

Siebenter Abschnitt.

Von den Decimalbrüchen.

§. 83.

Gleich zu Anfang dieser Arithmetik (in §. 4.) wurde als eine Folge des im vorhergehenden §. 3. vorgetragenen arithmetischen Grundgesetzes angegeben, daß in einer Zahlenreihe von der rechten gegen die linke Hand zu gerechnet jede Ziffer in jeder nachfolgenden Stelle einen zehnmal größeren Werth habe, als in der vorhergehenden. Hieraus folgt nun umgekehrt, daß, von der linken Hand gegen die rechte gerechnet, jede Ziffer, in jeder nachfolgenden Stelle einen zehnmal kleineren Werth haben müsse, als in der vorhergehenden. Hat man daher eine Zahlenreihe, deren letzte Ziffer bey der rechten Hand einfache Einheiten bedeutet, wie z. B. 629784, so müssen, wenn man diese Reihe, nachdem man zuvor die Stelle der einfachen Einheiten durch irgend ein beliebiges Zeichen, etwa durch ein Comma, bezeichnet hat, gegen die rechte Hand zu fortsetzt, indem man ihr noch die Ziffern 1356 anhängt, so daß nun die ganze Reihe ist: 629874,1356 vermöge eben dieses Gesetzes in der ersten Stelle nach den einfachen Einheiten gegen die rechte Hand zu, Zehnthelle der einfachen Einheiten, in der zweyten Zehnthelle von diesen Zehnthellen oder Hunderttheile der einfachen Einheiten, in der dritten Zehnthelle von diesen Hunderttheilen, oder Tausendtheile der einfachen Einheiten, in der vierten Zehnthelle von diesen Tausendtheilen oder Zehntausendtheile der einfachen Einheiten u. s. w.

stehen. Die nach der Stelle der einfachen Einheiten gegen die rechte Hand zu folgenden Stellen, sind also Stellen der niedrigeren Ordnungen, so wie die nach derselben gegen die linke Hand zu folgenden, Stellen der höheren Ordnungen sind, und namentlich ist die erste Stelle nach der Stelle der einfachen Einheiten gegen die rechte Hand zu die Stelle der ersten, die zweyte die Stelle der zweyten, die dritte die Stelle der dritten, u. s. w. niedrigeren Ordnung; die in diesen Stellen stehenden Ziffern aber sind Zähler von Brüchen, deren Nenner von einer Ordnung sind, die unter den höheren Ordnungen die ebensoviele ist, als die Ordnung dieser Ziffern selbst unter den niedrigeren. So ist in dem vorgegebenen Beyspiele die Ziffer 1 von der ersten niedrigeren Ordnung, ihr Nenner aber eine Einheit der ersten höheren nämlich 10, die folgende Ziffer 3 ist von der zweyten niedrigeren Ordnung, ihr Nenner hingegen von der zweyten höheren nämlich 100 u. s. w. Demnach bekommt der Nenner einer jeden nachfolgenden Ziffer eine Null mehr als der Nenner der vorhergehenden, weil die Ordnungen der Nenner in eben dem Verhältnisse wachsen, wie die Ordnungen der angehängten Ziffern selbst abnehmen. Und daher machen alle diese Ziffern zusammen den Zähler eines Bruchs aus, dessen Nenner die Einheit mit so viel angehängten Nullen ist, als die Anzahl dieser Ziffern beträgt. Um sich hievon zu überzeugen, darf man nur alle diese Brüche, nämlich $\frac{1}{10} + \frac{3}{100} + \frac{5}{1000} + \frac{6}{10000}$ nach den gewöhnlichen Regeln auf einerley Benennung bringen, und addiren, wo man dann finden wird, daß ihre Summe $\frac{1356}{10000}$ ist. Diesem zur Folge können diese Brüche auch auf zweyerley Art gelesen werden, nämlich entweder: Ein Zehntel, drey Hunderttel, fünf Tausendtel und sechs Zehntausendtel, oder: Ein Tausend, drey Hundert, sechs und fünfzig Zehntausendtel. Weil man solchergestalt bey diesen Brüchen den Nenner unmittelbar aus dem Zähler bestimmen, oder dem Zähler sogleich ansehen kann, so kann man bey denselben der Mühe, ihnen die Nenner unterzuschreiben, durchgängig überhoben seyn. Hieraus folgt nun zunächst, daß man diese Brüche bey allen Rechnungen wie ganze Zahlen ansehen und behandeln könne, und dies ist der erste Hauptvorthail, der ihren Gebrauch so ungemein

bequem macht. Weil die Nenner dieser Brüche allemal die Zahl 10, oder Producte von ihr durch sie selbst, das heißt Potenzen der Zahl 10 sind, so hat man sie zehnthellige Brüche oder Decimalbrüche genannt.

§. 84.

Will man eine Reihe von bloßen Decimalbrüchen, ohne eine ganze Zahl von irgend einer Ordnung schreiben, so wird bloß an die Stelle der einfachen Einheiten eine Null gesetzt. So heißt z. B. 0,7 sieben Zehntel; 0,21 Ein und zwanzig Hunderttheile, oder zwey Zehntel und ein Hunderttel. Einer solchen Reihe sowohl, als auch einer, die aus ganzen Zahlen mit angehängten Decimalbrüchen besteht, kann man, sobald der Ort der einfachen Einheiten einmal bestimmt ist, alsdann zu beyden Seiten noch so viele Nullen anhängen, als man will, ohne den Werth dieser Reihe im geringsten zu verändern. So ist z. B. 000,56400 nicht mehr und nicht weniger als 0,564. Eben so ist 00,370000 = 0,37 u. s. w.

Daß der Werth einer Zahlenreihe, durch die vorne oder linker Hand angehängten Nullen nicht geändert werde, erhellt daraus, weil die Nullen am Anfang einer Zahlenreihe bloß dienen, um anzuzeigen, daß von der Ordnung, welche den Stellen, die sie einnehmen, zugehört, keine Ziffern vorhanden seyen. Sind aber von einigen der höheren Ordnungen keine Ziffern vorhanden, so fängt man auch erst von der Stelle, worin die erste Ziffer steht, die Zahlenreihe zu lesen, und ihren Werth zu schätzen an, und nimmt also auf die vorangesetzten Nullen so wenig Rücksicht, als ob sie gar nicht da wären. Z. B. bey der Reihe 003,85 hat man nicht nöthig zu lesen: kein Hunderter, kein Zehner, drey Einheiten, acht Zehntel und fünf Hunderttel, sondern da es ganz überflüssig wäre, auf das Nichtvorhandenseyn der Ziffern von diesen höheren Ordnungen die Aufmerksamkeit zu richten, so kann man geradezu lesen: drey Ganze und fünf und achtzig Hundertel.

