

que ce soit, autant de zéros que nous voulons, et que le besoin de nos opérations exige, sans crainte d'en avoir changé la valeur.

C'est ainsi que le nombre entier 37 pourra être écrit 37,0000..... suivi d'autant de zéros qu'on voudra. Il en est de même du nombre 48,59; qu'on pourra écrire 48,59000..... avec autant de zéros qu'on voudra.

Par cette même raison, il dépendra toujours du calculateur, de supprimer les zéros qu'il verra à la fin d'un nombre, muni d'ailleurs d'une virgule.

Par exemple le nombre 56,7300 ne dira ni plus ni moins que 56,73.

CHAPITRE SECOND.

LES QUATRE OPÉRATIONS DE L'ARITHMÉTIQUE.

17. L'Addition, la soustraction, la multiplication et la division, forment ce qu'on appelle les quatre opérations fondamentales de l'Arithmétique.

A D D I T I O N.

18. Le but de *l'addition* est d'exprimer la valeur totale de plusieurs nombres par un seul. Il est évident que les quantités désignées par ces nombres, doivent être de la même espèce. Si elles ne l'étoient pas, il faudroit d'abord les y réduire, avant que d'en tenter l'addition.

19. Avant que d'y procéder, on placera tous les nombres proposés l'un sous l'autre, de manière que toutes les unités se trouvent dans une même colonne verticale; qu'il en soit de même

même des dixaines, des centaines, ainsi que des dixièmes, des centièmes, des millièmes, et ainsi des autres.

20. Si les nombres proposés sont tous entiers, on sent bien que placés comme on vient de le dire, ils formeront une figure qui se trouvera terminée à droite par une colonne verticale. S'ils sont composés d'entiers et de décimales, il suffira que la colonne des virgules soit verticale, toutes celles des autres alors devant l'être de même. Il ne sera pas nécessaire alors que la figure soit terminée à droite par une colonne verticale; il sera très facile de lui donner cette forme dans tous les cas où les différens nombres proposés pour l'addition ne seront pas suivis d'un même nombre de décimales: il suffira d'ajouter à ceux de ces nombres, qui ont moins de décimales que les autres, autant de zéros qu'il en faut, pour que le nombre des décimales soit le même dans tous.

21. Ayant disposé les nombres comme on vient de le dire, on commencera par ajouter les chiffres qui se trouvent dans la première colonne verticale à droite. S'il en résulte un nombre plus grand que dix, et qui par conséquent renferme des dixaines et des unités, on écrira les unités seules, et on réservera les dixaines pour l'addition des chiffres de la seconde colonne, dont on fera ensuite l'addition, en écrivant de nouveau les unités de cette somme, et en réservant les dixaines pour l'addition des chiffres de la troisième colonne. On continuera ainsi de colonne en colonne,
jus-

jusqu'aux chiffres de la dernière, dont la somme sera écrite telle qu'elle aura été trouvée.

22. Un exemple éclaircira cette méthode, qui d'ailleurs est trop connue, pour avoir besoin d'aucune explication ultérieure. Les cinq nombres dont il faut faire l'addition, sont disposés dans les deux figures de manière que les unités, les dixaines, les centaines etc. se trouvent partout dans une même colonne verticale. Le quatrième de ces nombres étant celui qui a le plus de décimales, il faudra ajouter trois zéros au premier, une au second et au troisième, et deux au cinquième, si l'on veut que les premiers chiffres à droite se trouvent dans une même colonne verticale. Si l'on ne veut pas mettre des zéros, on fera cependant bien d'y suppléer par des points.

56,43...	56,43000
1,6408.	1,64080
249,2169.	249,21690
36,40089	36,40089
0,567..	0,56700
Somme . . 344,25559	344,25559

S O U S T R A C T I O N .

23. L'objet de la *soustraction* est de déterminer l'excès d'un nombre sur un autre nombre, supposé plus petit. Cet excès, qui constitue la différence entre les deux nombres, est nommé *reste*.

24. Pour faire cette soustraction, on commence par disposer les deux nombres de manière, que les unités, les dixaines, les
cen-

centaines, de même que les dixièmes, les centièmes etc. se trouvent verticalement placés les uns sous les autres, comme on a fait dans l'addition. Dans les cas où l'un des deux eut plus de décimales que l'autre, on y supplée également par un nombre suffisant de zéros, qu'on ajoute à ce dernier.

25. Cela étant, on ôtera, en commençant par la droite, chaque chiffre inférieur de son correspondant supérieur. Cela n'aura aucune difficulté tant que le chiffre inférieur se trouvera moindre que son correspondant supérieur.

