

TABLE DES MATIERES.

CHAPITRE PREMIER.

PRINCIPES DU CALCUL DÉCIMAL.

L' Arithmétique est la science des nombres	Num.	1
La numération		2
Les chiffres		3
Les nombres entiers		4
Les parties décimales. Usage de la virgule		8
Un nombre ne peut jamais avoir plus d'une virgule		11
La valeur d'un nombre dépend de la place, où est la virgule		12
Manière de rendre un nombre dix fois, cent fois, mille fois plus grand ou plus petit, par le déplacement de la virgule		13
Dans les entiers, la virgule est supposée placée à la fin du nombre		14
La place des unités doit toujours être occupée par un zéro, au défaut d'un chiffre significatif.		15

CHAPITRE SECOND.

LES QUATRE OPÉRATIONS DE L'ARITHMÉTIQUE.

<i>L'Addition.</i> Elle a pour but d'exprimer la valeur totale de plusieurs nombres par un seul	18
<i>La Soustraction.</i> Elle a pour objet de déterminer l'excès d'un nombre sur un autre, supposé plus petit	23
<i>La Multiplication.</i> C'est l'art de prendre un nombre autant de fois, qu'il y a d'unités dans un autre	29
Le nombre des décimales du produit doit être égal à la somme des décimales de tous les facteurs	43
* 2	La

La <i>Division</i> . Son but est de savoir combien de fois, de deux nombres proposés, l'un est contenu dans l'autre	46
Diviseur entier d'un seul chiffre	53
Diviseur entier composé de plusieurs chiffres	61
Diviseur composé d'entiers et de décimales	64

CHAPITRE TROISIEME.

LES NOMBRES COMPLEXES.

Le franc, comme unité monétaire	70
Le jour, comme unité temporaire	74
Le quart de circonférence, comme unité angulaire	78
Réduire les degrés, minutes et secondes en parties décimales d'un quart de circonférence; et réciproquement	79
La toise comme ancienne unité de longueur	81
Réduction des pieds, pouces, lignes en parties décimales de la toise; et réciproquement	82
Le mètre comme nouvelle unité de longueur	84
Une longueur quelconque étant exprimée en mètres, il faut la convertir en toises, pieds, pouces etc. de même qu'en pieds de Cologne	85
Une longueur quelconque étant exprimée en toises, pieds, pouces, ou bien en pieds de Cologne, il faut la convertir en mètres	86
Réduction des anciennes unités de superficie aux nouvelles; et réciproquement	87
Réduction des anciennes unités de volume aux nouvelles, et réciproquement	88
La livre, comme ancienne unité de poids	91
Réduction des onces, gros, deniers et grains en parties décimales d'une livre, et réciproquement	92
Le gramme ou denier, comme unité de poids	94
Rapports de l'ancien grain, denier, gros, once, livre, aux nouveaux poids de même nom	95
Réduction des nouveaux poids aux anciens, et réciproquement	97
Addition et soustraction des nombres complexes	98

Multiplication des nombres complexes par la réduction des deux facteurs en unités de la moindre espèce	103
Les parties aliquotes	105
Les nombres premiers	107
Les nombres parfaits	108
Partager un nombre quelconque proposé en parties aliquotes d'un autre	109
Multiplication des nombres complexes, par parties aliquotes	110
Division d'un nombre complexe par un nombre absolu	114
Division, lorsque le dividende et le diviseur, complexes tous les deux, sont de même espèce	115
Division d'une quantité complexe par une autre de différente espèce.	116

CHAPITRE QUATRIÈME.

LES RAPPORTS DES NOMBRES EN GÉNÉRAL.

Rapport, ce que c'est	119
Terme antécédent, conséquent	120
Proportion. Dans une proportion quelconque, le produit des extrêmes est égal au produit des moyens; et réciproquement	123
Lorsqu'on a deux ou plusieurs rapports égaux entr'eux, la somme ou la différence de tous les antécédents est à celle de tous les conséquens, comme un antécédent est à son conséquent	127
Réduction d'un rapport à une moindre expression	129
Comment on reconnoît qu'un nombre est divisible par 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11	130
Règle pour déterminer le plus grand commun diviseur de deux nombres proposés	137
Réduction approximative d'un rapport, dont les deux termes n'ont point de commun diviseur	139
<i>Exemple I.</i> Le pied de Cologne à celui de Paris.	
<i>Exemple II.</i> Le pied quarré de Cologne à celui de Paris.	

