

CHAPITRE DOUZIEME.

RÈGLE D'ALLIAGE.

254. Le mot d'*Alliage*, comme terme de l'art, est particulièrement consacré aux métaux. Le chapitre de l'arithmétique que nous traitons lui donne un sens plus étendu, en l'appliquant indistinctement au mélange des matieres de différentes espèces, supposé toutes fois qu'elles soient susceptibles d'être mêlées ensemble.

255. Les qualités que chacune de ces matieres avoit séparément, avant qu'on les eut mêlées ensemble, sont supposées connues. La nouvelle matiere qui résulte de ce mélange, tiendra à cet égard un juste milieu entre les matieres mêmes, considérées séparément. Or, le but de la règle d'alliage est, ou de déterminer ce résultat, la proportion des ingrédients étant donnée, ou de supposer le résultat donné, et de s'en servir ensuite, pour déterminer la proportion, dans laquelle ces matieres doivent avoir été mêlées ensemble.

256. Il existe donc réellement deux règles d'alliage. Dans la *règle d'alliage directe* la proportion des ingrédients est supposée connue, et on demande le prix, le titre, la pesanteur spécifique etc. qui doit en résulter pour le mélange. Dans la *règle d'alliage inverse* on demande quelle doit avoir été la proportion mutuelle des ingrédients, pour que de leur mélange il puisse résulter un prix, un titre, une pesanteur spécifique donnée.

RÈGLE D'ALLIAGE DIRECTE.

257. Le cas le plus simple est celui qui a pour objet, de déterminer le prix du mélange. Ici il faut nous entendre sur l'idée que nous attachons aux deux termes très différens de *prix* et de *valeur*.

258. En exprimant la quantité d'une marchandise quelconque par un certain nombre, l'unité de ce nombre désigne toujours une certaine quantité déterminée, dont on est convenu d'avance. La valeur de cette unité est ce que nous nommons *prix* de la chose. Ce prix, multiplié par le nombre des unités que cette quantité renferme, fait connoître ensuite la *valeur* de la marchandise.

Douze sacs de bled, à quinze francs le sac, coûteront ensemble 180 francs. Ici le sac est l'unité. Les 15 francs, valeur d'un sac, constituent le prix de la marchandise. Le nombre 12 en exprime la quantité, comptée par sacs. Enfin les 180 francs en déterminent la valeur, qui n'est donc autre chose que le produit du prix et de la quantité.

259. Le prix est donc la *valeur spécifique* d'une chose; et réciproquement la valeur en exprime le *prix total* ou *absolu*. La valeur dans tous les cas est égale, ou plutôt proportionnelle, au produit du prix multiplié par la quantité.

260. Connoissant le *prix* et la *quantité* des ingrédients, on demande le *prix du mélange*. Multipliez le prix de chaque espèce par sa quantité respective, et divisez la somme des produits par celle des quantités, ou par la quantité totale du mélange.

Exemple I. *On a mêlé ensemble trois sortes de grains de différens prix, savoir*

13 sacs de bled à 14 fr.

16 sacs de bled à 11 fr.

8 sacs de seigle à 10 fr.

On demande le prix du mélange.

Multipliant chaque nombre de sacs par son prix, on trouve

Valeur des premiers 13 sacs, égale à 182 francs.

Valeur des seconds 16 sacs, égale à 176 francs.

Valeur des troisièmes 8 sacs, égale à 80 francs.

Valeur totale des 37 sacs, égale à 438 francs.

Par conséquent, valeur de chacun des 37 sacs, ou prix du mélange, égale à 438 francs, divisés par 37; ce qui fait 11 francs 84 centimes.

261. Le second exemple sera tiré du mélange des métaux précieux; tels que l'or et l'argent. Le marc d'argent est supposé divisé en 12 parties égales, qu'on nomme deniers; et le denier en 24 grains.

262. Si l'argent est pur, et sans mélange d'aucun autre métal, on dit qu'il est à douze deniers. S'il est composé de neuf deniers et dix-huit grains d'argent pur, et de deux deniers six grains de quelque autre métal non précieux, on le dit à 9 deniers, 18 grains; et ainsi du reste. Cette portion d'argent pur que contient un marc de l'argent proposé, exprimée en deniers et en grains, est ce qu'on nomme *le titre de l'argent*.