26. Si le chiffre inférieur se trouvoit plus grand que son correspondant supérieur, on augmentera celui-ci de dix, et pour restituer cet emprunt, qu'on supposera fait sur son voisin à gauche, on regardera celui-ci comme moindre d'une unité, dans l'opération suivante.

27. Mais il pourroit arriver que ce dernier chiffre fut zéro lui-même; ce qui obligeroit, pour faire l'emprunt désiré, d'aller jusqu'au premier chiffre significatif qui viendrait après. On fera donc réellement mieux, de conserver au chiffre sur lequel on doit faire l'emprunt, la valeur qu'il a, et de regarder son correspondant inférieur comme plus grand d'une unité, dans l'opération suivante. Cette augmentation du chiffre inférieur sera toujours possible, tandis que la diminution du chiffre supérieur ne le seroit que dans les cas où ce chiffre ne fut pas zéro lui-même. L'une et l'autre d'ailleurs doivent naturellement donner le même résultat. En voici un exemple:

On

On propose de retrancher

du nombre 25961043

le nombre 16172986.

Les deux nombres étant disposés comme on vient de le dire, il faudra d'abord ôter 6 de 3. On ôtera donc 6 de 13; reste 7.

Pour compenser cet emprunt, on changera le second chiffre inférieur 8 en 9; et comme on ne pourra l'ôter de 4, on l'ôtera de 14; reste 5.

Par cette même raison, on changera le troisième chiffre inférieur 9 en 10; et comme on ne pourra l'ôter de 0, on l'ôtera de 10; reste 0.

Ayant encore emprunté ici, on changera le quatrième chiffre inférieur 2 en 3; et ne pouvant l'ôter de 1, on l'ôtera de 11; reste 8.

Pareillement, on changera le cinquième chiffre inférieur 7 en 8; et ne pouvant l'ôter de 6, on l'ôtera de 16; reste 8.

De même on changera le sixième chiffre inférieur 1 en 2; lequel pourra être ôté de son supérieur 9; reste 7.

Comme dans ce cas on n'a pas eu besoin d'emprunt, le septième chiffre inférieur 6 conservera sa valeur; et ne pouvant l'ôter de 5, on l'ôtera de 15; reste 9.

Cet emprunt obligera de changer le dernier chiffre inférieur 1 en 2; lequel étant ôté de 2, restera 0.

Le reste demandé, résultat de la soustraction, sera donc 9788057.

28. Les décimales ne peuvent faire naître de la difficulté dans aucun cas, d'après ce qui a été dit en 22. En voici un exemple.

Soit

Soit proposé de retrancher

du nombre 4509,16

le nombre 1629,24632.

Ayant disposé les deux nombres comme on voit, on ajoutera au premier trois zéros, ce qui n'en changera pas la valeur. Ensuite, ayant à retrancher

du nombre 4509,16000

le nombre 1629,24632

ou aura pour reste . . . 2879,91368

en se conformant d'après les règles qu'on vient d'exposer.

M U L T I P L I C A T I O N.

29. La *multiplication* a pour objet de prendre un nombre autant de fois qu'il y a d'unités dans un autre. Le premier des deux est appelé *multiplicande*; l'autre est nommé *multiplicateur*; on donne au résultat de l'opération le nom de *produit*.

30. Tant que les deux nombres sont des nombres abstraits, ils sont désignés indistinctement par le nom de *facteurs*. Il sera indifférent alors de prendre pour *multiplicande* celui des deux facteurs qu'on voudra: l'autre alors sera *multiplicateur*. Il n'y a aucune différence entre trois fois quatre, et quatre fois trois: l'un et l'autre devant être douze.

31. Il n'en est pas de même lorsque l'espèce à laquelle appartient l'un et l'autre des deux facteurs, est désignée. L'unité alors doit être nécessairement de même espèce avec l'un des deux facteurs. Ce facteur sera
ré-

regardé comme multiplicateur. L'autre facteur, qui sera de différente espèce avec l'unité, sera le multiplicande de l'opération. Le produit alors sera de même espèce que ce multiplicande: d'où il suit que dans une multiplication quelconque de nombres concrets, l'unité et le produit seront toujours de différentes espèces.

32. Un exemple éclaircira ce que nous voulons dire. Soit proposé de multiplier ensemble trois toises, et quatre francs. Ce problème, tellement énoncé, ne renfermera aucun sens, parce que l'unité, base de la multiplication, n'y est pas désignée.