Daß aber der Werth einer Zahlenreihe, die sich in Decimalbrüche endigt, auch durch die hinten, oder

rechter Hand, angehängten Nullen nicht verändert werde, kann man folgendermaßen erweisen. Die hinten angehängten Nullen sind Decimalziffern; nun bekommt (nach dem vorigen §.) der Nenner einer jeden nachfolgenden Decimalziffer eine Null mehr, als der Nenner der vorhergehenden, und mithin der Nenner des ganzen Bruchs, dessen Zähler aus den anfänglich vorhandenen Decimalziffern und den angehängten Nullen besteht, so viel Nullen mehr, wie der Nenner des Bruchs, dessen Zähler bloß aus den anfänglich vorhandenen Decimalziffern besteht, als man diesen Ziffern selbst Nullen angehängt hat. Folglich wird durch das Anhängen der Nullen der Bruch eigentlich im Zähler und Nenner mit einerley Zahl nämlich mit 10, 100, 1000 u. s. w. multiplicirt, und bleibt also (nach §. 19. Nro III.) unverändert. Gesezt z. B. man hätte die Reihe 1,365, und wollte derselben am Ende noch vier Nullen anhängen, daß sie also würde 1,3650000; so wäre nunmehr der Nenner des Bruchs, dessen Zähler diese Reihe von Decimalziffern ist, (nach dem vorigen §.) die Einheit mit sieben Nullen, oder $= 10000000$, da hingegen der Nenner des Bruchs, dessen Zähler eben diese Reihe von Decimalziffern, vor Anhängung der Nullen, nämlich 365, ist, die Einheit mit nicht mehr als drey Nullen oder 1000 ist; folglich wird durch das Anhängen der vier Nullen dieser Bruch eigentlich im Zähler und Nenner mit 10000 multiplicirt und bleibt daher unverändert.

§. 85.

Für die Addition und Subtraction der Decimalbrüche gelten die oben (§. 5. und 6.) für eben diese Rechnungsarten in ganzen Zahlen gegebenen Vorschriften und Beweise ohne einige Veränderung. Wegen der Subtraction ist nur das einzige zu erinnern, daß, wenn der Minuendus weniger Decimalziffern als der Subtrahendus, oder wenn er deren gar keine hat, da doch bey dem letzteren sich welche befinden, man, um die Subtraction zu verrichten, dem ersteren (nach dem vorigen §.) so viele Nullen rechter Hand anhängen kann, bis er mit dem letzteren gleich viele Decimalziffern hat.

Mehr zur Probe, als zum Beweis der Richtigkeit des gebrauchten Verfahrens (denn dieser ist, wie gesagt, der nämliche wie bey den ganzen Zahlen) kann man nach geendigter Rechnung die gegebenen Decimalbrüche, durch wirkliche Untersezung ihrer Nenner, in gemeine Brüche verwandeln, und mit ihnen (nach S. 23.) die Rechnung vornehmen, wo man dann, wosfern man das erstemal richtig gerechnet hat, wieder die nämlichen Resultate bekommen muß:

Beispiele der Addition.

789,15	1076,45	57,07	5904,82
348,27	904,08	3008,9	800,007
<u>572,51</u>	<u>7009,006</u>	<u>806,005</u>	<u>17,9</u>
1709,93	50,06	954,06	6008,125
	<u>9039,606</u>	<u>4826,035</u>	<u>12730,852</u>

Probe der Addition.

I. Werden die gegebenen Decimalbrüche in gemeine Brüche verwandelt.

$$5904,82 = \frac{590482}{100}$$

$$800,007 = \frac{800007}{1000}$$

$$17,9 = \frac{179}{10}$$

$$6008,125 = \frac{6008125}{1000}$$

II. Nun hat man vier Brüche von verschiedenen Nennern; sollen also diese addirt werden, so müssen sie vorher auf einerley Benennung gebracht werden. Zu dem Ende muß man den ersten mit 10 und den dritten mit 100 im Zähler und Nenner multipliciren, wodurch sich also diese Brüche in folgende verwandeln.

$$\begin{array}{r}
 5904820 \\
 \hline
 1000 \\
 800007 \\
 \hline
 1000 \\
 17900 \\
 \hline
 1000 \\
 \hline
 6008125 \\
 \hline
 1000
 \end{array}$$

III. Da sie nunmehr alle einerley Nenner haben, so addirt man ihre Zähler, und setzt der Summe derselben den gemeinschaftlichen Nenner unter, wodurch man erhält:

$$\begin{array}{r} 5904820 \\ 800007 \\ 17900 \\ 6008125 \\ \hline 12730852 \\ \hline 1000 \end{array}$$

IV. Verrichtet man nun bey diesem letzten Ausdruck die Division wirklich, so erhält man zum Quotienten:

$$12730 \frac{852}{1000} = 12730,852.$$

Beyspiele der Subtraction.

$$\begin{array}{r} 641,02 \quad 8201,03 \quad 87,100000 \quad 543,010000 \\ 584,27 \quad 5794,68 \quad 69,754328 \quad 98,795463 \\ \hline 56,75 \quad 2406,35 \quad 17,345672 \quad 444,214537 \end{array}$$

Probe der Subtraction.

$$\begin{array}{r} 543,01 = \frac{543010000}{1000000} \quad 543010000 \\ \quad \quad \quad 98795463 \\ 98,795463 = \frac{98795463}{1000000} \quad 444214537 \\ \quad \quad \quad 1000000 \end{array} = 444,214537$$

§. 86.

Was die Multiplication mit Decimalbrüchen betrifft, so mögen folgende Betrachtungen zu Bewirkung einer deutlichen Einsicht in die Gründe derselben dienen. Einmal folgt (aus §. 51.), daß eine jede Zahl zehnmal größer gemacht, oder daß sie mit zehn multiplicirt werde, wenn man ihr am Ende eine Null anhängt; denn dadurch werden aus den Einheiten derselben Zehner, aus den Zehnern Hunderter, aus den Hundertern Tausender u. s. w., kurz, es wird dadurch jede Ziffer dieser Zahl von jeder Ordnung in die nächsthöhere Ordnung erhoben, oder es werden alle

