

zu 1 Thlr. 16 Sgr., B 20 Karolin zu $6\frac{1}{2}$ Thlr. und 10 Thlr., C 25 Napoleonsd'or zu $5\frac{3}{5}$ Thlr. und 10 Dukaten. a) Wie viel haben A, B, C insgesammt verzehrt? b) Wie viel Thlr. betrug die ganze Reisefasse? c) Wie viel hatten sie im Ganzen übrig behalten? d) Wie viel hatte jeder zuletzt noch an Geld? e) Wie viel betrug der Unterschied ihrer Ausgaben? f) Wie groß war der Unterschied ihrer Reisefasse im Anfang? g) Wie viel betrug dieser Unterschied zuletzt?

- 67) Z stellte ein Gastmahl an. Die Köchinn übergab nachher folgende Rechnung: 36 *tb* Mehl, das *tb* 2 zu Sgr.; 25 *tb* Butter zu $5\frac{1}{2}$ Sgr.; 2 Zuckerhüte, jeder von $8\frac{3}{4}$ *tb*, zu $14\frac{2}{3}$ Sgr.; 2 Anker Wein zu $11\frac{1}{2}$ Thlr.; 55 Hühner-eier, 5 Stück zu $1\frac{1}{2}$ Sgr.; $1\frac{1}{2}$ Duzend Citronen, das Stück zu 2 Sgr.; $9\frac{1}{2}$ Paar Tauben, das Paar zu 10 Sgr.; $5\frac{1}{2}$ Paar Hühner, das Stück zu $7\frac{1}{2}$ Sgr.; 12 Duzend Krebse, das Duzend zu $3\frac{1}{2}$ Sgr.; $22\frac{1}{2}$ *tb* Rindfleisch zu $2\frac{1}{2}$ Sgr.; 3 Schinken von $10\frac{1}{2}$ *tb*, $9\frac{3}{4}$ *tb* und 11 *tb* 20 Loth, das *tb* zu 4 Sgr.; $32\frac{1}{2}$ *tb* Kalbfleisch zu 2 Sgr.; 150 Austern, 100 Stück zu 3 Thlr.; für mancherlei Obst 5 Thlr. 20 Sgr.; für Backwerk $17\frac{1}{2}$ Thlr.; für Brot, Milch und andere Nebensachen 5 Thlr. $22\frac{1}{2}$ Sgr. — Bringe alles in Form einer Rechnung, und berechne wie viel das Gastmahl kostete?

Ein und zwanzigster Abschnitt.

XXI. Einfache geometrische oder Theil-Verhältnisse.

§. 33.

- 1) Wenn du daran denkst, daß 2 in 6 dreimal enthalten ist so kennst du das geometrische oder Theil-Verhältniß (künftig in der Regel schlechtthin Verhältniß) der beiden Zahlen 2 und 6. Bei dem Theil-Verhältniß zweier Zahlen sieht man also darauf, wie oft oder wie vielmals eine Zahl in der andern enthalten ist. Wenn ich daher von dem Verhältniß der Zahlen 3 und 12 spreche, so denke ich an die Zahl, welche anzeigt, wie oft 3 in 12 enthalten ist, nämlich in 4. Diese Zahl welche anzeigt, wie oft eine Zahl in einer andern enthalten ist, nennt man den Exponenten, oder die Verhältnißzahl der beiden Zahlen. So lange der Exponent

zweier Zahlen eine unbekannte Zahl ist, so lange ist auch ihr Verhältniß unbekannt. Dieser Exponent ist nichts anders, als der Quotient, welcher herauskommt, wenn ich mit der einen (ersten) Zahl in die andere dividire. Der Exponent von 2 zu 8 ist 4, weil 2 in 8 viermal enthalten ist. Darum drückt man das Theil-Verhältniß zweier Zahlen auch durch das Divisionszeichen aus.

2 : 8 drückt die Division von 2 in 8 und auch das Verhältniß von 2 zu 8 aus, und man liest diese Zusammenstellung: 2 in 8 oder 2 verhält sich zu 8.

