# Jahresbericht

des

# Königlichen katholischen St. Matthias-Gymnasiums

zu Breslau

über die beiden Schuljahre 1879—80 und 1880—81,

mit welchem

zur öffentlichen

## Prüfung aller Klassen und zur Schlussfeier

am 7. 8. 9. April

ergebenst einladet

der Direktor des Gymnasiums

**Dr. Ant. Jos. Reisacker.**

Breslau,
Druck von Robert Nischkowsky.
1881.

BRES 7

1881. Progr. No. 148.

# Schulnachrichten.

## A. Schuljahr 1879—80.

### I. Lehrverfassung.

### Sprach- und wissenschaftlicher Unterricht.

#### Ober-Prima.

Ordinarius: Oberlehrer Professor Dr. Peters.

1. Religion, 2 St. Vollendung der Glaubenslehre, darauf Sittenlehre; Kirchengeschichte von Gregor VII bis auf die neueste Zeit, nach dem Handbuch von König. — Religionslehrer O. L. Müller.

2. Deutsch, 2 St. Litteraturgeschichte von Opitz bis zu den Romantikern. Lektüre und Erklärung von Musterstücken aus dem Lesebuche von Deycks (Kiesel), von Schillers Wallenstein und Goethes Iphigenie. Freie Vorträge, Disponierübungen, Korrektur der monatlichen Aufsätze und der Klausurarbeiten. — G. L. Dr. Elsner.

3. Philosophische Propädeutik, 1 St. Lehre vom Schluss. — G. L. Dr. Elsner.

4. Latein, 8 St. Cic. de off.; Tacit. Ann. I, II mit Auswahl. — privatim Liv. XXII. 4 St. — Mündliche Uebersetzung von Suepfles Aufgaben neuer Folge. Korrektur der Exercitien, monatlichen Aufsätze und Certamina. 2 St. — Der Ordinarius. — Horat. carm. III u. IV mit Auswahl, einige Epoden und Satiren. 2 St. — Der Direktor.

5. Griechisch, 6 St. Thucyd II, 34—55. VII, 1—50; Plat. Apolog. Socr. — privat. Isocr. Areopagit. und mit Auswahl Panegyr. 2 St. — Mündliche Uebersetzung der Aufgaben von Böhme; Korrektur der Exercitien und monatlichen Certamina. 1 St. — Hom. Il. XV, XVII, XIX, XX incl. — Soph. Aiax. — privat. Hom. Il. XIV, XVI, XVIII incl. 3 St. — O. L. Professor Dr. Peters.

6. Französisch, 2 St. Lektüre von Montesquieu, Considérations sur les causes de la grandeur des Romains etc. und von Racine, Athalie (Sammlung von Goebel). Wiederholung des Wichtigern der Syntax nach Knebels Grammatik und Einübung durch Uebersetzen der Aufgaben von Probst und durch monatliche Exercitien und Certamina. — O. L. Dr. von Zelewski.

7. Hebräisch, 2 St. Wiederholung der Syntax nach Rödiger. Uebersetzung poetischer und prosaischer Stücke aus dem Lesebuche von Levy; Einleitung in die hebräische Poesie; Lesen und Erklären von Psalmen und Stücken aus den Propheten. — Religionslehrer O. L. Müller.

8. Geschichte, 3 St. Wiederholung der alten und mittlern Geschichte; die neuere Geschichte, mit besonderer Berücksichtigung der Geschichte Preussens, nach dem Grundrisse für O. Kl. von Pütz. — Der Direktor.

9. Mathematik, 4 St. Abschluss der Stereometrie, Kombinationslehre, Kettenbrüche. Mathematische Geographie. Wiederholungen aus allen Theilen der Mathematik, nach dem Lehrbuche von Kambly. — O. L. Prof. Kössler.

10. Physik, 2 St. Abschluss der Optik, Lehre von der Wärme, dem Magnetismus und der Elektricität, nach dem Lehrbuche von Brettner. — O. L. Prof. Kössler.

## Unter-Prima.

Ordinarius: Gymnasiallehrer Dr. Kothe.

1. Religion, 2 St. Dogmatik: Lehre von Gott und dessen Eigenschaften, von der Schöpfung, Erlösung und Heiligung bis zur Lehre von den heil. Sakramenten; Kirchengeschichte von Constantin d. Gr. bis auf Gregor VII, nach dem Handbuch von König. — Religionslehrer O. L. Müller.

2. Deutsch, 2 St. Litteraturgeschichte bis Opitz. Lektüre und Erklärung der entsprechenden Musterstücke aus dem Lesebuche von Deycks (Kiesel); Deklamieren und freie Vorträge. Korrektur der monatlichen Aufsätze und der Klausurarbeiten. — G. L. Dr. Kothe.

3. Philosophische Propädeutik, 1 St. Lehre vom Begriff und Urtheil. — G. L. Dr. Kothe.

4. Latein, 8 St. Cic. Tusc. I, V mit Auswahl, Tacit. Agric. — privat. Liv. VIII. 4 St. — Mündliche Uebersetzung von Suepfles Aufgaben neuer Folge. Korrektur der Exercitien, monatlichen Aufsätze und Certamina. 2 St. — Der Ordinarius. — Horat. I u. II mit Auswahl. 2 St. — Der Direktor.

5. Griechisch, 6 St. Thucyd. I mit Auswahl; Plat. Crito. — privat. Xenoph. Memor. mit Auswahl. 2 St. — Abschluss der Syntax, mündliche Uebersetzung der Aufgaben von Böhme. Korrektur der Exercitien und monatlichen Certamina 1 St. — Hom. Il. VI, VIII, X, XI incl. — Eurip. Iphig. Taur. — privat. V, VII, IX incl. 3 St. — O. L. Prof. Dr. Peters.

6. Französisch, 2 St. Lektüre von Michaud, Histoire de la première croisade und Molière, l'avare (Samml. v. Goebel). Wiederholung der Syntax nach Knebels Grammatik und Einübung durch Uebersetzen der Aufgaben von Probst und durch monatliche Exercitien und Certamina. — G. L. von Jarochowski.

7. Hebräisch, 2 St. Syntax nach Rödiger, eingeübt durch Uebersetzen aus dem A. T. und aus dem Lesebuche von Levy. — Religionslehrer O. L. Müller.

8. Geschichte, 3 St. Wiederholungen aus der alten Geschichte, die Geschichte des Mittelalters, nach dem Grundrisse für O. Kl. von Pütz. — Der Direktor.

9. Mathematik, 4 St. Wiederholung der Trigonometrie, Stereometrie bis zur Untersuchung der krummflächigen Körper, Wiederholung und Erweiterung der Lehre von den Gleichungen, die komplexen Grössen, die arithmetischen und geometrischen Reihen nebst deren Anwendung auf die Zinseszinsrechnung, nach dem Lehrbuche von Kambly. — O. L. Prof. Kössler.

10. Physik, 2 St. Lehre von den luftförmigen Körpern, vom Schall und Licht, nach dem Lehrbuche von Brettner. — O. L. Prof. Kössler.

## Ober-Sekunda.

Ordinarius: Oberlehrer Schneck.

1. Religion, 2 St. Beweise für die Aechtheit des A. T., Uebergang zur christlichen Offenbarung, Einleitung in das N. T., Beweise für dessen Aechtheit und Göttlichkeit; Lehre von der Kirche; Kirchengeschichte bis auf Constantin d. Gr., nach dem Handbuch von König. — Religionslehrer O. L. Dr. Knobloch.

2. Deutsch, 2 St. Lektüre und Erklärung von Musterstücken aus dem Lesebuche von Deycks (Kiesel) (Nib. av. 36. Gudrun av. 17.) und von Goethes Hermann und Dorothea. Theorie der Hauptdichtungsarten. Deklamieren und freie Vorträge. Korrektur der monatlichen Aufsätze und der Klausurarbeiten. — G. L. Merkelt.

3. Latein, 10 St. Liv. III, XXI. — privat. Cic. pro Ligario. 5 St. — Uebersetzung der Aufgaben von Suepfle II, grammatische und stilistische Uebungen, Exercitien, monatliche Certamina und einige Aufsätze. 3 St. — Der Ordinarius. — Virgil. Aen. III, VIII, IX. 2 St. — G. L. Dr. Kothe.

4. Griechisch, 6 St. Herodot VII mit Auswahl. — privat. Xenoph. Anab. III. 3 St. — Moduslehre nach der Grammatik von Koch und Einübung durch Uebersetzen der Aufgaben von Böhme. Korrektur der Exercitien und monatlichen Certamina. 1 St. — Hom. Il. VI—VIII incl. — privat. Odyss. XIX—XXI incl. 2 St. — Der Ordinarius.

5. Französisch, 2 St. Lektüre: Fortsetzung von Salvandy, Jean Sobieski und Racine, Athalie (Samml. von Goebel). Syntax nach Knebel, eingeübt durch Uebersetzen der Aufgaben von Probst und durch monatliche Exercitien und Certamina. — O. L. Dr. von Zelewski.

6. Hebräisch, 2 St. Wiederholung und Fortsetzung der Grammatik, nach Rödiger. Lesen und Erklären prosaischer Stücke aus dem Lesebuche von Levy. — Religionslehrer O. L. Dr. Knobloch.

7. Geschichte, 3 St. Wiederholungen aus der griechischen Geschichte, die römische Geschichte, nach dem Grundrisse für O. Kl. von Pütz. — G. L. Merkelt.

8. Mathematik, 4 St. Berechnung des Kreises, Trigonometrie; Logarithmen und Gleichungen ersten und zweiten Grades mit mehreren unbekannten Grössen, nach dem Lehrbuche von Kambly. — O. L. Prof. Kössler.

9. Physik, 1 St. Abschluss der Lehre vom Gleichgewicht und von der Bewegung der festen Körper; die Lehre vom Gleichgewicht und von der Bewegung der flüssigen Körper, nach dem Lehrbuche von Brettner. — O. L. Prof. Kössler.

## Unter-Sekunda.

Ordinarius: Oberlehrer Ludwig.

1. Religion, 2 St. Allgemeine Einleitung, die Uroffenbarung, patriarchalische und mosaische Offenbarung, Einleitung in die Bücher des A. T., nach dem Handbuch von König. — In beiden Coeten Religionslehrer O. L. Dr. Knobloch.

2. Deutsch, 2 St. Lektüre und Erklärung von Musterstücken aus dem Lesebuche von Deycks (Kiesel) und von Schiller, Jungfrau von Orleans. Lehre von der Metrik, den Tropen und Figuren. Nach Ostern Anfangsgründe des Mittelhochdeutschen im Anschluss an die Lektüre der 1. 16. Aventiure des Nibelungenliedes. Deklamieren und freie Vorträge. Korrektur der monatlichen Aufsätze und der Klausurarbeiten. — G. L. Dr. Reimann.

3. Latein, 10 St. Cic. in Catil. I, II, III, IV mit Auswahl, pro leg. Manil. — privat. Caes. bell. gall. II. 5 St. Syntax nach der Grammatik von Ellendt, Uebersetzung der Aufgaben von Suepfle II, Korrektur der Exercitien und monatlichen Certamina. 3 St. — Vergil. Aen. I, II. 2 St. — Der Ordinarius.

4. Griechisch, 6 St. Xenoph. Anab. V, VI. — privat. Xenoph. Anab. IV. 3 St. — Syntax nach Koch, eingeübt durch Uebersetzen der Aufgaben von Böhme, Korrektur der Exercitien und monatlichen Certamina. 1 St. — G. L. Dr. Reimann. — Hom. Odyss. IV, VI, VIII incl. — privat. V, VII. 2 St. — G. L. Dr. Kothe.

5. Französisch, 2 St. Lektüre von Mignet, Vie de Franklin (Samml. v. Goebel). Syntax nach Knebel, eingeübt durch Uebersetzen der Aufgaben von Probst und durch monatliche Exercitien und Certamina. — O. L. Dr. von Zelewski.

6. Hebräisch, 2 St. Formenlehre mit Einschluss der unregelmässigen Verben, nach Rödiger, eingeübt durch schriftliche Aufgaben. — Religionslehrer O. L. Dr. Knobloch.

7. Geschichte, 3 St. Die ältesten asiatischen Reiche und Aegypten, insbesondere Geschichte Griechenlands, Wiederholungen aus der deutschen Geschichte, nach dem Grundrisse für O. Kl. von Pütz. — G. L. Dr. Reimann.

8. Mathematik, 4 St. Ausmessung geradliniger Figuren, Proportionalität der Linien und Aehnlichkeit der Figuren, Wiederholung und Erweiterung der Lehre von den Potenzen und Wurzeln; Gleichungen des ersten und zweiten Grades mit einer unbekannten Grösse, nach dem Lehrbuche von Kambly. — O. L. Prof. Kössler.

9. Physik, 1 St. Allgemeine Eigenschaften der Körper, Gleichgewicht und Bewegung der festen Körper, nach dem Lehrbuche von Brettner. — O. L. Prof. Kössler.

## Ober-Tertia.

(2 Parallel-Coetus.)

Ordinarien: im Coetus 1 G. L. Maiwald, im Coetus 2 O. L. Wensky.

1. Religion, 2 St. Glaubens- und Sittenlehre, über das Gebet und die Gebote, nach dem Handbuche von Dubelmann; Religionsgeschichte von Gregor VII bis auf Pius IX, nach dem Handbuche von Barthel. — Im Coetus 1 Religionslehrer O. L. Dr. Knobloch, im Coetus 2 Religionslehrer O. L. Müller.

2. Deutsch, 2 St. Lektüre und Erklärung prosaischer und poetischer Musterstücke aus dem Lesebuche von Bernh. Schulz. Deklamierübungen. Uebersichtliche Wiederholung des Wichtigern der Syntax. Korrektur der monatlichen Aufsätze. — In beiden Coeten G. L. Maiwald.

3. Latein, 10 St. Caes. bell. gall. IV, V. bell. civ. III. 4 St. — Syntax nach der Grammatik von Ellendt, eingeübt an dem Uebungsbuche von Ostermann. Korrektur der Exercitien und monatlichen Certamina. 4 St. Die Ordinarien. — Ovid. Metam. Ausgewählte Stücke. 2 St. — In beiden Coeten G. L. Dr. Kothe.

4. Griechisch, 6 St. Xenoph. Anab. II, IV. 2 St. — Wiederholung der Formenlehre nach der Grammatik von Koch, mit Uebersetzen aus dem Uebungsbuche von Wesener. Korrektur der Exercitien und monatlichen Certamina. 2 St. — Im Coetus 1 O. L. Schneck, im Coetus 2 der Ordinarius. — Hom. Odyss. I, III. 2 St. — Im Coetus 1 O. L. Schneck, im Coetus 2 G. L. Dr. Kothe.

5. Französisch, 2 St. — Uebersetzen aus Rollin, Histoire d'Alexandre le grand. (Samml. v. Goebel). Grammatik nach Knebel, eingeübt an den Uebungsstücken von Probst I. Korrektur der Exercitien und monatlichen Certamina. — Im Coetus 1 G. L. Bartel, im Coetus 2 O. L. Dr. von Zelewski.

6. Geschichte und Geographie, 3 St. Fortsetzung und Schluss der deutschen Geschichte, insbesondere Geschichte Preussens, Wiederholungen aus der alten Geschichte, nach dem Grundrisse für O. Kl. von Pütz. 2 St. — Wiederholung der physikalischen Geographie Deutschlands und politische Eintheilung, nach dem Leitfaden von Daniel. 1 St. In beiden Coeten G. L. Maiwald.

7. Mathematik, 3 St. Lehre vom Kreise, von der Vergleichung des Flächeninhalts geradliniger Figuren, deren Verwandlung und Theilung, Lehre von den Proportionen, Wurzeln und Gleichungen ersten Grades mit einer unbekannten Grösse, nach Kambly. — In beiden Coeten O. L. Dr. von Zelewski.

8. Naturgeschichte, 2 St. Im Winter Zoologie und Mineralogie, im Sommer Botanik, nach Schillings Kl. Naturgeschichte A. — In beiden Coeten G. L. Mohr.

