

entr'eux, soit entre leurs puissances, tels que sont les nombres 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18 etc. le calcul de la puissance reviendra à des extractions de racine quarrée, ou de racine cubique. Au défaut d'une méthode semblable pour les racines des ordres supérieurs, tels que sont la racine *cinquième*, *septième*, *onzième* etc. on viendra toujours à bout de son problème, en y appliquant la règle de fausse position : le chapitre suivant nous en fournira des exemples. Dans le cas enfin qui est le plus fréquent de tous, où cet exposant seroit quelque nombre entier, ou bien *zéro*, suivi d'un certain nombre de décimales, il faudroit, sans le secours des logarithmes, renoncer absolument au calcul des puissances.

CHAPITRE SEIZIÈME.

LES PUISSANCES DE DIX.

340. Les puissances de dix à exposant entier ne sont sujettes à aucune difficulté. Elevant successivement ce nombre aux exposants 0, 1, 2, 3, 4 etc. il en résulte les produits très connus 1, 10, 100, 1000, 10000 etc. qui forment la progression naturelle de l'arithmétique décimale. Mais on rencontre des difficultés d'un genre entièrement nouveau, lorsque cet exposant est composé d'entiers et de décimales.

341. Commençons par nous occuper de la puissance de 10 à exposant 0,1 ou *un dixième*. Cette puissance n'est autre chose que la racine dixième de 10; ou bien, la racine quarrée de la cinquième. On tirera donc la racine cinquième de *dix*, en appliquant à ce problème la règle
de

de fausse position; on la trouvera égale à 1,584893 192465. La racine quarrée de celle-ci sera la racine dixième de *dix*, savoir 1,258925 411794.

La racine cinquième de *dix* devant nécessairement tomber entre *un* et *deux*, calculons au hasard les cinquièmes puissances de 13, 14, 15, 16. On les trouvera égales à 371293, 537824, 759375, 1048576. La racine demandée se trouvera donc comprise entre 1, 5 et 1, 6; et comme 1048576 diffère bien moins d'un million que de 759375, ce qui indique que la racine en question doit approcher bien plus de 1, 6 que de 1, 5 on essayera les deux fausses positions 1, 6 et 1, 58.

Première position: $x = 1, 6$; cinquième puissance 10, 48576; erreur en plus 0, 48576.

Seconde position: $x = 1, 58$; cinquième puissance 9, 8465804768; erreur en moins 0, 1534195232.

Somme des deux produits 1, 01297.

Somme des deux erreurs 0, 63918.

La division donne 1, 58479 pour *première valeur approchée* de l'inconnue. Mais comme on ne pourra guères compter sur le dernier chiffre 9, on se contentera de prendre pour

Première position: $x = 1, 5848$. La cinquième puissance de ce nombre est 9, 997060322339. Il y a donc une erreur en moins, égale à 0, 002939 677661. On pourra donc prendre pour

Seconde position: $x = 1, 5849$. La cinquième puissance de ce nombre est 10, 000214 765178. Il y aura une erreur en plus, égale à 0, 000214 765178.

Somme des produits 0, 004999 45497.

Somme des erreurs 0, 003154 44284.

La division donne 1, 584893188.... pour *seconde valeur approchée* de l'inconnue. Elle en approche si près, qu'elle n'en diffère que de quatre dans la neuvième décimale. Une opération de plus
nous

nous la feroit connoître jusqu'à *dix-sept*, et peut-être jusqu'à *dix-huit* décimales. Nous nous contenterons d'en mettre ici les *douze* premières, qui sont 1, 584893 192465; telle est la racine *cinquième* de *dix*. Sa racine *dixième* sera donc 1, 258925 411794.

342. Il faut déterminer ensuite la puissance de *dix* à exposant *un centième* ou 0, 01. C'est la racine centième de *dix*, ou bien la racine dixième de la précédente. On tirera donc la racine cinquième de 1, 258925 411794 en y appliquant la règle de fausse position. La racine quarrée de cette dernière, ou 1, 023292 992281 sera la racine centième de *dix*.