263. Le titre de l'argent indique donc en meme tems le prix qu'il a dans le commerce; et à cet égard il n'y a aucune différence entre
ce

ce probleme , et le probleme précédent. Le nombre des marcs que pese une masse donnée, est sa quantité. Et pour obtenir la véritable valeur de cette masse, il faut en multiplier le titre par le nombre des marcs.

264. *Voulant fondre ensemble un certain nombre de marcs d'argent à différens titres, on demande le titre du mélange.* Multipliez pour chacune de ces masses le titre par le nombre des marcs, et divisez la somme des produits par celle des marcs.

Exemple. Ayant fondu ensemble

41 marcs d'argent à $10\frac{1}{2}$ deniers de fin.

62 marcs d'argent à $9\frac{3}{4}$ deniers de fin.

25 marcs d'argent à $11\frac{1}{2}$ deniers de fin.

On demande le titre du mélange.

Multipliant chaque titre par le nombre des marcs qui lui appartient, on trouve :

valeur des 41 marcs, égale à 430,5 deniers.

valeur des 62 marcs, égale à 604,5 deniers.

valeur des 25 marcs, égale à 281,25 deniers.

donc.

valeur des 128 marcs, égale à 1316,25 deniers. Divisant le nombre de ces deniers par celui des marcs, qui est 128, on trouve le titre du mélange demandé, égal à 10,283 deniers; ce qui fait 10 deniers et 7 grains.

265. Nous ferons la troisième application de cette règle à la pesanteur spécifique des corps. On sait ce qu'on appelle le volume, ainsi que le poids d'un corps. L'unité de capacité dont on se sert pour déterminer le volume, est le centimetre ou le *doigt* cubique. L'unité de poids qui sert à exprimer tous les poids

quelconques, est le gramme ou *denier* ; c'est le poids d'un doigt cubique d'eau.

266. De meme que le rapport de la valeur d'une marchandise à sa quantité est ce qu'on peut nommer son *prix*, de meme aussi le rapport du poids d'un corps au volume qu'il occupe, est ce qu'on nomme sa *pésanteur spécifique*.

267. La *pésanteur spécifique* d'une matiere est donc le poids d'un volume déterminé et connu de cette matiere. Ce volume, dans le systeme adopté par la république, est le doigt cubique. Le doigt cubique d'eau pese un *denier*. Le doigt cubique de cuivre pese huit *deniers* ; et celui de mercure en pese quatorze ; la *pésanteur spécifique* du cuivre est donc huit fois, et la *pésanteur* du mercure est quatorze fois celle de l'eau.

268. Comme de plus on est généralement convenu de désigner dans la table des *pésanteurs spécifiques* des corps, celle de l'eau commune par 1, on voit que la *pésanteur spécifique* d'une matiere quelconque est simplement le nombre des *deniers*, que pese un doigt cubique de cette meme matiere.

269. Divisant le poids d'un corps, toujours exprimé en *deniers*, par sa *pésanteur spécifique*, on doit en trouver le volume, exprimé en doigts cubiques.

Ayant un morceau de cuivre jaune du poids de 4562 *deniers*, tandis que la *pésanteur spécifique* de ce cuivre est 8, on aura son volume en divisant

4568

4568 par 8. On le trouvera égal à 571 doigts cubiques.

270. Pareillement, si l'on divise le poids d'un corps par le volume qu'il occupe, l'un étant exprimé en deniers, l'autre en doigts cubiques, cette division fait connoître sa pesanteur spécifique.

Ayant 571 centimetres cubiques de cuivre jaune qui pèsent ensemble 4568 grammes, il est clair que chaque doigt cubique en pesera huit deniers; or, c'est précisément ce qu'on appelle la pesanteur spécifique de ce cuivre.

271. *Connoissant les poids et les pesanteurs spécifiques de différentes masses métalliques qu'on veut fondre ensemble, on demande la pesanteur spécifique du mélange.* Divisez le poids de chaque masse, exprimé en deniers, par sa pesanteur spécifique; les quotiens vous en feront connoître les volumes en doigts cubiques. Ensuite de quoi, vous n'aurez qu'à diviser la somme des poids par celle des volumes, pour avoir la pesanteur spécifique du mélange.