## Unter-Tertia.

Ordinarius: Gymnasiallehrer Dr. Elsner.

1. Religion, 2 St. Glaubenslehre, die heil. Sacramente, nach Dubelmann; Religionsgeschichte von der Zeit der Apostel bis Gregor VII, nach Barthel. — Religionslehrer O. L. Dr. Knobloch.

2. Deutsch, 2 St. Lesen und Erklären prosaischer und poetischer Musterstücke aus dem Lesebuche von Bernh. Schulz. Deklamierübungen. Fortsetzung der Syntax des zusammengesetzten Satzes. Korrektur der dreiwöchentlichen Aufsätze. — Kandidat Dr. Wambera.

3. Latein, 10 St. Caes. bell. Gall. I, IV, V. 4 St. — Syntax vom Gebrauche der Tempora bis zu Ende nach der Grammatik von Ellendt, eingeübt an dem Uebungsbuche von Ostermann. Korrektur der Exercitien und monatlichen Certamina. 4 St. — Im Winter: Phaedri fab. mit Auswahl; im Sommer: Ovid Metam. Ausgewählte Stücke. 2 St. — Der Ordinarius.

4. Griechisch, 6 St. Schluss und Wiederholung der Formenlehre nach Koch, eingeübt an dem Uebungsbuche von Wesener. Korrektur der Exercitien und monatlichen Certamina. 6 St. bis Weihnachten, darauf 4 St. und Xenoph. Anab. I. 2 St. — Der Ordinarius.

5. Französisch, 2 St. Uebersetzen aus Rollin, Hommes illustres de l'antiquité (Samml. v. Goebel). Grammatik nach Knebel, die unregelmässigen Verben, eingeübt an dem Uebungsbuche von Probst I. Korrektur der Exercitien und monatlichen Certamina. — O. L. Dr. von Zelewski.

6. Geschichte und Geographie, 3 St. Abschluss der übersichtlichen Geschichte der alten Welt, insbesondere Roms; nach Ostern deutsche Geschichte bis zu den Kreuzzügen, nach dem Grundrisse für M. Kl. von Pütz. 2 St. — Wiederholung der Geographie der aussereuropäischen Welttheile; Deutschland, insbesondere das Oro- und Hydrographische, nach dem Leitfaden von Daniel. 1 St. — Kandidat Dr. Wambera.

7. Mathematik, 3 St. Wiederholung des Pensums der Quarta. Lehre vom Dreieck und Parallelogramm, von den Potenzen und den 4 Grundoperationen mit Potenzgrössen, nach Kambly. — O. L. Dr. von Zelewski.

8. Naturgeschichte, 2 St. Im Winter Zoologie und Mineralogie, im Sommer Botanik, nach Schillings kl. Naturgeschichte A. — G. L. Mohr.

## Quarta.

(2 Parallel-Coetus.)

Ordinarien: im Coetus 1 Gymnasiallehrer Merkelt, im Coetus 2 Gymnasiallehrer von Jarochowski.

1. Religion, 2 St. Wiederholung des Wesentlichen der drei ersten Hauptstücke im Diöcesan-Katechismus; Biblische Geschichte des N. T. bis zu den Bekehrungsreisen des heil. Paulus. Im Coetus 1 Religionslehrer O. L. Dr. Knobloch, im Coetus 2 Religionslehrer O. L. Müller.

2. Deutsch, 2 St. Lesen und Erklären prosaischer und poetischer Musterstücke aus dem Lesebuche von Bernhard Schulz. Memorier- und Deklamierübungen. Aus der Grammatik der zusammengesetzte Satz. Korrektur der dreiwöchentlichen Aufsätze. — Im Coetus 1 O. L. Ludwig, im Coetus 2 der Ordinarius.

3. Latein, 10 St. Corn. Nepos. 4 St. — Syntax bis zum Gebrauche der Tempora nach Ellendt, eingeübt an dem Uebungsbuche von Ostermann. Korrektur der wöchentlichen Exercitien und monatlichen Certamina. Methodisches Vokabuliren. 6 St. — Die Ordinarien.

4. Griechisch, 6 St. Formenlehre bis zu den Verbis liquidis nach Koch, eingeübt an dem Uebungsbuche von Wesener. Korrektur der Exercitien und monatlichen Certamina. — Die Ordinarien.

5. Französisch, 2 St. Wiederholung des grammatischen Pensums der Quinta und Fortsetzung nach der Elementar-Grammatik von Ploetz (§ 61—91). Korrektur der Exercitien und monatlichen Certamina. — Im Coetus 1 G. L. Bartel, im Coetus 2 der Ordinarius.

6. Geschichte und Geographie, 3 St. Uebersichtliche Geschichte der alten Welt, insbesondere Griechenlands und Roms bis zum 1. punischen Kriege, nach dem Hülfsbuche von Jäger. 2 St. — Die Geographie von Europa, Wiederholung und Erweiterung, und Geographie der alten Welt. 1 St. — Im Coetus 1 O. L. Ludwig, im Coetus 2 der Ordinarius.

7. Mathematik, 3 St. Lehre von den geraden Linien, Wiederholung der bürgerlichen Rechnungsarten, die vier Species mit allgemeinen Zahlen, nach Kambly. — In beiden Coeten G. L. Mohr.

## Quinta.

(2 Parallel-Coetus.)

Ordinarien: Im Coetus 1 Gymnasiallehrer Dr. Reimann, im Coetus 2 Kandidat Dr. Wambera.

1. Religion, 3 St. Die Hauptstücke 2, 3, 4 im Diöcesan-Katechismus von der Hoffnung, Liebe und von den heil. Sakramenten; Biblische Geschichte von Josua bis zum Erscheinen des Erlösers. — Im Coetus 1 Religionslehrer O. L. Dr. Knobloch, im Coetus 2 Religionslehrer O. L. Müller.

2. Deutsch, 2 St. Lesen und Erklären prosaischer und poetischer Stücke aus dem Lesebuche von Bernh. Schulz, Memorier- und Deklamierübungen. Grammatik im Anschluss an das Lateinische. Methodische Anleitung in der Orthographie. Korrektur der zweiwöchentlichen Aufgaben. — Die Ordinarien.

3. Latein, 10 St. Wiederholung des Pensums der Sexta, Abschluss der Formenlehre nach Ellendt, eingeübt an den Uebungsstücken von Ostermann. Korrektur der wöchentlichen Exercitien und monatlichen Certamina. Methodisches Vokabuliren. — Die Ordinarien.

4. Französisch, 3 St. Formenlehre, eingeübt an der Elementar-Grammatik von Ploetz (§ 1—61). Korrektur der Exercitien und monatlichen Certamina. — In beiden Coeten G. L. von Jarochowski.

5. Geographie, 3 St. Asien, Afrika, Amerika und Australien, ferner die drei südlichen Halbinseln Europas nach dem Leitfaden von Daniel. — In beiden Coeten O. L. Ludwig.

6. Rechnen, 4 St. Begründung der Lehre von den Brüchen. Die bürgerlichen Rechnungsarten, nach dem Rechenbuche von Schellen. Die neue Mass- und Gewichts-Ordnung. — In beiden Coeten G. L. Mohr.

## Sexta.

(2 Parallel-Coetus.)

Ordinarien: Im Coetus 1 Kandidat Karasiewicz, im Coetus 2 G. L. Bartel.

1. Religion, 3 St. Das erste Hauptstück im Diöcesan-Katechismus vom Glauben; Biblische Geschichte von Erschaffung der Welt bis Josua. — Im Coetus 1 Religionslehrer O. L. Dr. Knobloch, im Coetus 2 Religionslehrer O. L. Müller.

2. Deutsch, 2 St. Lesen und Erklären prosaischer und poetischer Stücke aus dem Lesebuch von Bernh. Schulz. Memorier- und Deklamierübungen. Grammatik im Anschluss an das Lateinische. Methodische Anleitung in der Orthographie. Korrektur der zweiwöchentlichen Aufgaben. — Die Ordinarien.

3. Latein, 10 Stunden. Regelmässige Formenlehre bis zum Deponens nach Ellendt, eingeübt an dem Uebungsbuch von Ostermann. Korrektur der wöchentlichen Exercitien und monatlichen Certamina. Methodisches Vokabuliren. — Die Ordinarien.

4. Geographie, 3 St. Vorbegriffe aus der mathematischen und physikalischen Geographie; Oceanographie, darauf Europa, nach dem Leitfaden von Daniel. — Im Coetus 1 der Ordinarius, im Coetus 2 Kandidat Dr. Wambera.

5. Rechnen, 4 St. Die vier Species mit unbenannten und benannten ganzen Zahlen, mit gewöhnlichen Brüchen und Decimalbrüchen, nach dem Rechenbuche von Schellen. Die neue Mass- und Gewichts-Ordnung. — In beiden Coeten G. L. Mohr.

## Technischer Unterricht.

a. Gesangunterricht, 7 St. wöchentlich. In der Sexta 2 Stunden theoretischer Unterricht in den Elementen der Musik, Treffen der Intervalle, ferner Uebungen im einstimmigen Gesange; in der combinierten Quinta 1 Stunde Fortsetzung des theoretischen Unterrichts und Uebungen in zweistimmigen Gesängen, in der combinierten Quarta 1 Stunde Uebungen in drei- und mehrstimmigen Gesängen. Ferner 1 Stunde für die Sopranisten und Altisten der Sexta, Quinta und Quarta zur Heranbildung für den grossen Sängerchor; 1 Stunde für die geübtesten Schüler aller Klassen zur Uebung grösserer Werke. Endlich 1 Stunde zur Einübung von Kirchenliedern. — Gesanglehrer Musikdirektor Bröer.

b. Zeichenunterricht, 14 St. In Sexta je 2 St. das Elementar-Zeichnen mit Formenlehre bis zu einfachen Figuren aus dem Pflanzenreiche und der Industrie. — In beiden Coeten der Quinta je 2 St. Fortsetzung im Zeichnen verschiedener Formen, Arabesken, Gefässe u. s. w. (Umrisszeichnen). — In beiden Coeten der Quarta je 2 St. die Elemente der Perspektive und fortgesetztes Zeichnen nach Vorlagen. — Von Tertia bis Ober-Prima incl. Zeichnen nach der Natur und Vorlagen von Landschaften, Köpfen u. s. w. Der Unterricht in Tertia 2 St., in Secunda und Prima zusammen 2 St. ist fakultativ. — Zeichenlehrer Sliwinski.

c. Schreibunterricht, 6 St. In den combinierten Coeten der Sexta und Quinta je 3 St. — Vorschullehrer Hanke.

d. Turnunterricht, 12. St. Die Uebungen mit den Klassen I, III, V wurden von dem Gymnasiallehrer Maiwald, die mit den Klassen II, IV, VI von dem Vorschullehrer Hanke geleitet.

## B. Abgekürztes Schuljahr

### von Michaelis 1880 bis Ostern 1881.

Die Lehrpensen der Klassen waren im wesentlichen mit den vorstehenden des Schuljahres 1879/80 übereinstimmend, nur war die Behandlung derselben auf das Wichtigere beschränkt. In den sprachlichen Lehrfächern war die Klassen- und Privatlektüre auf nachgenannte Schriftsteller ausgedehnt.

In Ober-Prima. Deutsch: Goethes Tasso. — Latein: Cic. de off. I; privat. Livius X. Hor. Od. III, IV mit Auswahl, einige Epoden und Satiren. — Griechisch: Demosth. oratt. Olynth. I, II, III; Hom. Il. XII, XIV, XVI; Soph. Antig.; privat. Hom. Il. II, III. — Französisch: Boileau, L'art poétique.

In Unter-Prima. Latein: Cic. pro Milone; priv. Livius XIII; Hor. Od. I, II mit Auswahl. — Griechisch: Thucyd. VI; Hom. Il. X, XII, XIII; privat. II, III. — Französisch: Athalie von Racine (Fortsetz.), Montesquieu, Considérations sur les causes de la grandeur des Romains etc.

In Ober-Sekunda. Deutsch: Goethes Hermann und Dorothea. — Latein: Livius I mit Auswahl; priv. Cic. pro rege Deiotaro; Vergil. Aen. VI. — Griechisch: Herod. I mit Auswahl; Hom. Il. I, II, III. — Französisch: Mignet, Vie de Franklin Fortsetz. (Samml. von Goebel).

In Unter-Sekunda. Deutsch: Herders Cid. — Latein: Cic. pro S. Roscio Amer.; priv. Caes. bell. gall. VII (zum Teil); Vergil. Aen. I und zum Teil II. — Griechisch: Xenoph. Anab. III und zum Teil VI; Hom. Odyss. V, VII. — Französisch: Michaud, Histoire de la première croisade (Samml. von Goebel).

In Ober-Tertia. Latein: Caes. bell. gall. VI und zum Teil VII; Ovid. Metam mit Auswahl. — Griechisch: Xenoph. Anab. III; Hom. Odyss. I. — Französisch: Rollin, Histoire d'Alexandre le grand (Samml. von Goebel).

In Unter-Tertia. Latein: Caes. bell. gall. I und zum Teil II; Ovid. Metam. mit Auswahl. — Französisch: Rollin, Hommes illustres de l'antiquité (Samml. von Goebel).

In Quarta. Latein: Corn. Nep. Vitae mit Auswahl.

Aus der Naturgeschichte wurde in Unter-Tertia die Zoologie, in Ober-Tertia die Mineralogie behandelt. — In der Geschichte war das Pensum in Quarta und Unter-Tertia abgekürzt; es erstreckte sich in der erstern Klasse bis auf das Ende der griechischen Geschichte, in der letztern bis auf die Sächsischen Kaiser. — In der Geographie war das Pensum in Quinta auf die 4 aussereuropäischen Erdteile, in Quarta auf die alte Geographie Griechenlands, in Unter-Tertia auf die alte Geographie des römischen Reiches und auf die Geographie Deutschlands in oro- und hydrographischer Beziehung beschränkt.

Das Nähere über die Verwendung der Lehrkräfte, über die Ordinariate und Stundenzahl erhellt aus der am Schlusse des Programms beigefügten Übersichtstabelle.

## Themata zu den deutschen und lateinischen Aufsätzen in den oberen Klassen.

### A. Schuljahr 1879—80.

#### a) Deutsche Aufsätze.

In Ober-Prima: 1) Der Verstand ist im Menschen zu Haus | Wie der Funken im Stein; | Er schlägt sich nicht von selbst heraus, | Er will herausgeschlagen sein. 2) Mit welcher Soldatengestalt in „Wallensteins Lager" empfinden wir die meiste Sympathie? 3) Rede des Miltiades vor der Schlacht bei Marathon. 4) Der Tod hat eine reinigende Kraft. 5) In welchem Verhältnis stehen Oktavio und Max Piccolomini zu Wallenstein? (Klausurarbeit.) 6) War Odysseus oder Aias der Achilleischen Waffen würdiger? 7) Euch, ihr Götter, gehört der Kaufmann; Güter zu suchen | Geht er, doch an sein Schiff knüpfet das Gute sich an. 8) Charakter des Pylades in Goethes Iphigenie auf Tauris. 9) Wodurch erregt die Gestalt der Iphigenie in Goethes Iphigenie auf Tauris unsere Bewunderung? (Abiturientenarbeit.)

In Unter-Prima: 1) Den Sterblichen, das wisst ihr lange, | Führt Sicherheit zum Untergange. 2) Warum ist uns die Ehrfurcht vor dem Alter so natürlich? 3) Vergleichung des griechischen und römischen Nationalcharakters. 4) Wie erklären sich die Erfolge Justinians beim Angriffe auf die germanischen Reiche? (Klausurarbeit). 5) Mit welchen Gründen und Gegengründen werben die Korcyräer und Korinther um die Freundschaft Athens? 6) Alexander der Lieblingsheld des Jünglings, Cäsar der des Mannes. 7) Wem Gott will rechte Gunst erweisen, | Den schickt er in die weite Welt. (Eichendorff.) 8) a) Völkerwanderung und Kreuzzüge in ihrem Einflusse auf die deutsche Litteratur. (Klausurarbeit.) b) Welchen Wert hat das Studium der vaterländischen Geschichte? (Klausurarbeit.) 9) Warum lernen wir fremde Sprachen?

