

Dritter Abschnitt.

Von den benannten Zahlen.

§. 32.

Bei allen bisher angestellten Berechnungen sahen wir immer nur allein auf die Menge der Einheiten, welche die Zahlen, womit wir rechneten, enthielten, nicht zugleich auf die Art dieser Einheiten. Es ist aber schon in §. 17. Nro II. gelegentlich bemerkt worden, daß man beim Rechnen auch zugleich mit auf die Art der Einheiten, woraus die Zahlen bestehen, Rücksicht nehmen könne, auch ist es daselbst schon beygebracht worden, daß die Zahlen im ersten Falle unbenannte, im letzten hingegen benannte heißen. Da wir nun die vier einfachen Rechnungsarten mit ganzen, gebrochenen und gemischten unbenannten Zahlen zu Ende gebracht haben, so führt uns jetzt die natürliche Ordnung auf die Rechnungsarten mit benannten Zahlen. Die letzteren sind eigentlich nichts anders, als eine Anwendung der ersteren. Wer aber diese Anwendung machen will, muß verschiedene Kenntnisse von der Beschaffenheit der Dinge selbst besitzen, die man durch Zahlen auszudrücken pflegt. Manche derselben lernt man niemals kennen, wenn man sich nicht mit den Wissenschaften bekannt macht, die davon besondern Unterricht geben. Mit vielen hieher gehörigen Kenntnissen aber wird man durch Bekanntschaft mit verschiedenen Gewerben und Handthierungen des gemeinen Lebens versehen. Einige derselben sind so nothwendig geworden, daß man ihrer, so lange man in Gesellschaft mit andern Menschen lebt, schlechterdings nicht

entbehren kann. Von diesen wird man daher auch bey den täglichen Geschäften des gemeinen Lebens, wenigstens zur Nothdurft, unterrichtet. Hieher gehören vorzüglich die Werthe der Münzen, die verschiedene Beschaffenheit der Maaße, der Gewichte u. dergl. m.

§. 33.

Wenn man nun Anwendungen der in den beyden vorigen Abschnitten vorgetragenen allgemeinen Rechnungsregeln auf die eben genannten Dinge machen will, so braucht man eigentlich nichts Neues zu lernen, als das Gesetz, nach welchem einige Einheiten einer niedrigeren Ordnung von diesen Dingen, eine Einheit der nächsthöheren Ordnung ausmachen. Bey unbenannten Zahlen machen (nach §. 3.) immer zehn Einheiten einer niedrigeren Ordnung eine Einheit der nächsthöheren Ordnung aus. Dies allgemeine Grundgesetz der ganzen Arithmetik findet zwar auch bey allen benannten Zahlen ohne Ausnahme Statt, nur muß bey diesen noch das vorhin erwähnte Gesetz, welches sich nicht allein auf die Mengen, sondern zugleich auf die Arten der durch die benannten Zahlen ausgedrückten Dinge bezieht, damit verbunden werden, oder mit andern Worten, man muß außerdem noch wissen, in wie viel Theile eine jede Münze von einem bekannten Werthe, ein bekanntes Gewicht, ein bekanntes Maaß u. s. w. eingetheilt werde, und was für Namen diese Theile führen. Wenn man z. B. mehrere Zahlen von Tagen, Stunden und Minuten zusammenzählen sollte, so wäre es nicht genug, jede Zahl mit den übrigen gleiches Namens in eine Reihe zu setzen, nämlich Tage zu Tagen, Stunden zu Stunden u. s. w. und sie nach dem arithmetischen Grundgesetze so zu addiren, daß man in jeder Reihe für jede 10 Einheiten einer niedrigeren Ordnung eine Einheit in die Stelle der nächsthöheren Ordnung in der nämlichen Reihe rückt, sondern so bald die Anzahl der Einheiten einer niedrigeren Ordnung durch die Addition so groß geworden wäre, daß sie eine oder mehrere Einheiten von der nächsthöheren Ordnung in sich enthielte, so müßte man diese auch wirklich zu der Reihe der nächsthöheren Ordnung übertragen; sobald man z. B. in unserm gegenwärtigen Falle durch die Addition eine Anzahl von Minuten bekommen hätte, die

eine oder etliche Stunden enthielte, so dürfte man nur den, nach Abzug derselben bleibenden, Rest unter die Reihe der Minuten setzen, die darin enthaltenen Stunden aber müßte man zu der Reihe der Stunden übertragen, und auf gleiche Art müßte man auch mit den Stunden, Tagen, u. s. w. verfahren. Zu dem Ende müßte man also das Gesetz kennen, nach welchem bey dem Zeitmaaße mehrere Einheiten einer niedrigeren Ordnung eine Einheit der nächsthöheren Ordnung ausmachen, oder mit andern Worten, man müßte wissen, wie viel auf einen Tag Stunden, auf eine Stunde Minuten u. s. w. gerechnet werden. Und eben so verhält es sich auch mit allen übrigen benannten Zahlen und die Rechnung mit denselben hat also ausser dem Gesetze, nach welchem die Einheiten von niedrigeren Ordnungen zu höheren fortschreiten, nichts Besonderes.

