

ebenso sicher als ausnahmslos wahr gelten dürfen. Die Unzuverlässigkeit, die dieser Classe von Gesetzen eigen ist, ist jedoch nur geringfügig im Vergleich mit der Unsicherheit von Gleichförmigkeiten, bei denen es ungewiß ist, ob sie überhaupt ursächliche Gesetze sind. Solange diese nicht aufgelöst werden, können wir nicht wissen, von wie vielen Collocationen sowohl als Gesetzen ihre Geltung abhängig sein mag und können sie daher niemals mit irgendwelcher Zuversicht auf Fälle ausdehnen, bei denen wir uns nicht erst erfahrungsmäßig überzeugt haben, daß die erforderliche Collocation von Ursachen, von welcher Art diese auch sein mag, vorhanden ist. Dieser Classe von Gesetzen allein kommt die Eigenthümlichkeit, welche wissenschaftliche Forscher gewöhnlich als das unterscheidende Merkmal von empirischen Gesetzen betrachten, in ihrer ganzen Strenge zu, daß man sich nämlich jenseits der Grenzen der Zeit, des Raumes und der Verhältnisse, innerhalb deren die Beobachtungen stattfanden, nicht auf sie verlassen darf. Dies sind empirische Gesetze im eigentlichsten Sinne, und wenn ich den Ausdruck gebrauche, so werde ich (außer wo der Zusammenhang augenscheinlich auf das Gegentheil hinweist) damit in der Regel nur jene Gleichförmigkeiten, der Succession sowohl als der Coexistenz, bezeichnen, von denen man nicht weiß, ob sie ursächliche Gesetze sind.

Siebzehntes Capitel.

Vom Zufall und seiner Elimination.

§. 1. Betrachten wir also nur jene erfahrungsmäßigen Gleichförmigkeiten als empirische Gesetze, bei denen die Frage, ob sie ursächliche Gesetze sind, unentschieden bleiben muß, bis man sie auf deductivem Wege erklären kann, oder irgendein Mittel findet, die Differenzmethode auf sie anzuwenden, so wissen wir bereits, daß eine Gleichförmigkeit, so lange sie nicht in einer oder der anderen Weise aus der Classe der empirischen Gesetze genommen und in die der ursächlichen Gesetze oder der erweisbaren Ergebnisse ursächlicher Gesetze versetzt werden kann, nicht jenseits der örtlichen und sonstigen Grenzen, innerhalb deren sie thatsächlich wahr befunden wurde, mit irgendeinem

Grade von Zuversicht als wahr angenommen werden darf. Es erübrigt noch zu untersuchen, wie wir uns von ihrer Geltung selbst innerhalb jener Grenzen zu überzeugen haben, welches Maß von Erfahrung hinreicht, um eine Verallgemeinerung, die bloß auf der Uebereinstimmungsmethode beruht, auch nur als ein empirisches Gesetz für hinreichend festgestellt halten zu können. In einem früheren Abschnitte, bei der Behandlung der Methoden der directen Induction, behielten wir uns die Frage ausdrücklich vor *), und die Zeit ist jetzt gekommen, um ihre Lösung zu versuchen.

Wir fanden die Uebereinstimmungsmethode mit dem Gebrechen behaftet, daß sie keinen ursächlichen Zusammenhang erweisen und daher nur dazu dienen kann, empirische Gesetze festzustellen. Aber wir fanden auch, daß sie, abgesehen von diesem Mangel, an einer eigenthümlichen Unvollkommenheit leidet, welche die Tendenz besitzt, auch solche Schlüsse, zu deren Gewinnung sie an sich befähigt ist, unsicher zu machen. Diese Mangelhaftigkeit entspringt aus der Thatfache der Vielzahl von Ursachen. Wenn auch zwei oder mehr Fälle, in denen man die Erscheinung *a* antrifft, kein anderes gemeinsames Antecedens als *A* besitzen, so beweist dies doch nicht, daß zwischen *a* und *A* irgendein Zusammenhang besteht, da *a* vielerlei Ursachen haben und in diesen verschiedenen Instanzen nicht durch etwas, was dieselben mit einander gemein hatten, sondern durch eines von jenen Elementen, die in ihnen verschieden waren, erzeugt worden sein mag. Wir bemerkten demungeachtet, daß in dem Maße, als die Fälle, die auf *A* als das Antecedens hinweisen, vervielfältigt werden, die eigenthümliche Unsicherheit der Methode verringert wird und das Dasein eines *A* mit *a* verknüpfenden Gesetzes der Gewißheit immer näher kommt. Wir haben hier zu bestimmen, welches Maß von Erfahrung uns berechtigt, diese Gewißheit für thatsächlich erreicht und die Verbindung zwischen *A* und *a* für ein empirisches Gesetz zu halten.