Theile dieser Zahl zehnmal größer, folglich wird es auch die ganze Zahl. Aus eben den Gründen wird eine Zahl hundertmal größer, als sie war, wenn man ihr zwey Nullen, tausendmal, wenn man ihr drey Nullen am Ende ansetzt u. s. w. Z. B. 750 ist zehnmal größer, als 75, und 7500 ist hundertmal größer, als 75 u. s. w. Was nun bey einer Zahl, die bloß aus einfachen Einheiten und Einheiten höherer Ordnungen bestehet, durch das Anhängen der Nullen bewirkt wird, eben das wird bey einer Zahl, welche nach den einfachen Einheiten noch eine Reihe Decimalziffern bey sich führt, durch Versetzung des Decimalzeichens nach der rechten Hand zu bewirkt. Wird nämlich bey einer solchen Zahl das Komma um eine Stelle gegen die rechte Hand zu gerückt, so wird dadurch die Ziffer, hinter welche es nun zu stehen kommt, aus der Stelle der Einheiten der ersten niedrigeren Ordnung, in welcher sie vorher stand, in der Stelle der einfachen Einheiten versetzt; diejenige also, die vorher in dieser Stelle stand, rückt nunmehr in die Stelle der Zehner, diejenige, welche vorher diese Stelle eingenommen hatte, in die Stelle der Hunderter, die in der Stelle der Hunderter befindliche, in die Stelle der Tausender, u. s. w. vor. Folglich wird auf diese Weise die ganze Zahl zehnmal größer, als sie vorher war, oder sie wird durch Zehn multiplicirt. Aus eben den Gründen wird eine Zahl durch Hundert multiplicirt, wenn in derselben das Komma um zwey Stellen, durch Tausend, wenn es um drey Stellen gegen die rechte Hand zu gerückt wird u. s. f. Hieraus folgt umgekehrt, daß man, um eine Zahl zehnmal kleiner zu machen, nur das Komma um eine Stelle nach der linken Hand zu rücken dürfe; denn dadurch wird die Ziffer, die vorher in der Stelle der einfachen Einheiten stand, in die Stelle der ersten niedrigeren Ordnung herabgesetzt, und an ihre Stelle rücken nun die vorigen Zehner, an die Stelle dieser, die vorigen Hunderter u. s. f. durch die ganze Reihe. Aus eben den Gründen muß das Decimalzeichen um zwey Stellen, wenn eine Zahl hundertmal um drey Stellen wenn sie tausendmal kleiner gemacht werden soll, gegen die linke Hand zu gerückt werden u. s. w. Z. B.

10	mal	größer	9,8756423
100	=	=	98,756423
1000	=	=	987,56423
10000	=	=	9875,6423
100000	=	=	98756,423
1000000	=	=	987564,23
10000000	=	=	9875642,3

			2837951,4
10	mal	kleiner	283795,14
100	=	=	28379,514
1000	=	=	2837,9514
10000	=	=	283,79514
100000	=	=	28,379514
1000000	=	=	2,8379514
10000000	=	=	0,28379514

§. 87.

Es sey nun die Zahl 645,8 zu multipliciren durch 123,542, so seze man für die letzte Ziffer 2 des Multiplicators, welche Tausendtheile bedeutet, den Multiplicandus tausendmal verkleinert, zweymal, für die nächstvorhergehende Ziffer 4 des Multiplicators, welche Hunderttheile bedeutet, seze man den Multiplicandus hundertmal verkleinert, viermal, für die Ziffer 5 des Multiplicators, welche Zehntheile bedeutet, seze man den Multiplicandus, zehnmal verkleinert, fünfmal; nun seze man für die drey Einheiten des Multiplicators den Multiplicandus einfach, so wie er ist, dreymal, für die zwey Zehner des Multiplicators seze man ihn zehnmal vergrößert, zweymal, und endlich noch für den einen Hunderter des Multiplicators hundertmal vergrößert, einmal. Die solchergestalt genau untereinander geschriebenen Zahlen addire man alsdann, so wird die Summe das gesuchte Product seyn. Die Rechnung selbst stehet also:

$$A \left\{ \begin{array}{l} 0,6458 \\ 0,6458 \end{array} \right\} = = = = 1,2916$$

$$B \left\{ \begin{array}{l} 6,458. \\ 6,458. \\ 6,458. \\ 6,458. \end{array} \right\} = = = = 25,832.$$

$$C \left\{ \begin{array}{l} 64,58.. \\ 64,58.. \\ 64,58.. \\ 64,58.. \end{array} \right\} = = = = 322,90..$$

$$D \left\{ \begin{array}{l} 645,8... \\ 645,8... \\ 645,8... \end{array} \right\} = = = 1937,4...$$

$$E \left\{ \begin{array}{l} 6458,.... \\ 6458,.... \end{array} \right\} = = 12916....$$

$$F \quad \frac{6458.,....}{79783,4236} = = \frac{6458.....}{79783,4236}$$

Nach §. 8. heißt nämlich eine Zahl mit einer andern multipliciren, nichts anders, als eine Zahl so vielmal wiederholt nehmen, als die andere verlangt. Nun fordert im gegenwärtigen Falle der Multiplikator, daß man den Multiplicandus hundertmal vergrößert einmal, zehnmal vergrößert zweymal, alsdann daß man ihn selbst einfach dreyimal, ferner daß man ihn zehnmal verkleinert, oder ein Zehntel von ihm, fünfmal, daß man ihn hundertmal verkleinert, oder ein Hunderttel von ihm viermal, endlich daß man ihn tausendmal verkleinert, oder ein Tausendtel von ihm zweymal nehmen solle. Nun hat man

das Hundertsfache des Multiplicandus	bey F 1mal
das Zehnfache	= = = bey E 2mal
den Multiplicandus selbst	. . bey D 3mal
$\frac{1}{10}$ des Multiplicandus	. . bey C 5mal
$\frac{1}{100}$ = = = = . .	bey B 4mal
$\frac{1}{1000}$ = = = = . .	bey A 2mal

folglich muß die Summe aller dieser Zahlen den Multiplicandus so vielmal wiederholt enthalten, als der

Multiplicator verlangt, und mithin (nach §. 8.) dem Producte dieser beyden Zahlen gleich seyn. Eben weil nun dieses Product der Summe der untereinander gesetzten Zahlen gleich ist, so kann hier so wenig die Frage entstehen, wohin man in demselben das Decimalzeichen setzen müsse, als man bey der in §. 85. gefundenen Summe zu dieser Frage Veranlassung finden konnte. Denn da in einem Falle, wie im andern, lauter Ziffern von gleichen Ordnungen untereinander gesetzt und zusammengezählt worden sind, so kann auch in der Summe einer jeden einzelnen Reihe keine Ziffer von einer andern Ordnung vorkommen, als eben von der, zu welcher alle in dieser Reihe stehenden Ziffern gehören, weil wenn bey dem Zusammenzählen einmal die Summe einer einzelnen Reihe so groß wird, daß in derselben eine Ziffer von einer höheren Ordnung, als die Ordnung dieser Reihe ist, vorkommt, diese, nach den gewöhnlichen Regeln, zu der folgenden nächsthöheren Reihe übergetragen wird.

