

commun, par lequel il faudra multiplier chacun des trois nombres 51, 10, 9. On trouvera

pour la part du premier 13114 fr. 28 cent.

pour la part du second 2571 .. 43 ..

pour la part du troisième 2314 .. 29 ..

Total . . . 18000 francs.

CHAPITRE ONZIEME.

RÈGLE CONJOINTE.

246. Etant donné dans une série quelconque de termes qui ordinairement sont tous de la même espèce, le rapport du premier au second; celui du second au troisième; celui du troisième au quatrième; et ainsi de suite jusqu'au dernier, on demande immédiatement le rapport du premier au dernier. Tel est l'objet de la règle conjointe, autrement dite *Règle de chaîne*, (*Kettenregel*).

Ainsi, supposons que ces termes soient au nombre de quatre, que nous désignerons par les lettres A, B, C, D, et que l'on ait

$$A : B = 24 : 11;$$

$$B : C = 22 : 15;$$

$$C : D = 25 : 39;$$

on demande le rapport de A : D. Voilà un exemple de la règle conjointe.

247. Il y a donc dans toute règle conjointe une suite de termes qui ne sont exprimés par aucun nombre, et qui désignent de certaines choses, de la même espèce ordinairement. Il y a ensuite une pareille suite de rapports, dont

dont le nombre est égal à celui des termes moins un : chacun de ces rapports ayant son antécédent et son conséquent, qui sont tous des nombres connus. Cela étant, voici en très peu de mots la solution du problème :

248. *Le premier terme est au dernier, comme le produit de tous les antécédents est au produit de tous les conséquents.*

249. Ce theoreme est fondé sur une propriété générale des proportions géométriques. Si l'on a deux ou plusieurs proportions géométriques, qu'on les mette l'une au dessous de l'autre, les premiers termes se trouvant tous dans la premiere colonne, les seconds dans la seconde, et ainsi de suite, et qu'on les multiplie par colonnes, il résulte de ces quatre produits une nouvelle proportion géométrique. Car on ne fait réellement autre chose alors que de multiplier des rapports égaux entr'eux, par d'autres rapports égaux entr'eux ; d'où il résultera dans tous les cas de nouveaux rapports pareillement égaux, et conséquemment une nouvelle proportion géométrique.

250. Faisant l'application au cas de la règle conjointe, le produit des premiers termes dans l'exemple précédent sera A. B. C., celui des seconds sera B. C. D. Le rapport de l'un à l'autre est A : D, les autres facteurs, communs aux deux produits, devant naturellement se détruire. On aura donc A : D, ou généralement le premier terme au dernier, comme le produit des antécédents est au produit des conséquents.

251. Cette multiplication deviendra beaucoup plus facile par la suppression des facteurs égaux qui se trouveront en même tems parmi les antécédents et parmi les conséquents, après les avoir décomposés en nombres premiers, comme il a été dit dans la règle de trois composée.

Dans l'exemple précédent on aura

$$A : B = 2. 2. 2. 3 : 11$$

$$B : C = 2. 11 : 3. 5$$

$$C : D = 5. 5 : 3. 13$$

Les facteurs 3. 5. 11. se trouvant de part et d'autre, il en résultera $A : D = 2. 2. 2. 2. 5 : 3. 13$; ou bien $A : D = 80 : 39$. Ainsi donc A sera un peu plus que le double de D.

252. Les négociants font un emploi journalier de la règle conjointe, surtout dans leurs opérations de change. Mais ils en disposent autrement les termes. Au lieu de mettre les différens rapports en forme de proportion, ils marquent simplement les produits égaux des moyens et des extrêmes. Multipliant par ordre tous les produits de part et d'autre, il est clair que des termes A, B, C, D. etc. tous les intermédiaires se détruiront réciproquement; et qu'il n'en restera que le premier et le dernier dont le rapport sera donné par l'égalité qui est le résultat de la multiplication.