- 2) Gib die Exponenten folgender Zahlenpaare an: 1 : 4; 1 : 7; 1 : 10; 2 : 4; 2 : 6; 2 : 8; 3 : 12; 3 : 11; 5 : 6; 5 : 7; 5 : 16; 7 : 12; 7 : 24; 8 : 36; 8 : 60; 10 : 33; 12 : 60; 48 : 100.
- 3) Gib die Exponenten folgender Zahlenpaare an: 2 : 1; 4 : 1; 10 : 1; 19 : 1; 3 : 2; 5 : 3; 10 : 10; 8 : 5; 11 : 7; 15 : 3; 18 : 12; 20 : 16; 9 : 8; 32 : 4; 48 : 18; 64 : 22; 100 : 30.
- 4) Das erste Glied eines Theil-Verhältnisses sei 5 und der Exponent sei 3; welches ist das zweite Glied des Verhältnisses?

Erstes Glied = 2; Exponent = 8; zweites Glied = . . ?

" " = 3; " = 5; " " = . . ?

" " = 10; " = 4; " " = . . ?

" " = 20; " = 7; " " = . . ?

" " = 4; " = $\frac{1}{2}$; " " = . . ?

" " = 8; " = $\frac{1}{2}$; " " = . . ?

" " = 12; " = $\frac{1}{3}$; " " = . . ?

" " = 15; " = $\frac{2}{5}$; " " = . . ?

" " = 16; " = $\frac{3}{4}$; " " = . . ?

" " = 24; " = $\frac{3}{8}$; " " = . . ?

" " = 24; " = $\frac{7}{8}$; " " = . . ?

" " = 24; " = $1\frac{1}{3}$; " " = . . ?

" " = 28; " = $\frac{1}{7}$; " " = . . ?

" " = 28; " = $\frac{5}{7}$; " " = . . ?

" " = 28; " = $1\frac{3}{7}$; " " = . . ?

" " = 28; " = $2\frac{4}{7}$; " " = . . ?

" " = 12; " = $\frac{1}{5}$; " " = . . ?

" " = 12; " = $\frac{3}{5}$; " " = . . ?

" " = 12; " = $\frac{7}{11}$; " " = . . ?

" " = 30; " = $\frac{5}{11}$; " " = . . ?

5)	Zweites Glied	= 4;	Exponent	= 2;	erstes Glied	= . . ?
"	"	= 6;	"	= 3;	" "	= . . ?
"	"	= 12;	"	= 4;	" "	= . . ?
"	"	= 20;	"	= $\frac{1}{2}$;	" "	= . . ?
"	"	= 20;	"	= $\frac{1}{5}$;	" "	= . . ?
"	"	= 20;	"	= $\frac{2}{5}$;	" "	= . . ?
"	"	= 20;	"	= $\frac{3}{5}$;	" "	= . . ?
"	"	= 20;	"	= $\frac{4}{6}$;	" "	= . . ?
"	"	= 24;	"	= $\frac{3}{8}$;	" "	= . . ?
"	"	= 30;	"	= $\frac{7}{10}$;	" "	= . . ?
"	"	= 15;	"	= $\frac{3}{4}$;	" "	= . . ?
"	"	= 14;	"	= $\frac{4}{5}$;	" "	= . . ?
"	"	= 32;	"	= $\frac{7}{10}$;	" "	= . . ?

- 6) 2 ist in 6 dreimal enthalten, und 4 ist in 12 auch dreimal enthalten. Da nun der Exponent die Größe des Verhältnisses bestimmt, so sind die beiden Verhältnisse 2 : 6 und 4 : 12 einander gleich. Verhältnisse heißen also einander gleich, wenn ihre Exponenten gleich sind. Das Verhältniß von 1 zu 4 ist gleich dem Verhältniß von 2 zu 8. Man drückt dies so aus: 1 : 4 = 2 : 8, und man liest diese Zusammenstellung so: 1 ist so oft in 4 enthalten, als 2 in 8, oder 1 verhält sich zu 4 wie 2 zu 8.

Gib Verhältnisse an, welche alle den Exponenten 4, dann solche, welche $\frac{1}{2}$ zum Exponenten haben!