In Ober-Sekunda: 1) Welche Vorzüge hat die Solonische Verfassung vor der des Lykurg? 2) Der Seelenkampf Rüdegers von Bechlaren. 3) In wiefern kann Hannibal mit Napoleon verglichen werden? 4) Schilderung der Auswanderer in Goethes Hermann und Dorothea. 5) Warum macht das Glück oft thöricht, das Unglück gross? (Klausurarbeit.) 6) Welche Verdienste erwarb sich Hadrian um das römische Reich? 7) Ideeengang in Goethes „Zueignung." 8) Wissen ist Macht. 9) Was lässt sich für und wider den Ausspruch des Ovid sagen: Differ, habent parvae commoda magna morae? (Klausurarbeit.)

In Unter-Sekunda: 1) Dorf und Stadt. (Nach Schillers „Spaziergang.") 2) Das Hirtenleben Johannas. (Nach dem Prolog zu Schillers Jungfrau von Orleans.) 3) Xenophons Streifzug gegen die Drilen. (Xen. Anab. V, 1. 2.) 4) Über die Gastfreundschaft bei Homer. (Klausurarbeit.) 5) Was ist unschuldig, heilig, menschlich gut, | Wenn es der Kampf nicht ist ums Vaterland? (Schillers Jungfrau von Orleans II, 10.) 6) Odysseus auf Ogygia und Iphigenie auf Tauris. (Ein Vergleich.) 7) Arbeit ist des Blutes Balsam, | Arbeit ist der Tugend Quell. (Eine Chrie.) 8) Notwendigkeit, Wichtigkeit und Gefährlichkeit des Krieges gegen Mithridates. (Nach Ciceros Rede pro lege Manilia.) 9) Durch welche Umstände hauptsächlich ist das Unglück Athens im peloponnesischen Kriege herbeigeführt worden? (Klausurarbeit.)

b) Lateinische Aufsätze.

In Ober-Prima: 1) De rebus a Cn. Pompeio gestis. 2) Quibus rebus factum sit, ut Lacedaemonii e bello Peloponnesiaco superiores discederent. 3) Romanos bis salutem debuisse Arpinatibus. 4) Quomodo Romani Italiae imperio potiti sint. 5) Quibus virtutibus Athenienses eximii exstiterint, orationis potissimum illius funebris, quam Thucydides Periclem habentem facit, ratione habita exponatur. 6) Comparetur pugna Salaminia cum ea, qua Carolus Martellus ab Arabum incursione patriam suam liberavit. (Auch Abiturientenarbeit zum Oster-Termine.) 7) Fabiorum ad Cremeram clades cum Lacedaemoniorum in Thermopylis nece conferatur. 8) Romanos Cannensi calamitate accepta maiores animos habuisse quam unquam in rebus secundis, quam recte dixerit Cicero. 9) Graecia capta ferum victorem cepit et artes | Intulit agresti Latio. (Abiturientenarbeit zum Sommer-Termine.)

In Unter-Prima: 1) Quibus deinceps potestatis accessionibus tribunatus plebis sit auctus, exponitur. 2) Quid virtus et quid sapientia possit, | Utile proposuit nobis exemplar Ulixem. 3) De Tiberio Sempronio Graccho. 4) Romanorum imperium quomodo a Germanis deletum sit. (Klausurarbeit.) 5) Argumentum Iliadis libri sexti adumbretur. 6) Graecorum ingenia cum Romanis conferantur. 7) Famam extendere factis, | Hoc virtutis opus. (Chrie.) 8) De virtutibus veterum Romanorum. (Klausurarbeit.) 9) Athenienses in bello Peloponnesiaco non magis a Lacedaemoniis, quam a suis civibus victos esse.

In Ober-Sekunda: 1) Quid gesserint exercitus contra Aequos et Sabinos a decemviris ducti. 2) Quemadmodum Hannibal arma Romana moverit. 3) De Hannibalis transitu Rhodani.

## Themata für die schriftliche Abiturienten-Prüfung.

Deutscher Aufsatz: Wodurch erregt die Gestalt der Iphigenie in Goethes Iphigenie auf Tauris unsere Bewunderung?

Lateinischer Aufsatz: Graecia capta ferum victorem cepit et artes, Intulit agresti Latio.

Lateinisches Scriptum: Aus Muret. in Arist. eth. comm. Op. III p. 383.

Griechisches Scriptum: Nach Lysias in Phil. § 6—14.

Französisches Scriptum: Aus Brants Aufgaben S. 104.

Hebräische Übersetzung: Jeremias c. 1 v. 11—15.

Mathematische Aufgaben: 1) An einem Wasserbehälter sind zwei Röhren angebracht, die eine zur Füllung, die andere zur Entleerung desselben. Wenn der Behälter schon bis zur Hälfte mit Wasser gefüllt ist und beide Röhren zugleich geöffnet werden, so wird der Behälter in 12 Stunden geleert. Macht man die Öffnungen beider Röhren kleiner, so dass die eine zur Füllung, die andere zur Entleerung eine Stunde mehr braucht, und öffnet beide Röhren zugleich, so wird der bis zur Hälfte gefüllte Behälter in $15\frac{3}{4}$ Stunden leer. In welcher Zeit kann der leere Behälter durch die erste Röhre allein gefüllt, in welcher Zeit der volle Behälter durch die zweite Röhre allein geleert werden? 2) Von

einem Dreiecke beträgt der Inhalt 581 qm, ein Winkel 25° 13′ 18″ und der Radius des eingeschriebenen Kreises 7 m. Wie gross sind die übrigen Winkel? 3) Ein Dreieck ist zu konstruieren, von dem eine Seite, ihr Gegenwinkel und die zu einer anderen Seite gehörige Schwerpunktstransversale gegeben sind. 4) Ein gerader Kegel, dessen Oberfläche gleich O ist, wird durch eine der Grundfläche parallele Ebene, die von seiner Spitze die Entfernung a hat, geschnitten. Wie gross ist der Radius und die Höhe des Kegels, wenn die Durchschnittsfigur den Inhalt F hat?

## B. Schuljahr von Michaelis 1880 bis Ostern 1881.

### a) Deutsche Aufsätze.

In Ober-Prima: 1) Die Menschen fürchtet nur, wer sie nicht kennt. 2) Im Kriege ist das Letzte nicht der Krieg. 3) Welche Umstände hat man bei der Berufswahl zu berücksichtigen? (Klausurarbeit.) 4) a) Mit welchen Zügen hat Euripides die Titelrolle seiner taurischen Iphigenie ausgestattet? b) Charakteristik des Odysseus nach Sophokles' Ajax. 5) Der Fall Olynths in seinen Ursachen eine Vorbedeutung für Griechenlands Schicksal. (Abiturientenarbeit.)

In Unter-Prima: 1) Athenes Einwirkung auf die Handlung der Odyssee. 2) Über den Ausspruch Goethes: Alles kann der Edle leisten, | der versteht und rasch ergreift. 3) Finden wir bei den Alten grössere Vaterlandsliebe, als bei uns? (Klausurarbeit.) 4) Worin stimmen Schiller und Goethe in der Charakteristik Herzog Albas überein, worin nicht? 5) Durch welche Umstände wird in Schillers Maria Stuart die Hinrichtung der Heldin verzögert, durch welche beschleunigt und herbeigeführt? 6) a) Auf welche Gründe stützt sich vornehmlich Nikias, als er den Athenern die Expedition nach Sizilien widerrät? b) In welcher Weise sucht Alkibiades die von Nikias gegen die sizilische Expedition vorgebrachten Gründe zu widerlegen? (Klausuraufsatz.)

In Ober-Sekunda: 1) Welche Wirkung übt der Glockenton auf unser Gemüt? 2) Weshalb ist Italien für so viele ein Land der Sehnsucht? 3) Welche Charaktereigenschaften bewundern wir an den Römern in den punischen Kriegen? (Klausurarbeit.) 4) Die retardierenden Motive in Goethes Hermann und Dorothea. 5) Arbeitsamkeit ist das sicherste Schutzmittel gegen das Elend. 6) a) Worin besteht die Schuld Siegfrieds? b) Was treibt den Menschen in die Ferne? (Klausurarbeit.)

In Unter-Sekunda: 1) Ein Tag aus den Ferien. 2) Cids Vasallentreue gegen Don Sancho. (Nach Herders Cid.) 3) Einfluss des Ackerbaues auf die Entwickelung der Kultur. 4) Worin hat König Alfonsos Missstimmung gegen Cid ihren Grund? (Nach Herders Cid.) 5) a) Welche vorteilhaften Folgen hatten die Nationalspiele für die Griechen? b) Es ist ein Glück für den Menschen, dass er die Zukunft nicht vorher weiss. (Klausurarbeit.) 6) Steter Tropfen höhlt den Stein. (Eine Chrie.)

### b) Lateinische Aufsätze.

In Ober-Prima: 1) De Lacedaemoniorum institutis ac moribus. 2) Quo iure Cicero Athenas omnium fere artium appellaverit inventrices 3) Bellum ita suscipiatur, ut nihil aliud nisi pax quaesita videatur. (Klausurarbeit.) 4) Secundum Deum homines hominibus maxime utiles esse possunt. 5) Vergilianum illud: „Tu ne cede malis, sed contra audentior ito" toti populo Romano videtur fuisse propositum. (Abiturientenarbeit.)

In Unter-Prima: 1) Enarretur Iliadis liber quintus. 2) De rebus ab Atheniensibus adversus Persas praeclare gestis. 3) De Caroli Quinti adversus praedones expeditionibus. 4) Deleta Carthago quae commoda et rursus quae incommoda rei Romanae attulerit, brevi disputatione explicetur. 5) Praeclara est illa tessera: Per aspera ad astra. 6) Quibus argumentis ac rationibus innixus Nicias Thucydide auctore dissuaserit, ne Athenienses expeditionem adversus Siciliam susciperent.

## Themata für die schriftliche Abiturienten-Prüfung.

Deutscher Aufsatz: Der Fall Olynths in seinen Ursachen eine Vorbedeutung für Griechenlands Schicksal.

Lateinischer Aufsatz: Vergilianum illud: „Tu ne cede malis, sed contra audentior ito."

Lateinisches Scriptum: Freie Zusammenstellung nach Suepfles Aufgaben 290 und 291.

Griechisches Scriptum: Aus Demosth. Philipp. III 10—14.

Französisches Scriptum: Abschnitt aus Schillers 30jährigem Kriege.

Hebräische Übersetzung: Jes. V 24—28 excl.

Mathematische Aufgaben: 1) Auf einer Strecke von 300 m macht ein Vorderrad eines Wagens 40 Umdrehungen mehr als ein Hinterrad. Wäre der Umfang jedes Rades um 1 m grösser, so würde auf derselben Strecke ein Vorderrad 25 Umdrehungen mehr als ein Hinterrad machen. Wie gross ist der Umfang jedes Rades? 2) In einem Dreiecke sind zwei Seiten und der von ihnen eingeschlossene Winkel bekannt, $a = 94{,}631$ m, $b = 59{,}728$ m, $\gamma = 48^0\ 4'\ 12''$. Wie gross sind die Teile, in welche dieser Winkel durch die von seinem Scheitel ausgehende Schwerpunktstransversale zerlegt wird, und wie lang ist dieselbe? 3) Von einem Dreiecke kennt man einen Winkel, das Verhältnis der Höhen, welche zu den diesen Winkel einschliessenden Seiten gehören, und den Radius des eingeschriebenen Kreises. Man soll das Dreieck zeichnen. 4) Von einem geraden dreiseitigen Prisma mit regelmässigen Grundflächen schneidet eine Ebene, die durch eine Grundkante gelegt und gegen die Grundfläche unter dem Winkel $\alpha$ geneigt ist, eine Pyramide von dem Volumen V ab. Der Inhalt der Durchschnittsfigur soll bestimmt werden.

## Neue Lehrbücher.

Neu eingeführt wurden im Schuljahr 1879/80 statt des seit Mitte Dezember 1874 abgeschafften Lehrbuchs der katholischen Religion von Dr. Martin das Lehrbuch für den katholischen Religionsunterricht von Dr. König in 4 Kursen für die oberen Klassen, ferner zu Anfang des Schuljahres 1880/81 statt der deutschen Grammatik von Dr. Bernh. Schulz der Leitfaden von Dr. W. Schwartz für die unteren Klassen bis Ober-Tertia, zu Ostern 1880 das in der Weidmannschen Buchhandlung zu Berlin erschienene „Regeln und Wörterverzeichnis für die deutsche Rechtschreibung zum Gebrauch in den preussischen Schulen.“ Mit dem neuen Schuljahr 1881/82 kommt statt der französischen Elementargrammatik von Ploetz die Vorschule der französischen Grammatik von Probst, zunächst für Quarta, in Gebrauch.

## Gymnasial-Gottesdienst.

Für die katholischen Gymnasiasten wurde vorschriftsmässig an allen Sonn- und Feiertagen und an zwei Werktagen, Mittwoch und Sonnabend, Morgen-Gottesdienst abgehalten. Nur im Winter von Mitte November ab war der werktägige Gottesdienst ausgesetzt. — Jeden Sonntag gingen die Schüler je einer Klasse zur heil. Kommunion. — Im Schuljahr 1879/80 wurden um die Osterzeit 53, im Schuljahr 1880/81 45 Schüler der unteren Klassen nach dreimonatlicher besonderer Vorbereitung zur ersten heil. Beicht geführt. Im Schuljahr 1879/80 erhielten die Neokommunikanden in den Monaten April und Mai in besonderen Stunden vorbereitenden Unterricht.

## II. Verfügungen des Königlichen Provinzial-Schul-Kollegiums von allgemeinerem Interesse.

1879. 21. November. Im Interesse der Herbeiführung eines gleichmässigen Verfahrens wird bestimmt, dass an den sämmtlichen Königlichen und ebenso an den aus Staatsfonds subventionierten höheren Unterrichts-Anstalten unserer Provinz, an welchen überhaupt von den Schülern Inskriptionsgebühren zu entrichten sind, die fraglichen Gebühren fortan nicht blos von allen neu eintretenden, resp. von anderen Anstalten kommenden Schülern, sondern auch von neuem von allen denjenigen Schülern zu erheben sind, welche nach erfolgter Abmeldung mit oder ohne Abgangszeugnis die Anstalt verlassen haben, resp. wegen ungerechtfertigter Abwesenheit aus der Zahl der Schüler haben gestrichen werden müssen und etwa später ihre abermalige Aufnahme auf die Anstalt nachsuchen.

1880. 8. Januar. 1881. 3. und 23. Februar. Zufolge Ministerial-Erlasses wird verordnet, dass auch in diesseitiger Provinz der Anfang des Schuljahres an allen höheren Lehranstalten auf Ostern gelegt werde, und dass bei denjenigen Anstalten, welche bisher das Schuljahr zu Michaelis begonnen haben, zwar das laufende Schuljahr 1879/80 noch wie bisher im August d. J., das nächste aber zu Ostern 1881 zu schliessen ist. Zur Durchführung dieser Anordnung wird es aber für erforderlich erachtet, dass bei der Versetzung am Schlusse des jetzigen Schuljahres an den bezeichneten Anstalten mit besonderer Vorsicht verfahren werde, und dass ferner die Lehrpensa des folgenden Jahres, welches dann nur das Winter-Semester 1880/81 umfasst, auf grund von eingehenden Beratungen der Lehrer-Kollegien auf das notwendigste beschränkt werden, um den Schülern die Erreichung des Klassenzieles ungeachtet der kürzeren Zeit möglichst zu erleichtern. — Ferner wird behufs Anbahnung einer Übereinstimmung der Hauptferien innerhalb der Provinz für die katholischen Anstalten und alle diejenigen, welche mit diesen übereinstimmen, die bisherige Dauer der Herbstferien von sechs auf fünf Wochen verkürzt und deren Beginn auf den 15. August festgesetzt, dagegen die Dauer der Osterferien von zwei auf drei Wochen verlängert. Die Weihnachts- und Pfingstferien sollen unverändert bleiben.