L'exemple précédent prendra alors la forme suivante :

$$11 A = 24 B;$$

$$15 B = 22 C;$$

$$39 C = 25 D;$$

d'où l'on obtient $11 \times 15 \times 39 A = 24 \times 22 \times 25 D$; et par la suppression des facteurs égaux,

$$39 A = 80 D.$$

Le

Le rapport du premier A au dernier D est donc tel, que 39 A font autant que 80 D. Ainsi si l'on vouloit savoir combien feront un autre nombre quelconque de ces A, s'il falloit les exprimer en D, par ex. combien feront 17 A, on fera simplement la proportion

$$39 : 80 = 17 : x$$

ce qui obligera de multiplier 17 par 80 et de diviser le produit par 39. On aura $34\frac{7}{8}$.

253. Ainsi donc, les termes que nous avons mis dans la colonne des antécédents, sont regardés comme conséquents dans les bureaux de commerce; et réciproquement ceux dont nous avons fait les conséquens, y sont traités comme antécédents. Et comme le but de la règle conjointe est de savoir, combien *un certain nombre* des quantités de la première espèce feront en quantités de la dernière espèce, on a coutume d'assigner à ce nombre la première place parmi les conséquens. Après quoi, faisant les réductions nécessaires, et supprimant les facteurs identiques qui se rencontrent de part et d'autre, on aura le nombre qu'on cherche, en divisant le produit des conséquens par le produit des antécédents.

Exemple I. *Un négociant de Cologne est débiteur à Paris, de la somme de 1000 francs, et ne trouvant pas dans la place même du papier sur Paris à un cours convenable, il veut l'acheter à Francfort. Le change de Francfort sur Paris est à 76; et le papier sur Francfort perd à Cologne un demi pour cent. On sait de plus, que le Rixdaler à Francfort est partagé en 90 Kreuzers; que 138 Kreuzers, argent de change, équivalent à 115 Stivers de Cologne; que dans cette ville, 60 Stivers font un Rixdaler; à quoi il faut encore ajouter que 80 francs équivalent à 81 livres tournois. Cela étant,*
on

on demande combien le negociant doit envoyer de rixdalers à Francfort, pour payer les 1000 francs.

La somme de 1000 francs devant se trouver à la tête des conséquents, posez 1000.

Des francs nous passerons aux livres tournois.
Or, 80 francs font 81 livres tournois, rapport constant. Donc 80 : 81.

Passant des livres tournois aux Rixdalers, argent de change, il faut considérer, que le change de Francfort avec Paris étant à 76, trois cent livres équivaudront à 76 Rixdalers, argent de change de Francfort. Donc 300 : 76.

Ces memes Rixdalers devant être envoyés de Cologne à Francfort, il faut considérer que le papier sur Francfort perd à Cologne un demi pour cent, et qu'ainsi 100 Rixdalers, argent de change de Francfort, ne valent à Cologne que $99\frac{1}{2}$. Donc 100 : $99\frac{1}{2}$; rapport que l'évanouissement de la fraction réduira à 200 : 199.

Le Rixdaler à Francfort fait 90 kreuzer; donc 1 : 90.

Mais 138 kreuzer, argent de change de Francfort, font à Cologne 115 stivers; rapport constant. Donc 138 : 115.

Enfin 60 stivers font un Rixdaler à Cologne. Donc 60 : 1.

Ainsi donc, pour trouver le nombre des rixdalers demandé, il faut diviser le produit de tous les conséquents, savoir 1000 fois 81 fois 76 fois 199 fois 90 fois 115 par celui de tous les antécédents, qui est 80 fois 300 fois 200 fois 138 fois 60.

Examinant plus attentivement les deux produits, on y trouvera de part et d'autre les facteurs communs qui suivent, savoir 10000, 9, 27, 4, 23, 5. Il ne restera que 3 fois 19 fois 199 fois 9 ou 102087, à diviser par 8 fois 10 fois 4 ou 320; ce qui donne 319 Rixdalers, et $1\frac{1}{3}$ stivers. Tel est le nombre de Rixdalers, pour lequel le dit négociant aura à Francfort la somme de 1000 francs sur Paris.