33. Mais si l'on demande ce que coûteront trois toises, à raison de quatre francs par toise, le sens très naturel de cette question sera, de prendre l'un des deux facteurs, quatre francs, autant de fois que l'autre facteur, trois toises, renferme de toises. Ici la toise est l'unité; les trois toises seront le multiplicateur, il faudra également que le multiplicande, quatre francs, soit contenu trois fois dans le produit; lequel sera donc égal à douze francs.

34. Si l'on avoit demandé combien doivent coûter trois toises, à raison de quatre francs par pied, on auroit eu le pied pour unité. Et comme cette unité est renfermée dans le multiplicateur, trois toises, non pas trois fois, mais dix-huit fois, il auroit donc fallu prendre le multiplicande, quatre francs, dix-huit fois; ce qui auroit donné pour produit soixante-douze francs. La question dans les deux cas se réduisoit, si l'on veut, à multiplier ensemble
trois

trois toises et quatre francs : mais l'unité n'étant pas la même, il en devoit résulter des produits bien différens entr'eux.

35. Enfin si l'on demande combien on aura de toises pour la somme de quatre francs, à raison de trois toises par franc, le sens de cette question exige, que le multiplicande, trois toises, soit pris autant de fois, que l'unité, qui est ici un franc, est comprise dans le multiplicateur, quatre francs. Il faudra donc prendre le multiplicande quatre fois; ce qui donnera pour produit douze toises. Les deux facteurs seront encore trois toises et quatre francs, mais le produit, qui étoit douze francs lorsqu'on avoit pour unité la toise, sera douze toises, si c'est le franc qui fait fonction d'unité.

36. Dans le chapitre présent on exposera les règles de la multiplication des nombres, considérés comme abstraits, et ne désignant aucune espèce particulière.

37. Les cas les plus simples sont ici ceux, où il faut multiplier ensemble deux nombres, d'un seul chiffre chacun. Le nombre de ces cas est très borné; et en ne comptant que ceux qui diffèrent réellement entr'eux, on en aura quarante-cinq en tout. On trouvera facilement ces produits en ajoutant successivement chacun des neuf premiers nombres à lui-même. On en construira la petite table suivante, connue sous le nom de livret d'Arithmétique, et qu'il faudra s'exercer à apprendre par cœur.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

38. Vient ensuite la multiplication d'un nombre entier, composé de plusieurs chiffres, par un nombre d'un seul chiffre. Ecrivez d'abord le multiplicande. Mettez sous lui le multiplicateur; il est indifférent sous quel chiffre, ordinairement on le met sous celui des unités, parce que c'est par elles que l'opération commence. Multipliez ensuite chacun des chiffres du multiplicande par le multiplicateur, en passant des unités aux dizaines, des dizaines aux centaines, et ainsi de suite. Tant que ces produits n'auront qu'un seul chiffre, vous les mettrez de suite l'un à côté de l'autre, chacun au-dessous du chiffre du multiplicande auquel il appartient. Si ces produits passent dix, et que par conséquent ils seront composés de deux chiffres, l'un marquant les unités, l'autre les dizaines, vous ne mettrez que les unités, en réservant les dizaines pour le produit suivant, auquel

auquel vous l'ajouterez. Un exemple éclaircira encore cette règle.

Soit proposé de multiplier 38496 par 9. Ayant mis le 9 au-dessous du 6, et souligné le tout, si l'on veut, on dira :

$$\begin{array}{r} 38496 \\ \underline{9} \\ 346464 \end{array}$$

9 fois 6 font 54; posez 4, retenez 5.

9 fois 9 font 81, et 5 de retenus font 86; posez 6, retenez 8.

9 fois 4 font 36, et 8 de retenus font 44; posez 4, retenez 4.

9 fois 8 font 72, et 4 de retenus font 76; posez 6, retenez 7.

9 fois 3 font 27, et 7 de retenus font 34, que vous écrirez en entier, parce que la multiplication se termine au chiffre 3 du multiplicande.

Le produit sera donc 346464.

39. Venons au second cas; c'est celui de la multiplication d'un nombre quelconque proposé par un autre nombre d'un seul chiffre, mais suivi d'un, ou de plusieurs zéros. La règle est facile. Faites la multiplication, comme vous auriez fait dans le cas d'un seul chiffre; et ajoutez au produit autant de zéros, qu'il y en a dans le multiplicateur.

Prenons l'exemple précédent; supposons qu'au lieu de multiplier 38496 par 9, il eut fallu multiplier le même nombre par 9000. Le produit alors auroit été mille fois plus grand, ainsi, d'après ce qui a été dit en 6, il auroit fallu y ajouter trois zéros.