Diese Frage läßt sich auch anders und in gewöhnlicherer Weise wie folgt aussprechen: nach wie vielen und bei welcher Art von Instanzen darf man schließen, daß ein beobachtetes Zusammentreffen von zwei Erscheinungen nicht die Wirkung des Zufalls ist?

Es ist von höchster Wichtigkeit für ein richtiges Verständniß der Logik der Induction, daß wir uns eine deutliche Vorstellung

*) Oben, Buch III, Cap. X, §. 2.

davon machen, was man unter Zufall zu verstehen hat, und wie die Erscheinungen, welche die gewöhnliche Ausdrucksweise dieser Abstraction zuschreibt, in Wahrheit hervorgebracht werden.

§. 2. Man spricht gewöhnlich vom Zufall in directem Gegensatz zur Gesetzmäßigkeit. Alles was, wie man denkt, keinem Gesetze zugeschrieben werden kann, wird dem Zufall beigelegt. Es ist jedoch gewiß, daß alles, was geschieht, die Folge irgendeines Gesetzes ist. Es ist eine Wirkung von Ursachen und hätte vorhergesagt werden können, wenn man das Dasein jener Ursachen und ihre Gesetze gekannt hätte. Wenn ich eine bestimmte Karte aufschlage, so ist dies die Folge ihrer bestimmten Lage im Päckchen. Ihre Lage im Päckchen war eine Folge der Art, wie die Karten gemischt, oder wie sie im letzten Spiel ausgespielt wurden, was wieder Wirkungen früherer Ursachen waren. In jedem Stadium wäre es, wenn wir eine genaue Kenntniß der vorhandenen Ursachen gehabt hätten, an sich möglich gewesen, die Wirkung vorherzusagen.

Ein zufälliges Ereigniß wird besser ein Zusammentreffen genannt, aus dem wir nicht auf irgendeine Gleichförmigkeit schließen dürfen — das Eintreten einer Erscheinung unter gewissen Umständen, ohne daß wir daraus schließen dürften, daß es unter diesen Umständen wieder eintreten wird. Dies schließt jedoch, wenn man die Sache genau bezieht, in sich, daß die Aufzählung der Umstände keine vollständige ist. Welche auch die Thatsache sein mag, sobald sie einmal aufgetreten ist, so können wir sicher sein, daß, wenn alle dieselben Umstände sich wiederholten, sie wieder auftreten würde, und nicht, nur wenn alle Umstände; es gibt vielmehr einen bestimmten Theil derselben, mit dem die Erscheinung ausnahmslos verknüpft ist. Mit den meisten ist sie jedoch nicht in dauernder Weise verbunden; ihre Verbindung mit dieser nennt man dann Sache des Zufalls oder bloßes Ungefähr. Thatsachen, die durch Zufall mit einander vereinigt sind, sind jede für sich die Wirkungen von Ursachen und daher von Gesetzen, aber von verschiedenen Ursachen und von Ursachen, die durch kein Gesetz mit einander verknüpft sind.

Es ist daher unrichtig zu sagen, daß irgendeine Erscheinung durch Zufall entstanden ist; aber wir können sagen, daß zwei oder mehr Erscheinungen durch Zufall mit einander verknüpft sind, daß sie nur zufällig zusammenbestehen oder aufeinanderfolgen, womit wir meinen, daß sie in keiner Weise ursächlich

zusammenhängen, daß sie weder Ursache und Wirkung, noch Wirkungen derselben Ursache, noch auch Wirkungen von Ursachen sind, zwischen denen irgendein Gesetz des Zusammenbestehens herrscht, noch endlich auch Wirkungen derselben Collocation uranfänglicher Ursachen.

Wenn dasselbe zufällige Zusammentreffen nie zweimal eintrete, so besäßen wir ein bequemes Prüfmittel, um ein derartiges Zusammentreffen von demjenigen zu unterscheiden, welches das Ergebniß eines Gesetzes ist. So lange die Erscheinungen nur ein einziges Mal vereinigt angetroffen würden, so lange könnten wir, wenn wir nicht etwa irgendwelche allgemeinere Gesetze kannten, aus denen das Zusammentreffen entsprungen sein mag, es nicht von einem zufälligen unterscheiden, aber wenn es zweimal eintreße, so wüßten wir, daß die so vereinigten Erscheinungen irgendwie auf ursächlichem Wege mit einander zusammenhängen.