Exemple III. Le pied cubique de Cologne à celui de Paris.

Voyez la note sur ces trois rapports.

Exemple IV. Le diamètre du cercle à la circonférence: rapports *d'Archimède* et *d'Adrien Mélius*.

Exemple V. L'excès de l'année tropique sur 365 jours, à une année entière. *Années Bissextiles*.

Exemple VI. Le mois synodique à l'année tropique. Période de *Méton*.

CHA-

Note. Dans le calcul de ces trois exemples, j'avois supposé le pied de Cologne égal à 122 lignes de l'ancien pied de Roi: tel est en effet leur rapport réciproque d'après la table comparative des mesures de longueur, qui se trouve dans le *Recueil de Tables Logarithmiques et Trigonométriques*, en deux volumes, Berlin 1778. Depuis l'impression de cette feuille je me suis assuré, que le rédacteur de la table avoit très certainement été induit en erreur sur la véritable longueur du pied de Cologne. Il est égal, non à 122, mais à 127, 45 lignes de l'ancien pied de Roi. Il faut donc corriger de la manière suivante les résultats des trois exemples.

Rapport du pied de Cologne à celui de Paris. C'est rigoureusement celui de 12745 à 14400 ou bien de 2549 : 2880. Ce rapport nous fournit les quotiens qui suivent: 1, 7, 1, 2, 2, 1, 10, 3. On en retire les valeurs approchés qui suivent:

1	:	1
7	:	8
8	:	9
23	:	26
54	:	61
77	:	87

etc. etc. Ce rapport est donc celui de huit à neuf, à un deux-centième de près. Si l'on prend 77 : 87, l'erreur sera au-dessous d'un cent-millième.

Rap-

CHAPITRE CINQUIÈME.

LES FRACTIONS.

Définition de la fraction	143
Fraction plus grande, ou moindre que l'unité .	145
Mettre un entier sous une forme fractionnaire	148
Ajouter ensemble un nombre entier et une fraction	149
Réduire une fraction proposée à une moindre dénomination	152
Réduire plusieurs fractions à une même dénomination, qui est en même tems la moindre possible	155
Addition et soustraction des fractions . . .	159
Multiplier une fraction par un nombre entier .	160
Diviser une fraction par un nombre entier . .	161
Multiplier ensemble deux ou plusieurs fractions	162
Diviser une fraction par une autre fraction .	164
Les fractions de fractions	165

CHA-

Rapport du pied quarré de Cologne au pied quarré de Paris. C'est rigoureusement celui du quarré de 2549 au quarré de 2880; ou bien, de 6497401 à 8294400. On en retire les quotiens 1, 3, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 18 etc. qui fournissent les rapports approchés qui suivent:

1	:	1
3	:	4
4	:	5
7	:	9
11	:	14
18	:	23
29	:	37
47	:	60

etc. Le rapport demandé est donc celui de *sept à neuf*, à un centième de près. Plus exactement celui de 11 : 14. Avec 47 : 60 l'erreur est au-dessous d'un cent-millième.

Rap-

CHAPITRE SIXIEME.

EXTRACTION DE LA RACINE QUARRÉE.

	Num.
Définition du quarré d'un nombre	166
Définition de la racine quarrée	167
Quantités irrationnelles ou incommensurables	170
Formation du quarré d'un nombre, qui est composé de dixaines et d'unités	171
L'extraction de la racine quarrée exige une marche entierement rétrograde de la premiere. Exemple	174
Méthode générale pour extraire la racine quarrée d'un nombre quelconque	175
On montre par des exemples, comment il faut surmonter les difficultés qu'on rencontre quelquefois dans des cas particuliers	183
Tirer la racine quarrée d'une fraction, ou bien d'un entier suivi d'une fraction	193

CHAPITRE SEPTIEME.

EXTRACTION DE LA RACINE CUBIQUE.