§. 88.

Wenn man dieses Verfahren mit einiger Aufmerksamkeit betrachtet, so wird man bald bemerken, daß man sich die Addition dieser Ziffern dadurch sehr erleichtern könnte, daß man zuerst die Partialsummen der bey A, B, C, u. s. w. stehenden Zahlen, so wie man sie nach Anzeige der Ziffern des Multiplicators hingeschrieben hat, suchte, und alsdann alle diese Partialsummen in eine Summe zusammenzöge. Wenn man nun diese Partialsummen genauer ansieht, so zeigt es sich, daß sie nichts anders seyen, als die Producte der einzelnen Theile des Multiplicators in den Multiplizandus, wie man sie gefunden haben würde, wenn man beyde nach eben den Regeln, welchen man bey der Multiplication ganzer Zahlen folgt, in einander multiplicirt hätte; welches auch schon aus dem oben (§. 8.) zum Grunde gelegten Begriffe von der Multiplication fließt. Und hieraus folgt dann nun weiter, daß man auch bey der Multiplication die Decimalbrüche völlig wie ganze Zahlen behandeln könne. Da aber auf diese Weise in den Partialproducten nicht mehr wie vorhin in den Partialsummen, Einheiten von einerley Ordnung untereinander zu stehen kommen, so

entsteht nun die Frage: Wie man am Ende in dem Producte den Ort des Decimalzeichens bestimmen könne?

§. 89.

Wegen der Beantwortung dieser Frage wird man nicht lange verlegen seyn können, wenn man nur das Beispiel des §. 87. aufmerksam betrachtet. In demselben war der Multiplicandus 645,8 und der Multiplikator 123,542. Um die Multiplication gehörig zu verrichten, mußte man zuerst den tausendsten Theil des Multiplicandus nehmen, welcher dadurch hervorgebracht wurde, daß man in jenem das Decimalzeichen um drey Stellen weiter gegen die linke Hand zu vorrückte, so daß er folgende Gestalt bekam: 0,6458. Nach dieser Veränderung stehen also in dieser Zahl so viele Ziffern mehr hinter dem Decimalzeichen, als vorher in ihr hinter demselben gestanden hatten, wie viele Ziffern in dem Multiplikator hinter dem Decimalzeichen stehen; in dem Multiplicandus (645,8) stand nämlich vorher nur eine Ziffer hinter dem Decimalzeichen, in dem Multiplikator (123,542) aber befanden sich ihrer drey dafelbst, und in der solchergestalt herausgebrachten Zahl (0,6458) stehen nun drey mehr als eine, das heißt vier Ziffern, hinter dem Decimalzeichen. Nun wird man bey fortgesetztem Nachdenken leicht einsehen, daß allemal, wenn man nach der Anweisung des §. 87. multiplicirt, in der ersten solchergestalt herausgebrachten Zahl, welche immer das Product aus dem niedrigsten Theile des Multiplikators in den Multiplizandus ist (im vorigen Beispiele 0,6458) nach dem Decimalzeichen so viele Ziffern zu stehen kommen müssen, als ihrer in beyden Factoren zusammen hinter demselben stehen, weil bey der nach Maaßgabe der Decimalziffern des Multiplikators vorzunehmenden Verkleinerung des Multiplicandus, welche durch das Vorücken des Decimalzeichens in demselben nach der linken Hand zu bewirkt wird, nicht nur die in dem Multiplicandus vorher befindlich gewesenen Decimalziffern als solche abgeschnitten bleiben, sondern zu diesen noch so viele neue hinzukommen, als der Multiplikator enthält. Wie viele Ziffern aber in der solchergestalt zuerst herausgebrachten Zahl hinter dem Decimalzeichen stehen, eben so viele stehen auch in dem Producte hinter

demselben, weil keins der nachfolgenden Partialproducte Ziffern von einer niedrigeren Ordnung, als die zuerst heraus gebrachte Zahl, enthalten kann, wie aus der Rechnung und dem Beweis (des §. 87.) erhellet. Demnach folgen in dem Producte jedesmal so viele Decimalzeichen gegen die rechte Hand zu, als in beyden Factoren zusammen nach demselbigen stehen. Da man nun (nach dem vorigen §. eben die Producte erhält, wenn man die Decimalbrüche bey der Multiplication völlig wie ganze Zahlen behandelt, welche sich ergeben, wenn man dabey das (in §. 87.) angewiesene Verfahren beobachtet, so folgt, daß die so eben gefundene Regel zur Bestimmung des Orts des Decimalzeichens in den auf die letztere Art erhaltenen Producten, auch für die auf die erstere Art heraus gebrachten Producte gleichmäßig gelten müsse. Die obige Regel kann aber noch kürzer so ausgedrückt werden: Die Anzahl der Decimalziffern des Productes ist jedesmal der Summe der Decimalziffern der Factoren gleich. Demnach braucht man sich bey der Multiplication der Decimalbrüche, erst wenn man das Product fertig hat, um den Ort des Decimalzeichens zu bestimmen, und kann solchen nach dieser Regel in allen Fällen ohne einigen Anstand bestimmen, ja vermittelst derselben auch schon voraus angeben, von welcher Ordnung die niedrigste Ziffer des Productes seyn werde.

Beyspiele der Multiplication.

Es sey zu multipliciren 578,34 mit 3,412, so setzet die Rechnung also:

$\begin{array}{r} 578,34 \\ 3,412 \\ \hline 115668 \\ 57834 \\ 231336 \\ 173502 \\ \hline 1973,29608 \end{array}$	$\left\{ \begin{array}{l} 0,57834 \\ 0,57834 \end{array} \right\} = = = 1,15668$
	$5,7834 \cdot = = = = 5,7834 \cdot$
	$\left\{ \begin{array}{l} 57,834 \cdot \cdot \\ 57,834 \cdot \cdot \\ 57,834 \cdot \cdot \\ 57,834 \cdot \cdot \end{array} \right\} = = = 231,336 \cdot \cdot$
	$\left\{ \begin{array}{l} 578,34 \cdot \cdot \cdot \\ 578,34 \cdot \cdot \cdot \\ 578,34 \cdot \cdot \cdot \end{array} \right\} = = 1735,02 \cdot \cdot \cdot$
$1973,29608$	$1973,29608$

P r o b e d a v o n.

$$\frac{57834}{100} \times \frac{3412}{1000} = \frac{57834 \times 3412}{100 \times 1000} = \frac{197329608}{100000} = 1973,29608$$