40. On peut prendre pour troisième cas celui, où chacun des deux facteurs est composé de plusieurs chiffres. Libre alors de regarder comme
mul-

multiplicande celui des deux facteurs qu'on voudra, on préfère cependant de prendre celui des deux qui a le plus de chiffres.

41. Le produit alors sera composé d'autant de produits partiels, qu'il y aura de chiffres dans le multiplicateur. Le premier, résultat de la multiplication par les unités du multiplicateur, sera terminé à la place même des unités. Le second, résultat de la multiplication par les dizaines du multiplicateur, aura un zéro à sa suite; on sera libre de le mettre, ou de ne pas le mettre; mais dans tous les cas, il faudra que son premier chiffre à droite réponde à la place des dizaines. Par la même raison, le premier chiffre du troisième produit se trouvera à la place des centaines; celui du quatrième à la place des mille, et ainsi des autres. Ayant convenablement disposé tous les produits partiels, on les ajoutera ensemble: on aura alors le produit total des nombres proposés.

Soit proposé de multiplier 316437
par 56049.

Il est visible que le produit demandé sera composé des produits partiels suivants :

9 fois 316437
40 fois 316437
000 fois 316437
6000 fois 316437
50000 fois 316437.

Le premier produit se terminera donc à la place des unités. Le second, ayant un zéro à sa suite, finira à la place des dizaines. Le troisième, ayant deux zéros à sa suite, devrait finir à la place des centaines. Comme dans le cas présent il est absolument nul, on ne le mettra point. Passant donc du second au quatrième, on le placera de manière que son premier

premier chiffre à droite se trouve à la place des mille, parce qu'en effet il est supposé avoir trois zéros à sa suite. Par cette même raison le cinquième, qui en aura quatre, finira à la place des dizaines de mille.

Dans la pratique on ne met pas ces zéros, afin de ne pas les confondre avec d'autres zéros, qui pourroient être le résultat de la multiplication de quelques chiffres significatifs, tels que *deux* et *cinq*. Il vaut donc mieux y suppléer par des points. On pourra même omettre ces points, pourvu qu'on ne manque pas d'observer, qu'en passant d'un chiffre quelconque du multiplicateur à l'autre qui se trouve à sa gauche, il faut toujours porter le premier chiffre de ce produit d'une place en avant vers la gauche; et même de deux, si le chiffre immédiatement prochain du multiplicateur étoit zéro lui-même.

L'exemple qu'on vient de donner, sera donc disposé comme il suit :

$$\begin{array}{r} 2847933 \\ 1265748. \\ 1898622... \\ 1582185.... \end{array}$$

Ajoutant cet quatre produits partiels, on aura 17735977413 pour produit des nombres proposés.

42. Un autre cas encore seroit celui où les deux facteurs seroient terminés par un certain nombre de zéros. Dans ce cas on fera la multiplication comme s'ils se trouvoient sans zéros; et après l'avoir entièrement achevée, on ajoutera au produit autant de zéros qu'il y en avoit dans les deux facteurs pris ensemble.

43. Le dernier cas enfin est celui où l'un des deux facteurs, ou tous les deux, seroient composés d'entiers et de décimales, ou même n'auroient que des décimales.

44. Dans ce cas, on achevera la multiplication tout comme si on avoit à faire à des nombres entiers, sans faire la moindre attention à la virgule. Lorsqu'elle sera finie, on retranchera du produit, sur la droite, moyennant une virgule, autant de décimales qu'il y en avoit dans les deux facteurs pris ensemble. L'exemple suivant, en éclaircissant cette règle, en donnera en même tems la démonstration.

Soit proposé de multiplier 65,823
par 2,65

Supprimant la virgule, et multipliant 65823 par 265, on aura pour produit 17443095. Mais en supprimant la virgule dans les deux facteurs, on aura rendu le premier mille fois trop grand, et le second cent fois trop grand. Pour réduire à sa juste valeur le produit qui en résulte, et qui naturellement doit être cent mille fois trop grand, il faut le rendre cent mille fois plus petit. Il faut donc lui donner une virgule, et la placer de manière qu'elle laisse après elle cinq décimales: savoir, autant qu'il y en avoit dans les deux facteurs ensemble. Le véritable produit sera donc 174,43095.

45. En suivant cette règle, il arrivera très souvent, dans les cas surtout où les deux facteurs ne consistent qu'en décimales, que le produit aura moins de chiffres significatifs, que la règle n'ordonne de décimales à retrancher. On y suppléera par des zéros: on en mettra à la gauche du produit autant qu'il en faut, pour qu'après avoir retranché le nombre de décimales, ordonné par la règle, il reste encore un zéro, pour désigner la place des unités.