Es gibt jedoch kein solches Prüfmittel. Ein Zusammentreffen kann wieder und wieder eintreten und doch nur Sache des Zufalls sein. Ja es wäre im Widerspruch mit dem, was wir von der Einrichtung der Natur wissen, wenn wir zweifeln wollten, daß jedes zufällige Zusammentreffen sich früher oder später wiederholen wird, so lange die Erscheinungen, unter denen es stattfand, nicht aufhören zu bestehen oder wieder zu entstehen. Die mehrmalige und sogar die häufige Wiederkehr desselben Zusammentreffens beweist daher nicht, daß irgendein Gesetz dabei im Spiele ist, beweist nicht, daß es kein unfähres oder, wie man zu sagen pflegt, keine Wirkung des Zufalls ist.

Und doch ist, wenn wir ein Zusammentreffen nicht aus bekannten Gesetzen erklären, und auch nicht auf dem Wege des Experiments beweisen können, daß es selbst ein ursächliches Verhältniß ist, die Häufigkeit seines Eintretens der einzige Beweisgrund, aus dem wir schließen können, daß es die Wirkung eines Gesetzes ist. Jedoch nicht seine absolute Häufigkeit. Die Frage ist nicht die, ob das Zusammentreffen oft oder selten stattfindet, sondern ob es öfter eintritt als es durch Zufall geschehen könnte, öfter, als man vernunftgemäßer Weise erwarten könnte, wenn das Zusammentreffen ein zufälliges wäre. Wir haben daher zu entscheiden, welchen Grad von Häufigkeit eines Zusammentreffens der Zufall rechtfertigen kann. Und darauf gibt es keine allgemeine Antwort. Wir können nur den

Grundsatz aussprechen, der die Antwort bestimmen muß; diese selbst wird in jedem verschiedenen Falle verschieden ausfallen.

Man nehme an, daß die eine von den Erscheinungen, A, immer vorhanden ist und die andere Erscheinung, B, nur gelegentlich. Daraus folgt, daß jede Instanz von B eine Instanz seines Zusammentreffens mit A sein wird, und doch wird das Zusammentreffen bloß ein zufälliges und nicht die Folge irgend-einer Verbindung zwischen ihnen sein. Die Fixsterne waren beständig vorhanden seit dem Beginne menschlicher Erfahrung, und alle Erscheinungen, die jemals in das Bereich menschlicher Beobachtungen gefallen sind, haben in jedem einzelnen Falle mit ihnen zusammen bestanden; und doch beweist dieses Zusammen-treffen, obgleich es ebenso ausnahmslos ist als das, welches zwischen jeder von diesen Erscheinungen und ihrer eigenen Ursache besteht, nicht daß die Gestirne ihre Ursache sind oder daß sie irgendwie mit dieser zusammenhängen. Ein so starker Fall von einem Zusammentreffen als es nur möglicherweise geben kann und ein viel stärkerer in Bezug auf bloße Häufigkeit als die meisten von denen, die Gesetze beweisen, ist hier kein Beweis für das Bestehen eines Gesetzes; warum? weil die Gestirne, da sie immerfort vorhanden sind, mit jeder anderen Erscheinung, sie mag nun mit ihnen zusammenhängen oder nicht, zusammenbestehen müssen. Die Uebereinstimmung, so groß sie auch ist, ist daher um nichts größer, als sie auch bei der Voraussetzung wäre, daß kein solcher Zusammenhang besteht.

Nehmen wir andererseits an, wir untersuchten, ob zwischen Regen und irgendeinem gewissen Wind ein Zusammenhang ob-waltet. Wir wissen, daß es gelegentlich bei jedem Winde regnet; darum kann der Zusammenhang, wenn ein solcher vorhanden ist, kein wirkliches Gesetz sein; aber dennoch mag der Regen mit irgend-einem bestimmten Wind ursächlich verknüpft sein; das heißt, obgleich die beiden nicht immer Wirkungen derselben Ursache sind, (denn sonst würden sie ja regelmäßig zusammen auftreten), so mag es doch einige Ursachen geben, die den beiden gemein sind, so daß sie, insoweit als sie durch diese gemeinsamen Ursachen erzeugt werden, vermöge der Gesetze dieser Ursachen vereinigt auftreten werden. Wie sollen wir dies nun ermitteln? Die Antwort liegt nahe: indem wir beobachten, ob Regen bei einem Wind häufiger als bei einem anderen eintritt. Dies ist jedoch nicht genug; denn vielleicht weht der eine Wind häufiger als irgendein anderer, so daß er bei regnerischem Wetter häufiger