Un peu de tatonnement nous fait connoître que la racine cinquième en question doit être comprise entre 1, 04 et 1, 05. Donc

Première position: $x = 1, 04$. Cinquième puissance 1, 2166529024. Erreur *en moins* 0, 0422725094.

Seconde position: $x = 1, 05$. Cinquième puissance 1, 2762815625. Erreur *en plus* 0, 0173561507.

Somme des produits 0, 062436531.

Somme des erreurs 0, 059628660.

La division donne 1, 04709 pour première valeur approchée de l'inconnue. On prendra pour la seconde opération :

Première position: $x = 1, 047$; cinquième puissance 1, 258152 857750. Erreur *en moins* 0, 000772 554044.

Seconde position: $x = 1, 0471$. Cinquième puissance 1, 258753 809619. Erreur *en moins* 0, 000171 602184.

Différence des produits 0, 000629 2738527.

Différence des erreurs 0, 000600 9518599.

La

La division donne 1,047128555. Elle ne diffère de la véritable que de *sept* dans la *neuvième* décimale. Une opération de plus nous auroit fait connoître l'inconnue en question jusqu'à *dix-sept* décimales, dont les *douze* premières auroient été 1,047128548091. Telle est la racine *cinquantième* de *dix*; ce qui donne pour la *centième* 1,023292992281.

343. Il faut passer delà à la puissance de *dix* à exposant *un millième* ou 0,001. Employant encore cette même règle de fausse position, on la trouvera égale à 1,002305238073. On en fera de même pour avoir successivement les puissances de *dix* à exposant *un dix-millième*, *un cent-millième* etc. etc.

344. J'ai rassemblé les différens résultats de ce travail dans la petite table qui suit; elle fait connoître les puissances de *dix*, qui ont pour exposant *l'unité*, placée à la première, à la seconde, à la troisième etc. jusqu'à la douzième décimale.

Ordre de la décimale, où l'unité est placée.	Puissance de dix, qui en résulte.
1	1, 258925 411794
2	1, 023292 992281
3	1, 002305 238078
4	1, 000230 285021
5	1, 000023 026116
6	1, 000002 302589
7	1, 000000 230259
8	1, 000000 023026
9	1, 000000 002303
10	1, 000000 000230
11	1, 000000 000023
12	1, 000000 000002

345. Cette table ne suffit pas encore pour élever la base *dix* à tel exposant qu'on veut, composé d'entiers et de décimales. Pour cet effet, il faut connoître toutes les puissances de *dix*, qui ont pour exposant les nombres 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, à telle décimale que ces nombres se trouvent placés, depuis la première jusqu'à la douzième. Il est vrai qu'à la rigueur le quart de cette table suffiroit pour tous les besoins du calcul, parce que ce n'est tout au plus que dans les problèmes les plus difficiles de haute analyse et d'astronomie, qu'on est dans le cas d'employer plus de cinq ou de six décimales. Mais enfin, le calcul de la table étant une fois commencé, il n'en coûte pas beaucoup moins de se borner à six décimales, que d'en mettre jusqu'à douze : j'ai donc volontiers fait ce sacrifice de moments, pour donner à la table dont il s'agit, toute la perfection qu'on en peut désirer, se trouveroit-elle même, au delà de la plupart de nos besoins.

346. Ayant une fois achevé la table précédente, il ne faut qu'une simple suite de divisions, pour calculer la seconde. Il est évident que si on prend *l'unité*, et qu'on en ôte *un dixième* plusieurs fois de suite, on parviendra successivement, d'abord à *neuf dixièmes*, ensuite à *huit dixièmes*, puis à *sept dixièmes* etc. enfin la neuvième soustraction laissera pour reste *un dixième*. Et comme toute soustraction qu'on aura fait subir à l'exposant, équivaut à une division dans la puissance, on voit ce qui faut faire, lorsque, connoissant la puissance de *dix* à exposant *un dixième*, que
nous