5. Februar. Zufolge Ministerial-Erlasses wird die Einführung des den Unterweisungen der gesammten Schuljugend zu grunde zu legenden, in der Weidmannschen Buchhandlung zu Berlin erschienenen Regelbuches für die deutsche Rechtschreibung von Ostern 1880 ab verordnet. Alle zur Einführung im Schulunterricht zu beantragenden deutschen Lehrbücher, einschliesslich der neuen Auflagen der bereits im Gebrauche befindlichen, haben fortan die vorgeschriebene Orthographie einzuhalten. Es ist in geeigneter Weise dahin zu wirken, dass die gleiche Orthographie auch in den anderweiten Schulbüchern zur Anwendung komme; insbesondere sind aus den Klassen Sexta, Quinta und Quarta der höheren Schulen innerhalb eines Zeitraumes von längstens fünf Jahren Schulbücher von abweichender Orthographie zu beseitigen.

1880. 3. Mai. An denjenigen höheren Lehranstalten der diesseitigen Provinz, an denen der Anfang des Schuljahres vom Jahre 1881 ab auf Ostern verlegt ist, soll die Veröffentlichung eines Programms am Schlusse des Schuljahres d. h. Mitte August 1880 ausgesetzt und auf Ostern 1881 verschoben werden. Bei der Umlegung des Schuljahres ist die Zeit von August d. J. bis Ostern k. J. an den betreffenden Anstalten als ein Schuljahr zu rechnen.

17. Juni. Nachstehender, gegen das Unwesen der Schülerverbindungen gerichteter Ministerial-Erlass vom 29. Mai c. wird den Direktoren zu genauer Nachachtung mitgeteilt und mit der wiederholten Aufforderung, dem Gegenstande die höchste Sorgfalt zuzuwenden, namentlich auch die häusliche Kontrole der Schüler regelmässig auszuführen.

„Das Unwesen der Schülerverbindungen in den oberen Klassen der höheren Lehranstalten hat während der letzten Jahre die Lehrerkollegien und die Königlichen Aufsichtsbehörden in zunehmender Häufigkeit zur Verhängung der schwersten Schulstrafen genöthigt, welche in den Lebensgang der davon betroffenen Schüler und in die darauf gerichteten Absichten ihrer Eltern auf das empfindlichste eingreifen mussten. Der Entschiedenheit des Vorgehens ist neben weit verbreiteter Zustimmung tadelnde Kritik in den Organen der Oeffentlichkeit nicht erspart worden. Einzelne Stimmen haben versucht, die Schülerverbindungen als natürliche Reaction gegen übertriebene Strenge der Schulordnungen zu rechtfertigen und für deren Entstehung den Schulen selbst die Schuld zuzuschreiben; von anderer Seite hört man die Mahnung, man solle die kindische Nachahmung studentischer Bräuche ihrer Lächerlichkeit überlassen und ihr nicht durch die Strenge der Verfolgung einen unverdienten Werth beilegen. Jene Beschuldigung der Schulen kann nur aus mangelhafter Kenntniss der thatsächlich an den höheren Schulen eingehaltenen Grundsätze der Disciplin erklärt werden; die gesammten Vorgänge aber als ein gleichgiltiges Spiel jugendlichen Uebermuthes gering zu schätzen, wird durch die Natur der konstatirten Thatsachen unmöglich gemacht, vor denen es pflichtwidrig wäre, die Augen verschliessen zu wollen. Denn als gemeinsamer Character der bestraften Schülerverbindungen hat sich erwiesen die Gewöhnung an einen übermässigen Genuss geistiger Getränke, welcher, auch wenn er in Ausnahmefällen ohne Täuschung der Eltern über den Zweck der Ausgaben ermöglicht wird, jedenfalls der körperlichen Gesundheit nachtheilig ist, jedes edlere geistige Interesse lähmt, ja selbst die Fähigkeit zum ernstlichen Arbeiten aufhebt. Die Unterhaltungen in den Trinkgelagen sind in manchen Fällen nachweisbar, da man sie der schriftlichen Aufzeichnung werth erachtet hat, in den Schmutz gemeiner Unsittlichkeit herabgesunken. Die Entfremdung gegen die wissenschaftlichen und sittlichen Ziele der Schule führt zu der Bemühung um alle Mittel der Täuschung in den für häusliche Arbeit gestellten Aufgaben; manche Verbindungen sichern hierzu überdies ihren Mitgliedern die Benützung ihrer Täuschungsbibliothek. Selbstverständlich ist der Erfolg solcher Täuschung nur ein vorübergehender; die längste Dauer des Aufenthaltes in den oberen Klassen, das Doppelte und Dreifache der normalen Zeit, findet sich vornehmlich bei eifrigen Verbindungsmitgliedern, die in der Erfüllung ihrer angeblichen Verbindungspflichten die Fähigkeit zum Arbeiten verloren haben. — Gemeinsam ist ferner den bestraften Schülerverbindungen die Bestimmung, dass in Sachen der Verbindung den Mitgliedern gegenüber der Schule die Lüge zur Ehrenpflicht gemacht wird. An die Stelle der Achtung vor der sittlichen Ordnung der Schule und der natürlichen Anhänglichkeit der Schüler an die Lehrer wird die grundsätzliche Missachtung der Schulordnung und die pietätslose Frechheit gegen die Lehrer gesetzt. Der Terrorismus, welchen die Vereinsmitglieder gegen die übrigen Schüler ausüben, erschwert es diesen, sich der sittlichen Vergiftung zu entziehen; durch enge Verbindung unter einander breiten die Vereine ihr Netz möglichst weit über verschiedene, nahe und ferne Lehranstalten aus.

Die bezeichneten Characterzüge sind, wenn auch nicht jeder derselben in jedem einzelnen Falle ausdrücklich nachgewiesen ist, doch sämmtlich in betrübender Evidenz als thatsächlich konstatirt.

Ich erkenne gern an, dass in den zur Bestrafung gelangten Fällen die Lehrerkollegien die Mühe und den Verdruss der Untersuchung mit voller Hingebung übernommen und dass die Lehrerkollegien sowie die Königlichen Aufsichtsbehörden in den Entscheidungen über die Bestrafung sich ausschliesslich durch das Bewusstsein ihrer Pflichten gegen die Schule haben bestimmen lassen. In einzelnen Fällen hat allerdings darauf hingewiesen werden müssen, dass die Lehrerkollegien durch aufmerksame Beobachtung der Symptome schon früher hätten

zur Entdeckung und Unterdrückung des Uebels geführt werden sollen. Die weite Verbreitung, welche das Verbindungswesen in dem vorher bezeichneten, die Sittlichkeit unserer höheren Schulen untergrabenden Charakter unverkennbar bereits erreicht hat, machen es zur dringenden Nothwendigkeit, dass diesem Gegenstande von allen Lehrerkollegien andauernd und konsequent die sorgfältigste Aufmerksamkeit zugewendet werde. In dieser Hinsicht mache ich auf folgende Punkte aufmerksam.

Die höheren Schulen, soweit sie nicht Alumnate sind, vermögen nicht dem Elternhaus die Aufgabe der Erziehung abzunehmen, wohl aber sind sie fähig und berufen, durch ihren gesammten Unterricht entscheidenden Einfluss auf die sittliche Bildung der ihnen anvertrauten Jugend auszuüben, nicht etwa blos dadurch, dass der Religionsunterricht die sichere Grundlage sittlich religiöser Ueberzeugung zu erhalten und zu festigen hat, sondern dadurch, dass der gesammte Unterricht dem jugendlichen Geiste eine Beschäftigung zu geben und ein Interesse zu wecken vermag, welches die sicherste Abwehr gegen das Versinken unter die Gewalt und Herrschaft sinnlicher Triebe ist. Ich darf zuversichtlich vertrauen, dass zu dieser religiösen Festigung des Willens und zu dieser Bildung des Gedankenkreises der Schüler durch den Unterricht der stille, aber hochbedeutsame Einfluss hinzutritt, welchem das eigene Beispiel der Lehrer, ihre charaktervolle Haltung in der Schule und ausserhalb derselben auf die ihnen anvertrauten Schüler ausübt. Endlich sind nicht wenige auch von denjenigen Schulen, deren Schüler nicht zu einem Konvict vereinigt sind, mit vollem Rechte darauf bedacht, ihrerseits den Schülern Anlass zu erlaubter Geselligkeit zu bieten und hiermit zu verhüten, dass die Schüler nicht nach der ernsten Arbeit der Schule die heiteren Feste ausserhalb derselben und im Gegensatze zu ihr glauben suchen zu sollen.

Unter normalen Verhältnissen würden diese positiven Einwirkungen der Schule hinreichen, die Schüler mit der Freude an dem geistigen Fortschritte, welchen sie den Lehrern verdanken, zur Achtung vor der sittlichen Ordnung der Schule und willigem Gehorsam gegen dieselbe zu führen. Gegenüber der weit verbreiteten Verführung ist eine beständige Aufmerksamkeit auf die Symptome des eintretenden Uebels und Entschiedenheit des Einschreitens gegen das thatsächliche Auftreten desselben erforderlich.

Die Interesselosigkeit und die Zerstreutheit sonst begabter und eifriger Schüler, ihre Schläfrigkeit in den Stunden, welche die grösste geistige Frische zeigen sollten, sind unverkennbare Symptome davon, dass für diese Schüler der Mittelpunkt ihres Lebens anderswo als in der Schule liegt. Von solchen Beobachtungen sind bei Schülern, welche im Elternhause wohnen, die Eltern zu ihrer Warnung seitens der Schule in Kenntniss zu setzen. Bei auswärtigen Schülern ist die Schule berechtigt und verpflichtet, das häusliche Leben in den Bereich ihrer Aufsicht zu ziehen. Die Besuche seitens des Ordinarius, des Directors oder der von ihm beauftragten Lehrer haben sich selbstverständlich vornehmlich, aber durchaus nicht ausschliesslich solchen auswärtigen Schülern zuzuwenden, deren Haltung in der Schule zu sittlichen Bedenken Anlass giebt. Ich bringe hierbei in Erinnerung, dass Eltern auswärtiger Schüler verpflichtet sind, für die häusliche Aufsicht, in welche sie ihre Söhne zu geben beabsichtigen, die ausdrückliche Genehmigung des Directors einzuholen, und dass der Director berechtigt ist, Pensionen zu verbieten, welche nach seiner Erfahrung den nothwendig zu stellenden Forderungen nicht entsprechen.

Diese Beobachtungen der Symptome innerhalb der Schule und ausserhalb derselben haben Gegenstand der Anfrage, Mittheilung und eventuellen Erwägung in jeder Konferenz zu bilden und sind in dem Konferenz-Protokolle genau zu vermerken. Wenn dieser Aufgabe alle Mitglieder des Kollegiums sich hingeben, wenn überdies in Fällen der Besorgniss mit Eltern, welche auf die sittliche Reinheit ihrer Söhne ernstlich bedacht sind, Einvernehmen gesucht wird, so wird namentlich in kleinen und mittleren Schulorten schwerlich unbemerkt bleiben können, ob überhaupt eine die Sittlichkeit der Schule gefährdende Verbindung im Entstehen begriffen ist, und es werden durch die Gesammtheit der Beobachtungen auch die ersten Schritte zu wirklicher Entdeckung gewiesen sein.

Eine besondere Aufmerksamkeit der Provinzial-Schulkollegien erfordern solche Anstalten, in deren obere Klassen ein starker Zuzug von anderen Schulen stattfindet, ohne dass derselbe in dem Vorhandensein benachbarter unvollständiger Anstalten oder für die einzelnen Fälle in den besonderen Verhältnissen der Eltern seine Erklärung fände. Ein solcher Zuzug ist erfahrungsmässig häufig nicht durch den Ruf etwaniger hervorragender Leistungen der fraglichen Anstalt veranlasst, sondern durch die begründete oder unbegründete Aussicht der Schüler auf eine weitgehende Nachsicht in der Beaufsichtigung ihres Lebens ausserhalb der Schule und in den Ansprüchen der Schule an ihre wissenschaftlichen Leistungen. Das Königliche Provinzial-Schulkollegium wolle in den Fällen, wo solche Besorgniss angezeigt ist, nicht zögern, die Aufnahme von Schülern in die oberen Klassen von Seiner ausdrücklichen Genehmigung abhängig zu machen.

Wenn das Vorhandensein einer verbotenen Schülerverbindung erwiesen ist, so hat die Schule gegen alle Theilnehmer mit unnachsichtiger Strenge zu verfahren, sie hat aber zugleich die Bestrafung nach dem Masse der Strafbarkeit der Verbindung und nach dem Masse der Schuld der einzelnen Theilnehmer gerecht abzustufen.

Verboten und strafbar sind alle Schülerverbindungen, zu welchen nicht der Director die ausdrückliche Genehmigung ertheilt und dadurch seinerseits die Verantwortlichkeit für ihre Haltung übernommen hat. Die Strafbarkeit einer Verbindung oder eines Vereines wird dadurch nicht aufgehoben, dass an sich löbliche oder untadelige Zwecke angegeben oder vorgeschützt werden; wohl aber steigert sich dieselbe nach dem Grade der in ihr erwiesenen Zuchtlosigkeit.

In jedem Falle ist über die Theilnehmer an einer Verbindung ausser einer schweren Carcerstrafe das consilium abeundi zu verhängen, d. h. die an die Schüler und amtlich an deren Angehörige abzugebende Erklärung, dass bei der nächsten Verletzung der Schulordnung, welche nicht in erneuerter Theilnahme an einer Verbindung zu bestehen braucht, die Entfernung von der Schule eintreten muss.

Schüler, bei denen zu der Theilnahme an einer Verbindung noch erschwerende Umstände hinzutreten, mögen dieselben in der hervortretenden besonderen Zuchtlosigkeit des Verbindungslebens oder in ihrer eigenen Thätigkeit für Bildung, Leitung, Vermehrung der Verbindung, oder in hartnäckigem Leugnen oder in ihrer sonstigen Haltung liegen, sind von der Anstalt zu verweisen. Von dem Beschluss der Verweisung ist die Ortspolizeibehörde in Kenntniss zu setzen.

Wenn Schüler, welche wegen Theilnahme an einer Verbindung mit dem consilium abeundi oder der Verweisung von der Schule bestraft sind, nicht in dem elterlichen Hause sich befinden, so hat der Director den Eltern der etwa noch ausserdem bei demselben Pensionshalter wohnenden Schüler anzuzeigen, dass sie binnen bestimmter Frist ihre Söhne unter andere Aufsicht zu bringen haben, und hat für eine angemessene Zeit nicht zu gestatten, dass Schüler der Anstalt in der betreffenden Pension untergebracht werden.

In den Abgangszeugnissen derjenigen Schüler, welche wegen ihrer Theilnahme an einer Verbindung von einer Schule entfernt worden sind, ist der Grund ihrer Ausschliessung ausdrücklich zu bezeichnen. Schüler, welche aus diesem Grunde von einer Schule entfernt worden sind, bedürfen für die Wahl der Anstalt, an welcher sie aufgenommen zu werden wünschen, die Genehmigung des betreffenden Provinzial-Schulkollegiums, beziehungsweise haben sie bei demselben die Zuweisung an eine Schule nachzusuchen. — In den Programmen der Schule dürfen die etwa von derselben verwiesenen Schüler nicht mit ihrem Namen aufgeführt werden.

Den Provinzial-Schulkollegien steht es zu, die Strafe der Verweisung durch die Ausschliessung von allen höheren Schulen der Provinz zu verschärfen. Die Ausschliessung eines Schülers von den Anstalten mehrerer Provinzen, im äussersten Falle von allen öffentlichen Schulen der Monarchie bleibt meiner Entscheidung vorbehalten.