vorhanden sein müßte, selbst wenn er in keinem Zusammenhange mit den Ursachen des Regens stände, vorausgesetzt, daß er mit keiner dem Regen feindlichen Ursache verknüpft ist. In England wehen Westwinde ungefähr einen doppelt so großen Theil des Jahres als Ostwinde. Wenn es daher nur zweimal so oft bei Westwind als bei Ostwind regnet, so haben wir keinen Grund daraus zu schließen, daß irgendein Naturgesetz an diesem Zusammentreffen schuld ist. Regnet es mehr als zweimal so oft, so können wir gewiß sein, daß irgendein Gesetz im Spiele ist; es gibt entweder eine Ursache in der Natur, welche die Tendenz besitzt, in diesem Klima sowohl Regen als Westwind hervorzu- bringen, oder der Westwind hat selbst die Tendenz Regen zu erzeugen. Aber wenn es weniger als zweimal so oft regnet, so können wir einen gerade entgegengesetzten Schluß ziehen; das eine muß, statt eine Ursache des anderen zu sein oder mit Ursachen desselben in Zusammenhang zu stehen, mit Ursachen verknüpft sein, die ihm feindlich sind, oder aber mit der Abwesenheit irgendeiner es erzeugenden Ursache, und obgleich es noch immer bei Westwind viel öfter als bei Ostwind regnen mag, so würde dies doch so weit entfernt sein, einen Zusammenhang zwischen den zwei Erscheinungen zu beweisen, daß vielmehr ein Zusammenhang zwischen Regen und Ostwind erwiesen wäre, trotz der geringeren Häufigkeit des Zusammentreffens der beiden.

Hier haben wir also zwei Beispiele; in dem einen beweist die möglich größte Häufigkeit des Zusammentreffens ohne irgendeinen widersprechenden Fall nicht das Bestehen eines Gesetzes; in dem anderen beweist eine viel geringere Häufigkeit des Zusammentreffens, auch wenn das Nichtzusammentreffen noch häufiger ist, daß ein Gesetz besteht. In beiden Fällen ist das Princip dasselbe. Beide Male betrachten wir zunächst die positive Häufigkeit der Erscheinungen selbst und erwägen, ein wie oftmaliges Zusammentreffen aus dieser selbst entspringen muß, ohne daß wir einen Zusammenhang zwischen den beiden annehmen, vorausgesetzt, daß auch kein Gegensatz zwischen ihnen besteht, — vorausgesetzt, daß keines von beiden mit einer Ursache verknüpft ist, die das andere aufzuheben strebt. Finden wir eine größere Häufigkeit des Zusammentreffens als diese, so schließen wir, daß irgendein Zusammenhang besteht, wenn eine geringere, daß ein Gegensatz vorhanden ist. Im ersten Falle schließen wir, daß die eine der beiden Erscheinungen unter gewissen Umständen die andere hervorrufen kann, oder daß es etwas gibt, was fähig

ist, sie beide hervorzurufen; im letzteren Falle, daß das eine von beiden Phänomenen oder eine Ursache des einen die Entstehung des anderen zu hindern vermag. Wir müssen so von der beobachteten Häufigkeit des Zusammentreffens soviel abziehen, als die Wirkung des Zufalls sein mag, das heißt, der bloßen Häufigkeit der Erscheinungen selbst; und wenn etwas zurück bleibt, so bildet dies eine Restthatfache, die das Bestehen eines Gesetzes beweist.