nous avons trouvée 1, 258925 411794, on cherche les autres puissances de *dix* à exposant *neuf dixièmes*, *huit dixièmes*, *sept dixièmes* etc. On prendra le nombre *dix* qui est la puissance de *dix* à exposant *un*. On le divisera par $10^{0,1}$; on aura pour quotient $10^{0,9}$ ou la puissance de *dix* à exposant *neuf dixièmes*. On divisera de nouveau ce quotient par $10^{0,1}$; on aura pour quotient $10^{0,8}$ ou la puissance de *dix* à exposant *huit dixièmes*. On divisera encore celui-ci par $10^{0,1}$; on aura pour quotient $10^{0,7}$ ou la puissance de *dix* à exposant *sept dixièmes*. Continuant de même pour les autres, la neuvième division laissera pour quotient 1, 258925 411794; c'est exactement la valeur de $10^{0,1}$ ou la puissance de *dix* à exposant *un dixième*, qui neuf fois de suite avoit servi de diviseur. Encore une division de plus nous rameneroit à l'unité. On voit donc que ce nombre est effectivement la racine *dixième* de *dix*, ou bien $10^{0,1}$.

347. Delà, on passera aux puissances de *dix* qui ont pour exposant un certain nombre de *centièmes*. On a trouvé la puissance de *dix* à exposant *un centieme* ou $10^{0,01}$ égale à 1, 023292 992281. Donc, si l'on prend $10^{0,1}$ ou la puissance de *dix* à exposant *un dixième*, et qu'on la divise par $10^{0,01}$, on aura pour quotient $10^{0,09}$ ou la puissance de *dix* à exposant *neuf centièmes*. Divisant de nouveau ce quotient par $10^{0,01}$, on aura pour quotient $10^{0,08}$ ou la puissance de *dix* à exposant *huit dixièmes*. Les divisions qui suivent nous feront successivement connoître
les

les puissances de *dix* à exposant *sept dixièmes*, *six dixièmes* etc. Enfin la neuvième division laissera pour quotient le nombre même 1,023292 992281 qui avoit fait fonction de diviseur.

348. Viennent ensuite les puissances de *dix*, qui ont pour exposant un certain nombre de *millièmes*. L'opération commencera par 10^0 , ou qui est lui-même la puissance de *dix* à exposant *un centième* ou *dix millièmes*. Le diviseur commun sera $10^0,001$ ou la puissance de *dix* à exposant *un millième*, que nous avons trouvée 1,002305 238078. Les divisions successives qu'on fera par ce nombre, feront connoître, d'abord la puissance de *dix* à exposant *neuf millièmes*; ensuite celles à exposant *huit millièmes*, *sept millièmes* etc. La neuvième division laissera encore pour quotient 1,002305 238078 ou $10^0,001$; c'est le nombre même qui neuf fois de suite avoit fait fonction de diviseur.

349. On en fera de même pour trouver les puissances de *dix* qui ont pour exposant un certain nombre de dix-millièmes, de cent-millièmes etc. Les résultats de ces calculs sont tous compris dans la table suivante, que nous recommandons à nos lecteurs à cause de l'usage continuel que nous en ferons dans la suite; elle est en effet pour tout le calcul exponentiel et logarithmique, ce que le livret d'arithmétique est pour la multiplication et la division ordinaire.

TABLE

TABLE
DES PUISSANCES DE DIX
A EXPOSANT FRACTIONNAIRE.

Exposant. Puissance correspondante de dix.

A la premiere decimale.

9 . . .	7, 943282	347244
8 . . .	6, 309573	444804
7 . . .	5, 011872	336275
6 . . .	3, 981071	705537
5 . . .	3, 162277	660174
4 . . .	2, 511886	431514
3 . . .	1, 995262	314973
2 . . .	1, 584893	192465
1 . . .	1, 258925	411794

A la seconde decimale.