Es sey zu multipliciren 69,4537 mit 23,14.

$$\begin{array}{r} 69,4537 \\ 23,14 \\ \hline 2778148 \\ 694537 \\ 2083611 \\ \hline 1389074 \\ 1607,158618 \end{array} \quad \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} 0,694537 \\ 0,694537 \\ 0,694537 \\ 0,694537 \end{array} \right\} = = = 2,778148 \\ 6,94537 \cdot = = = 6,94537 \cdot \\ \left\{ \begin{array}{l} 69,4537 \cdot \cdot \\ 69,4537 \cdot \cdot \\ 69,4537 \cdot \cdot \end{array} \right\} = = = 208,3611 \cdot \cdot \\ \left\{ \begin{array}{l} 694,537 \cdot \cdot \cdot \\ 694,537 \cdot \cdot \cdot \end{array} \right\} = = 1389,074 \cdot \cdot \cdot \end{array}$$

1607,158618

1607,158618

P r o b e.

$$\frac{694537}{10000} \times \frac{2314}{100} = \frac{694537 \times 2314}{10000 \times 100} = \frac{1607158618}{1000000} = 1607,158618.$$

§. 90.

Wenn bey der Division die niedrigste Ziffer sowohl des Divisors als des Dividendus einfache Einheiten bedeutet, oder wenn Divisor und Dividendus beyde ganze Zahlen sind, so weiß man (aus §. 12. u. f.) daß alsdann auch die niedrigste Ziffer des Quotienten einfache Einheiten bedeuete. So giebt z. B. 2236608 durch 352 dividirt, zum Quotienten 6354. Wenn man aber die Ordnung der Ziffern des Dividendus, oder des Divisors, oder beyder zugleich, durch Dazwischensetzung des Decimalzeichens ändert, so kann man aus dem bisher Gesagten schon wissen, daß zwar die Ziffern des Quotienten selbst noch die nämlichen bleiben, ihre Ordnung aber dadurch nothwendig verändert werden müsse.

Gesetzt nun, man sollte anstatt der Zahl 2236608 die Zahl 223660,8 durch 352 dividiren, so müste, da

der letztere Dividendus zehnmal kleiner ist, als der erstere, (nach §. 18.) nun auch der Quotient zehnmal kleiner werden, oder es müßte in demselben nun auch eine Ziffer durch das Decimalzeichen von den einfachen Einheiten abgeschnitten werden, daß er nun wäre: 635,4. Eben so müßten, wenn man die Zahl 22366,08 noch durch eben denselben Divisor dividiren wollte, nun im Quotienten auch zwey Ziffern durch das Decimalzeichen von den einfachen Einheiten abgeschnitten werden, und derselbe seyn 63,54 u. s. f. Hieraus erhellet also, daß überhaupt das Decimalzeichen für jede Ziffer, um welche es im Dividendus gegen die linke Hand zu gerückt worden, im Quotienten allemal auch um eine Ziffer gegen die linke Hand zu müsse gerückt werden, und daß also, wenn der Divisor aus lauter ganzen Zahlen, der Dividendus aber aus ganzen Zahlen mit angehängten Decimalbrüchen bestehet, im Quotienten allemal so viele Ziffern, durch das Decimalzeichen von den einfachen Einheiten abgeschnitten werden müssen, als ihrer im Dividendus davon abgeschnitten worden sind.

Wenn hingegen bey unverändertem Dividendus der Divisor zehnmal kleiner gemacht wird, so muß dadurch, vermöge des Gegensatzes, (nach §. 18.) der Quotient zehnmal größer werden. Wenn man also in dem vorgegebenen Beispiele die Zahl 2236608 nun durch 35,2 dividirt, so muß der Quotient seyn, 63540. Aus eben den Gründen muß der Quotient hundertmal größer werden, wenn der Divisor hundertmal kleiner wird. Dividirt man also den vorigen Dividendus mit 3,52, so wird der Quotient seyn, 635400 u. s. w. Hieraus folgt also, daß das Decimalzeichen für jede Ziffer, um welche es im Divisor gegen die linke Hand zu versetzt wird, im Quotienten allemal um eine Ziffer gegen die rechte Hand zu gerückt werden müsse, und daß mithin, wenn der Dividendus aus lauter ganzen Zahlen, der Divisor, aber aus ganzen Zahlen mit angehängten Decimalbrüchen bestehet, dem Quotienten allemal so viele Nullen angehängt werden müssen, als der Divisor Dezimalziffern enthält.

Verändert man endlich den Divisor und Dividendus zugleich, so daß man beyde durch Dazwischensetzung des

Decimalzeichens kleiner macht, so müssen, den bisherigen Schlüssen zur Folge, diese beyden Veränderungen zusammen wirken, um eine Aenderung in dem Quotienten hervorzubringen, die eine, nämlich die Verkleinerung des Divisors, um ihn zu vergrößern, die andere hingegen, nämlich die Verkleinerung des Dividendus, um ihn zu verkleinern. Es kommt also nun bloß darauf an, ob diese beyden Veränderungen gleich viel betragen, oder wenn die eine mehr beträgt, als die andere, welche von beyden mehr, und welche weniger betrage. Wenn man z. B. die Zahl 223660,8 durch 32,2 dividirt, so betragen beyde Veränderungen gleich viel, der Quotient wird also durch die eine Veränderung um eben so viel vergrößert, um wie viel er durch die andere verkleinert wird, und bleibt folglich unverändert, das heißt, er bleibt derselbe, wie man ihn gefunden haben würde, wenn sowohl der Dividendus, als der Divisor, ganze Zahlen geblieben wären.

Dividirt man hingegen die Zahl 223660,8 durch 35,2, so wird durch die vorgegangene hundertmalige Verkleinerung des Dividendus auch der Quotient hundertmal verkleinert, durch die zehnmalige Verkleinerung des Divisors aber wird er zugleich zehnmal vergrößert, und folglich hebt diese zehnmalige Vergrößerung den zehnten Theil der, von der hundertmaligen Verkleinerung des Dividendus herrührenden, hundertmaligen Verkleinerung des Quotienten auf, und er wird also nur zehnmal verkleinert, und ist mithin 635,4.

Dividirt man endlich die Zahl 223660,8 durch 3,52, so wird durch die vorgegangene hundertmalige Verkleinerung des Divisors der Quotient hundertmal vergrößert; da er aber durch die zehnmalige Verkleinerung des Dividendus zugleich zehnmal verkleinert wird, so hebt diese zehnmalige Verkleinerung den zehnten Theil der, von der hundertmaligen Verkleinerung des Divisors herrührenden, hundertmaligen Vergrößerung des Quotienten auf, und er wird also nur zehnmal vergrößert, und ist mithin 63540; und so in allen übrigen Fällen.