Soit proposé de multiplier 0,00468
par 0,017

Le

Le produit des deux nombres, considérés comme entiers, sera 7956 ; mais de ce nombre, composé de quatre chiffres, il faudra retrancher sept décimales, conformément à la règle. On y suppléera par des zéros ; on en ajoutera quatre à la gauche du produit ; on aura 0,0007956 pour produit véritable des deux nombres proposés.

DIVISION.

46. L'objet de la *division* est de savoir, combien de fois, de deux nombres proposés, l'un est contenu dans l'autre. Ce dernier pour lors est appelé *dividende* ; l'autre a le nom de *diviseur*. Le *quotient*, résultat de la division, est le nombre même qui indique combien de fois le diviseur est contenu dans le dividende.

47. L'opération de la division est donc l'inverse de la multiplication. Le produit de cette dernière, divisé par l'un des deux facteurs, doit laisser pour quotient l'autre facteur. Et dans la division, il est clair qu'en multipliant le diviseur par le quotient, ou le quotient par le diviseur, on doit retrouver le dividende.

48. Il suit de là qu'en ayant égard à l'espèce déterminée, à laquelle le dividende, ou le diviseur, ou bien tous les deux peuvent appartenir, il doit y avoir deux cas de division, bien différens entr'eux.

49. Le premier cas est celui où le diviseur est de même espèce que le dividende. Comme on cherche simplement alors combien de fois le diviseur est contenu dans le dividende,

B 2

l'on

l'on voit que le quotient doit être considéré comme un nombre purement abstrait. Ce quotient alors contiendra l'unité, abstraite ou concrète, qui est toujours supposée dans la division, autant de fois que le diviseur est contenu dans le dividende.

50. Le second cas est celui où le diviseur est, ou un nom purement abstrait, ou au moins, d'une espèce différente de celle du dividende. Dans la première de ces deux suppositions, la division est un véritable partage du dividende en un certain nombre de portions égales lesquelles par conséquent seront de même espèce que le dividende. La seconde supposition paroît renfermer une contradiction, mais qu'il n'est pas difficile de résoudre. Nous savons fort bien que des soldats ne peuvent jamais être contenus dans des toises. Mais cela n'empêche pas qu'un certain nombre de soldats ne puisse être contenu dans un certain nombre de toises. Dans cette supposition, l'unité, qui est toujours indiquée par la nature de la question, est de même espèce que le diviseur, tandis que le quotient est de même espèce que le dividende.

51. Nous pouvons donc nous borner dans le chapitre présent, à exposer les règles de la division, le dividende et le diviseur étant considérés comme des nombres abstraits, et ne désignant aucune espèce particulière.

52. Nous en distinguerons trois cas. Le premier est celui d'un diviseur entier, et d'un seul chiffre. Le second est celui d'un diviseur entier, composé de plusieurs chiffres. Dans le troisième enfin, le diviseur, nécessairement
com-

composé de plusieurs chiffres, aura des décimales avec lui.

PREMIER CAS.

53. Tant que le diviseur sera d'un seul chiffre, on pourra très bien mettre le quotient immédiatement au-dessous du diviseur. Il faut supposer que l'usage du livret d'Arithmétique est entièrement familier au calculateur. Le diviseur n'a point de place fixe: on le mettra où l'on voudra. Ayant donc écrit le dividende, voici la règle que vous suivrez.

54. Examinez combien de fois le diviseur est contenu dans le premier, ou s'il le faut, dans les deux premiers chiffres du dividende à gauche; c'est par là que l'opération commence. Mettez le quotient dans le premier cas sous le premier chiffre du dividende; dans le second cas, vous le placerez sous le second chiffre. Multipliez ensuite le quotient par le diviseur; ôtez en le produit de la partie du dividende qui est au-dessus du quotient, regardez ce reste comme des dizaines et joignez-y, comme unités, le chiffre du dividende qui suit immédiatement, en allant de la gauche vers la droite.

55. Voyez de nouveau combien de fois le diviseur est contenu dans le nombre qui en résulte, composé ordinairement de dizaines et d'unités. Le chiffre qui en résultera, sera le second du quotient que vous cherchez: vous le mettrez à côté de l'autre. Ayant de nouveau multiplié le diviseur par ce chiffre, ôtez ce produit de la partie du dividende qui lui répond. Regardant ensuite

ensuite le reste que vous aurez comme des dizaines, auxquelles vous joindrez comme unités le chiffre suivant du dividende, vous aurez une nouvelle portion du dividende, composée comme la première, de dizaines et d'unités.