9 . . .	1, 230268	770812
8 . . .	1, 202264	434617
7 . . .	1, 174897	554939
6 . . .	1, 148153	621496
5 . . .	1, 122018	454301
4 . . .	1, 096478	196142
3 . . .	1, 071519	305236
2 . . .	1, 047128	548091
1 . . .	1, 023292	992281

A la troisieme decimale.

9 . . .	1, 020939	483708
8 . . .	1, 018591	388054
7 . . .	1, 016248	692870
6 . . .	1, 013911	385736
5 . . .	1, 011579	454259
4 . . .	1, 009252	886076
3 . . .	1, 006931	668851
2 . . .	1, 004615	790277
1 . . .	1, 002305	238078

Exposant. Puissance correspondante de dix.

A la quatrieme decimale.

9 . . .	1, 002074	475336
8 . . .	1, 001843	765724
7 . . .	1, 001613	109228
6 . . .	1, 001382	505837
5 . . .	1, 001151	955538
4 . . .	1, 000921	458319
3 . . .	1, 000691	014168
2 . . .	1, 000460	623073
1 . . .	1, 000230	285021

A la cinquieme decimale.

9 . . .	1, 000207	254133
8 . . .	1, 000184	223775
7 . . .	1, 000161	193947
6 . . .	1, 000138	164649
5 . . .	1, 000115	135882
4 . . .	1, 000092	107645
3 . . .	1, 000069	079939
2 . . .	1, 000046	052762
1 . . .	1, 000023	026116

A la sixieme decimale.

9 . . .	1, 000020	723480
8 . . .	1, 000018	420850
7 . . .	1, 000016	118225
6 . . .	1, 000013	815605
5 . . .	1, 000011	512991
4 . . .	1, 000009	210386
3 . . .	1, 000006	907782
2 . . .	1, 000004	605183
1 . . .	1, 000002	302589

350. Il est inutile d'aller plus loin; chacune des sections suivantes de la table se derive

N faci-

facilement de celle qui la précède, en faisant reculer d'une place de plus, vers la droite, les chiffres significatifs de chacune des puissances de *dix*, dont elle est composée.

351. L'usage de cette table est de trouver une puissance quelconque de *dix*, dont l'exposant est donné en entiers et en décimales; et réciproquement, de déterminer l'exposant, qui appartient à une puissance quelconque de *dix*. Nous allons donner la solution du premier de ces deux problèmes; et nous réserverons l'autre pour le chapitre suivant.

352. L'exposant étant composé d'entiers et de décimales, il sera donc la somme d'un certain nombre d'entiers, d'un autre nombre de dixièmes, d'un nombre de centièmes, viendront ensuite les millièmes, les dix-millièmes etc. La puissance de *dix* que l'on cherche, sera donc le produit d'autant de puissances particulières, que l'exposant donné aura de chiffres; toutes ces puissances auront *dix* pour base commune, mais leurs exposants seront différents; l'une aura pour son exposant les entiers, l'autre les dixièmes, la troisième les centièmes, la quatrième les millièmes etc. de l'exposant donné. Or, toutes ces puissances particulières se trouvent dans la table générale des puissances de *dix*; le calculateur aura donc simplement la peine de prendre dans cette table toutes les puissances qui appartiennent séparément à chaque chiffre de l'exposant, et de les multiplier ensemble. Leur produit sera la puissance de *dix* qu'on demandoit.

Exem-

Exemple I. On demande, à cinq décimales, la puissance de dix à exposant 0, 376.

Comme cet exposant n'a que trois chiffres, qui en indiquent les dixièmes, les centièmes et les millièmes, on cherchera simplement dans les trois premières sections de la table, les puissances de dix qui répondent aux trois chiffres *trois, sept* et *six*. Et comme le problème n'exige que cinq décimales, on pourra borner son opération à six décimales; on fera toujours bien d'en prendre une de plus, pour prévenir les erreurs qui pourroient résulter de la multiplication des derniers chiffres. Il faudra donc multiplier ensemble les trois nombres qui suivent, savoir:

Pour 3 dixièmes 1, 995262

Pour 7 centièmes 1, 174898

Pour 6 millièmes 1, 013911

Les deux premiers facteurs donnent le produit 1, 174898; et multipliant ce produit par le troisième, on a 2, 37684 pour la valeur de la puissance demandée. La dernière décimale de ce produit est encore exacte.