Und hieraus ergibt sich dann folgende allgemeine Regel für die Bestimmung des Orts des Decimalzei-

chens im Quotienten bey der Division mit Decimalbrüchen: Das Decimalzeichen muß von der letzten Ziffer des Quotienten jedesmal um so viele Stellen entfernt werden, als der Ueberschuß der Anzahl der Decimalziffern des Divisors über die Anzahl der Decimalziffern des Dividendus beträgt. Ist dieser Ueberschuß positiv, das heißt, enthält der Divisor wirklich mehr Decimalziffern, als der Dividendus, so muß die angezeigte Entfernung des Decimalzeichens von der letzten Ziffer des Quotienten gegen die rechte Hand zu geschehen, und da in diesem Falle keine Ziffern mehr nach dieser Gegend hin stehen, so müssen dem Quotienten zu dem Ende so viele Nullen angehängt werden, als der gedachte Ueberschuß beträgt. Ist hingegen dieser Ueberschuß negativ, das heißt, enthält der Dividendus mehr Decimalziffern, als der Divisor, so muß die angezeigte Verrückung des Decimalzeichens nach der linken Hand zu geschehen. Ist endlich dieser Ueberschuß = 0, das heißt, enthalten Divisor und Dividendus gleich viele Decimalziffern, so darf das Decimalzeichen von der letzten Ziffer des Quotienten um keine Stelle verrückt werden, und bleibt also unmittelbar hinter derselben stehen, das heißt, man erhält den Quotienten in ganzen Zahlen.

Die Art, wie wir diese Regel gefunden haben, enthält auch zugleich den Beweis ihrer Richtigkeit.

Beispiele der Division mit Decimalbrüchen.

$$\begin{array}{rcl}
 \begin{array}{r} 2236608 \\ 352 \end{array} = \begin{array}{r} 2236608 \\ 10 \end{array} : 352 = \begin{array}{r} 6354 \\ 10 \end{array} = 635,4 \\
 \begin{array}{r} 2236608 \\ 352 \end{array} = \begin{array}{r} 2236608 \\ 100 \end{array} : 352 = \begin{array}{r} 6354 \\ 100 \end{array} = 63,54 \\
 \begin{array}{r} 2236608 \\ 352 \end{array} = \begin{array}{r} 2236608 \\ 1000 \end{array} : 352 = \begin{array}{r} 6354 \\ 1000 \end{array} = 6,354 \\
 \begin{array}{r} 2236608 \\ 352 \end{array} = \begin{array}{r} 2236608 \\ 10000 \end{array} : 352 = \begin{array}{r} 6354 \\ 10000 \end{array} = 0,6354 \\
 \begin{array}{r} 2236608 \\ 352 \end{array} = \begin{array}{r} 2236608 \\ 100000 \end{array} : 352 = \begin{array}{r} 6354 \\ 100000 \end{array} = 0,06354 \\
 \begin{array}{r} 2236608 \\ 352 \end{array} = \begin{array}{r} 2236608 \\ 1000000 \end{array} : 352 = \begin{array}{r} 6354 \\ 1000000 \end{array} = 0,006354 \\
 \begin{array}{r} 0,2236608 \\ 352 \end{array} = \begin{array}{r} 2236608 \\ 10000000 \end{array} : 352 = \begin{array}{r} 6354 \\ 10000000 \end{array} = 0,0006354
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
\frac{2236608}{3512} &= \frac{2236608}{352} = \frac{2236608}{352} \times 10 = 6354 \times 10 \\
&= 63540 \\
\frac{2236608}{352} &= \frac{2236608}{352} = \frac{2236608}{352} \times 100 = 6354 \times 100 \\
&= 635400 \\
\frac{2236608}{0,352} &= \frac{2236608}{352} = \frac{2236608}{352} \times 1000 = 6354 \times 1000 \\
&= 6354000 \\
\frac{2236608}{3512} &= \frac{2236608}{10} : \frac{352}{10} = \frac{2236608}{10} \times \frac{10}{352} = \\
\frac{2236608}{352} &= 6354 \\
\frac{2236608}{3512} &= \frac{2236608}{100} : \frac{352}{10} = \frac{2236608}{100} \times \frac{10}{352} = \\
\frac{2236608}{3520} &= 635,4 \\
\frac{2236608}{3512} &= \frac{2236608}{1000} : \frac{352}{10} = \frac{2236608}{1000} \times \frac{10}{352} = \\
\frac{2236608}{35200} &= 63,54 \\
\frac{2236608}{3512} &= \frac{2236608}{10000} : \frac{352}{100} = \frac{2236608}{10000} \times \frac{100}{352} = \\
\frac{223660800}{3520000} &= 63,54 \\
\frac{2236608}{3520} &= \frac{2236608}{10} : \frac{352}{1000} = \frac{2236608}{10} \times \frac{1000}{352} = \\
\frac{2236608000}{3520} &= 635400 \\
\frac{2236608}{0,352} &= \frac{2236608}{100} : \frac{352}{1000} = \frac{2236608}{100} \times \frac{1000}{352} : \\
\frac{2236608000}{35200} &= 63540.
\end{aligned}$$

§. 91.

Wenn bey der Division mit Decimalbrüchen am Ende ein Rest bleibt, so kann dieser zwar in den meisten Fällen, seines geringen Werths wegen, ganz außer Acht gelassen werden. Jedoch wenn man Ursache hat, die Rechnung bis auf die äußerste Schärfe zu treiben, und daher auch solchen Rest noch mitzunehmen, so kommt es darauf an, zu wissen, was für eine Bedeutung er habe? Auf diese Frage ist nun die allgemeine Antwort, welche alle Fälle unter sich begreift, folgende: bey jeder Division bezieht sich der Rest, welcher mit dem untergeschriebenen Divisor dem Quotienten