Die Häufigkeit der Erscheinungen läßt sich nur innerhalb bestimmter Grenzen der Zeit und des Raumes feststellen, da sie ja von der Größe und der Uraustheilung der natürlichen Agentien abhängt, von der wir jenseits der Grenzen menschlicher Beobachtung nichts wissen können, da sich kein Gesetz, keine Regelmäßigkeit in ihr nachweisen läßt, die uns das Unbekannte aus dem Bekannten zu erschließen gestattete. Allein für den gegenwärtigen Zweck ist dies kein Nachtheil, da die Frage in dieselben Grenzen gebannt ist, wie die Daten, die zu ihrer Lösung dienen sollen. Die Fälle des Zusammentreffens fanden an gewissen Orten und zu gewissen Zeiten statt, und innerhalb dieser können wir die Häufigkeit abschätzen, mit der ein solches Zusammentreffen vorkommen würde, wenn es die Wirkung des Zufalls wäre. Finden wir also durch Beobachtung, daß A in je einem von zwei Fällen und B in je einem von drei Fällen vorkommt, dann werden, wenn zwischen ihnen oder irgendwelchen ihrer Ursachen weder ein Zusammenhang noch ein Gegensatz besteht, die Fälle, in denen A und B gleichzeitig vorhanden sein, das heißt zusammenbestehen werden, je ein Fall unter sechs sein. Denn A ist in drei Fällen unter sechs vorhanden, und da B in je einem Fall unter dreien ohne Rücksicht auf die Ab- oder Anwesenheit von A vorhanden ist, so wird es in einem unter jenen drei Fällen vorhanden sein. Es wird daher in der Gesamtzahl der Fälle zwei geben, in denen A ohne B vorhanden ist; einen Fall von B ohne A; zwei, in denen weder B noch A auftritt, und einen Fall unter sechs, in denen beide zugleich vorhanden sein werden. Finden wir also, daß sie thatsächlich öfter als in einem unter sechs Fällen zusammenbestehen, und demzufolge A ohne B nicht so oft als zweimal unter dreien und auch B ohne A nicht so oft als einmal unter zweien auftritt, so ist irgendeine Ursache vorhanden, welche die Tendenz besitzt, eine Verbindung zwischen A und B hervorzubringen.

Verallgemeinern wir dieses Ergebnis, so können wir sagen: wenn A in einer größeren Zahl der Fälle, in denen B vor-

handen ist, als jener, in denen B nicht vorhanden ist, auftritt, dann wird auch B in einer größeren Zahl der Fälle, wo A vorhanden ist, als jener, wo A nicht vorhanden ist, auftreten; und es besteht irgendein ursächlicher Zusammenhang zwischen A und B. Könnten wir zu den Ursachen der beiden Erscheinungen hinaufsteigen, so fänden wir auf irgendeiner Stufe, nah oder fern, irgendeine Ursache oder Ursachen, die beiden gemein sind, und könnten wir feststellen, welche diese sind, so könnten wir einen allgemeinen Satz aufstellen, der ohne Rücksicht auf irgendeine Schranke der Zeit oder des Raumes gelten würde; aber solange wir das nicht thun können, bildet die Thatsache eines Zusammenhanges zwischen den beiden Erscheinungen nur den Gegenstand eines empirischen Gesetzes.

§. 3. Wir haben nunmehr erwogen, in welcher Weise man zu entscheiden hat, ob irgendeine Verknüpfung von Erscheinungen Sache des Zufalls oder das Ergebnis eines Gesetzes ist. Wir müssen jedoch, um die Lehre vom Zufall zu Ende zu bringen, noch jene Wirkungen ins Auge fassen, die zum Theil die Wirkungen des Zufalls und zum Theil die von Gesetzen sind, oder mit anderen Worten die Fälle, in denen die Wirkungen der zufälligen Verknüpfung von Ursachen mit den Wirkungen einer beständigen Ursache fortwährend in Eins verschmolzen sind.

Dies ist ein Fall der Zusammensetzung von Ursachen, und seine Eigenthümlichkeit besteht darin, daß wir statt zweier oder mehrerer Ursachen, die ihre Wirkungen in regelmäßiger Weise mit einander verflechten, hier eine constante Ursache haben, deren Wirkung der Reihe nach von einer Anzahl variabler Ursachen modificirt wird. So besitzt in dem Maße, als der Sommer vorrückt, die Annäherung der Sonne zu einer verticalen Lage die Tendenz, ein beständiges Steigen der Temperatur hervorzubringen, aber mit dieser Wirkung einer beständigen Ursache verschmelzen fortwährend die Wirkungen vieler veränderlicher Ursachen, der Winde, der Wolken, der Verdunstung, des elektrischen Zustandes und dergleichen mehr, so daß die Temperatur eines jeden gegebenen Tages zum Theil von der Wirkung dieser wandelbaren Ursachen und nur zum Theil von jener der beständigen abhängt. Wenn die Wirkung der constanten Ursache von Wirkungen variabler Ursachen stets begleitet und verdeckt wird, so ist es unmöglich, das Gesetz der constanten Ursache in der gewöhnlichen Weise zu ermitteln, indem man sie von allen anderen Ursachen trennt und ge-

sondert beobachtet. Daraus entspringt die Nothwendigkeit noch einer weiteren Regel der experimentalen Forschung.