Exemple II. On demande à sept décimales, la puissance de dix à exposant 0, 72156.

Il faudra multiplier ensemble les cinq puissances particulières qui suivent; et dont on aura soin de prendre huit à neuf décimales dans la table, parce que le résultat du problème doit en avoir sept, savoir:

Pour 7 dixièmes 5, 011872336

Pour 2 centièmes 1, 047128548

Pour 1 millièmes 1, 002305238

Pour 5 dix-millièmes 1, 001151956

Pour 5 cent-millièmes 1, 000138165

Les deux premiers facteurs donnent le produit 5, 248074602. Ce produit multiplié par le troisième, donne 5, 260172663. Ce produit multiplié par le quatrième donne 5, 266232150; et ce

dernier produit, multiplié par le cinquième, donne 5, 266959759 ou en s'arrêtant à sept décimales 5, 2669598. Ici la dernière décimale est encore exacte.

Exemple III. On demande à huit décimales la puissance de dix à exposant 0, 30103.

Il faudra multiplier ensemble les trois puissances qui suivent, prises à neuf décimales, au moins :

Pour 5 dixièmes 1, 995262515

Pour 1 millième 1, 002305238

Pour 3 cent-millièmes . . 1, 000069080.

Les deux premières puissances donnent le produit 1, 9998618695; lequel, multiplié par la troisième fait connoître celle qu'on demandoit. On la trouvera 2, 00000002; ou bien, deux entiers.

353. D'après la règle qu'on vient de donner, le nombre des multiplications à faire, pour trouver la puissance de dix qui répond à un exposant donné, est égal à celui des figures décimales de cet exposant, moins une. Toutes ces multiplications cependant se réduisent sensiblement à une seule, lorsque l'exposant donné est tel, que les deux ou trois premières de ses figures décimales sont occupées par des zéros; et que son premier chiffre significatif se trouve après la seconde ou la troisième place, à compter de la virgule.

354. Comme l'exposant alors est moindre qu'un centième ou un millième, il est évident que la puissance en question sera égale à l'unité, plus un certain nombre de centièmes ou de millièmes, proportionné à ceux de l'exposant. La règle alors, pour trouver cet excès de la puissance sur l'unité, est extrêmement simple. Cherchez dans la table générale des puis-

puissances de *dix*, celle qui répond au premier chiffre significatif de l'exposant donné. Multipliez les décimales de cette puissance par l'exposant donné, dans lequel vous placerez la virgule de manière qu'elle se trouve immédiatement après son premier chiffre significatif, et divisez le produit par ce même chiffre. Le quotient qui en résulte, sera le surplus dont la puissance demandée excèdera l'unité. Ainsi, il ne coutera plus que de mettre l'unité avant la virgule, pour avoir la puissance demandée.

355. La puissance calculée d'après cette règle, sera toujours un peu au-dessous de sa valeur rigoureuse; de sorte qu'à la rigueur il faudroit y ajouter encore 2, 652 fois le produit qui résulte en multipliant l'exposant donné, par ce même exposant, privé de son premier chiffre significatif. La démonstration de cette règle n'est pas du ressort de l'Arithmétique; elle suppose des principes de haute Analyse, aussi nous y reviendrons en son lieu.

Exemple. I. *On demande la puissance de dix, à exposant 0,00844627.*

On trouve la puissance de *dix* à exposant 0,008 égale à 1,018591388. Il faudra multiplier 0,018591388 par 8,44627 ce qui donnera le produit 0,15702788. Divisant ce produit par 8, il résulte le quotient 0,01962848. La puissance sera donc à très peu près 1,019628. L'erreur en effet n'est que de un dans la cinquième décimale.