On veut fondre ensemble 483 deniers d'or fin, et 296 deniers d'argent fin; la pesanteur spécifique de l'or est 19,64, celle de l'argent 11,09; on demande la pesanteur spécifique du mélange.

Divisant 483 par 19,64, vous aurez le volume de l'or, égal à 24,59 doigts cubiques.

Divisant de meme 296 par 11,09, vous aurez le volume de l'argent égal à 26,69 doigts cubiques.

Le volume du mélange sera donc de 51,28 doigts cubiques, tandis qu'il aura le poids de 779 deniers.

Il n'y aura plus qu'à diviser 779 par 51,28 pour avoir la pesanteur spécifique du mélange ; elle se trouvera égale à 15,19.

272. Telle est la solution de la règle d'alliage directe, par laquelle connoissant les prix des ingrédients, et la quantité de chacun, on détermine quel doit être le prix du mélange. La règle comme on voit, est facile, et dans tous les cas elle n'admet qu'une seule solution. Ce que nous disons ici du prix, regarde également le titre, la pesanteur spécifique, et généralement toute autre qualité quelconque, pourvu qu'elle soit exprimable en nombres.

273. En réfléchissant sur la nature de la question, et en examinant avec attention les résultats auxquels cette solution nous conduit dans les cas, où les ingrédients ne sont que de deux espèces, on découvre un théorème très remarquable. C'est qu'en prenant les différences, du prix moyen qu'on a trouvé, au prix de chacun des deux ingrédients avant le mélange, ces différences sont exactement entr'elles dans la raison inverse des quantités memes. Quelques exemples éclairciront ceci.

Exemple I. On a mêlé ensemble trois pintes de vin à 45 sous la pinte, et deux pintes de vin à 30 sous la pinte. La règle donne 39 sous pour le prix de la pinte du mélange. Donc

différence de 39 à 45, égale à 6.

différence de 30 à 39, égale à 9.

Le rapport de 6 : 9 est celui de 2 : 3. Le rapport des quantités a été de 3 : 2. L'un est donc inverse de l'autre.

Exemple II. On a mêlé ensemble quatre sacs d'une certaine marchandise, à 42 fr. le sac ; et trois
sacs

sacs d'une autre à 28 fr. le sac. La regle donne 36 francs pour le prix de chaque sac du mélange. Or

différence de 36 à 42, égale à 6.

différence de 28 à 36, égale à 8.

Le rapport des différences est 6 : 8 ou 3 : 4. Celui des quantités étoit de 4 : 3. L'un est inverse de l'autre.

Exemple III. Ayant fondu ensemble 7 marcs d'argent à 10 deniers et 16 grains, ou à 256 grains, avec 9 marcs d'argent à 8 deniers, ou à 192 grains; la regle donne pour le titre du mélange 9 deniers et 4 grains, ou 220 grains. Or

différence de 220 à 256, égale à 36.

différence de 192 à 220, égale à 28.

Le rapport des différences est donc 36 : 28 ou 9 : 7. Celui des quantités a été 7 : 9. L'un est encore inverse de l'autre.

Exemple IV. Ayant fondu ensemble 216 deniers d'un certain métal, et 162 deniers d'un autre métal; la pesanteur spécifique du premier étant 12; et celle du second 18; on trouve d'abord 18 doigts cubiques pour le volume de la premiere masse, et 9 doigts cubiques pour celui de la seconde. Ensuite, divisant la somme des poids ou 378 deniers par la somme des volumes, qui est de 27 doigts cubiques, on obtient 14 pour la pesanteur spécifique du mélange. Or

différence de 14 à 18, égale à 4;

différence de 12 à 14, égale à 2.

Le rapport des différences est donc 4 : 2 ou 2 : 1. Celui des volumes étoit 9 : 18 ou 1 : 2. L'un est donc encore inverse de l'autre.

274. Il est clair d'abord qu'en mêlant ensemble à portions égales, deux ingrédients de différens prix, le prix du mélange doit être exactement au milieu entre les deux prix inégaux.

inégaux, à égale distance de l'un et de l'autre; ainsi, dans le cas de quantités égales, les différences en question sont égales de meme.

275. Il n'est pas moins évident qu'en mêlant ensemble des portions inégales de ces memes ingrédients, le prix du mélange doit approcher d'autant plus de l'un des deux, que celui-ci y est entré pour la plus grande partie en comparaison de l'autre : ainsi la plus petite différence sera toujours du côté de la plus grande quantité.

