis excellentiæ celsitudine reuerendam, non cassum parentem superum creditum recognoscit. Multitudo etiam, quæ iussa constiterat, sapientum, præsertimque Pythagoras cum sectatoribus cunctis, Platoque Timæi sui caligosa discriminās arcanis eam laudibus uenerantur. Nupturamque Virginem sæpius cōspicabunda Pallas, quid superdotalis eruditione sceminæ cōprobaret, exquirat, & ipsa nutum admirantis associās. Cyllenius autem nullius magis alumnae splendore, ac luculentia gloriatus, huius se sceminæ euehit granditate. Sic Phœbo diutulae aliam dotalem intromittere morante, ne prioris Proferæ admiratio laberetur: Sacrum paulum fuit, reuerendumque silentium. Sillenus interea, ut Euan consecutus potè uietus atque accliuis astabat, seu marcore confectus ætatis, siue anxia

inter