Wenn die Thätigkeit einer Ursache A einer störenden Einwirkung nicht stetig durch dieselbe Ursache oder Ursachen, sondern durch verschiedene Ursachen zu verschiedenen Zeiten ausgesetzt ist, und wenn diese so häufig auftreten oder so unbestimmt sind, daß wir sie unmöglich insgesammt von einem Versuche ausschließen können, obgleich wir sie variiren können, dann muß unser Bemühen darauf gerichtet sein, zu ermitteln, was die Wirkung aller veränderlichen Ursachen zusammengenommen ist. Um dies zu erreichen, stellen wir so viele Versuche als möglich an, bei denen wir A unverändert erhalten. Die Ergebnisse dieser verschiedenen Versuche werden natürlich verschieden sein, da die unbestimmten modificirenden Ursachen jedesmal andere sind; finden wir dann nicht, daß diese Resultate nach einer bestimmten Richtung hin fortschreiten, sondern im Gegentheil, daß sie um einen gewissen Punct herum schwanken, indem ein Versuch ein etwas größeres, ein anderer ein etwas geringeres Ergebniß liefert, einer ein Resultat, das sich ein wenig mehr nach der einen, ein anderer eines, daß sich ein wenig mehr nach der entgegengesetzten Richtung hinneigt, während der Durchschnitt oder Mittelpunkt nicht verschieden ist, sondern verschiedene Versuchsreihen (unter so mannichfaltigen Umständen als möglich angestellt) dasselbe mittlere Ergebniß liefern, vorausgesetzt, daß sie zahlreich genug sind: dann ist dieses mittlere oder Durchschnittsergebniß in jedem Versuche der der Ursache A zukommende Antheil und die Wirkung, die man erzielt hätte, wenn A allein thätig gewesen wäre; der wandelbare Rest ist die Wirkung des Zufalls, das heißt von Ursachen, deren Zusammenbestehen mit der Ursache A ein bloß zufälliges war. Die Probe für die Zulänglichkeit der Induction ist in diesem Falle dann geliefert, wenn jede beliebige Vermehrung der Anzahl von Fällen, aus denen der Durchschnitt gewonnen wurde, das Ergebniß nicht wesentlich verändert.

Diese Art der Elimination, in der wir nicht irgendeine nachweisbare Ursache, sondern die Menge ungreifbarer, nicht-nachweisbarer Ursachen ausscheiden, kann man die Ausscheidung des Zufalls nennen. Dahin gehört es, wenn wir einen Versuch wiederholen, um das Mittel verschiedener Resultate zu gewinnen und so die Wirkungen der unvermeidlichen Irrthümer jedes einzelnen Versuches los zu werden. Wenn keine bleibende Ursache vorhanden ist, welche die Tendenz besitzt, Irrthümer speciell

nach einer Richtung hin zu erzeugen, so sind wir durch die Erfahrung zu der Annahme berechtigt, daß die Irrthümer auf einer Seite in einer gewissen Anzahl von Versuchen die Irrthümer auf der entgegengesetzten Seite ungefähr aufwiegen werden. Wir wiederholen daher den Versuch so lange, bis jede Veränderung, die im Gesamtdurchschnitt durch weitere Wiederholung noch entsteht, in den Bereich von Fehlergrenzen fällt, die mit dem Grade von Genauigkeit, den der Zweck unserer Untersuchung erheischt, nicht unvereinbar ist*).

§. 4. In unserer bisherigen Voraussetzung nahmen wir an, daß die Wirkung der bleibenden Ursache A einen so beträchtlichen und hervorstechenden Theil des Gesamtergebnisses bildet, daß ihr Dasein niemals der Gegenstand eines Zweifels sein konnte, und der Ausscheidungsproceß hatte nur den Zweck, festzustellen, wie viel jener Ursache zukommt, welches ihr genaues Gesetz ist. Es gibt jedoch Fälle, wo die Wirkung einer bleibenden Ursache im Vergleich mit der der veränderlichen Ursachen, mit denen sie zufällig verknüpft ist, eine so geringe ist, daß sie an sich der Beachtung entgeht, und das bloße Vorhandensein der Wirkung einer bleibenden Ursache wird hier eben erst durch den Proceß in Erfahrung gebracht, der gewöhnlich nur dazu dient, die Größe der Wirkung zu bestimmen. Diese Art der