Définition du cube d'un nombre	196
Formation du cube d'un nombre qui est composé de dixaines et d'unités	198
	Marche

Rapport du pied cubique de Cologne au pied cubique de Paris. C'est rigoureusement celui du cube de 2549 au cube de 2880; ou bien, de 16561875149 à 23887872000. On en retire les quotiens 1, 2, 3, 4, 5, 10 etc. qui fournissent les rapports approchés qui suivent:

1	:	1
2	:	3
7	:	10
9	:	13
52	:	75

etc. Le pied cubique de Cologne est donc égal aux sept dixiemes, ou plus exactement aux neuf treiziemes de celui de Paris. Avec 52 : 75 l'erreur est au-dessous d'un cinquante-millieme.

Marche qu'il faut suivre, pour extraire la racine cubique de tout nombre proposé . . .	199
Ayant une fois trouvé les quatre, cinq ou six premiers chiffres de la racine cubique, il ne faut qu'une simple division pour trouver les quatre, cinq ou six qui suivent . . .	203
L'extraction de la racine cubique n'est guères en usage parmi les géomètres . . .	210

CHAPITRE HUITIEME.

LA RÈGLE DE TROIS SIMPLE.

Conditions pour qu'une chose quelconque soit en rapport avec une autre . . .	212
Rapport direct, rapport inverse: exemples . . .	213
Conditions pour qu'une chose soit en rapport Géométrique, direct ou inverse, avec une autre . . .	215
Quantités équi multiples . . .	217
Des quantités qui sont entr'elles dans un rapport géométrique direct, s'évanouissent en même tems, et deviennent infiniment grandes en même tems . . .	218
Quantités équisousmultiples . . .	222
De deux quantités qui sont entr'elles dans un rapport géométrique inverse, l'une devient infiniment grande, lorsque l'autre s'évanouit . . .	223
Maniere d'opérer dans la règle de trois simple, directe ou inverse, éclaircie par des exemples. . .	224

CHAPITRE NEUVIEME.

RÈGLE DE TROIS COMPOSÉE.

Rapport composé de plusieurs rapports simples, ce que c'est . . .	229
Rapport doublé, triplé, quadruplé . . .	230
Rapport sousdoublé, sous triplé . . .	231
Conditions pour qu'une chose soit en rapport composé avec plusieurs autres . . .	232

Conditions pour que ce rapport puisse en même tems être regardé comme géométrique. Au défaut de ces conditions, la solution du problème ne sera elle-même qu'une approximation	234
Manière d'opérer dans la règle de trois composée, éclaircie par un exemple.	235

CHAPITRE DIXIEME.

RÈGLE DE SOCIÉTÉ.

Elle a pour objet de partager un nombre quelconque proposé en un certain nombre de parties, qui soient entr'elles dans les memes rapports que de certains nombres donnés	239
Solution générale. Multipliez chacun de ces nombres par le quotient qui résulte, en divisant par leur somme, le nombre meme qu'il s'agit de partager	241
Ces nombres ne sont pas toujours donnés immédiatement. Souvent ils exigent la réduction d'autres rapports: souvent ils sont le résultat de certains rapports composés. Exemples pour éclaircir la marche qu'il faut suivre dans les cas particuliers.	245

CHAPITRE ONZIEME.

RÈGLE CONJOINTE.

Etant donné dans une série quelconque de termes, le rapport du premier au second, celui du second au troisieme, celui du troisieme au quatrieme etc. le but de la règle conjointe est de trouver immédiatement le rapport du premier au dernier	246
Le premier terme est au dernier, comme le produit de tous les antécédents est au produit de tous les conséquens.	248
Emploi	

Emploi que les négociants font de la règle conjointe, dans leurs opérations de change. Leur manière de disposer les termes, et d'opérer la solution de la règle, éclaircie par des exemples, qui sont tirés du commerce de la place de Cologne	252
--	-----

CHAPITRE DOUZIEME.

RÈGLE D'ALLIAGE.

Objet qu'on se propose dans la règle d'alliage .	254
Règle d'alliage directe et inverse	256
Différence entre le <i>prix</i> et la <i>valeur</i> d'une marchandise	258
Connoissant le prix et la quantité des ingrédients, on demande le prix du mélange	260
Ce qu'on appelle le <i>titre</i> de l'argent	262
Voulant fondre ensemble un certain nombre de marcs d'argent à différens titres, on demande le titre du mélange	264
Pésanteur spécifique d'un corps, ce que c'est	267
Connoissant les poids et les pesanteurs spécifiques de plusieurs masses de métal qu'on veut fondre ensemble, on demande la pesanteur spécifique du mélange	271
Théorème général sur lequel est fondée la solution de la règle d'alliage inverse	273
Manière de procéder dans la règle d'alliage inverse, éclaircie par des exemples	278

CHAPITRE TREIZIEME.