- 7) Gib Verhältnisse an, welche dem Verhältnisse 1 : 3 gleich sind!
 8) Gib 6 Verhältnisse an, welche dem Verhältnisse 2 : 3 gleich sind, indem du die gleichen Verhältnisse alle unter einander setzest.

$$\begin{aligned} \text{Z. B. } 2 : 3 &= 4 : 6 \\ &= 6 : 9 \text{ u. s. w.} \end{aligned}$$

- 9) Gib 12 Verhältnisse an, welche dem Verhältniß 3 : 4 gleich sind!
 10) Gib 6 Verhältnisse an, von denen jedes dem Verhältniß 10 : 12 gleich ist!
 11) Schreibe 12 Verhältnisse auf, die alle dem Verhältniß 1 : $\frac{1}{2}$; oder 1 : $\frac{1}{3}$; oder 3 : 2; oder 7 : 4; oder 9 : 3; oder 100 : 20 gleich sind!
 12) Werden 2 Zahlen mit einander verglichen, so sind sie entweder gleich oder ungleich. Im letzteren Falle ist die erste entweder die größere, oder die kleinere. Das Verhältniß zweier Zahlen ist daher entweder ein Verhältniß der Gleichheit oder der Ungleichheit, und in diesem Falle entweder ein Verhältniß der größern Zahlen zur kleinern, oder der kleinern zur größern. 4 : 2 . 2 ist ein Verhältniß der Gleichheit; 4 : 6 ein Verhältniß der Ungleichheit und zwar des Kleinern zum Größern; 4 : 3 ist ein Verhältniß des Größern zum Kleinern.

Welche Veränderung geht mit einem Verhältniß vor, wenn ich die Glieder desselben umkehre, d. h. das erste zum zweiten und das zweite zum ersten mache?

- 13) Ist das erste Glied eines Verhältnisses größer als das zweite, z. B. 3 zu 2, so findet der Uebergang vom ersten Gliede auf das zweite durch Abnahme oder Fallen statt, daher heißt ein solches Verhältniß ein abnehmendes oder fallendes. Ist aber das erste Glied kleiner als das zweite, so heißt das Verhältniß ein zunehmendes oder wachsendes oder steigendes.

Welche in folgendem Verhältnissen sind abnehmende und wachsende: $1 : 3$; $2 : 5$; $5 : 2$; $3 : 10$; $10 : 7$; $1 : \frac{3}{4}$; $\frac{3}{4} : 1$; $10 : 10$.

- 14) Sind die Exponenten zweier Verhältnisse einander nicht gleich, so sind es auch die Verhältnisse selbst nicht. Daß nun ein steigendes Verhältniß einem fallenden nicht gleich sein kann, ist für sich klar.

Wenn 2 steigende Verhältnisse einander ungleich sind, heißt dasjenige das mehrsteigende oder größere, welches den größeren Exponenten hat. So ist z. B. von den beiden steigenden Verhältnissen $2 : 3$ und $2 : 4$ das letztere das größere. Und wenn 2 fallende Verhältnisse einander ungleich sind, so heißt dasjenige Verhältniß das mehr fallende oder größere, welches den kleineren Exponenten hat.

So ist z. B. von den fallenden Verhältnissen $4 : 3$ und $4 : 2$ das letztere das mehr fallende oder größere.

- 15) Welches von folgenden Verhältnisspaaren ist das mehr fallende und das mehr steigende, das größere und das kleinere?

$$4 : 6 \text{ und } 4 : 5; \quad 7 : 9 \text{ und } 7 : 10.$$

$$3 : 6 = 4 : 8; \quad 5 : 12 = 7 : 20.$$

$$8 : 4 = 8 : 5; \quad 9 : 1 = 9 : 2.$$

$$12 : 3 = 8 : 2; \quad 2 : 7 = 3 : 14.$$

$$10 : 3 = 60 : 17; \quad 31 : 11 = 30 : 10.$$

$$3 : 4 = 4 : 5; \quad 4 : 3 = 5 : 4.$$

$$4 : 1 = 1 : \frac{1}{4}; \quad 2 : 8 = 1 : 4.$$

$$3 : 9 = 6 : 18; \quad 6 : 2 = 9 : 3.$$

- 16) Welche Veränderung geht mit einem Verhältnisse vor, wenn ich die beiden Glieder mit derselben Zahl multiplicire? Wenn ich z. B. die Glieder des Verhältnisses $1 : 2$ mit 2 multiplicire, so erhalte ich das Verhältniß $2 : 4$; ist dieses Verhältniß größer oder kleiner als jenes, oder ihm gleich?

Welche Veränderung darf man daher mit den Gliedern eines Verhältnisses vornehmen, ohne daß das Verhältniß selbst sich ändert?

- 17) Multiplicire die Glieder des Verhältnisses: $2 : 3$ nach einander mit den Zahlen, 1, 2, 3, 4, 5, 6, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$.