Exemple II. *On demande la puissance de dix, à exposant 0,00098629.*

On trouve la puissance de *dix* à exposant 0,0009 égale à 1,002074475. Multipliant 0,002074475 par 9,8629 et divisant le produit par 9, on trouve, d'abord le produit 0,0204603395;
ensuite

ensuite le quotient $0,00227337$. La puissance en question est donc très sensiblement $1,0022734$; l'erreur en effet n'est que de *deux* dans la *septième* décimale.

Exemple III. On demande la puissance de dix à exposant $0,00014655$.

Comme la puissance de dix à exposant $0,0001$ est $0,000230285$ il faudra multiplier $0,000230285$ par $1,4655$. On aura pour produit $0,0003374826$. La puissance demandée sera donc $1,0003374826$. L'erreur est de *deux* dans la *huitième* décimale.

356. Cette règle enfin sert à faciliter dans tous les cas, la recherche de la puissance qui appartient à un exposant donné, en réduisant à la moitié le nombre des multiplications qu'il y auroit à faire. On se contentera de prendre dans la table générale des puissances de dix, celles qui appartiennent à la première, à la seconde et à la troisième figure de l'exposant; et quant à tout ce qui restera encore de cet exposant, on se servira de la règle précédente pour déterminer la puissance qui y répond. On aura donc tout au plus *quatre* facteurs, dont le produit, résultat de trois multiplications successives, sera fort exactement la puissance demandée.

Exemple. On demande la puissance de dix à exposant $0,83612444$.

On trouvera dans la table générale les puissances de dix qui répondent à l'exposant

8 dixièmes, égale à $6,309573445$.

5 centièmes, égale à $1,122018454$.

6 millièmes, égale à $1,013911386$.

Ayant de plus la puissance de dix à exposant $0,0001$ égale à $1,000230285$ on en déduira facilement celle qui répond à l'exposant $0,00012444$ égale

égale à 1, 000286566. Le produit de ces quatre facteurs 7, 17999987 est la puissance demandée. La valeur rigoureuse auroit été 7, 18; l'erreur est donc de *treize* à la *huitième* décimale.

357. Dans les exemples que nous venons de proposer, l'exposant ne consistoit qu'en décimales, la place des entiers étant occupée par un zéro : ce qui nous avoit permis d'assigner à la virgule du produit la place qu'elle devoit occuper, conformément aux règles ordinaires de la multiplication. Reste donc à dire ce qu'il faut faire, lorsque dans l'exposant donné, la place des unités est occupée par quelque chiffre significatif.

358. Une puissance quelconque de *dix* étant proposée, on donne le nom de *caractéristique* aux entiers qui font partie de l'exposant, et qui se trouvent avant la virgule. On lui a donné ce nom, parce que réellement, par le nombre des unités qu'elles contiennent, elle indique sur le champ la place où il faut mettre la virgule, après avoir trouvé l'un après l'autre tous les chiffres qui composent la puissance.

Prenons l'exemple de 352. La puissance de *dix* à exposant 0, 72156 a été trouvée 5, 2669598. Ici la caractéristique de l'exposant étoit *zéro*; et la virgule de la puissance étoit précédée d'un *chiffre*.

Donnons à l'exposant *un* pour caractéristique. Ayant alors *dix* à élever à 1, 72156; la puissance précédente se trouvera simplement multipliée par 10¹ ou par 10. Elle sera donc 52, 660598. La virgule aura *deux* chiffres devant elle.

Donnons à l'exposant *deux* pour caractéristique. L'exposant devenant alors 2, 72156; la puissance qu'on avoit eu en premier lieu, se trouvera multipliée

pliée par 10^2 ou par 100. Elle sera donc 526,69598. La virgule sera précédée de *trois* chiffres significatifs.

Ce meme exposant ayant *trois* pour caracteristique, et devenant alors 3, 72156; la puissance obtenue au commencement, sera multipliée par 10^3 ou par 1000. Elle deviendra 5266,9598; ainsi sa virgule sera précédée de *quatre* chiffres.