§. 34.

Kennet man einmal dieses Gesetz, so kann man auch ohne Anstoß in jedem Falle entweder eine Menge kleinerer Theile, die einen größern Theil ein oder etlichemal enthält, durch diesen größern Theil, oder einen größeren Theil, durch die Menge kleinerer Theile, die er enthält, ausdrücken. Das Verfahren, wodurch dieses bewerkstelliget wird, nennt man eine benannte Zahl auf einen andern Namen oder auf eine andere Benennung bringen, oder sie reduciren. Aus dem eben Gesagten erhellet, daß dies auf zweyerley Arten geschehen könne, da man sie entweder auf einen größeren, oder auf einen kleineren Namen bringen kann. Man bringt aber eine benannte Zahl auf einen größeren Namen, wenn man die Einheiten einer niedrigeren Klasse mit der Zahl der Theile, welche eine Einheit der nächsthöheren Klasse ausmachen, dividirt. Denn da eine benannte Zahl auf einen größeren Namen bringen, nichts anders heißt, als eine gegebene Anzahl kleinerer Theile, durch die darin enthaltenen größeren Theile ausdrücken, so folgt, daß man für jede Menge der kleineren Theile, welche einem größeren Theil gleich ist, diesen größeren Theil einmal nehmen müsse. Dies ist aber eben das, was bey der vorerwähnten Division geschieht.

Hingegen wird eine benannte Zahl auf einen kleineren Namen gebracht, wenn man die Einheiten der höheren Klasse mit der Zahl der Theile der niedrigeren Klasse, welche jede Einheit der höheren enthält, multiplicirt. Denn da eine benannte Zahl auf einen kleineren Namen bringen nichts anders heißt, als eine Anzahl größerer Theile durch die darin enthaltenen kleineren Theile ausdrücken, so folgt, daß man für jeden größeren Theil so viel kleinere rechnen müsse, als von den letzteren auf den ersteren gehen, oder ihn ausmachen, und dies wird eben durch die vorerwähnte Multiplication erhalten. Hieraus erhellet nun auch der Grund, warum wir nicht gleich im ersten Abschnitte die Rechnung mit benannten Zahlen der Rechnung mit unbenannten anhängen konnten, weil man nämlich öfters bey der Addition benannter Zahlen, schon die Division anwenden, folglich alle vier arithmetischen Operationen bereits verstehen muß. Von dem vorhin beschriebenen Verfahren benannte Zahlen zu reduciren, ist noch zu bemerken, daß es nicht auf ganze Zahlen eingeschränkt ist, sondern sich auch auf gebrochene erstreckt.

§. 35.

Sollen demnach benannte Zahlen addirt werden, so schreibe man diejenigen, welche einerley Namen führen, alle in eine Reihe unterinander. Alsdann mache man bey derjenigen Reihe, welche den kleinsten Namen hat, welches immer die letzte gegen die rechte Hand zu ist, den Anfang des Addirens. Enthält nun die gefundene Summe dieser Reihe keine Einheit von dem nächsthöheren Namen, so schreibe man sie unverändert unter dieselbige Reihe. Ist aber in dieser Summe die Einheit des nächsthöheren Namens ein oder etlichemal enthalten, so bringe man sie sogleich (nach §. 34.) auf diesen nächsthöheren Namen. Die durch diese Reduction herausgebrachte Zahl von dem nächsthöheren Namen trage man zu der folgenden Reihe, welche eben diesen Namen führt, hinüber, und setze nun den etwa übrigbleibenden Rest unter die ihm gleichnamige Reihe. Hierauf gehe man zu der folgenden Reihe von dem nächsthöheren Namen fort, und verfare mit dieser, wie auch mit allen nachfolgenden, auf die nämliche Art. Z. B.