- 18) Welche Veränderung geht mit einem Verhältniß vor, wenn man die beiden Glieder desselben durch dieselbe Zahl dividirt? Wenn man z. B. die Glieder des Verhältnisses $3 : 6$ durch 3 theilt, so erhält man das Verhältniß $1 : 2$; ist dieses Verhältniß größer oder kleiner als jenes, oder ihm gleich?

Welche Veränderung darf man daher mit den Gliedern eines Verhältnisses vornehmen, ohne daß das Verhältniß selbst sich ändert?

- 19) Dividire die Glieder des Verhältnisses $36 : 360$ nach einander mit den Zahlen 1, 2, 3, 4, 6, 8, 10, 12, 18, 36, 72, 90.
- 20) Auf wie vielfache Weise läßt sich das Verhältniß der Zahlen 12 und 18 in kleineren ganzen Zahlen ausdrücken? Und welches sind die kleinsten ganzen Zahlen, welche dieses Verhältniß bezeichnen.
- 21) Drücke folgende Verhältnisse in den möglich kleinsten ganzen Zahlen aus: $4 : 8$; $12 : 6$; $20 : 40$; $30 : 10$; $24 : 8$; $26 : 14$; $7 : 28$; $15 : 60$; $9 : 3$; $12 : 96$; $36 : 144$; $72 : 3$; $11 : 99$; $100 : 25$; $17 : 136$; $169 : 13$; $39 : 13$.
- 22) Drücke folgende, durch Brüche dargestellte Verhältnisse in den möglich kleinsten ganzen Zahlen aus: $\frac{1}{2} : 1$; $1 : \frac{1}{2}$; $1 : \frac{1}{3}$; $\frac{2}{3} : 1$; $1 : \frac{1}{4}$; $1 : \frac{3}{4}$; $\frac{4}{5} : 1$; $\frac{5}{7} : 1$; $1 : \frac{3}{8}$; $2 : \frac{1}{2}$; $2 : \frac{3}{4}$; $2 : \frac{4}{5}$; $\frac{2}{3} : 4$; $\frac{3}{4} : 5$; $5 : \frac{3}{8}$; $\frac{7}{4} : 2$; $\frac{3}{11} : 5$; $8 : \frac{1}{10}$; $5 : \frac{3}{14}$; $19 : \frac{3}{7}$; $50 : \frac{8}{9}$; $\frac{10}{9} : 15$; $\frac{3}{15} : 20$; $\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$; $\frac{2}{3} : \frac{2}{3}$; $\frac{1}{2} : \frac{2}{5}$; $\frac{5}{6} : \frac{7}{6}$; $\frac{3}{8} : \frac{11}{8}$; $\frac{4}{11} : \frac{1}{11}$; $\frac{2}{20} : \frac{20}{20}$; $\frac{2}{3} : \frac{3}{4}$; $\frac{4}{5} : 2\frac{1}{2}$; $\frac{8}{9} : \frac{2}{5}$; $\frac{5}{2} : \frac{7}{3}$; $\frac{3}{14} : 1\frac{2}{14}$; $\frac{5}{16} : 3\frac{8}{16}$; $2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{4}$; $15\frac{5}{8} : 7\frac{3}{4}$; $\frac{11}{38} : 8\frac{3}{11}$; $15\frac{1}{20} : 3\frac{7}{100}$.

Zwei und zwanzigster Abschnitt.

XXII. Geometrische Proportionen oder Theil-Verhältniß-Gleichungen.

§. 34.

- 1) Verbindest du 2 gleiche Theil-Verhältnisse durch das Gleichheitszeichen, so hast du eine geometrische Proportion, z. B.

$$2 : 4 = 3 : 6.$$

Du wirst nun gleich folgende Fragen zu beantworten im Stande sein: Wie viele Verhältnisse gehören zu einer Proportion? Was für Verhältnisse?

Wie viele Glieder bilden eine Proportion? Welche wird man äußere und welche innere Glieder der Proportion nennen?

Das wie vierte Glied der Proportionen ist das erste Glied des ersten Verhältnisses? das zweite Glied des ersten Verhältnisses? u. s. w. Das erste Glied des zweiten Verhältnisses ist? u. s. w. Das zweite Glied des zweiten Verhältnisses ist? u. s. w.

Welche Glieder der Proportionen sind in welchen Gliedern derselben gleich oft enthalten? Wie oft ist das dritte Glied im vierten enthalten, wenn das erste Glied im zweiten dreimal enthalten ist?