359. Ainsi donc, généralement, la caracteristique de l'exposant, augmentée *d'un*, indiquera le nombre des chiffres qui dans la puissance doivent précéder la virgule, et désignera l'endroit où cette virgule doit être placée. Cela est clair. Car la caracteristique étant *zéro*, la puissance doit se trouver entre *un* et *dix*. Cette meme caracteristique devenant *un*, la puissance doit être entre *dix* et *cent*. La caracteristique devenant *deux*, il faut que la puissance soit comprise entre *cent* et *mille*. Et ainsi des autres.

360. La caracteristique n'affecte jamais les chiffres memes de la puissance; sa fonction se borne à désigner la place que la virgule doit occuper. D'un changement quelconque, fait à la caracteristique, il ne résulte qu'un simple déplacement de la virgule; mais les chiffres de la puissance restent les memes. Aussi, lorsqu'il faut élever *dix* à un exposant donné, on commencera par supposer la caracteristique de l'exposant égale à *zéro*; on fera l'opération, et lorsqu'elle sera terminée, on consultera la caracteristique, pour connoître la place où il faut mettre la virgule.

361. Il nous reste à parler des puissances de *dix* à exposant négatif. La puissance d'un nombre quelconque à exposant négatif, n'est
autre

autre chose que le quotient qui résulte en divisant l'unité par cette même puissance, mais à exposant positif. On élèvera donc le nombre de *dix* à ce même exposant, pris positivement; et regardant la puissance qui en résulte comme le dénominateur d'une fraction dont le numérateur est l'unité, on divisera l'unité par ce dénominateur.

361. Mais le nombre *dix* nous présente l'avantage précieux, de pouvoir nous dispenser entièrement de cette division. Il faudra donner à l'exposant une forme telle, que ses décimales deviennent positives, et que le signe *moins* n'affecte que la caractéristique. On ôtera les décimales de *un*, suivi d'une virgule et d'un nombre suffisant de zéros; et après avoir fait la soustraction, on ajoutera *un* à la caractéristique de l'exposant négatif. Le nouvel exposant qui en résulte, sera composé d'une caractéristique négative, et de décimales positives; et comme de cette manière on n'en retranche d'un côté, que ce qu'on y ajoute de l'autre, il est évident qu'il anra conservé la valeur qu'il avoit.

Exemple I. Soit donné l'exposant entièrement négatif — 0,462357. Otant les décimales de 1,000000 il restera 0,537643. Au lieu de la caractéristique 0 on mettra *un*. Il en résultera un nouvel exposant, composé de la caractéristique négative — 1 et des décimales positives 0,537643. On l'écrira simplement — 1,537643; en observant toutes fois que le signe *moins* ne regarde que la caractéristique seule.

Exemple II. Soit donné l'exposant entièrement négatif — 3,9162634. On otera les décimales de 1,000000; il restera 0,0837366. Au lieu de — 3 on écrira — 4. Par ce moyen, cet exposant sera décom-

décomposé en deux parties ; une caractéristique négative -4 ; et des décimales positives $0,0837366$. On l'écrira simplement $-4,0837366$. Mais il faut encore observer que le signe *moins* ne regarde point les décimales, qui sont toujours censées positives.

363. L'exposant négatif ayant reçu cette nouvelle forme, il est clair que pour y élever la base *dix*, il faudra multiplier ensemble les deux puissances de *dix*, ayant pour exposants l'une, la caractéristique négative, l'autre, les décimales positives. Cette dernière opération ne causera aucune difficulté ; elle se fera conformément à la règle générale, donnée en 352. Quant à l'autre, nous savons ce que sont les puissances de *dix* à exposant *moins* un, *moins* deux, *moins* trois ; c'est l'unité, divisée par ces memes puissances à exposant positif, c'est-à-dire, par *dix*, par *cent*, par *mille*. On voit donc encore, de meme que dans le cas précédent, que la caractéristique négative ne changera rien aux chiffres de la puissance, mais elle y occasionnera un déplacement de la virgule : il faudra la placer de maniere, que le nombre des zéros qui précèdent le premier chiffre significatif de la puissance, y compris celui qui occupe la place des unités, soit égal à la caractéristique négative de l'exposant, après qu'on lui aura fait subir la transformation enseignée en 361.