Exemple

Exemple II. Ce meme négociant veut examiner s'il n'y aura pas du profit à négocier cette meme somme de 1000 francs à Amsterdam. A cet effet il consulte le cours du change, tant de Cologne avec Amsterdam, que d'Amsterdam avec Paris; il trouve que le premier est à $171 \frac{1}{2}$, c'est-à-dire, que pour 250 florins, argent courant d'Amsterdam, on paye à Cologne $171 \frac{1}{2}$ Rixdalers; que le dernier est à 60, et qu'ainsi l'écu de 3 livres vaut à Amsterdam 60 deniers argent de banque. On sait de plus que l'argent de banque perd 7 pour cent contre l'argent courant, et qu'ainsi 100 florins de banque ne font que 93 florins courants. Enfin, 40 deniers font un florin, à Amsterdam. Cela étant:

La somme de 1000 francs sera encore à la tête des conséquents; posez 1000.

Le rapport du franc à la livre est constant; 80 francs font 81 livres. Posez 80 : 81

L'écu de trois livres vaut 60 deniers de banque à Amsterdam; posez 1 : 60.

Quarante deniers font un florin; posez 40 : 1,

Cent florins de banque font 93 florins, argent courant 100 : 93.

Enfin, 250 florins de Hollande, argent courant, font à Cologne $171 \frac{1}{2}$ Rixdalers; posez 500 : 343.

Le produit des conséquents est donc 1000 fois 81 fois 60 fois 93 fois 343; celui des antécédents est 80 fois 40 fois 100 fois 500. On trouve le facteur commun 20000; il restera à diviser 81 fois 3 fois 31 fois 343 ou 2583819 par 8000.

Cette division donne 322 Rixdalers, $58 \frac{3}{4}$ stuvers. Il coute donc plus cher de 3 Rixdalers, de négocier les 1000 francs à Amsterdam. que de les acheter à Francfort.

Exemple III. Un négociant de Cologne a une lettre de change de 1000 ducats sur Cadix; et ne pouvant la vendre chez lui, il veut l'envoyer à Paris. Consultant à cet effet les cours du change, il trouve que le change de Cadix sur Paris est à $14 \frac{1}{2}$; que celui

celui de Paris sur Amsterdam est à $57 \frac{1}{2}$; enfin que celui d'Amsterdam sur Cologne est à $171 \frac{1}{2}$. Ainsi le doblon de Cadix est égal à $14 \frac{1}{2}$ livres; l'écu de trois livres vaut à Amsterdam $57 \frac{1}{2}$ deniers courants; enfin 250 florins, argent courant d'Amsterdam, valent à Cologne $171 \frac{1}{2}$ rixdalers. On sait de plus que le ducat de cambio est égal à 375 maravedis de plata, dont 1088 font un doblon. Enfin, le florin courant de Hollande fait 40 deniers courants. Cela étant, on demande à combien de Rixdalers la dite lettre de change pourra être évaluée.

Mettons à la tête des conséquents . . . 1000

Ensuite de quoi, nous aurons, l'un après l'autre, les rapports qui suivent, délivrés de toute forme fractionnaire :

Du ducat de cambio au maravedi de plata	1 : 375.
Du maravedi de plata au doblon	1088 : 1.
Du doblon à la livre de France	2 : 29.
De la livre de France au denier courant de Hollande	12 : 229.
Du denier courant au florin	40 : 1.
Du florin au rixdaler de Cologne . . .	500 : 343.

Le nombre de rixdalers qu'on demande, se trouvera donc en divisant le produit de 1000 fois 375 fois 29 fois 229 fois 343 par celui de 1088 fois 2 fois 12 fois 40 fois 500.

Le résultat du calcul sera 1635 Rixdalers, $28 \frac{1}{2}$ stivers.