anzuhängen ist, auf eine Einheit, von eben der Ordnung, von welcher die niedrigste Ziffer des Quotienten ist. Wie demnach, wenn die niedrigste Ziffer des Quotienten einfache Einheiten bedeutet, auch der dem Quotienten anzuhängende Bruch sich auf eine einfache Einheit bezieht, so bezieht sich derselbe, wenn die niedrigste Ziffer des Quotienten Einheiten der ersten niedrigeren Ordnung, oder Zehntel bedeutet, auch auf eine Einheit eben dieser Ordnung, oder auf ein Zehntel. Bedeutet hingegen die niedrigste Ziffer der Quotienten Einheiten der zweyten niedrigeren Ordnung, oder Hunderttel, so bezieht sich auch der Rest auf eine Einheit dieser Ordnung, oder auf ein Hunderttel; und so in allen übrigen Fällen. Wenn z. B. einem Quotienten, dessen niedrigste Ziffer einfache Einheiten bedeutet, der Rest $\frac{7}{25}$ anzuhängen ist, so bezieht sich solcher auf eine einfache Einheit, das heißt, er deutet an, daß eine einfache Einheit in fünf und zwanzig gleiche Theile getheilt und solcher Theile sieben genommen, und dem Quotienten angehängt werden sollen. Wäre eben dieser Rest $\frac{7}{25}$ einem Quotienten, dessen niedrigste Ziffer Zehnthteile bedeutet, anzuhängen, so bezöge er sich auf ein Zehntel, das heißt, er deutete an, daß ein Zehntel einer einfachen Einheit in fünf und zwanzig gleiche Theile getheilet, und solcher Theile sieben genommen, und dem Quotienten angehängt werden sollten. Sollte hingegen dieser Rest einem Quotienten, dessen niedrigste Ziffer (vermöge des vorigen §.) durch Anhängung einer Null in die erste höhere Ordnung erhoben worden, angehängt werden, so müßte auch er zu eben der Ordnung erhoben, und mithin seinem Zähler auch eine Null angehängt werden; und er würde also andeuten, daß eine Einheit der ersten höheren Ordnung in 25 gleiche Theile getheilt, und solcher Theile sieben genommen, und dem Quotienten angehängt werden sollten; wäre aber die niedrigste Ziffer des Quotienten durch Anhängung zweyer Nullen in die zweyte höhere Ordnung erhoben worden, so müßte auch der Zähler des anzuhängenden Bruchs zu eben dieser Ordnung erhoben, und mithin müßten ihm eben so viele Nullen angehängt werden, daß er sich also nunmehr auf eine Einheit der zweyten höheren Ordnung bezöge, und andeutete, daß eine Einheit der zweyten höheren Ord-

nung in fünf und zwanzig gleiche Theile getheilt, und solcher Theile sieben genommen und dem Quotienten angehängt werden sollten. Demnach weist im Allgemeinen der dem Quotienten anzuhängende Bruch jedesmal darauf hin, daß eine Einheit von eben der Ordnung, von welcher die niedrigste Ziffer des Quotienten ist, in so viele gleiche Theile, als der Nenner dieses Bruchs Einheiten enthält getheilt, und dieser Theile so viele, als der Zähler dieses Bruchs Einheiten enthält, genommen, und dem Quotienten angehängt werden sollen.

Da nun die Theilung der Einheiten von niedrigeren Ordnungen, in so viele Theile, als der Nenner des anzuhängenden Bruchs anzeigt, (nach §. 19. II. und §. 86.) dadurch verrichtet wird, daß man diesem Nenner so viele Nullen anhängt, wie viel ihrer die Nenner jener Einheiten bey sich führen, da zweytenß die Erhebung des Zählers zu eben der höheren Ordnung, auf welche die niedrigste Ziffer des Quotienten erhoben worden ist, (nach §. 86.) dadurch verrichtet wird, daß man demselben so viele Nullen anhängt, als dem Quotienten angehängt worden sind; so ergibt sich hieraus für den, dem Quotienten anzuhängenden, Bruch folgende näher bestimmte Regel: Bey der Division mit Decimalbrüchen wird der übrigbleibende Rest dem Quotienten völlig eben so, wie bey der Division mit ganzen Zahlen angehängt, wenn der Ueberschuß der Anzahl der Decimalziffern des Divisors über die Anzahl der Decimalziffern des Dividendus $= 0$ ist. Ist hingegen dieser Ueberschuß negativ, so werden dem Nenner des Rests so viele Nullen angehängt, als im Quotienten Decimalziffern abgeschnitten worden sind. Ist endlich der gedachte Ueberschuß positiv, so werden dem Zähler des Rests so viele Nullen angehängt, als man ihrer vorhin dem Quotienten angehängt hat, und wenn der Rest dadurch in einen unächten Bruch verwandelt würde, so werden zu dem Quotienten noch so viele Ganze, als dieser enthält, addirt, und alsdann erst der solchergestalt zuletzt gefundene Rest demselben angehängt.

Beispiele der Division.

$$6,57 \overline{) 973,458} \mid 148,1 \frac{441}{6570}$$

$$\begin{array}{r} 657 \\ \underline{3164} \\ 2628 \end{array}$$

Probe davon.

$$\frac{53 \overline{) 5250}}{1098} \quad \frac{973458}{1000} : \frac{657}{100} = \frac{973458}{1000} \times \frac{100}{657} =$$

$$\frac{657}{441} \frac{973458}{6570} = 1481 \frac{441}{657} = \frac{1481 \frac{441}{10}}{6570} = 148,1 \frac{441}{6570}$$

$$0,007 \overline{) 534296,3} \mid 763280 \frac{300}{7} = 76328042 \frac{6}{7} \frac{300}{7} = 42 \frac{6}{6}$$

$$\begin{array}{r} 40 \\ \underline{44} \\ 42 \end{array}$$

Probe davon.

$$\frac{22 \overline{) 21}}{19} \quad \frac{5342963}{10} : \frac{7}{1000} = \frac{5342963}{10} \times \frac{1000}{7} = \frac{534296300}{7}$$

$$\begin{array}{r} 19 \\ \underline{14} \\ 56 \\ \underline{56} \\ 3 \end{array}$$

$$7) 533296300 \mid 76328042 \frac{6}{7}$$

$$\begin{array}{r} 49 \\ \underline{42} \\ 22 \\ \underline{21} \\ 19 \\ \underline{14} \\ 56 \\ \underline{56} \\ 30 \\ \underline{28} \\ 20 \\ \underline{14} \\ 6 \end{array}$$

$$6,54)9078,26 \overline{)1388,74}$$

654

2538

1962

5762

5232

5306

5232

74

Probe davon.

$$\frac{9078,26}{6,54} = \frac{907826}{100} : \frac{654}{100} = \frac{907826}{100} \times \frac{100}{654} =$$

$$\frac{907826}{1} \times \frac{1}{654} = \frac{907826}{654} = 1388 \frac{74}{654}$$

$$7,39)3,980764532 \overline{)0,5386690} \quad \frac{622}{7390000000}$$

3695

2857

2217

6406

5912

4944

4434

5105

4434

6713

6651

622

Probe davon.

$$\frac{3,980764532}{7,39} = \frac{3980764532}{1000000000} : \frac{739}{100} =$$

$$\frac{3980764532}{1000000000} \times \frac{100}{739} = \frac{3980764532}{10000000} \times \frac{1}{739} =$$

$$\frac{3980764532}{739} = \frac{5386690,622}{10000000}$$

$$\frac{0,5386690}{7390000000} \quad \frac{622}{7390000000}$$

§. 92.