Von jedem Falle, in welchem Schulstrafen über Theilnehmer an einer Verbindung verhängt worden sind, hat der Director der betreffenden Schule, auch wenn nicht zur Ausschliessung von Schülern geschritten ist, durch abschriftliche Einreichung der Konferenz-Protocolle das Provinzial-Schulkollegium in Kenntniss zu setzen, von welchem ich sodann Bericht in der Sache erwarte.

Die Strafen, welche die Schulen verpflichtet sind, über Theilnehmer an Verbindungen zu verhängen, treffen in gleicher oder grösserer Schwere die Eltern als die Schüler selbst. Es ist zu erwarten, dass dieser Gesichtspunkt künftig ebenso, wie es bisher öfters geschehen ist, in Gesuchen um Milderung der Strafe wird zur Geltung gebracht werden, aber es kann demselben eine Berücksichtigung nicht in Aussicht gestellt werden. Den Ausschreitungen vorzubeugen, welche die Schule, wenn sie eingetreten sind, mit ihren schwersten Strafen verfolgen muss, ist Aufgabe der häuslichen Zucht der Eltern oder ihrer Stellvertreter. In die Zucht des Elternhauses selbst weiter als durch Rath, Mahnung und Warnung einzugreifen, liegt ausserhalb des Rechtes und der Pflicht der Schule, und selbst bei auswärtigen Schülern ist die Schule nicht in der Lage, die unmittelbare Aufsicht über ihr häusliches Leben zu führen, sondern sie hat nur deren Wirksamkeit durch ihre Anordnungen und ihre Kontrole zu ergänzen. Selbst die gewissenhaftesten und aufopferndsten Bemühungen der Lehrerkollegien, das Unwesen der Schülerverbindungen zu unterdrücken, werden nur theilweisen und unsicheren Erfolg haben, wenn nicht die Erwachsenen in ihrer Gesammtheit, insbesondere die Eltern der Schüler, die Personen, welchen die Aufsicht über auswärtige Schüler anvertraut ist, und die Organe der Gemeinde-Verwaltung, durchdrungen von der Ueberzeugung, dass es sich um die sittliche Gesundheit der heranwachsenden Generation handelt, die Schule in ihren Bemühungen rückhaltlos unterstützen. Die Organe der Polizei-Verwaltung sind in der Lage, durch ihre Amtsgewalt wenigstens der Ausbreitung der Schülerexcesse Einhalt zu thun und werden von competenter Stelle an die Anwendung der ihnen zustehenden Mittel erinnert werden. Noch ungleich grösser ist der

moralische Einfluss, welchen vornehmlich in kleinen und mittleren Städten die Organe der Gemeinde auf die Zucht und gute Sitte der Schüler an den höheren Schulen zu üben vermögen. Wenn die städtischen Behörden ihre Indignation über zuchtloses Treiben der Jugend mit Entschiedenheit zum Ausdrucke und zur Geltung bringen, und wenn dieselben und andere um das Wohl der Jugend besorgte Bürger sich entschliessen, ohne durch Denunziation Bestrafung herbeizuführen, durch warnende Mittheilung das Lehrerkollegium zu unterstützen, so ist jedenfalls in Schulorten von mässigem Umfange mit Sicherheit zu erwarten, dass das Leben der Schüler ausserhalb der Schule nicht dauernd in Zuchtlosigkeit verfallen kann. Aber es ist eine an sich kaum glaubliche und doch vollständig konstatirte Thatsache, dass städtische Behörden für die Schülerverbindungen gegen die Ordnung der Schule Partei genommen und in dem verschwenderischen Treiben auswärtiger Schüler geglaubt haben, ihrer Stadt einen Erwerb erhalten zu sollen. Der Bestand einer höheren Schule, ohne Unterschied aus welchen Mitteln dieselbe erhalten werden mag, ist für jede Stadt von entsprechender Grösse ein in all ihre Lebensverhältnisse tief eingreifendes, werthvolles Gut; die Erhaltung desselben ist dadurch bedingt, dass die städtischen Behörden die sittliche Aufgabe der Schule würdigen und, wenn sie selbst ihre Erfüllung nicht unterstützen, doch jedenfalls nicht durch ihr Verhalten erschweren und hemmen. Sollte dessenungeachtet die betrübende Erfahrung sich wiederholen, dass städtische Behörden durch ihr Verhalten den zur Aufrechthaltung der Schulzucht, insbesondere zur Unterdrückung der verderblichen Schülerverbindungen ergriffenen Massregeln Hindernisse in den Weg legen, anstatt deren Durchführung pflichtmässigen und rückhaltlosen Beistand zu leihen, so würde ich in dem Bewusstsein der mir obliegenden Verantwortlichkeit für das Wohl der heranwachsenden Jugend mich genöthigt sehen, als äusserstes Mittel selbst die Schliessung oder Verlegung der betreffenden Schule in Erwägung zu nehmen.

Das königliche Provinzial-Schulkollegium wolle die Directionen der höheren Schulen seines Amtsbereiches von diesem Erlass zur Nachachtung in Kenntniss setzen und seinerseits dem Gegenstande die seiner Wichtigkeit entsprechende Aufmerksamkeit zuwenden."

1880. 14. Dezember. Die im Laufe des Sommers über die Versetzungen an den Gymnasien in der Provinz eingereichten Berichte veranlassen uns aus der Ministerial-Verfügung vom 3. Juli 1861 (Wiese I. 143. 144.) folgende Bestimmungen in Erinnerung zu bringen: „Es ist mit allen Mitteln dahin zu wirken, dass kein Schüler nach OI versetzt wird, welcher nicht die sichere Hoffnung gewährt, dass er nach Absolvirung dieser Klasse den Anforderungen der Abiturienten-Prüfung entsprechen werde. Der Director und die Lehrer der oberen Klassen sind dafür verantwortlich zu machen, dass kein Schüler ohne die erforderliche Reife nach II versetzt und solche Schüler, welche nach zweijährigem Aufenthalt in der OII, resp. in der UI nicht einstimmig von den betreffenden Lehrern nach der UI, resp. OI versetzt werden können, sofort aus der Anstalt entlassen werden." —

Sollte ungeachtet dieser Strenge bei der Ascension ein Ober-Primaner sich zweimal ohne das beabsichtigte Resultat der Abiturientenprüfung unterzogen haben, so ist der Director zu verpflichten, den Eltern resp. dem Vormund desselben den ernsten Rath zu ertheilen, den Schüler aus der Anstalt zurückzunehmen, da er keine Aussicht habe, ein Zeugniss der Reife zu erhalten."

1881. 21. Februar. Der in der Wehrordnung § 90, 2, a und b vorgeschriebene Besuch der zweiten bezw. ersten Klasse ist auch dann als erfüllt zu erachten, wenn sich derselbe auf zwei gleichartige Lehranstalten vertheilt, unter der Voraussetzung, dass der Wechsel der Anstalt nicht durch disciplinare Anlässe, z. B. Verweisung, Vermeidung einer Schulstrafe, sondern durch Wohnungsveränderung der Angehörigen, Rücksichten auf die Gesundheit des Schülers oder andere den Verdacht einer ungerechtfertigten Willkür ausschliessende Gründe erfolgt ist.

## III. Chronik.

Das Schuljahr 1879/80 wurde am Montag, den 22. September 1879, das Schuljahr 1880/81 am Montag, den 20. September 1880, unmittelbar nach Abhaltung der Aufnahme-Prüfung in herkömmlicher Weise mit feierlichem Gottesdienst eröffnet.

Am 11. Februar v. J. wurde das Oratorium Belsazer von Händel, am 2. März c. das Händelsche Oratorium Samson unter der Leitung des Gesanglehrers Herrn Musikdirektor Bröer durch den Gesangchor der Schüler in der Aula aufgeführt.

Am 22. März 1880 und 1881 wurde das Geburtsfest Sr. Majestät des Kaisers und Königs in hergebrachter Weise durch Gottesdienst mit Te Deum in der Gymnasialkirche und darauf in der Aula durch Gesang und Deklamation der Schüler und durch einen Redeaktus feierlichst begangen. Die Festrede hielt im vor. Jahre Herr Gymnasiallehrer Dr. Elsner, zuletzt Herr Oberlehrer und Religionslehrer Müller.

Am 9. Mai v. J. wurden 43 Schüler der unteren und mittleren Klasse in der Gymnasialkirche in feierlicher Weise zur ersten heil. Kommunion geführt.

Am 12. Juni v. J. wurde von den klassenweise abgeteilten Schülern der Anstalt unter Begleitung der Ordinarien ein Ausflug nach verschiedenen Seiten der Umgegend der Stadt unternommen.

Über Veränderungen im Lehrerkollegium und in der Anordnung des Unterrichts ist Nachstehendes zu berichten.

Kurz vor Eröffnung des Schuljahrs 1879/80 wurde der bisherige Hülfslehrer Herr Böhm zum ordentlichen Lehrer am Gymnasium in Gleiwitz befördert; der Hülfslehrer Herr Grötschel wurde zu weiterer kommissarischer Dienstleistung an das Gymnasium in Gross-Strehlitz abberufen. Zu Anfang des Schuljahrs trat Herr Dr. Alwin Glatzel als Probekandidat ein. Gegen Ende Oktober 1879 wurde für die überfüllte unterste Klasse ein Parallel-Coetus abgeteilt und das Ordinariat in letzterem dem Kandidaten Herrn Karasiewicz übertragen. Zu Anfang Februar 1880 wurde der seit Ostern 1879 beurlaubte ordentliche Lehrer Herr Dr. Stange zum Königlichen Kreis-Schulinspektor ernannt. Die Wiederbesetzung der erledigten (fünften) ordentlichen Lehrstelle erfolgte durch Ascension der nächstfolgenden Lehrer, Herren von Jarochowski, Bartel, Dr. Kothe, Dr. Reimann, und durch Berufung des bisherigen Hülfslehrers am Gymnasium in Neisse Herrn Dr. Kühn in die letzte (zehnte) ordentliche Lehrstelle. Zu Ostern wurde Herr Dr. Reimann an das Gymnasium in Ratibor versetzt. Zu derselben Zeit wurde Herr Dr. Mai nach Ableistung des Probejahres zur Aushülfe dem Gymnasium zu Neisse, dagegen dem Matthias-Gymnasium das Mitglied des Königlichen pädagogischen Seminars Herr Dr. Starker überwiesen.

Zu Anfang des Schuljahrs 1880/81 schieden von der Anstalt der Kandidat Herr Dr. Glatzel und die beiden bisherigen Hülfslehrer Herr Dr. Wambera und Herr Karasiewicz. Die seit Ostern 1880 durch den Abgang des Herrn Dr. Reimann erledigte vorletzte (neunte) ordentliche Lehrstelle wurde durch Berufung des ordentlichen Lehrers

am Gymnasium in Beuthen, Herrn Sprotte, wieder besetzt. Im Laufe des Schuljahrs traten als Probekandidaten und Mitglieder des Königlichen pädagogischen Seminars bei der Anstalt ein Herr Dr. Welzel und Herr Dr. Otto, ersterer zu Anfang November v. J., letzterer um Mitte Februar c.

Über den Bildungsgang und die bisherige Amtsthätigkeit der beiden neu angestellten Lehrer Herren Dr. Kühn und Sprotte ist Nachstehendes mitzuteilen.

Herr Dr. August Kühn, geboren am 10. Mai 1851 zu Ullersdorf, Kr. Bunzlau in Schlesien, katholischer Konfession, besuchte das Gymnasium in Sagan und widmete sich nach Vollendung der Gymnasialstudien zu Michaelis 1872 dem Studium der Philologie an der hiesigen Universität. Auf grund seiner Dissertation „De Q. Horatii carmine saeculari" wurde er am 26. März promoviert, darauf am 22. Februar 1878 der Prüfung pro facultate docendi unterzogen. Seit Anfang Mai 1878 war er am Gymnasium in Neisse als Probekandidat und darauf als Hülfslehrer beschäftigt, wurde dann am 1. April 1880 zum ordentlichen Lehrer am Matthias-Gymnasium befördert.

Herr Josef Sprotte, geboren am 18. Mai 1848 zu Köben, Kr. Steinau in Schlesien, katholischer Konfession, erhielt seine Vorbildung auf dem Gymnasium zu Gross-Glogau, bezog Michaelis 1867 die hiesige Universität und bestand am 21. November 1873 die Prüfung pro facultate docendi. Zu Anfang Januar 1874 begann er am Gymnasium in Beuthen das Probejahr, wurde ebendaselbst am 12. April 1875 als ordentlicher Lehrer angestellt und zu Michaelis 1880 in gleicher Eigenschaft an das Matthias-Gymnasium berufen.

Mit dem Schlusse des Schuljahrs zu Ostern c. verlässt der ordentliche Lehrer Herr Mohr wegen geschwächter Gesundheit seine amtliche Stellung und tritt in den Ruhestand über. Die Anstalt verliert in ihm einen ältern Lehrer, welcher volle 30 Jahre hindurch sein Amt mit Treue und Gewissenhaftigkeit verwaltet und hierdurch sowie durch seine anspruchslose und wohlwollende Gesinnung bei allen, die ihm näher gestanden, volle Achtung und Zuneigung sich erworben hat. Möge der geschätzte Kollege im Ruhestand schon bald wieder neue Kräftigung der Gesundheit finden.

Zur Wiederbesetzung der ersten ordentlichen Lehrstelle wurde durch das Königliche Provinzial-Schul-Kollegium die Ascension der nächstfolgenden Lehrer Herren Maiwald, Dr. Elsner, Merkelt, von Jarochowski, Bartel, Dr. Kothe, Sprotte, Dr. Kühn verfügt; die hierdurch erledigte letzte ordentliche Lehrstelle wurde dem an der höhern Knabenschule in Namslau beschäftigten Lehrer Herrn Dr. Kalischek verliehen.

Mit Genehmigung des Königlichen Provinzial-Schul-Kollegiums war gemäss der seit 1875 getroffenen Anordnung auch im letzten Sommer von Mitte Juni bis zum Schlusse des Schuljahrs um Mitte August der Vormittagsunterricht auf 5 Stunden ausgedehnt, der Nachmittagsunterricht auf die technischen Lehrfächer und die nicht obligatorischen Lektionen im Hebräischen beschränkt.

## IV. Statistische Notizen.

Aus dem Schuljahre 1878/79 blieb von der Gesammtfrequenz mit 554 Schülern zuletzt ein Schülerbestand von . . . . . 393.

Der Zugang neuer Schüler betrug für die
Gymnasial-Klassen im Wintersemester 124, im Sommer 24, zusammen . . . . . 148.
für die Vorschule - - 9, - - 3, - . . . . . 12.
Gesammtzahl 553.

Von diesen Schülern waren 469 katholisch, 36 evangelisch, 48 jüdisch; ortsangehörig waren 352, auswärtig 199, ausländisch 2.

### Übersicht der Klassen-Frequenz.

#### A. Gymnasial-Klassen resp. Cötus.

| | Io. | Iu. | IIo. | IIu. | IIIo. 1. | IIIo. 2. | IIIu. | IV 1. | IV 2. | V 1. | V 2. | VI 1. | VI 2. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Im Wintersemester: | 24. | 38. | 45. | 53. | 28. | 28. | 53. | 44. | 42. | 32. | 32. | 32. | 51. | = 502. |
| Abgang: | 3. | 1. | 6. | 3. | | 1. | 5. | 4. | 6. | 3. | 6. | 1. | 3. | = 42. |
| Bestand zu Ostern: | 21. | 37. | 39. | 50. | 28. | 27. | 48. | 40. | 36. | 29. | 26. | 31. | 48. | = 460. |
| Zugang: | | 1. | 2. | 1. | 3. | 3. | 1. | 1. | 2. | 1. | 4. | 3. | 2. | = 24. |
| | 21. | 38. | 41. | 51. | 31. | 30. | 49. | 41. | 38. | 30. | 30. | 34. | 50. | = 484. |

#### B. Vorschule.

Gesammtzahl im Winter: 24. Bestand zu Ostern: 21. Zugang: 3.
Abgang bis Ostern: 3. Gesammtzahl im Sommer: 24.