*) In der voranstehenden Erörterung habe ich von dem Mittel so gesprochen, als ob es genau dasselbe wäre wie der Durchschnitt. Allein das Mittel ist für die inductive Forschung nicht der Durchschnitt oder das arithmetische Mittel, wenn man auch in einer populären Darstellung der Theorie den Unterschied außer Acht lassen kann. Wenn die Abweichungen auf der einen Seite des Durchschnitts viel zahlreicher sind als auf der anderen (wobei die letzteren zwar an Zahl geringer aber beträchtlicher sind), dann wird die der constanten Ursache, im Unterschied zu den variablen, zukommende Wirkung nicht mit dem Durchschnitt zusammenfallen, sondern sich entweder unterhalb oder oberhalb des Durchschnitts befinden, je nachdem die größte Zahl von Fällen sich auf der einen oder der anderen Seite befindet. Dies folgt aus einer sowohl auf inductivem wie auf deductivem Wege ermittelten Wahrheit, daß nämlich kleine Abweichungen von dem wahren Mittelpunkt weit häufiger sind als große. Das mathematische Gesetz besagt, „daß die wahrscheinlichste durch Beobachtung zu gewinnende Bestimmung eines oder mehrerer constanten Elemente diejenige ist, in der die Summe der Quadrate der einzelnen Abweichungen die kleinste mögliche ist.“ Diesen Grundsatz [die Methode der kleinsten Quadrate genannt] findet man dargestellt und in populärer Weise begründet bei Sir John Herschel, Essays S. 395 ff. (in einer Beurtheilung von Quételet's Lettres sur la théorie des probabilités etc.)

Induction läßt sich folgendermaßen darstellen. Man weiß, daß eine gegebene Wirkung hauptsächlich, aber nicht, daß sie gänzlich von wandelbaren Ursachen bestimmt wird. Wäre sie gänzlich auf diesem Wege entstanden, dann müßten sich, wenn man die Summe einer hinreichenden Anzahl von Fällen zöge, die Wirkungen dieser verschiedenen Ursachen gegenseitig aufheben. Finden wir daher, daß dies nicht der Fall ist, sondern im Gegentheil daß bei einer so großen Anzahl von Versuchen, daß keine weitere Vermehrung das Durchschnittsergebniß mehr verändert, dieser Durchschnitt nicht Null, sondern irgendeine Größe ist, um die herum, so gering sie auch im Vergleich mit der Gesamtwirkung erscheinen mag, sich die Wirkung nichtsdestoweniger bewegt und die den Mittelpunkt dieses ihres Schwankens bildet, so können wir schließen, daß dies die Wirkung irgendeiner bleibenden Ursache ist, welche Ursache wir durch eine oder die andere der bereits besprochenen Methoden zu entdecken hoffen können. Dies kann man die Entdeckung eines Resphänomens durch Elimination der Wirkungen des Zufalls nennen.

In dieser Weise kann man z. B. entdecken, daß Würfel beschwert sind. Natürlich sind Würfel niemals so plump gefälscht, daß sie immer dieselben Zahlen werfen müssen, sonst wäre der Betrug im Augenblick entdeckt. Die Beschwerung, eine bleibende Ursache, vermengt sich mit den wandelbaren Ursachen, die bestimmen, welcher Wurf in jedem einzelnen Falle geworfen wird. Wären die Würfel nicht beschwert und der Wurf ausschließlich der Einwirkung der veränderlichen Ursachen überlassen, so würden diese sich bei einer hinreichenden Anzahl von Fällen gegenseitig das Gleichgewicht halten und keine bestimmte Art von Würfeln hätte einen Ueberschuß für sich. Finden wir daher bei einer so großen Anzahl von Versuchen, daß keine weitere Vermehrung derselben den Durchschnitt wesentlich verändert, einen Ueberschuß zu Gunsten eines bestimmten Wurfs, so können wir mit Sicherheit schließen, daß irgendeine bleibende Ursache vorhanden ist, die zu Gunsten jenes Wurfs wirkt, oder mit anderen Worten, daß die Würfel gefälscht sind, und auch das bestimmte Maß ihrer Fälschung. In ähnlicher Weise kam die sogenannte tägliche Variation des Barometers, die im Verhältniß zu den von den unregelmäßigen Veränderungen im Zustande der Atmosphäre erzeugten Schwankungen eine nur sehr geringfügige ist, dadurch zu Tage, daß man die Durchschnittshöhe des Barometers zu gewissen Tagesstunden verglich. Bei diesem Vergleiche fand man

einen geringen Unterschied, der, so verschieden auch die absoluten Größen sein mochten, im Ganzen derselbe blieb und der daher die Wirkung einer bleibenden Ursache sein mußte. Diese Ursache wurde nachträglich auf deductivem Wege in der Verdünnung der Luft gefunden, welche die Folge der mit dem Fortschreiten des Tages Hand in Hand gehenden Temperaturzunahme ist.