Exemple IV. Consultons à présent pour cette même lettre de change les cours d'Amsterdam et de Cologne sur Hambourg. Le premier est à 39; c'est-à-dire, que deux marcs de banque de Hambourg valent 39 stivers d'Amsterdam. L'autre est à 185; ainsi 300 marcs de banque de Hambourg sont équivalents à 185 Rixdalers de Cologne. Il faut encore connoître le cours d'Amsterdam sur Cadix, qui est à 103; de sorte qu'un ducat de Cambio vaut 103 deniers banco d'Amsterdam. On sait de plus que deux deniers d'Amsterdam font un stiver. Cela étant,

on

on demande ce que cette lettre de change vaudra en Rixdalers, en la faisant négocier à Amsterdam.

Passant successivement de l'un à l'autre, on aura les rapports qui suivent :

Du ducat de cambio au denier banco d'Amsterdam , 1 : 103.

Du denier banco au stuver banco d'Amsterdam 2 : 1.

Du stuver banco au marc banco de Hambourg 39 : 2.

Du marc banco de Hambourg au Rixdaler de Cologne , 300 : 185.

Le nombre qu'on cherche se trouvera, en divisant le produit 1000 fois 103 fois 2 fois 185 par le produit 2 fois 39 fois 300.

Le résultat du calcul donne 1628 Rixdalers, 33 stivers. Il y a donc un bénéfice de 7 écus, si l'on négocie les mille ducats à Amsterdam.

Exemple V. *Un négociant de Cologne veut faire passer à Hambourg la somme de 3000 marcs de banque, en les achetant à Amsterdam; on demande à combien de rixdalers cela lui reviendra. Le cours d'Amsterdam sur Hambourg est à 39; ainsi pour deux marcs de banque on donne à Amsterdam 39 stivers. L'argent de banque perd en Hollande sept pour cent contre l'argent courant; ainsi cent florins de banque ne valent que 93 florins courants. Enfin le cours de Cologne sur Amsterdam est à 171 $\frac{1}{2}$; de manière que 250 florins courants de Hollande sont payés à Cologne 171 $\frac{1}{2}$ rixdalers.*

Voici les différens rapports qu'on obtiendra d'après ces données.

Du marc de banque au stuver d'Amsterdam 2 : 39.

Du stuver au florin de banque 20 : 1.

Du florin de banque au florin courant . . . 100 : 93.

Du florin courant de Hollande au Rixdaler de Cologne 500 : 343.

Il faudra donc diviser le produit 3000 fois 39 fois 93 fois 343 par celui de 2 fois 20 fois 100 fois 500.

Le

Le calcul donne 1866 Rixdalers, $5\frac{1}{2}$ stuvers.

Exemple VI. *Essayons de négocier cette même somme à Francfort. Le change de Francfort sur Hambourg est à $148\frac{1}{2}$; ainsi 500 marcs de banque sont payés à Francfort $148\frac{1}{2}$ Rixdalers, argent de change. Le papier de Francfort perd à Cologne un demi pour cent; ainsi 200 Rixdalers, argent de change de Francfort, n'en valent à Cologne que 199. Quatre-vingt dix kreuzers, argent de change de Francfort, y font un Rixdaler; de plus, 138 de ces kreuzers équivalent à 115 stuvers de Cologne, dont 60 y font un Rixdaler. On demande, combien de Rixdalers ce négociant doit envoyer de Cologne à Francfort, pour payer les 3000 marcs.*

Voici les rapports que ces données nous fournissent.

Du marc de banque au rixdaler, argent de change de Francfort 600 : 297.

De ce dernier au rixdaler, argent de change de Francfort à Cologne 200 : 199.

De ce dernier au kreuzer, argent de change de Francfort 1 : 90.

De ce dernier au stuver de Cologne 138 : 115.

De ce dernier au Rixdaler de Cologne 60 : 1.

Il faudra diviser le produit de 3000 fois 297 fois 199 fois 90 fois 115 par celui de 600 fois 200 fois 138 fois 60.

Le résultat donne 1847 Rixdalers. Telle est la somme qu'il faudra envoyer à Francfort, pour payer les 3000 marcs. Il en coutera 20 écus de moins, que si on en avoit fait la négociation à Amsterdam.