56. Cherchez encore combien de fois le diviseur est contenu dans cette portion : le nombre qui en résulte, sera le troisième chiffre du quotient. Vous trouverez de même les chiffres suivans, jusqu'au dernier. Et si ce dernier chiffre, multiplié par le diviseur, donne un produit égal à ce qui reste du dividende, vous pouvez regarder le quotient comme exact, et l'opération comme terminée. En voici un exemple.

Soit proposé de diviser 39641 par 7. Vous direz : 7 sont contenus dans 39 *cinq* fois. Le premier chiffre du quotient sera donc 5 : vous le placerez sous le 9. Ensuite : 5 fois 7 font 35 : lesquelles ôtées de 39 laissent 4 de reste : qui font avec le chiffre suivant 6 le nombre 46.

Ensuite : 7 sont contenus dans 46 *six* fois. Voilà donc le second chiffre du dividende que vous mettrez à côté du 5. Ensuite : 6 fois 7 font 42, qui étant ôtées de 46, laissent encore 4 de reste ; ce qui donnera avec le chiffre suivant du dividende 4 le nombre 44.

Puis : 7 sont contenus dans 44 *six* fois : troisième chiffre du dividende, que vous mettrez à côté de 56. Ensuite : 6 fois 7 font 42, qui étant ôtées de 44, laissent 2 de reste, qui donneront avec le chiffre suivant et dernier du dividende 1 le nombre 21.

Enfin : 7 sont contenus dans 21 *trois* fois. Ces trois formeront le dernier chiffre du quotient. Et comme cette dernière division ne laisse pas de reste, l'opération sera terminée. Le quotient sera donc 5663.

4420

Diviseur 7) 39641 dividende
5663 quotient.

Dans la figure ci-jointe, j'ai marqué les restes obtenus à la suite de chaque division, immédiatement au-dessus des chiffres correspondans du dividende. Un calculateur un peu exercé les omettra facilement.

57. En suivant cette méthode, la virgule du dividende, dans les cas où il seroit composé d'entiers et de décimales, ne fera jamais naître la moindre difficulté. Aussitôt que vous en serez venu à la virgule du dividende, mettez en une également dans le quotient. Il pourra arriver que le quotient sera précédé d'un zéro, tandis que le diviseur n'en avoit pas. Dans d'autres cas, le quotient sera précédé d'un zéro de plus, que n'en avoit le diviseur.

C'est ainsi que, pour faire usage de l'exemple précédent, si on avoit proposé de diviser par 7

le nombre 396,41
on auroit eu pour quotient 56,63.

De même le dividende 3,9641
auroit donné pour quotient 0,5663.

Enfin le dividende . . . 0,039641
auroit donné pour quotient 0,005663.

58. Si, après avoir épuisé entièrement le dividende, il y avoit encore un reste, le calcul décimal nous offre un moyen très simple, de n'en continuer pas moins la division, de la pousser à tel degré de précision qu'on veut, et même d'aller dans l'infini, s'il le falloit. Mettez une virgule dans le quotient, pour avertir que les chiffres qui vont suivre seront des parties décimales : ajoutez successivement au dividende

dende tant de zéros que vous voudrez, et qu'il vous paroîtra nécessaire pour atteindre au degré de précision que vous desirez. Ces zéros, sans rien changer à la valeur du dividende, parce qu'ils viendront après la virgule, vous mettront dans le cas de continuer la division. Si le dividende étoit déjà composé lui-même d'entiers et de décimales, ce qui obligera de marquer une virgule dans le quotient, avant d'être parvenu au dernier chiffre du dividende, il suffira d'ajouter des zéros, et de continuer la division.

Divisant 3980,266 par 4,
on aura pour quotient. . . 995,0665.

Divisant . 581,643 par 8,
on aura pour quotient. . . . 72,705375.

Divisant . . 63,158 par 5,
on aura pour quotient. . . . 12,6316.

Divisant . . . 259 par 2,
on aura pour quotient. . . . 129,5.

Divisant . . . 3,68 par 6,
on aura pour quotient. . . . 0,613333....

Divisant . . . 4,3 par 7,
on aura pour quotient. . . . 0,6142857...

Divisant . . . 6 par 9,
on aura pour quotient. . . . 0,66666....

Divisant . . . 19 par 3,
on aura pour quotient. . . . 6,33333....