§. 5. Nach diesen allgemeinen Bemerkungen über die Natur des Zufalls dürfen wir uns an die Beantwortung der Frage wagen: in welcher Weise kann man Gewißheit darüber erlangen, daß eine Verbindung von zwei Erscheinungen, die man bei einer gewissen Anzahl von Fällen beobachtet hat, nicht eine zufällige, sondern die Wirkung eines ursächlichen Zusammenhanges ist und daher als eine der in der Natur herrschenden Gleichförmigkeiten zu gelten hat, wenn auch vorläufig (bis sie a priori erklärt wird) nur als ein empirisches Gesetz.

Wir wollen den stärksten Fall setzen, daß nämlich die Erscheinung B nie anders als in Verbindung mit A beobachtet wurde. Auch dann darf man die Wahrscheinlichkeit eines Zusammenhanges zwischen den beiden nicht nach der bloßen Gesamtzahl der Fälle, in denen man sie vereinigt angetroffen hat, sondern nach dem Ueberschuß derselben über die Zahl bemessen, welche auf Rechnung der absoluten Häufigkeit von A zu setzen ist. Ist z. B. A immer vorhanden und coexistirt es daher mit Allem und Jedem, so würde keine Zahl von Fällen, in denen es mit B coexistirt hat, einen Zusammenhang darthun, wie in unserm Beispiel von den Fixsternen. Ist A eine so gewöhnliche Thatsache, daß man vermuthen kann, sie sei bei der Hälfte aller Erscheinungen, die überhaupt auftreten, gleichzeitig anwesend und daher auch bei der Hälfte von allen Fällen, in denen B auftritt, so ist es nur der verhältnißmäßige Ueberschuß über diese Hälfte, den man in Rechnung bringen darf, wenn es gilt, einen Zusammenhang zwischen A und B zu erweisen.

Neben und außer dieser Frage: welches ist die Anzahl von Fällen eines Zusammentreffens, die man beim Durchschnitt einer großen Menge von Versuchen vom Zufall allein erwarten darf? gibt es auch noch eine andere Frage, nämlich: welches Maß der Abweichung von diesem Durchschnitt ist als bloße Wirkung des Zufalls glaublich, bei irgendeiner Anzahl von Fällen, die kleiner ist als diejenige, aus der man einen gehörigen Durchschnitt ziehen kann? Wir haben nicht nur zu untersuchen, welches das

Gesamtergebniß des Zufalls auf die Länge sein wird, sondern auch, welche die äußersten Grenzen der Abweichung von jenem Gesamtergebniß sind, die man gelegentlich als das Resultat einer geringeren Anzahl von Instanzen erwarten darf.

Die Erwägung der letzteren Frage und jede weitere Ausführung der ersteren gehört zu dem, was die Mathematiker die Lehre von den Chancen oder, mit einem anspruchsvollerem Ausdrucke, die Theorie der Wahrscheinlichkeit nennen.

Achtzehntes Capitel.

Von der Berechnung der Chancen.

§. 1. „Die Wahrscheinlichkeit“, sagt Laplace*), „hat zum Theil mit unserer Unkenntniß, zum Theil mit unserer Kenntniß zu thun. Wir wissen, daß von drei oder mehr Ereignissen eines und nur eines eintreten muß; aber es ist nichts vorhanden, was uns dazu führen könnte, irgendeines von ihnen eher als die anderen zu erwarten. In diesem Zustande der Unentschiedenheit können wir uns unmöglich über ihr Eintreffen mit Gewißheit aussprechen. Es ist jedoch wahrscheinlich, daß nicht gerade irgendeines von diesen Ereignissen, das wir beliebig gewählt haben, stattfinden wird, weil wir mehrere Fälle sehen, die alle gleich gut möglich sind und die sein Eintreten ausschließen, während nur ein einziger es begünstigt.

„Die Lehre von der Wahrscheinlichkeit besteht darin, daß man alle Ereignisse derselben Art auf eine gewisse Anzahl von gleich möglichen Fällen zurückführt, das heißt von solchen, über deren Eintreten wir gleich ungewiß sind, und daß man ferner die Zahl der Fälle bestimmt, die dem Ereignisse, dessen Wahrscheinlichkeit wir zu bestimmen suchen, günstig sind. Das Verhältniß dieser Zahl zu der Zahl aller möglichen Fälle ist das Maß der Wahrscheinlichkeit, ein Bruchtheil, der zu seinem Zähler die Zahl der dem Ereigniß günstigen Fälle und zu seinem Nenner die Zahl aller möglichen Fälle hat“.

Zu einer Wahrscheinlichkeitsrechnung sind daher nach Laplace

*) Essai philosophique sur les probabilités. 5. Pariser Ausg. S. 7.