Et.	—	th.	—	Bl. th.	—	Lothe.
76	=	45	=	3	=	21
52	=	68	=	1	=	17
37	=	56	=	0	=	11
(1)		(2)		(6)		

166	=	171	=	10	=	49
	=	71	=	2	=	1

Ballen	—	Nies	—	Buch	—	Bogen.
125	=	7	=	17	=	14
217	=	4	=	11	=	18
465	=	8	=	13	=	14
(2)		(2)		(1)		

	=	21	=	42	=	47
809	=	1	=	2	=	23

Fuder	—	Dhm	—	Maaf	—	Schpp.
325	=	6	=	87	=	3
765	=	5	=	73	=	1
654	=	3	=	65	=	2
(2)		(2)		(1)		

	=	16	=	226	=	6
1744	=	2	=	46	=	2

fl.	—	Rr.
125	=	37
256	=	45
374	=	21
407	=	32
548	=	17
658	=	19
(2)		

	=	171
2430	=	51

Tage	—	Stunden	—	Min.	—	Sec.
81	=	13	=	48	=	54
76	=	21	=	37	=	42
145	=	12	=	16	=	27
(1)		(1)		(2)		

3	=	47	=	103	=	123
303	=	23	=	43	=	3

Et.	—	th.	—	Loth	—	Quintch.
145	=	84	=	27	=	3
367	=	71	=	19	=	1
354	=	58	=	25	=	2
(2)		(2)		(1)		
		215	=	72	=	6
1048	=	15	=	8	=	2
fl.	—	fr.	—	Seller.		
125	=	17	=	3		
236	=	41	=	5		
385	=	25	=	1		
463	=	54	=	4		
594	=	37	=	0		
769	=	46	=	2		
874	=	27	=	2		
965	=	34	=	5		
(4)		(3)				
		=	285	=	23	
4415	=	45	=	5		

§. 36.

Sollen benannte Zahlen von einander abgezogen werden, so schreibe man wiederum diejenigen, welche einerley Namen haben, untereinander und ziehe alsdann jeden Theil der kleineren Zahl von dem gleichnamigen der grösseren ab. Wäre aber der gleichnamige Theil der grösseren Zahl kleiner, als derjenige Theil der kleineren, welcher davon abgezogen werden sollte, so borge man von dem Theile des Minuendus, welcher den nächsthöheren Namen führt, eine Einheit weg, und rechne dafür so viele Einheiten zu dem Theile des nächstkleineren Namens, als von diesen auf eine Einheit des nächstgrösseren gehen. Z. B.

Et.	—	th.	—	Loth	—	Quintch.
		116		40		5
325.	=	17.	=	9.	=	1
254	=	68	=	27	=	3
70	=	48	=	13	=	2

Ballen	—	Rieß	—	Buch	—	Bogen.
		12		24		31
5871	=	3	=	5	=	7
5066	=	7	=	18	=	28
804	=	5	=	6	=	3
Tage	—	Stunden	—	Min.	—	Sek.
		30		72		71
432	=	7	=	13	=	11
321	=	19	=	48	=	54
110	=	11	=	24	=	17
Fuder	—	Dhm	—	Maas	—	Schpp.
		8 $\frac{1}{2}$		106		5
7963	=	2	=	17	=	1
6778	=	7	=	74	=	3
1174	=	1	=	32	=	3
				+ 45		
				77		

§. 37.

Die Probe der Addition und Subtraction mit benannten Zahlen, wird eben so, wie bey diesen Rechnungsarten mit unbenannten Zshlen, gemacht, weil die oben (§. 7.) in Beziehung auf die letzteren beygebrachten Gründe bey den erstieren auf gleiche Weise Statt finden.

P r o b e d e r A d d i t i o n .

fl.	—	Rr.	—	Seller.
3467	=	31	=	2
7854	=	54	=	1
9638	=	45	=	3
(2)		(1)		
20961	=	131	=	
3467	=	11	=	
7854	=	31	=	2
(1)		54	=	1
11322	=	85	=	3
		25	=	3

		70		
20961	=	11	=	0
11322	=	25	=	3
9638	=	45	=	3
Et.	—	th.	—	Loth — Quintch.
		106		42 5
80079	=	7	=	11 = 1
76968	=	96	=	27 = 3
3110	=	10	=	15 = 2
(1)	=	(1)	=	(1)
		107	=	43 = 5
80079	=	7	=	11 = 1

§. 38.