Divisant . . . 0,037 par 9,
on aura pour quotient. . . . 0,00411111.....

Divisant . . . 11 par 41, on aura
pour quotient 0,26829 26829 26829....

Et ainsi des autres.

59. Toutes les divisions qui se font par les nombres 2, 4, 8, 16 etc. ainsi que celles qui
se

se font par 5, 25 etc. finissent enfin par ne point laisser de reste, lorsqu'on les aura poussées à un nombre suffisant de décimales. Tous les autres nombres au contraire, tels que 3, 6, 7, 9, 11, 12 etc. laissent toujours des restes, à moins que les dividendes proposés eux mêmes ne soient divisibles par eux. Dans tous ces cas, le quotient demandé est une suite infinie de nombres, dont les valeurs constamment décroissantes serviront très bien à en déterminer à volonté la valeur approximative. Toutes ces suites au reste, qui sont les résultats de quelque division, se font remarquer par la loi très-régulière de leurs retours périodiques : nous laissons à l'analyse d'en rendre raison.

60. Comme il est impossible de mettre sur le papier un nombre infini de décimales, il est donc impossible aussi dans tous ces cas, d'atteindre, sans employer la forme fractionnaire, à la valeur exacte et rigoureuse du quotient. Souvent on pourra s'arrêter à deux décimales : souvent il en faudra quatre : dans d'autres cas on n'aura pas trop de six : dans de certains calculs d'astronomie et de haute analyse on en met jusqu'à douze et plus encore. Plus on aura de décimales, et plus on approchera de la véritable valeur du quotient : leur nombre dépendra donc du degré de précision, qu'on veut apporter à son calcul.

SECOND CAS.

61. Lorsque le diviseur est un nombre entier de plusieurs chiffres, l'opération devient plus longue, sans en être plus difficile. La méthode d'ailleurs est absolument la même que
pour

pour le premier cas. Toute la différence se réduit, à ce qu'au lieu de former et de retenir par mémoire les produits partiels des chiffres successifs du quotient avec le diviseur, ainsi que leurs restes, on est obligé ici de faire des multiplications et des soustractions en règle. A côté de chacun de ces restes, vous abaisseriez le chiffre suivant du dividende, et vous continuerez l'opération, jusqu'à ce que vous soyez parvenu à son dernier chiffre. Alors, si vous jugez que le quotient n'a pas encore le degré de précision que vous demandez, quelques zéros de plus vous mettront dans le cas de continuer l'opération, en ayant soin toutes fois d'avertir en cas de besoin, par une virgule, que les chiffres suivants du quotient doivent être regardés comme décimaux. L'exemple suivant éclaircira ceci: nous ne croyons pas qu'il aura besoin de commentaire.

Soit proposé de diviser le nombre 2469,37 par 389. Voici le calcul du quotient demandé, poussé jusqu'à dix décimales.

$$\begin{array}{r}
 2469,37 \\
 \underline{2334} \\
 1353 \\
 \underline{1167} \\
 1867 \\
 \underline{1556} \\
 3110 \\
 \underline{2723} \\
 3870 \\
 \underline{3501} \\
 369
 \end{array}
 \quad \left. \vphantom{\begin{array}{r} 2469,37 \\ \underline{2334} \\ 1353 \\ \underline{1167} \\ 1867 \\ \underline{1556} \\ 3110 \\ \underline{2723} \\ 3870 \\ \underline{3501} \\ 369 \end{array}} \right\} 6,3479948586\ldots$$

62. Souvent, et dans les calculs très longs surtout, on facilitera beaucoup l'opération, en dressant d'avance une liste de tous les multiples du diviseur, depuis un jusqu'à dix. Par ce moyen, non-seulement vous rendrez impossible toute erreur que le calculateur le plus exercé n'évite pas toujours, en appréciant le nombre de fois que le diviseur pourra être contenu dans chacune des portions successives du dividende, mais vous vous épargnerez la peine de multiplier, en ce que cette table vous offrira les produits en question, tous calculés d'avance. La construction de cette table est très facile : vous commencerez par doubler le diviseur : à ce double vous ajouterez le diviseur lui-même, ce qui en donnera le triple ; continuant d'ajouter, vous arriverez à la fin au decuple, lequel doit être égal au diviseur lui-même, suivi d'un zéro. Vous reconnoîtrez à cette preuve, qu'il ne s'est glissé aucune erreur dans la construction de la table.

Voilà cette table pour le diviseur de l'exemple précédent 389.

389			1
778			2
1167			3
1556			4
1945			5
2334			6
2723			7
3112			8
3501			9
3890			10.