Nach Abrechnung des Abgangs während des Sommers und der Herbstferien blieb beim Schluss des Schuljahrs 1879/80 ein Schülerbestand von . . . . . 414.
Der Zugang neuer Schüler betrug zu Anfang des Wintersemesters für das Gymnasium 89.
für die Vorschule . . . . . 5.
Gesammtzahl 508.

### Übersicht der Klassen-Frequenz im abgekürzten Schuljahr 1880/81.

#### A. Gymnasial-Klassen resp. Cötus.

| Io. | Iu. | IIo. | IIu. | IIIo. | IIIu. 1. | IIIu. 2. | IV 1. | IV 2. | V 1. | V 2. | VI | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 27. | 39. | 42. | 44. | 50. | 35. | 36. | 32. | 32. | 47. | 45. | 64 | = 491. |

B. Vorschule. . . . . 17.
Zusammen 508.

Von diesen Schülern waren 435 katholisch, 26 evangelisch, 47 jüdisch; ortsangehörig waren 323, auswärtig 184, ausländisch 1.

Im Schuljahr 1879/80 wurde am Oster-Termin — am 11. März 1880 — die mündliche Abiturienten-Prüfung unter dem Vorsitze des Direktors abgehalten. Von 4 angemeldeten Ober-Primanern wurde einer nach der schriftlichen Prüfung zurückgewiesen, die übrigen 3 bestanden, nämlich:

| Zu- und Vorname. | Geburtsort. | Alter. | Confess. | Berufsfach. |
|---|---|---|---|---|
| Marcuse, Wilhelm, | Breslau. | 20 Jahre, | jüdisch., | Jura. |
| Marx, Paul, | Gleiwitz. | 18 „ | „ | Philologie. |
| Strauch, Max, | Striegau. | 22 „ | kathol., | Jura. |

Im Sommer waren 21 Ober-Primaner angemeldet; von diesen trat einer nach dem schriftlichen Examen zurück, 2 wurden zurückgewiesen. Von der mündlichen Prüfung, welche am 27. und 28. Juli 1880 unter dem Vorsitze des Geheimen Regierungs- und Provinzial-Schulrats Herrn Dr. Dillenburger abgehalten wurde, waren 8 Abiturienten auf grund der günstigen Prüfungs- und bisherigen Schulleistungen dispensiert, von den übrigen 10 bestanden 8. Die reif befundenen 16 Ober-Primaner waren folgende:

| Zu- und Vorname. | Geburtsort. | Alter. | Confess. | Berufsfach. |
|---|---|---|---|---|
| 1. Effenberger, Felix, | Guben, | 22 Jahre, | kathol., | Jura u. Forstfach. |
| 2. v. Epstein, Eugen, | Warschau, | 20 „ | „ | Jura u. Cameralia. |
| 3. v. Epstein, Stephan, | „ | 19 „ | „ | „ „ |
| 4. Fischer, Max, | Breslau, | 21 „ | „ | Postfach. |
| 5. Geissler, Paul, | Grätz, Prov. Posen, | 18 „ | „ | Jura. |
| 6. Hackenberger, Alphons, | Breslau, | 19 „ | „ | Postfach. |
| 7. Hampel, Karl, | Lichtenberg, Kr. Grottkau, | 20 „ | „ | Medizin. |
| 8. Knobloch, Heinrich, | Breslau, | 18 „ | „ | Theologie. |
| 9. Lux, Paul, | „ | 20 „ | „ | Postfach. |
| 10. Manasse, Wilhelm, | „ | 21 „ | jüdisch, | Medizin. |
| 11. Marticke, Ernst, | „ | 21 „ | kathol., | Medizin. |
| 12. Michalke, Karl, | Trebnitz, | 20 „ | „ | Math. u. Naturw. |
| 13. Neugebauer, Robert, | Breslau, | 20 „ | „ | Reichsbank. |
| 14. Sauer, Karl, | Gr. Peterwitz, Kr. Neumarkt, | 20 „ | „ | Theologie. |
| 15. Troske, Peter, | Fürstl. Neudorf, Kr. Poln.-Wartenberg. | 22 „ | „ | Philologie. |
| 16. Walzog, August, | Breslau, | 22 „ | „ | Gesch. u. Geogr. |

Von der mündlichen Prüfung waren dispensiert: Effenberger, Fischer, Geissler, Hackenberger, Knobloch, Manasse, Sauer, Troska.

Zum Ostertermin 1881 waren 26 Ober-Primaner und 1 Extraneus angemeldet. Nach der schriftlichen Prüfung wurde der Extraneus zurückgewiesen. Die mündliche Prüfung wurde unter dem Vorsitze des Geheimen Regierungs- und Provinzial-Schulrats Herrn Dr. Dillenburger am 29. und 30. März abgehalten. Dispensiert waren auf grund der befriedigenden teils guten Prüfungs- und bisherigen Schulleistungen 6 Abiturienten; von den übrigen 20 bestanden 17. Die reif befundenen 23 Ober-Primaner waren folgende:

| Zu- und Vorname. | Geburtsort. | Alter. | Konfess. | Berufsfach. |
|---|---|---|---|---|
| 1. Becker, Karl, | Raschgrund, Kr. Frankenstein, | 20 Jahre, | kathol., | Medizin. |
| 2. Berth, Paul, | Forst i. d. Lausitz, | 21 „ | „ | Jura. |
| 3. Breyer, Anton, | Breslau, | 19 „ | „ | Medizin. |
| 4. Elster, Reinhold, | Tempelfeld, Kr. Ohlau, | 19 „ | „ | Jura. |
| 5. Freisel, Johannes, | Oppeln, | 20 „ | „ | „ |
| 6. Gebel, Victor, | Ohlau, | 23 „ | „ | Theologie. |
| 7. Haertel, Richard, | Breslau, | 19 „ | „ | Naturwissenschaften. |
| 8. Hassenpflug, Wolfgang, | Eschwege, Reg. Bez. Kassel, | 20 „ | lutherisch, | Ingenieurfach. |
| 9. Ilgner, Richard, | Nimkau, Kr. Neumarkt, | 19 „ | kathol., | Postfach. |
| 10. Kaudewitz, Josef, | Clarenkranst, Kr. Breslau, | 23 „ | „ | Theologie. |
| 11. Langer, Johannes, | Schmograu, Kr. Namslau, | 21 „ | „ | Medizin. |
| 12. Mertz, Paul, | Kl. Waltersdorf, Kr. Bolkenhain, | 20 „ | „ | „ |
| 13. Nikel, Johannes, | Sohrau O/S., | 17 „ | „ | Theologie. |
| 14. Peters, Norbert, | Culm in Westpreussen, | 17 „ | „ | Jura u. Cameral. |
| 15. Pluder, Franz, | Schwoitsch, Kr. Breslau, | 19 „ | „ | Medizin. |
| 16. Pohl, Theodor, | Wansen, | 20 „ | „ | Jura. |
| 17. Poppe, Paul, | Borzenzine, | 22 „ | „ | Postfach. |
| 18. Reisacker, Wilhelm, | Trier, | 17 „ | „ | Jura u. Cameral. |
| 19. Schlensog, Josef, | Meleschwitz, Kr. Breslau, | 20 „ | „ | Jura. |
| 20. Schmölders, Paul, | Breslau, | 18 „ | „ | „ |
| 21. Streubel, Paul, | Breslau, | 19 „ | „ | „ |
| 22. Titze, Franz, | Breslau, | 19 „ | „ | „ |
| 23. Wohlfarth, Armand, | Paris, | 19 „ | jüdisch, | „ |

Von der mündlichen Prüfung waren dispensiert: Nikel, Peters, Pohl, Reisacker, Schlensog, Streubel.

## V. Beneficien und Prämien.

Eine ansehnliche Zahl von dürftigen und würdigen Schülern erhielt Unterstützungen aus den der Verwaltung des Hochwürdigen Domkapitels unterstellten Stiftungen.

Seitens des Königlichen Kommissarius der Fürstbischöflichen Vermögensverwaltung wurden aus den Revenüen des aufgelösten Fürstbischöflichen Knaben-Seminars Stipendien unter frühere Zöglinge des Seminars und zahlreiche andere Schüler verteilt.

Die vom hiesigen Königlichen Appellationsgericht verwalteten von Skrzischowskischen Stipendien waren im Winter und Sommer an je 2 Schüler vergeben, die aus den Einkünften des aufgelösten Konvikts gebildeten Stipendien mit Genehmigung des Königlichen Provinzial-Schul-Kollegiums im Winter an 36, im Sommer an 37 Schüler.

Die unter der Verwaltung des Gymnasiums stehenden Fundationen Eduard, Heimann, Hirt, Hoffmann, Jungnitz, Kabath, Krause, Prinz und Wissowa, waren bestimmungsmässig verwendet. Das Jubelstipendium war 1879/80 an den Ober-Primaner Alfred Hackenberger und den Unter-Sekundaner Max Klose, 1880/81 an die Ober-Sekundaner Bernhard Schroeter und Max Klose verliehen.

Der Schulgeld-Nachlass betrug 10% der Schulgeld-Sold-Einnahme von den Schülern der Gymnasial-Klassen.

Das Vermögen der Krankenkasse, zu welcher vorschriftsmässig jeder neu eintretende Schüler einen Beitrag von 3 M. zu leisten hat, beträgt laut Rechnungsabschluss pro Etatsjahr $18\frac{79}{80}$ 24768,34 M.

Das Vermögen der Wissowa-Lehrer-Wittwen- und Waisen-Stiftung beträgt gegenwärtig 4625,51 M. Zum Verwaltungsrat der Stiftung gehören ausser dem Direktor die Herren Stadtrat Kaufmann Anton Hübner, Apotheker Werner, Professor Kössler und Oberlehrer Ludwig.

Wie früher wurde auch im verflossenen Schuljahre an Schillers Geburtstag durch den verehrlichen Vorstand des hiesigen Schiller-Vereins ein Exemplar der Gesammtausgabe der Werke des Dichters als Prämie zur Aushändigung an einen würdigen Schüler der oberen Klassen überwiesen.

## VI. Lehrmittel.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A. Die **Lehrerbibliothek** enthielt laut Programm von 1878/79 | 5892 | Werke | in | 11329 | Bänden. |
| Dazu kamen bis Ostern 1881 a) durch Schenkung . . . | 13 | - | - | 11 | - |
| b) - Ankauf . . . . | 29 | - | - | 107 | - |
| Die Lehrerbibliothek enthält | 5934 | Werke | in | 11447 | Bänden. |

Es schenkte das Königl. Kultus-Ministerium: Koch, die Bäume und Sträucher des alten Griechenland; Napp, die argentinische Republik. Das Königl. Provinzial-Schulkollegium: den Katalog der Ausstellung prähistorischer und anthropologischer Funde Deutschlands zu Berlin 1880 nebst dem Supplementbande; Verhandlungen der Direktoren-Versammlung der Pr. Schlesien 1879; Droysen, Geschichte Alexanders des Grossen; Verordnung über die Ergänzung der Offiziere des Friedensstandes. Das Kaiserl. Russische Ministerium des Unterrichts: die Berichte an S. M. den Kaiser über den Zustand des Unterrichtswesens im Jahre 1875 und 1876. Der Museumsvorstand: die Gründung und die Ziele des schlesischen Museums der bildenden Künste. Herr Kaplan Schaff in Königshütte: Janvier, Leben des heil. Petrus; Lutz, Handbuch der katholischen Kanzelberedsamkeit. Alfred Selwyn: Commission géologique du Canada. Rapport des opérations de 1877—78. Geological Map of a portion of the Southern Interior of British Columbia by George Dawson. Reimer in Berlin: Kiepert, Leitfaden der alten Geographie.

Zu den angekauften Werken gehören: *O. Keller*, Epilegomena zu Horaz. — *Ebeling*, Lexicon Homericum vol. I. 13. 14. vol. II 7. 8. 9. — *W. Müller*, Ciceronis op. p. IV vol. 1. 2. 3. — *Bursian*, Jahresbericht über die Fortschritte der Altertumswissenschaft. 7. Jahrgang 1879. — *A. Goebel*, Lexilogus zu Homer II. — *Gerber* und *Greef*, Lexicon Taciteum fasc. III. — *O. Ribbeck*, F. W. Ritschl. — *Oncken*, Allgemeine Geschichte, Abt. 7—22. — *Giesebrecht*, Geschichte der deutschen Kaiserzeit V 1. — *Böhmer*, Regesta imperii herausg. von *E. Mühlbacher*. — *Riehl*, historisches Taschenbuch 1877—79. — *O. Peschel*, Europäische Staatenkunde herausg. von *Krümmel*. I 1. — *G. Waitz*, Deutsche Verfassungsgeschichte I. — *Grimm*, Deutsches Wörterbuch IV 1. 2. — *Leimbach*, Ausgewählte deutsche Dichtungen. — Annalen der Physik und Chemie VIII. — *Fleckeisen* und *Masius*, Neue Jahrbücher 1881. — *Grasberger*, Erziehung und Unterricht im klassischen Altertum. — *Conze*, Die Ergebnisse der Ausgrabungen von Pergamon. — *L. v. Ranke*, Weltgeschichte 1. Sämtliche Werke 3. Ausgabe 1. — *Pape-Benseler*, Wörterbuch der griechischen Eigennamen. — *Zeller*, Philosophie der Griechen III 1. — *Suphan*, Herders Werke 20. 22. Bd. — Die Verhandlungen der Direktoren-Versammlungen in Preussen 5—7. Bd. — *Wetzer* und *Welte's*, Kirchenlexikon herausg. von Kaulen. 1—3. — *M. Philippson*, Geschichte des preussischen Staatswesens vom Tode Friedrichs d. Gr. bis zu den Befreiungskriegen.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| B. Die Schülerbibliothek enthielt laut Programm von 1878/79 | 2779 | Werke in | 5209 | Bänden. |
| Dazu kamen bis Ostern 1881 durch Ankauf . . . . . | 43 | - - | 54 | - |
| Die Schülerbibliothek enthält also | 2822 | Werke in | 5263 | Bänden. |

Zu den neu angeschafften Worken gehören: *Mähly,* Geschichte der antiken Litteratur. — *L. Stacke,* Deutsche Geschichte. — *Guthe,* Lehrbuch der Geographie. — *Manzoni,* Die Verlobten. — *v. Schubert,* Naturgeschichte des Pflanzenreiches. — *Lindemann,* Geschichte der deutschen Litteratur. — *Oberlaender,* Berühmte Reisende und Geographen. — *Janssen,* Schiller als Historiker. — *Doehler,* Das Zeitalter des Perikles. — *F. Becker,* Griechische Geschichte. — *Masius,* Die Tierwelt. — Die Franklinexpeditionen und ihr Ausgang. — *Thomas,* Die denkwürdigsten Erfindungen. — *R. Menge,* Einführung in die antike Kunst. — *J. Kutzen,* Das deutsche Land. — *H. Bender,* Rom und römisches Leben. — *J. Klein,* Physische Geographie. — *Weber,* Dreizehnlinden. — *Gregorovius,* Euphorion. — *Ebers,* Eine ägyptische Königstochter. — *O. Seeman,* Mythologie der Griechen und Römer. — *v. Sybel,* Vorträge und Aufsätze. — *Woltmann,* Aus 4 Jahrhunderten niederländisch-deutscher Kunstgeschichte. — *J. Lerique,* Litteraturbilder.

C. **Für das physikalische Kabinet wurden angekauft:** 1) ein Prisma von *Faraday*'schem Glase, 2) ein Polarisationsrohr, 3) fünf farbige Glasplatten, 4) eine Röhre und eine Schale von Glas zum *Torricelli*'schen Versuche, 5) drei Glascylinder mit Deckplatten, 6) eine Bürette nach *Mohr,* 7) eine Stichflammen-Lampe, 8) ein hölzernes Modell von einem *Nicol*'schen Prisma, 9) ein Doppelspath, 10) ein Kautschukschlauch, 11) ein Apparat nach *Clement* und *Desormes* zum Beweise des aërodynamischen Paradoxons, 12) ein Modell eines schiefen Turmes, 13) drei Mond-Photogramme, 14) ein Polarisations-Apparat nach *Mitscherlich,* 15) ein Endosmometer, 16) ein Gefrier-Apparat zur Luftpumpe, 17) zwei Stabmagnete, 18) ein Wellrad, 19) ein eisernes Stativ mit einem Retortenhalter und einem Bürettenhalter, 20) drei magnetische Karten von der deutschen Seewarte.