Da man in der Multiplication bey dem Multiplikator jedesmal nur auf die Menge, nicht aber auf die Art seiner Einheiten sieht, so kann eine benannte Zahl nicht wieder mit einer andern benannten, sondern nur mit einer unbenannten multiplicirt werden. Soll aber dieses geschehen, so mache man bey dem Theile der benannten Zahl, welcher den kleinsten Namen hat, den Anfang des Multiplicirens, und gehe sodann zu den übrigen Theilen von den größeren Namen fort; jedes gefundene Product aber bringe man auf die nächstgrößere Benennung, und trage so viele Einheiten, als es von dieser enthält, zu dem Producte des Theils, der eben diese Benennung führt, über, den bey der Reduction etwa übrig bleibenden Rest aber schreibe man unter eben den Theil, aus welchem das Product selbst entstanden ist, wie bey der Addition. Z. B.

Jahre	—	Mon.	—	Wochen	—	Tage.
738	=	9	=	3	=	5
						25
3690		225		75	7)	125 17
1476		+ 23		+ 17		7
18450		12)248 120		4)92 23		55
+ 20		24		8		49
18470		8		12		6
				12		
18470	=	8	=	0	=	6

Ballen	—	Ries	—	Buch	—	Bogen.
763	=	9	=	18	=	15 76
4578		683		108		90
5341		+ 70		126		105
57988		10) 75475		1368		24) 1140 47
+ 75		70		+ 47		96
58063		54		20) 141570		180
		50		140		168
		4		15		12
58063	=	4	=	15	=	12
Tage	—	Stunden	—	Min.	—	Sec.
305	=	21	=	47	=	56 9
3285		189		423		60) 5048
8		7		8		4801
3293		24) 19678		60) 4317		24
		192		420		
		4		11		
3293	=	4	=	11	=	24

§. 39.

Eine benannte Zahl kann nicht nur mit einer unbenannten, sondern auch mit einer benannten dividirt werden, da man in der Division bey dem Divisor eben sowohl auf die Art der Einheiten, die er enthält, als auf deren Menge Rücksicht nehmen kann. Soll eine benannte Zahl mit einer unbenannten dividirt werden, so dividire man die Theile der benannten Zahl mit der unbenannten nach einander so, daß man mit demjenigen Theile anfängt, welcher den höchsten Namen hat, und alsdann zu den Theilen von den nächst niedrigeren Namen fortgeht. Die Reste, welche etwa dabey übrig bleiben möchten, bringe man allemal auf den nächst kleinern Namen, und addire sie zu dem nächst kleineren Theile des Dividendus, welcher eben diesen Namen führt. In diesem Falle bestimmt der Divisor die Anzahl der Theile in welche der Dividendus getheilt werden soll, der Quotient

nient aber giebt die Größe derselben an. Soll hingegen eine benannte Zahl durch eine andere benannte dividirt werden, so bringe man zuerst den ganzen Dividendus und Divisor auf ihren kleinsten gemeinschaftlichen Namen, und verrichte alsdann die Division nach den gewöhnlichen Regeln. In diesem Falle zeigt der Quotient die Anzahl der Theile des Dividendus, der Divisor aber die Größe eines solchen Theils an.

$$\begin{array}{ccccccc} \text{Tage} & - & \text{Stunden} & - & \text{Min.} & - & \text{Sec.} \\ 768 & = & 9 & = & 21 & = & 36 \end{array} : 9$$

$$\begin{array}{r} 9) 768 \overline{) 85} \quad 24 \quad 9) 21 \overline{) 2} \quad 60 \\ \underline{72} \quad \underline{3} \quad \underline{18} \quad \underline{3} \\ 48 \quad 72 \quad 3 \quad 180 \\ \underline{45} \quad \underline{9} \quad \underline{36} \\ 3 \quad 9) 81 \overline{) 9} \quad 9) 216 \overline{) 42} \end{array}$$

$$85 = 9 = 2 = 24$$

$$\text{Ballen} - \text{Ries} - \text{Buch} - \text{Bogen.}$$

$$245 = 7 = 18 = 16 : 12$$

$$\begin{array}{r} 12) 245 \overline{) 20} \quad 50 \quad 180 \quad 144 \\ \underline{24} \quad \underline{7} \quad \underline{18} \quad \underline{16} \\ 5 \quad 12) 57 \overline{) 4} \quad 12) 198 \overline{) 16} \quad 12) 160 \overline{) 13} \quad 13 \frac{1}{2} = 13 \frac{1}{2} \\ \underline{48} \quad \underline{12} \quad \underline{12} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 9 \quad 78 \quad 40 \\ \underline{72} \quad \underline{36} \\ 6 \quad 4 \end{array}$$

$$20 = 4 = 16 = 13 \frac{1}{2}$$

Aufgabe. Es sollen 8756 Gulden 48 Kreuzer durch 12 Kreuzer dividirt werden.