63. Si le dividende et le diviseur étoient suivis de zéros, on les supprimera dans celui
des

des deux qui en a le moins ; on supprimera de même un nombre égal de zéros dans l'autre, après quoi on procédera à la division. L'un et l'autre ayant été rendus par ce moyen dix fois, cent fois, mille fois plus petit, d'après le nombre de zéros qu'on aura supprimés, il est évident qu'il en résultera le même quotient.

TROISIÈME CAS.

64. Un principe semblable nous apprendra à résoudre le troisième cas de la division ; c'est celui où le diviseur a des décimales avec lui. Quant aux décimales du dividende, on a vu que dans aucun cas elle ne pouvoient causer la moindre difficulté.

65. Dans ce cas, voici la règle. Supprimez la virgule du diviseur : faites avancer de même celle du dividende de la gauche vers la droite, d'autant de places qu'il y avoit eu de décimales dans le diviseur, et procédez à la division. Dans le cas où le dividende n'auroit pas assez de chiffres significatifs pour faire ce déplacement, vous y pourvoirez par un nombre suffisant de zéros.

66. Par ce moyen, le diviseur et le dividende ayant été rendus en même tems dix fois, cent fois, mille fois plus grands, d'après le nombre de décimales qu'avoit eu le diviseur, l'on voit que d'un côté, il doit en résulter le même quotient ; de l'autre, le cas se trouvera réduit à celui d'un diviseur entier.

Soit proposé de diviser 41,647
par 0,05.

Sup-

Supprimant la virgule dans le diviseur, et faisant avancer celle du dividende de deux places vers la droite, il est évident que tous les centièmes auront été convertis en entiers : que les autres chiffres auront été augmentés dans la même proportion, et qu'ainsi le quotient n'en sera pas affecté. Ce quotient deviendra 1388,2333.

Proposons de diviser 8,49 par 0,37. Supprimant la virgule du diviseur, et faisant reculer de même celle du dividende de deux places vers la droite, il vous faudra diviser 8,49 par 37. Dans ce cas, ainsi que dans tous ceux où il y aura un pareil nombre de décimales dans le diviseur et dans le dividende, il sera permis de supprimer la virgule dans l'un et dans l'autre. Vous aurez pour quotient 22,945945.....

Essayons enfin de diviser 2,8 par 0,101. Supprimant la virgule du diviseur, il vous faudra ajouter deux zéros au dividende, pour faire avancer sa virgule de trois places vers la droite. Le problème reviendra donc à diviser 2800 par 101; ce qui donnera pour quotient 27,72277227722.....

67. Terminons ce chapitre par l'explication des caractères qui servent à désigner chacune de ces opérations. Nous avertissons d'avance que $=$ signifie *égal*.

Le signe de l'addition est $+$; il se met entre les quantités dont il faut faire l'addition; et il se prononce *plus*.

Le signe de la soustraction est $-$; prononcé *moins*. Il se met à la droite de la quantité dont il faut faire la soustraction; de manière qu'il ait à sa droite celle qui doit en être soustraite.

Le signe de la multiplication est $\times$; il se met entre les facteurs du produit. L'ordre dans lequel ces facteurs sont placés, est indifférent.

Le signe de la division est tantôt $(:)$ tantôt $(-)$.

Le

Le premier (:) se met de manière qu'il ait à sa gauche le dividende, à sa droite le diviseur. On l'emploie quand il importe que l'un et l'autre se trouvent sur la même ligne.

L'autre (—) se met de manière qu'il ait au-dessus de lui le dividende, et au-dessous le diviseur. On le préfère, lorsqu'il convient de donner au quotient la forme fractionnaire, ce que nous verrons en son lieu.

On comprendra donc ce que veulent dire les énoncés suivans :

$$3 + 3 - 5 = 6$$

$$3 \times 7 = 21$$

$$12 : 4 = 3$$

$$\frac{4 \times 9}{2 \times 6} = 5$$

CHAPITRE TROISIÈME.

LES NOMBRES COMPLEXES.

68. D'après ce que nous avons dit, il seroit à désirer sans doute que dans la subdivision de l'unité qu'on a cru devoir adopter dans les affaires de commerce et de la société en général, on eut toujours suivi le principe du calcul décimal. Le Gouvernement françois, fixant enfin son attention sur cet objet, vient d'ériger en loi une mesure, qui a du être toujours suivie : et dans quelque tems d'ici nous verrons sans doute le calcul décimal devenir d'une application générale à toutes les opérations de la société. En attendant que cela ait lieu, nous ne pouvons
pro-