LES PROGRESSIONS ARITHMÉTIQUES.

Progression arithmétique, croissante ou décroissante, ce que c'est	281
Une progression arithmétique est composée de deux branches infinies, égales entr'elles, sur l'une	

l'une desquelles se trouvent les termes positifs, tandis que les négatifs sont placés sur l'autre	282
Dans toute progression arithmétique il y a un endroit où se fait le passage du positif au négatif, et pour lequel le terme correspondant de la progression est zéro	283
Un terme quelconque de la progression est égal au premier, <i>plus</i> ou <i>moins</i> la différence multipliée par l'index	287
Connoissant deux termes quelconques avec leurs index respectifs, on demande la différence de la progression	389
Connoissant deux termes quelconques de la progression, avec leurs index respectifs, trouver à quel index répond le terme <i>zéro</i> de la progression. Multipliez chacun des deux termes par l'index de l'autre, et divisez la somme ou la différence des deux produits par celle des deux termes, selon qu'ils auront eu de différens signes, ou qu'ils auront été affectés du meme signe	291

CHAPITRE QUATORZIEME.

LA RÉGLE DE FAUSSE POSITION.

La règle de fausse position renferme le moyen de résoudre généralement, à l'aide des nombres seuls, et sans le secours du calcul littéral, tous les problèmes déterminés, qui pourront être énoncés arithmétiquement	297
Faire une fausse position; ce que c'est	299
La règle de fausse position ne donne des résultats rigoureux que dans les cas, où la question proposée est du premier degré	300
Caractère auquel on reconnoit, que la question proposée est du premier degré	301
Manière d'employer la règle de fausse position, lorsque la question proposée est du premier degré. <i>Règle générale</i> : Multipliez chacune des deux fausses positions par l'erreur qu'aura produite l'autre, et divisez la différence ou la somme des deux produits, par la différence	

- ou la somme des deux erreurs, selon qu'elles auront été affectées du même signe, ou qu'elles auront eu des signes différens 305
- Lorsque la question proposée est supérieure au premier degré, la règle de fausse position n'admet plus de solution rigoureuse, mais elle donne des valeurs approximatives à volonté. Son application suppose simplement que par des moyens quelconques on se soit procuré quelque valeur de l'inconnue, qui ne soit pas bien éloignée de la véritable. Cette recherche n'est difficile dans aucun cas, et au défaut de toute autre méthode on y parvient toujours après quelques tâtonnemens. La règle de fausse position, employée dans ce sens, présente pour la solution des problèmes numériques de tout genre, une ressource facile, générale, et bien supérieure aux méthodes les plus sublimes et les plus recherchées de l'analyse. Exemples qui éclaircissent la marche que le calculateur doit suivre. 311

CHAPITRE QUINZIÈME.

LES PUISSANCES EN GÉNÉRAL.

- Puissance, base de la puissance, exposant de la puissance, ce que c'est 316
- La puissance d'un nombre quelconque à exposant zéro, est égale à l'unité 319
- La multiplication de plusieurs puissances de même base, revient à une simple addition de leurs exposants respectifs 320
- Pour diviser une puissance par une autre de même base, on ôte l'exposant du diviseur de celui du dividende 321
- Une puissance à exposant négatif est égale à l'unité, divisée par cette même puissance à exposant positif 322
- Pour élever une puissance donnée à un nouvel exposant, on multiplie simplement les deux exposants l'un par l'autre 323
- Pour

- Pour tirer d'une puissance donnée, la racine d'un ordre quelconque, on divise l'exposant de la puissance par celui de la racine. 332
- Lorsque d'un nombre proposé il faut tirer la racine de quelque ordre impair et supérieur, telles que sont la racine cinquieme, septieme, onzieme etc. on peut toujours employer avec succès la règle de fausse position. 339

CHAPITRE SEIZIEME.

LES PUISSANCES DE DIX.