364. A cette occasion nous prévenons nos lecteurs, que dans toute la suite de cet ouvrage, tout exposant de *dix*, précédé du signe *moins*, devra être entendu de maniere, que ce signe regarde la caractéristique seule, sans affecter les décimales, qui toujours sont censées positives. Si toutes fois dans quelque cas

cas particulier, le signe *moins* devra embrasser à la fois la caractéristique et les décimales, nous renfermerons l'une et l'autre dans une parenthèse, que nous ferons précéder du signe *moins*.

Nous réservons pour le chapitre suivant ce que nous avons à dire sur les *complemens arithmétiques*, moyennant lesquels tout le calcul exponentiel et logarithmique, sans en excepter les nombres moindres que l'unité, a été réduit à un simple calcul de quantités positives.

Exemple I. *On demande la puissance de dix à exposant* — (0, 641232).

Faisons subir d'abord à l'exposant la transformation nécessaire pour qu'on puisse prendre ses décimales dans le sens positif. Nous aurons à élever dix à l'exposant — 1, 358768. Il faudra donc multiplier ensemble les puissances suivantes de dix, transcrites à huit décimales; savoir:

Pour 3 dixièmes 1, 99526251

Pour 5 centièmes 1, 12201845

Pour 8 millièmes , 1, 01859139

Pour 7 dix-millièmes 1, 00161311

Pour 6 cent-millièmes 1, 00013816

Pour 8 millionnièmes 1, 00001842

Leur produit est 2, 28437814. Mais la caractéristique étant *moins un*, ce produit doit être précédé d'un zéro. Il deviendra donc 0, 228437814; et tel est la puissance demandée.

Exemple II. *On demande la puissance de dix à exposant* — (2, 327698) ou — 3, 672302.

Il faudra multiplier ensemble les puissances suivantes de dix, savoir:

Pour 6 dixièmes 3, 98107171

Pour 7 centièmes 1, 17489755

Pour 2 millièmes 1, 00461579

Pour 3 dix-millièmes 1, 00069101

Pour 2 millionnièmes 1, 00000461.

Leur

Leur produit est 4, 7022077. Comme la caractéristique est *moins trois*, le premier chiffre significatif doit être précédée de trois zéros. On aura donc la puissance demandée égale à 0, 0047022077.

CHAPITRE DIX-SEPTIEME.

LES LOGARITHMES.

365. Le logarithme d'un nombre est l'exposant auquel il faudroit élever *dix*, pour qu'il en résultat une puissance, égale au nombre proposé. Ainsi, quand on parle du logarithme d'un nombre, ce nombre est toujours regardé comme une certaine puissance de *dix*, dont ce logarithme est l'exposant. Le logarithme est donc à l'égard du nombre, ce que l'exposant est à l'égard de la puissance.

366. Le logarithme de l'unité est donc *zéro*. Les logarithmes de 10, 100, 1000, 10000 etc. sont 1, 2, 3, 4 etc. d'après le nombre des zéros qui suivent l'unité. Les logarithmes des fractions décimales *un dixieme* ou 0, 1; *un centieme* ou 0, 01; *un millieme* ou 0, 001; un *dix-millieme* ou 0, 0001 etc. sont *moins 1*, *moins 2*, *moins 3*, *moins 4* etc. d'après le nombre des zéros, qui précèdent l'unité.

367. Le logarithme de tout nombre qui n'est pas précisément une certaine puissance de *dix*, est composé d'une caractéristique, et de décimales. Le nombre des décimales est arbitraire. Plus on aura pris de décimales,
et