$$\begin{array}{ccc} \text{fl.} & - & \text{Kr.} \\ 8756 & = & 48 \end{array} : 12 \text{ Kreuzer.}$$

$$\begin{array}{r} 8756 \\ 60 \\ \underline{525360} \\ 48 \end{array}$$

$$12) 525408 \overline{) 43784}$$

Bei dieser Aufgabe verlangt man aus dem gegebenen Ganzen und der Größe eines Theils die Zahl der Theile zu finden; der Sinn der Frage ist eigentlich der: man soll angeben, wie viel der Theile werden können, wenn man 8756 Gulden und 48 Kreuzer so eitheile, daß jeder Theil gleich 12 Kreuzern gemacht werde?

Aufgabe. Wenn 981 Achtel, 5 Meilen 6 Mätschen so vertheilt werden sollen, daß jeder Theil 4 Mätschen bekommt, die Anzahl der Theile zu finden?

$$\begin{array}{r} \text{Achtel} \quad - \quad \text{Meilen} \quad - \quad \text{Mätschen} \\ 981 \quad = \quad 5 \quad = \quad 6 \\ \hline \end{array} : 4 \text{ Mätsch.}$$

$$\begin{array}{r} 981 \\ 8 \\ \hline 7848 \\ 5 \\ \hline 7853 \\ 8 \\ \hline 62824 \\ 6 \\ \hline \end{array}$$

$$4) 62830 \overline{) 15707 \frac{1}{2}}$$

Hier zeigt der Quotient an, daß 51707 Ganze, und ein halber Theil daraus gemacht gemacht werden können, oder daß 15707 Personen jede 4 Mätschen und noch eine Person $\frac{1}{2}$ Mätschen bekommen können.

Aufgabe. Ein Brunnen kostet 336 Gulden, zu graben, und auszumauern, da jeder Schuh mit 24 Kreuzern bezahlt wurde, wie tief war der Brunnen?

$$\begin{array}{r} 336 \\ 60 \\ \hline 24) 20160 \overline{) 840 \text{ Schuh.}} \\ 192 \\ \hline 96 \\ 96 \\ \hline 0 \end{array}$$

Aufgabe. Ein Buch brachte seinem Verfasser 1500 Reichsthaler ein, da jeder Bogen mit 6 $\frac{1}{2}$ Reichsthaler bezahlt wurde, wie viel Bogen hatte das Buch?

$$1500 : \frac{13}{2} = 1500 \times \frac{2}{13} = \frac{3000}{13} = 13) 3000 \begin{array}{r} 230 \\ 26 \\ \hline 40 \\ 39 \\ \hline 10 \end{array} \frac{10}{13} \text{ Bogen}$$

§. 40.

Die Probe der Multiplication und Division in benannten Zahlen wird eben so, wie bey diesen Rechnungsarten mit unbenannten Zahlen, gemacht, weil bey den ersten dieselbigen Gründe ihre Anwendung finden, welche oben (§. 15.) für die letzteren bengebracht worden sind.

Probe der Multiplication.

Ballen	—	Ries	—	Buch	—	Bogen.
256	=	7	=	15	=	18
						36
1536		252		90		108
768		28		45		54
28		10) 28		540		24) 648
9244		2		27		48
		8		2) 56		7
		8		4		168
		0		16		168
				16		
				7		
9244	=	0	=	7	=	0
9244	=	0	=	7	=	0
36) 9244	256	36) 280	7	560	36) 648	18
72		252		7	36	
204		28		36) 567	15	288
180				36		288
244				207		
216				180		
28				27		
256	=	7	=	15	=	18

Probe der Division.

Centner	—	℥	—	Loth	—	Qsch.
39200	=	85	=	13	=	2

58) 39200	1675	5000	1248	172	58
348	1	85	13	2	

440	58)	5085	87	58)	1261	21	58)	274	3
406		464			116			174	

340	445	101
290	406	58
50	39	43

675	=	87	=	21	=	3
-----	---	----	---	----	---	---

675	=	87	=	21	=	3
						58

5400	696	168	4)	174	43
3375	535	105		16	

50	5046	43		14
----	------	----	--	----

39200	39	32)	1261	39	12
	100)	5085	50		2

500	301
85	288
	13

39200	=	85	=	13	=	2
-------	---	----	---	----	---	---