276. Il est clair enfin que si l'un des deux ingrédients n'entroit pour rien du tout dans le mélange, alors ce qu'on pourroit appeller prix du mélange, seroit exactement le prix de l'autre des deux ingrédients; la différence alors s'évanouissant entierement pour celui-ci.

277. Or, voilà à peu près ce qu'il faut pour prouver, que les quantités des deux ingrédients sont dans un rapport inverse, et exactement géométrique, avec les deux différences en question. Une démonstration plus rigoureuse supposeroit l'emploi du calcul littéral, que nous avons cependant résolu d'éviter dans des leçons de pure Arithmétique. La suite de ce cours nous permettra d'y revenir.

REGLE D'ALLIAGE INVERSE.

278. Dans la regle d'alliage inverse le prix de chacun des deux ingrédients, ainsi que celui du mélange, sont supposés connus; on demande le rapport dans lequel ces deux quantités doivent avoir été mêlées.

279. Après ce que nous venons de dire, la solution de cette question est facile. Otez le moindre des deux prix de celui du mélange. Otez de meme le prix du mélange du plus grand des deux prix. Le rapport inverse des deux différences que vous aurez trouvées, sera celui des quantités que vous cherchez.

Exemple I. *On veut faire un sac de bled à 17 francs, en mêlant ensemble du bled à 19 francs le sac, et du bled à $14\frac{1}{2}$ francs le sac.*

Prix du premier bled	19
Prix du mélange	17
Prix du second bled	$14\frac{1}{2}$
Première différence.	2
Seconde différence	$2\frac{1}{2}$

Le rapport des deux différences étant celui de 4:5, les quantités doivent être entr'elles dans celui de 5:4; ainsi sur *neuf* parties du mélange, il faudra prendre *cinq* parties du premier bled, et *quatre* du second.

Exemple II. *On veut faire un marc d'argent à $10\frac{1}{2}$ deniers de fin, en mêlant ensemble de l'argent à $11\frac{3}{4}$, et de l'argent à $8\frac{1}{4}$.*

Multipliant généralement par 4, pour faire évanouir les fractions, on aura

Titre du plus haut	47
Titre du mélange	42
Titre du plus bas	33
Première différence.	5
Seconde différence	9

Le rapport des deux quantités devant donc être celui de 9:5. Il faudra prendre sur *quatorze* marcs du mélange, *neuf* marcs du premier, et *cinq* marcs du second.

Exemple III. *On demande la proportion entre l'or et l'argent, dans un alliage du poids de 779 gram-*

deniers, composé de ces deux métaux, et dont la pesanteur spécifique a été trouvée 15,19; tandis que la pesanteur spécifique de l'or pur est 19,64 et celle de l'argent pur 11,09.

Pesanteur spécifique de l'or	1964
Pesanteur spécifique de l'alliage	1519
Pesanteur spécifique de l'argent	1109
Première différence	445
Seconde différence	410

Le rapport de l'or à l'argent sera donc celui de 410 : 445 ou 82 : 89. Mais ce rapport sera celui des volumes, et comme c'est celui des poids qu'on veut savoir, il faudra multiplier ce rapport 82 : 89, par celui des pesanteurs spécifiques 1964 : 1109. Le rapport des produits sera donc celui de 161048 : 98701; ce qui revient à très-peu-près à celui de 51 : 19.

Il y aura donc sur 50 deniers du mélange, 31 d'or et 19 d'argent; et comme le mélange a été de 779 deniers en tout, on n'aura qu'à faire les deux proportions suivantes:

$$50 : 31 = 779 \text{ au poids de l'or.}$$

$$50 : 19 = 779 \text{ au poids de l'argent.}$$

Il y aura donc 483 deniers d'or, et 296 deniers d'argent, ce qui est parfaitement conforme au calcul de 271.

280. Dans les alliages de plus de deux choses différentes, le problème de la règle d'alliage inverse est indéterminé, à moins que par des conditions particulières qui doivent y être énoncées, ces différentes choses ne soient réductibles à deux espèces seulement. Nous croyons inutile d'en donner des exemples: attendu que ces sortes de questions ne se rencontrent pas fréquemment, et que d'ailleurs il est toujours facile de les ramener aux principes généraux que nous avons établis.