D. **Für das naturhistorische Kabinet wurden angekauft:** 1) zwei Tintenfische, 2) ein Rochenschädel, 3) ein Haifischschädel, 4) eine Kreuzotter, 5) zwei und zwanzig Wandtafeln ausländischer Kulturpflanzen, von *Zippel* und *Bollmann,* 6) zwei Blütenmodelle, 7) ein Modell eines menschlichen Ohres.

E. **Für den geographischen und geschichtlichen Unterricht wurden angekauft:** 1) *Reymann,* Topogr. Specialkarte von Mittel-Europa (126 Sektionen). 2) *Spruner-Menke,* Hand-Atlas, 3. Auflage, Lieferung XXII und XXIII. 3) *Andree-Putzger,* Schulatlas. 4) *Chavanne,* Central-Asien. 5) *Kiepert,* Physikal-Karte von Asien. 6) *Kiepert,* Politische Schulwandkarte von Asien. 7) *Kiepert,* Östlicher und westlicher Planiglob. 8) 36 photographische Ansichten aus Italien.

## VII. Schluss des Schuljahres.

Zu Ende des Schuljahrs 1879/80 fanden die öffentlichen Prüfungen am 12. und 13. August statt. Bei dem feierlichen Schlussaktus am 14. August hielt der Abiturient Heinrich Knobloch den lateinischen Vortrag, der Abiturient August Walzog den deutschen.

**Beim Schlusse des jetzigen Schuljahrs sind die öffentlichen Prüfungen angesetzt auf**

**Donnerstag** den 7. April, nachmittags von 3 bis 5 Uhr.

**SEXTA** — Religion und Latein — Hr. O. L. Müller und Hr. G. L. Sprotte.
**QUINTA** — Latein — Hr. Dr. Kühn.
**QUARTA** — Griechisch — Hr. G. L. Maiwald.

**Freitag** den 8. April, vormittags von 9 bis 12 Uhr.

**UNTER-TERTIA** — Latein und Französisch — Hr. G. L. Merkelt und Hr. G. L. von Jarochowski.
**OBER-TERTIA** — Mathematik und Griechisch — Hr. O. L. Dr. von Zelewski und Hr. O. L. Wensky.
**UNTER-SECUNDA** — Latein und Französisch — Hr. O. L. Ludwig und Hr. G. L. Bartel.

Nachmittags von 3 bis 5 Uhr.

**OBER-SECUNDA** — Griechisch und Geschichte — Hr. O. L. Schneck und Hr. G. L. Dr. Elsner.
**UNTER-PRIMA** — Latein und Mathematik — Hr. Prof. Dr. Peters und Hr. Prof. Kössler.

---

**Sonnabend,** den 9. April.

Morgens um 8 Uhr **feierlicher Gottesdienst;** darauf $9\frac{1}{4}$ Uhr **feierlicher Aktus in der Aula,** nämlich:

Gesang: Jahresschluss-Lied von Mendelssohn.
Lateinischer Vortrag des Abiturienten Wilhelm Reisacker aus Breslau: Legum nos esse servos oportet, ut liberi simus. (Cic.)
Deutscher Vortrag des Abiturienten Paul Berth aus Forst i. d. Lausitz: Rastlos vorwärts musst du streben, Nie ermüdet stille stehn, Willst du die Vollendung sehn. (Schiller.)
Gesang: Das Lied vom deutschen Kaiser von Mendelssohn.
Entlassung der Abiturienten durch den Direktor.
Gesang: Chor von Händel „Laut schalle unsrer Stimme voller Chor.“

---

An den Tagen der öffentlichen Prüfung und der Schlussfeier sind im Zeichensaale Zeichnungen der Schüler zur Ansicht ausgelegt.

---

Nach der Feier in der Aula werden in den Schulklassen durch die Ordinarien die Zeugnisse ausgeteilt und darauf die Schüler entlassen.

---

Das **neue Schuljahr** beginnt Montag den 2. Mai, morgens mit feierlichem Gottesdienst.

Die Anmeldung neuer Schüler für die Gymnasial-Klassen und Vorschule nimmt der Unterzeichnete am Freitag den 29. April, morgens von 8 bis 12 Uhr, nachmittags von 2 bis 4 Uhr, im Prüfungslocale entgegen. Die Aufnahme-Prüfung findet am Sonnabend den 30. April, morgens von $8\frac{1}{2}$ Uhr ab, statt.

Die Anmeldung neuer Schüler muss durch die Eltern oder deren Stellvertreter persönlich oder schriftlich erfolgen und sind dabei vorzulegen 1) Der Geburts- oder Taufschein, 2) ein Attest über Impfung, bei Schülern im Alter von mehr als 12 Jahren über Revaccination, 3) ein Nachweis über bisherige Führung und Unterricht resp. ein Abgangszeugnis von der zuletzt besuchten Schule.

Auswärtige Eltern haben insbesondere nachzuweisen, in welcher Weise für die erforderliche häusliche Beaufsichtigung ihrer Söhne im Schulorte gesorgt ist. Jedenfalls ist zu der Wahl und ebenso zu jedem späteren Wechsel der Wohnung für auswärtige Schüler **vorherige Rücksprache mit der Direktion und deren Zustimmung** erforderlich.

Breslau, den 1. April. 1881.

**Dr. Reisacker,**
Direktor des Gymnasiums.

# Uebersichts-Tabelle

über die Verwendung der Lehrkräfte und Vertheilung des Unterrichts.

| | Lehrer. | Ordinariat. | 1. I o. | 2. I u. | 3. II o. | 4. II u. | 5. III o. | 6. III u. 1. | 7. III u. 2. | 8. IV. 1. | 9. IV. 2. | 10. V. 1. | 11. V. 2. | 12. VI. | Stundenzahl. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Dr. Reinecker, Direktor. | | 4 Latein<br>4 Gesch. | 3 Latein<br>3 Gesch. | | | | | | | | | | | 18. |
| 2 | Professor Köhler, Oberlehrer. | | 4 Math.<br>1 Physik | 4 Math.<br>1 Physik | 4 Math.<br>1 Physik | 4 Math.<br>1 Physik | | | | | | | | | 22. |
| 3 | Schenck, Oberlehrer. | II o. | | | 10 Latein<br>4 Gesch. | 3 Franz. | 3 Franz. | | | | | | | | 20. |
| 4 | Professor Dr. Peters, Oberlehrer. | I u. | 4 Gesch. | 4 Latein<br>4 Gesch. | | | | | | | | | | | 16. |
| 5 | Dr. Kantlack, Religionsl., Oberlehrer. | | | 2 Relig.<br>2 Hebr. | 2 Relig.<br>2 Hebr. | | 2 Relig. | 2 Relig. | | 2 Relig. | | 2 Relig. | | | 12. |
| 6 | Ludwig, Oberlehrer. | II u. | | | | 4 Latein<br>4 Gesch. | | | | | 3 Deutsch<br>3 Gesch. | 2 Geogr. | | | 16. |
| 7 | Dr. von Zelewski, Oberlehrer. | | | 7 Franz. | 7 Franz. | | 3 Franz.<br>3 Math. | 3 Franz.<br>2 Rel. | 4 Math. | 7 Franz.<br>3 Math. | | | | | 22. |
| 8 | Wensky, Oberlehrer. | III o. | | | | | 10 Latein<br>4 Gesch. | | | | | | | | 14. |
| 9 | Müller, Religionsl., Oberlehrer. | | 2 Hebr.<br>2 Relig. | | | 2 Relig.<br>2 Hebr. | | | 2 Relig. | | 2 Relig. | | 2 Relig. | 2 Relig. | 20. |
| 10 | Mehr, ordentl. Lehrer. | | | | | | 3 Rechn. | 3 Zeichn. | 4 Turnen. | | 3 Math. | 4 Rechn. | 4 Rechn. | 4 Rechn. | 21. |
| 11 | Malwald *), ordentl. Lehrer. | IV. 1. | | | | | 2 Naturgesch.<br>3 Gesch.<br>2 Geogr. | | | 10 Latein<br>4 Gesch. | | | | | 21. |
| 12 | Dr. Elsner, ordentl. Lehrer. | IV. 2. | | | 3 Deutsch<br>4 Gesch. | | | | | | 10 Latein<br>4 Gesch. | | | | 21. |
| 13 | Merkell, ordentl. Lehrer. | III o. 1 | | 2 Deutsch<br>1 philos. Vorp. | | | | 4 Latein<br>4 Gesch.<br>4 Deutsch | | | | | | | 14. |

| | Lehrer. | Ordinariat. | 1. I o. | 2. I u. | 3. II o. | 4. II u. | 5. III o. | 6. III u. 1. | 7. III u. 2. | 8. IV. 1. | 9. IV. 2. | 10. V. 1. | 11. V. 2. | 12. VI. | Stundenzahl. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 14 | von Jarochowski, ordentl. Lehrer. | III u. 2 | 3 Franz. | | | | | | 8 Latein<br>4 Gesch.<br>3 Franz. | | | 3 Franz. | | | 21. |
| 15 | Bartel, ordentl. Lehrer. | V. 2. | | | | 3 Franz. | | | | | 3 Franz. | | 3 Franz.<br>12 Latein<br>3 Deutsch<br>4 Geogr. | | 25. |
| 16 | Dr. Kothe, ordentl. Lehrer. | I o. | 2 Latein<br>2 Gesch.<br>1 philos. Vorp. | | | 3 Vorgl. | | 4 Gesch.<br>3 Gesch. | 3 Geol. | | | | | | 18. |
| 17 | Spratte, ordentl. Lehrer. | VI. | | | | | | | | 3 Deutsch<br>3 Gesch. | | | | 10 Latein<br>3 Deutsch<br>3 Geogr. | 29. |
| 18 | Dr. Kühn, ordentl. Lehrer. | V. 1. | | | | 3 Deutsch<br>3 Gesch. | | | 3 Deutsch<br>3 Gesch. | | | 10 Latein<br>3 Deutsch | | | 22. |
| 19 | Dr. Starker, Kandidat. | | | | | | | | | | | | | | |
| 20 | Dr. Weinel *), Kandidat. | | | | | | | | | | | | | | |
| 21 | Dr. Otto, Kandidat. | | | | | | | | | | | | | | |
| 22 | Brüer, Baukondukteur, Gesangslehrer. | | 2 St. für die Chemiker aus allen Klassen.<br>2 St. Zeichnen von Maschinenteilen. | | | | | | | 1 St. Gesang<br>1 St. Gesang für Ad. und Sopran. | | 1 Gesang | | 2 Gesang | 7. |
| 23 | Meier Sliutzki, Zeichenlehrer. | | (Facultativ: Zeichenunterricht 2 St.) | | | | (Facultativ: Zeichenunterricht 2 St.) | | | 3 Zeichn. | 3 Zeichn. | 3 Zeichn. | 3 Zeichn. | 3 Zeichn. | 14. |
| 24 | Elementarlehrer Hanke, Lehrer der Vorschule. | | | | | | | | | | | 3 Schreib. | | 3 Schreib. | 6. |

*11 und 20) Malwald und Weinel erteilen jeder noch 2 St. Unterricht im Turnen. — *19) Dr. Starker ertheilte in III U. 2 Deutsch in 2 St., in III O Geol in 2 St.
*20) Dr. Weinel ertheilte in III U. 1 Deutsch in 2 St., in III U. 2 Geol in 2 St.

TIFFEN Gray Scale
© The Tiffen Company, 2007
R G B W G K C Y M
A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19

Abhandlung zum Programm

des

# Königlichen katholischen St. Matthias-Gymnasiums

zu Breslau

über die beiden Schuljahre 1879—80 und 1880—81.

## Über die Entstehung eines Kegelschnittbüschels aus einem Strahlenbüschel nach der Methode von Newton.

Vom

Oberlehrer Professor Paul Kössler.

Breslau,
Druck von Robert Nischkowsky.
1881.

BRES
7

1881. Progr. No. 148. (1881)

# Ueber die Entstehung eines Kegelschnittbüschels aus einem Strahlenbüschel nach der Methode von Newton.

Vom **Oberlehrer Professor Kössler.**

In dem Jahresberichte des Königl. kathol. Gymnasiums zu Neisse für das Schuljahr 1873—1874 habe ich eine Diskussion über die Erzeugung der Kegelschnitte nach der Methode von Newton veröffentlicht. Ich wiederhole in § 1 die wesentlichsten Resultate jener Diskussion, weil sie der Untersuchung über Kegelschnittbüschel zur Grundlage dienen.

## § 1. Der Kegelschnitt.

Wenn sich zwei Winkel EAF $= \alpha$ und GBH $= \beta$ um ihre Scheitel A und B in derselben Ebene so drehen, dass der Durchschnittspunkt P der Schenkel AF und BG eine Gerade OQ durchläuft, dann beschreibt der Durchschnittspunkt D der Schenkel AE und BH einen durch A und B gehenden Kegelschnitt. Fig. 1.

Als Abscissenachse ist die durch A und B gehende Gerade, als Anfangspunkt rechtwinkliger Koordinaten die Mitte C der Strecke AB gewählt, CB $= +$ e, CA $= -$ e gesetzt; die Koordinaten des Punktes P heissen $\xi$, $\eta$, die des Punktes D x, y; die Gerade OQ ist durch die Gleichung

$$\eta = \xi \operatorname{tg}\gamma + e \operatorname{tg}\delta \tag{1}$$

dargestellt, worin $\gamma$ der Winkel zwischen der Geraden OQ und der Abscissenachse ist und $\delta$ einen zur Vereinfachung mancher Ausdrücke geeigneten Hilfswinkel bedeutet; die Winkel, welche AE, AF, BG, BH mit der Abscissenachse bilden, heissen bezw. $\alpha_1$, $\alpha_2$, $\beta_2$, $\beta_1$. Es ist für einen beliebigen Punkt D des Kegelschnittes und den entsprechenden Punkt P der Geraden OQ

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{y}{x+e},\ \operatorname{tg}\beta_1 = \frac{y}{x-e},\ \operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{\eta}{\xi+e},\ \operatorname{tg}\beta_2 = \frac{\eta}{\xi-e};$$

die Bedingungen, denen die Winkel $\alpha$, $\alpha_1$, $\alpha_2$, $\beta$, $\beta_1$, $\beta_2$ unterliegen, sind

$$\alpha_1 - \alpha = \alpha_2,\ \beta_1 + \beta = \beta_2.$$

Demgemäss ist

$$\frac{\operatorname{tg}\alpha_1 - \operatorname{tg}\alpha}{1 + \operatorname{tg}\alpha_1 \operatorname{tg}\alpha} = \operatorname{tg}\alpha_2,\ \frac{\operatorname{tg}\beta_1 + \operatorname{tg}\beta}{1 - \operatorname{tg}\beta_1 \operatorname{tg}\beta} = \operatorname{tg}\beta_2;$$

aus diesen beiden Gleichungen entstehen durch Einführung der bereits für $tg\alpha_1$, $tg\beta_1$, $tg\alpha_2$, $tg\beta_2$ gefundenen Ausdrücke die Gleichungen

$$(2) \qquad \frac{\frac{y}{x+e} - tg\alpha}{1 + \frac{y\,tg\alpha}{x+e}} = \frac{y - (x+e)\,tg\alpha}{x + e + y\,tg\alpha} = \frac{\eta}{\xi + e},$$

$$(3) \qquad \frac{\frac{y}{x-e} + tg\beta}{1 - \frac{y\,tg\beta}{x-e}} = \frac{y + (x-e)\,tg\beta}{x - e - y\,tg\beta} = \frac{\eta}{\xi - e}.$$

Mittels der Gleichungen (2) und (3) kann man aus den Koordinaten $\xi$, $\eta$ eines Punktes P in der Geraden OQ die Koordinaten x, y des entsprechenden Punktes D im Kegelschnitte finden. Durch Elimination von $\xi$ und $\eta$ aus den Gleichungen (1), (2) und (3) ergiebt sich als Gleichung des Kegelschnittes

$$(4) \qquad \begin{aligned} &\{y - (x+e)\,tg\alpha\}\,\{y\,[1 + tg\beta\,(tg\gamma - tg\delta)] - (x-e)\,[tg\gamma - tg\delta - tg\beta]\} \\ &+ \{y + (x-e)\,tg\beta\}\,\{y\,[1 - tg\alpha\,(tg\gamma + tg\delta)] - (x+e)\,[tg\gamma + tg\delta + tg\alpha]\} = 0. \end{aligned}$$

Diese Gleichung ist vom zweiten Grade und wird durch die Koordinaten $x = -e$, $y = 0$ des Punktes A, sowie durch die Koordinaten $x = +e$, $y = 0$ des Punktes B befriedigt, stellt daher im allgemeinen einen durch A und B gehenden Kegelschnitt dar.