Dem eben gezeigten Verfahren, bey der Division mit Decimalbrüchen den am Ende übrigbleibenden Rest dem Quotienten anzuhängen, ist dasjenige weit vorzuziehen, nach welchem man auch diesen Rest noch in Decimalziffern ausdrückt. Da man nämlich (nach §. 90.) aus der Vergleichung der Anzahl der Decimalziffern des Divisors und des Dividendus jedesmal vorz aus bestimmen kann, von welcher Ordnung die letzte Ziffer des Quotienten seyn werde, so kann man hierz aus allemal auch zugleich beurtheilen, ob man, nach Maafgabe der Absicht und des Gegenstandes der Rechnung, mit der Genauigkeit, die der Quotient, ohne den am Ende übrigbleibenden Rest giebt, sich begnügen könne, oder ob man durch Vernachlässigung des letzteren

einen zu großen Fehler begehen würde, und mithin Ursache habe, denselben auch noch mitzunehmen. Findet man nun das letztere nöthig, so erhält man es am kürzesten und bequemsten dadurch, daß man, nachdem man vorher, den in §. 90. gegebenen Regeln zur Folge, den Ort des Decimalzeichens in dem Quotienten bestimmt hat, dem Dividendus so viele Nullen anhängt, als nöthig ist, um einen Fehler zu vermeiden, den die Absicht und der Gegenstand der Rechnung zu begehen nicht verstaten, und alsdann die Division fortsetzt. Aus dem was im vorigen §. von der Art, den Werth des Rests jedesmal zu bestimmen, gesagt worden ist, wird man leicht einsehen, daß man in den beyden Fällen, wenn die Anzahl der Decimalziffern im Divisor und Dividendus gleich, oder wenn sie im Dividendus größer ist, als im Divisor, zuerst die Division so weit, als es angehet, verrichten, und alsdann dem Reste, entweder auf einmal, oder nach und nach, so viele Nullen, als man für nöthig findet, anhängen, und die Division nach Belieben fortsetzen könne; daß man aber in dem Falle, wenn die Anzahl der Decimalziffern im Dividendus kleiner, als im Divisor, ist, um auf dem kürzesten Wege zu seinem Zwecke zu gelangen, zuerst dem Dividendus so viele Nullen anhängen müsse, als nöthig ist, um die Anzahl seiner Decimalziffern mit der Zahl derer des Divisors zur Gleichheit zu bringen, alsdann die Division verrichten, und nachdem man dem gefundenen Reste eine beliebige Anzahl von Nullen entweder auf einmal oder nach und nach angehängt, solche so weit, als man für gut findet, fortsetzen könne. Dieses Verfahren gründet sich, wie man leicht sieht, darauf, daß man (nach §. 84.) einer jeden Zahlenreihe, nachdem in derselben einmal der Ort der einfachen Einheiten bestimmt worden, ohne ihren Werth zu verändern, rechter Hand so viele Nullen, als man will, anhängen kann. Z. B.

0,9) 87,5046197,227333

$$\begin{array}{r}
 81 \\
 \hline
 65 \\
 63 \\
 \hline
 20 \\
 18 \\
 \hline
 24 \\
 18 \\
 \hline
 66 \\
 63 \\
 \hline
 30 \\
 27 \\
 \hline
 30 \\
 27 \\
 \hline
 30 \\
 27 \\
 \hline
 3
 \end{array}$$

§. 93.

Betrachtet man den bey der Division mit Decimalbrüchen übrig gebliebenen Rest, von welchem im vorigen §. gezeigt worden ist, wie man ihn in Decimalbrüchen ausdrücken könne, ausser seiner Verbindung mit dem Dividendus, von welchem er herrührt, bloß als einen gemeinen Bruch, so sieht man, daß in dem angezeigten Verfahren, denselben in Decimalbrüchen auszudrücken, zugleich auch die Auflösung der Aufgabe: einen gemeinen achten Bruch in einen Decimalbruch zu verwandeln, enthalten seye. In der That verfährt man auch dabey völlig auf die nämliche Art, nur daß man hier im Quotienten, weil noch gar keine Ziffern in demselben vorhanden sind, und der Divisor in dem Dividendus auch nicht einmal enthalten ist, gleich Anfangs an die Stelle der einfachen Einheiten eine Null, und hinter dieser das Decimalzeichen setzt, sodann aber die übrigen Ziffern, wie sie sich nach Anhängung der Nullen durch die Division nach einander ergeben, nachfolgen läßt. Daß man eben dieses Verfahrens auch dann, wenn man einen unächten Bruch

in Decimalbrüchen ausdrücken solle, sich bedienen, und die vermittelst der, nach Anhängung der Nullen fortgesetzten, Division gefundenen Ziffern dem Quotienten, nachdem man zuvor in demselben hinter der Stelle der einfachen Einheiten das Decimalzeichen gesetzt, geradehin in einem fort anhängen könne, fällt von selbst in die Augen. Und bey dieser Art, einem Quotienten den bey der Division übrig bleibenden Rest anzuhängen, oder einen Bruch auszudrücken, hat man es als den wichtigsten Vortheil anzusehen, daß man sich der Wahrheit, so sehr als man nur will, nähern kann; denn man kann dadurch den Quotienten jedesmal so genau erhalten als man immer will, so daß man zuletzt um kein Milliontheilchen, oder, wenn man will, um keine Einheit von einer noch niedrigeren Ordnung fehlt, ein Fehler, der nicht mehr bedeutet als gar keiner, da man doch in der Anwendung, auch bey Dingen, die noch die meiste Genauigkeit fordern und verstaten, nur selten bis auf solche Kleinigkeiten, und niemals über sie hinaus gehen kann.

Beyspiele.

$$\frac{7}{8} = 0,875$$

$$\begin{array}{r} 8) 70 \overline{) 0,875} \\ \underline{64} \\ 60 \\ \underline{56} \\ 40 \\ \underline{40} \\ 0 \end{array}$$

$$\frac{15}{21} = 0,7142857$$

$$\begin{array}{r} 21) 150 \overline{) 0,7142857} \\ \underline{147} \\ 30 \\ \underline{21} \\ 90 \\ \underline{84} \\ 60 \\ \underline{42} \\ 180 \\ \underline{168} \\ 120 \\ \underline{105} \\ 150 \\ \underline{147} \\ 3 \end{array}$$

$$31 = 1,838,7096$$

$$31) 571,8387096$$

31

260

248

120

93

270

248

220

217

300

279

210

186

24