- On employe la règle de fausse position, pour tirer la racine dixieme de *dix*. On la trouve 1, 258925 411794 341
- On suit la meme marche pour avoir la racine dixieme de la précédente, qui est la centieme de *dix*. On la trouve 1, 023292 992281 342
- On en fait autant de la racine millieme de *dix*; on la trouve 1, 002305 238078 343
- Table des puissances de *dix* qui ont pour exposant l'unité, placée à la premiere, à la seconde etc. jusqu'à la douzieme décimale. 344
- Table des puissances de *dix*, qui ont pour exposant quelqu'un des nombres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, placé à la premiere, à la seconde etc. jusqu'à la sixieme décimale. Cette table est pour tout le calcul exponentiel et logarithmique, ce que le livret d'arithmétique est pour la multiplication et la division ordinaire 349
- Trouver la puissance de *dix* qui a pour exposant une fraction quelconque, exprimée en parties décimales de l'unité. Exemples 352
- Les différentes multiplications qu'exige la règle précédente, se réduisent sensiblement à une seule, lorsque l'exposant donné est inférieur à un centieme ou à un millieme 353
- La puissance calculée d'après cette dernière règle, pêche toujours un peu par défaut. Maniere de calculer avec précision la partie additionnelle. Exemples 355
- Règle

- Règle pour trouver, jusqu'à la huitième décimale, la puissance de *dix* qui appartient à un nombre quelconque proposé, moyennant trois ou quatre multiplications. 356
- Une puissance quelconque de *dix* étant proposée, on donne le nom de caractéristique aux entiers qui font partie de l'exposant. 358
- La caractéristique augmentée d'un, indique le nombre des chiffres qui dans la puissance correspondante de *dix*, doivent précéder la virgule. 359
- La caractéristique n'affecte jamais les chiffres mêmes de la puissance. 360
- Lorsque l'exposant d'une puissance de *dix* est un nombre négatif, on peut toujours le transformer de manière, que ses décimales soient positives dans tous les cas, et que le signe *moins* n'affecte que la caractéristique. Exemples. 361

CHAPITRE DIX-SEPTIÈME.

LES LOGARITHMES.

- Le logarithme d'un nombre est l'exposant auquel il faudroit élever *dix*, pour qu'il en résultât une puissance, égale au nombre proposé. 365
- Caractéristique du logarithme; ce que c'est. 367
- Le logarithme étant donné, trouver le nombre. Ce problème a été résolu dans le chapitre précédent. 370
- Le nombre étant donné, trouver son logarithme. Ce problème se résout très facilement, moyennant une suite de divisions, dont chacune fait trouver une décimale du logarithme. 371
- Le nombre de ces divisions peut-être réduit à la moitié. 376
- Le logarithme étant supposé infiniment petit, son nombre est égal à l'unité, plus le logarithme multiplié par 2, 302585. 379
- Règle pour trouver le logarithme de tout nombre proposé, moyennant une suite de divisions, dont le nombre est toujours moindre que la moitié de celui des décimales du logarithme. 383

XVI TABLE DES MATIERES.

	Num.
Les logarithmes calculés d'après la règle précédente, pèchent toujours un peu par excès.	
Règle pour déterminer avec précision la partie soustractionnelle	385
Règle pour trouver immédiatement, jusqu'à huit décimales, le logarithme de tout nombre proposé, moyennant trois divisions, et une petite multiplication	385
Les tables de logarithmes. Maniere de s'en servir pour trouver le logarithme de tout nombre proposé, ainsi que le nombre de tout logarithme proposé	387
Le complément arithmétique. Maniere de s'en servir pour éviter entierement les quantités négatives dans le calcul des logarithmes	405
Multiplication par logarithmes. Le logarithme du produit est égal à la somme des logarithmes de tous les facteurs	410
Division par logarithmes. Le logarithme du quotient est égal à celui du dividende, moins celui du diviseur	412
Formation des puissances. Le logarithme de la puissance est égal à celui de la base, multiplié par l'exposant	414
Extraction des racines. Le logarithme de la racine est égal à celui du nombre, divisé par l'exposant qui indique l'ordre de la racine	418
Recherche des exposants. L'exposant d'une puissance quelconque est égal au logarithme de la puissance, divisé par celui de la base	421