Setzt man die durch die Klammern $\{\}$ eingeschlossenen Faktoren der Reihe nach gleich $L_1$, $L_2$, $M_1$, $M_2$, so nimmt die Gleichung (4) die Form an

$$L_1\,L_2 + M_1\,M_2 = 0.$$

Der Kegelschnitt geht also durch den Schnittpunkt der Geraden $L_1 = 0$ und $M_2 = 0$, $L_2 = 0$ und $M_1 = 0$, $L_1 = 0$ und $M_1 = 0$, $L_2 = 0$ und $M_2 = 0$.

Der Schnittpunkt von $L_1 = 0$ und $M_2 = 0$ ist A,
. . . . . $L_2 = 0$ . . . $M_1 = 0$ . . B,
Fig. 2. . . . . $L_1 = 0$ . . . $M_1 = 0$ . . $D_1$,
. . . . . $L_2 = 0$ . . . $M_2 = 0$ . . $D_2$.

A und B sind die Scheitel der rotierenden Winkel $\alpha$ und $\beta$; $D_1$ entspricht dem Punkte $P_1$, in welchem OQ die Abscissenachse schneidet; $D_2$ entspricht dem Punkte $P_2$ der Geraden OQ, in welchem dieselbe von der Polare des Punktes $P_1$ in Bezug auf denjenigen Kreis geschnitten wird, der die Strecke AB zum Durchmesser hat. Demnach sind vier Punkte des Kegelschnittes bestimmt. Durch $D\infty$ ist im Kegelschnitte ein fünfter Punkt bezeichnet worden, der dem unendlich entfernten Punkte $P\infty$ der Geraden OQ entspricht.

Bringt man die Gleichung (4) auf die Form

$$(5) \qquad \mathfrak{A}y^2 + 2\mathfrak{B}xy + \mathfrak{C}x^2 + 2\mathfrak{D}y + 2\mathfrak{E}x + \mathfrak{F} = 0,$$

so ist

$$\begin{aligned} \mathfrak{A} &= (tg\alpha + tg\beta)\,tg\delta + (tg\alpha - tg\beta)\,tg\gamma - 2, \\ \mathfrak{B} &= tg\alpha - tg\beta + (1 + tg\alpha\,tg\beta)\,tg\gamma, \\ \mathfrak{C} &= (tg\alpha + tg\beta)\,tg\delta - (tg\alpha - tg\beta)\,tg\gamma + 2\,tg\alpha\,tg\beta, \\ \mathfrak{D} &= e\,[tg\alpha + tg\beta + (1 - tg\alpha\,tg\beta)\,tg\delta], \\ \mathfrak{E} &= 0, \\ \mathfrak{F} &= -e^2\,[(tg\alpha + tg\beta)\,tg\delta - (tg\alpha - tg\beta)\,tg\gamma + 2\,tg\alpha\,tg\beta] = -e^2\mathfrak{C}. \end{aligned}$$

S ist ein Punkt, der zum Punkte $D_1$ in Bezug auf die Abscissenachse symmetrisch liegt. Ist die Summe der rotierenden Winkel $\alpha$ und $\beta$ kleiner als $180^0$, so befindet sich $D_1$ oberhalb, S unterhalb der Abscissenachse. Ist dagegen die Summe von $\alpha$ und $\beta$ grösser als $180^0$, so befindet sich $D_1$ unterhalb, S oberhalb der Abscissenachse. Je nachdem die Gerade OQ mit der Peripherie des Kreises SAB keinen Punkt, einen Punkt oder zwei Punkte gemein hat, ist der entsprechende Kegelschnitt eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel. Ist $\alpha + \beta = 180^0$, so liegt $D_1$, ebenso S im Unendlichen. In diesem Falle ist der Kreis SAB unendlich gross; jeder Geraden, welche die Abscissenachse schneidet, entspricht eine Hyperbel; jeder Geraden, welche der Abscissenachse parallel ist, eine Parabel; keiner Geraden eine Ellipse, nur der unendlich entfernten Geraden ein unendlich grosser Kreis. Fig. 2. Fig. 3. Fig. 4*). Fig. 2.

Liegt die Gerade OQ in unendlicher Entfernung, so ist der entsprechende Kegelschnitt ein Kreis.

Geht OQ durch den Mittelpunkt M des Kreises SAB, so entspricht ihr eine gleichseitige Hyperbel.

Geht OQ durch einen der drei Punkte S, A, B, ohne den Kreis SAB zu berühren, so reduciert sich der Kegelschnitt auf ein System zweier sich schneidenden Geraden.

Geht OQ durch einen der drei Punkte S, A, B und zugleich durch den Mittelpunkt M des Kreises SAB, so entspricht ihr ein System zweier sich rechtwinklig schneidenden Geraden.

Berührt OQ den Kreis SAB in einem der drei Punkte S, A, B, so entspricht ihr ein System zweier parallelen Geraden.

## § 2. Das Kegelschnittbüschel.

Der Mittelpunkt eines Strahlenbüschels sei P, die Koordinaten des Punktes P mögen p, q heissen. Die Gleichung eines durch den Punkt P gehenden Strahles ist

$$\eta - q = (\xi - p)\,\mathrm{tg}\gamma, \tag{6}$$

worin $\gamma$ zugleich mit der Richtung des Strahles sich ändert. Jedem Strahle des Büschels (P) entspricht ein Kegelschnitt, dessen vier Punkte D, A, B, $D_1$ bezw. dem Punkte P und den drei Schnittpunkten der Geraden BS, AS, AB mit jenem Strahle korrespondieren. Fig. 5. Aendert sich die Richtung des durch den Punkt P gehenden Strahles, so ändert sich zwar die Lage der Schnittpunkte des Strahles mit den Geraden BS, AS, AB, aber die Lage der diesen drei Schnittpunkten entsprechenden Punkte A, B, $D_1$ im Kegelschnitte bleibt ungeändert. Dem Strahlenbüschel (P) entspricht deshalb das Kegelschnittbüschel ($DABD_1$).

Nach § 1 entspricht einem Strahle, der den Kreis SAB schneidet, eine Hyperbel, in besonderen Fällen ein System zweier sich schneidenden Geraden, nämlich wenn der Strahl durch einen der drei Punkte S, A, B geht; die Hyperbel ist gleichseitig, wenn der Strahl den Mittelpunkt M des Kreises SAB enthält. Einem Strahle, welcher Tangente des Kreises SAB ist, korrespondiert eine Parabel, in besonderen Fällen ein System zweier parallelen Geraden, nämlich wenn der Strahl den Kreis SAB in einem der drei Punkte S, A, B berührt. Einem Strahle, der den Kreis SAB gar nicht trifft, entspricht eine Ellipse. Liegt

*) In allen folgenden Figuren, die zur Erläuterung dienen, sind die Winkel $\alpha$ und $\beta$ spitz gewählt, und zwar $\alpha$ grösser als $\beta$. Zur Darstellung des vollständigen, der Geraden OQ entsprechenden Kegelschnittes sind die Schenkel der Winkel $\alpha$ und $\beta$ samt ihren Verlängerungen über die Scheitel A und B hinaus erforderlich.

der Mittelpunkt eines Strahlenbüschels in unendlicher Entfernung, besteht also dasselbe aus parallelen Geraden, so entspricht dem unendlich entfernten Strahle ein Kreis.

Demgemäss lässt sich die Zusammensetzung eines Kegelschnittbüschels, welches aus einem Strahlenbüschel entsteht, leicht erkennen. Liegt der Mittelpunkt des Strahlenbüschels (P) ausserhalb des Kreises SAB, so besteht das entsprechende Kegelschnittbüschel ($DABD_1$) aus Ellipsen, Hyperbeln und zwei Parabeln; ein Kreis kann als besonderer Fall der Ellipse im Kegelschnittbüschel nur dann auftreten, wenn das Strahlenbüschel einen unendlich entfernten Strahl enthält, also der Mittelpunkt des Strahlenbüschels in unendlicher Entfernung liegt, d. h. wenn das Strahlenbüschel ein System von parallelen Geraden ist. Befindet sich der Mittelpunkt des Strahlenbüschels (P) in der Peripherie des Kreises SAB, so ist das Kegelschnittbüschel ($DABD_1$) aus Hyperbeln und einer Parabel zusammengesetzt. Wird der Mittelpunkt des Strahlenbüschels (P) von der Peripherie des Kreises SAB eingeschlossen, so enthält das Kegelschnittbüschel ($DABD_1$) lauter Hyperbeln. Das Kegelschnittbüschel kann als besonderen Fall der Hyperbel ein System zweier sich schneidenden Geraden, als besonderen Fall der Parabel ein System zweier parallelen Geraden darbieten, was bereits erörtert ist.

## § 3. Der Mittelpunktskegelschnitt.

Der Mittelpunkt X, Y eines Kegelschnittes des Büschels ($DABD_1$) wird durch die Gleichungen

$$\mathfrak{A}Y + \mathfrak{B}X + \mathfrak{D} = o \text{ und} \tag{7}$$

$$\mathfrak{B}Y + \mathfrak{C}X = o \tag{8}$$

bestimmt, worin der Gleichung (5) gemäss

$$\begin{aligned}
\mathfrak{A} &= (tg\alpha + tg\beta)\,tg\delta + (tg\alpha - tg\beta)\,tg\gamma - 2,\\
\mathfrak{B} &= tg\alpha - tg\beta + (1 + tg\alpha\, tg\beta)\,tg\gamma,\\
\mathfrak{C} &= (tg\alpha + tg\beta)\,tg\delta - (tg\alpha - tg\beta)\,tg\gamma + 2\,tg\alpha\, tg\beta,\\
\mathfrak{D} &= e\,[tg\alpha + tg\beta + (1 - tg\alpha\, tg\beta)\,tg\delta]
\end{aligned}$$

ist. Eliminiert man aus den Gleichungen (7) und (8) die für das Strahlenbüschel (P) veränderliche Grösse $tg\gamma$, so erhält man für den Mittelpunktskegelschnitt, d. h. für den Ort der Mittelpunkte der zum Büschel ($DABD_1$) gehörenden Kegelschnitte, eine Gleichung von der Form

$$aY^2 + 2bXY + cX^2 + 2dY + 2gX = o, \tag{9}$$

worin

$$a = \frac{q}{e}(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha\, tg\beta) + \frac{p}{e}(tg^2\alpha - tg^2\beta) - (tg\alpha - tg\beta)^2 - 2(1 + tg\alpha\, tg\beta),$$

$$b = -\left[\frac{q}{e}(tg^2\alpha - tg^2\beta) - \frac{p}{e}(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha\, tg\beta) - (tg\alpha - tg\beta)(1 - tg\alpha\, tg\beta)\right],$$

$$c = -\left[\frac{q}{e}(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha\, tg\beta) + \frac{p}{e}(tg^2\alpha - tg^2\beta) + (tg\alpha - tg\beta)^2 + 2(1 + tg\alpha\, tg\beta)\,tg\alpha\, tg\beta\right],$$

$$d = \frac{1}{2}\left[q(1 - tg^2\alpha\, tg^2\beta) + p(tg\alpha - tg\beta)(1 - tg\alpha\, tg\beta) + e(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha\, tg\beta)\right],$$

$$g = -\frac{1}{2}\left[q(tg\alpha - tg\beta)(1 - tg\alpha\, tg\beta) + p\{(tg\alpha + tg\beta)^2 - 2(1 - tg\alpha\, tg\beta)\,tg\alpha\, tg\beta\} + e(tg^2\alpha - tg^2\beta)\right]$$

ist, oder

$$a = \frac{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha\, tg\beta)}{e}\left[q + p\,tg(\alpha - \beta) - \frac{e(tg^2\alpha + tg^2\beta + 2)}{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha\, tg\beta)}\right],$$

$$b = -\frac{(tg^2\alpha - tg^2\beta)}{e}\left[q - \frac{p}{tg(\alpha-\beta)} - \frac{e}{tg(\alpha+\beta)}\right],$$

$$c = -\frac{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha\, tg\beta)}{e}\left[q + p\,tg(\alpha-\beta) + \frac{e(tg^2\alpha + tg^2\beta + 2\,tg^2\alpha\, tg^2\beta)}{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha\, tg\beta)}\right],$$

$$d = \frac{1 - tg^2\alpha\, tg^2\beta}{2}\left[q + p\,tg(\alpha-\beta) + e\,tg(\alpha+\beta)\right],$$

$$g = -\frac{(tg\alpha - tg\beta)(1 - tg\alpha\, tg\beta)}{2}\left[q + \frac{p(tg^2\alpha + tg^2\beta + 2\,tg^2\alpha\, tg^2\beta)}{(tg\alpha - tg\beta)(1 - tg\alpha\, tg\beta)} + e\,tg(\alpha+\beta)\right].$$

Der Abkürzung wegen sei in den folgenden Bemerkungen

$$a' = y + x\,tg(\alpha-\beta) - \frac{e(tg^2\alpha + tg^2\beta + 2)}{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha\, tg\beta)},\quad b' = y - \frac{x}{tg(\alpha-\beta)} - \frac{e}{tg(\alpha+\beta)},$$

$$c' = y + x\,tg(\alpha-\beta) + \frac{e(tg^2\alpha + tg^2\beta + 2\,tg^2\alpha\, tg^2\beta)}{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha\, tg\beta)},\quad d' = y + x\,tg(\alpha-\beta) + e\,tg(\alpha+\beta),$$

$$g' = y + \frac{x(tg^2\alpha + tg^2\beta + 2\,tg^2\alpha\, tg^2\beta)}{(tg\alpha - tg\beta)(1 - tg\alpha\, tg\beta)} + e\,tg(\alpha+\beta).$$

$a' = o$, $b' = o$, $c' = o$, $d' = o$, $g' = o$ sind die Gleichungen von fünf verschiedenen Geraden. Die erste ($a' = o$) ist die Tangente des Kreises SAB im Punkte $S_1$, der dem Punkte S diametral gegenüberliegt; die zweite ($b' = o$) ist die durch S und $S_1$ gelegte Gerade; die dritte ($c' = o$) ist die Tangente des Kreises SAB im Punkte S; die vierte Fig. 6.
($d' = o$) geht durch den Schnittpunkt S′ der Tangenten des Kreises SAB in A und B und ist der Tangente des Kreises in S parallel; die fünfte ($g' = o$) geht durch die Punkte S und S′.

Die in die Klammern [ ] eingeschlossenen Faktoren von a, b, c, d, g können zur Diskussion besonderer Lagen des Punktes P in Bezug auf die genannten fünf Geraden dienen. Berücksichtigt man, dass die ausserhalb der Klammern [ ] stehenden Faktoren im allgemeinen von o verschieden sind, so gelangt man zu folgenden Ergebnissen:

$a = o$ bedeutet, dass der Punkt P in der ersten Geraden liegt,
$b = o$ . . . . . zweiten . . . .,
$c = o$ . . . . . dritten . . . .,
$d = o$ . . . . . vierten . . . .,
$g = o$ . . . . . fünften . . . ..

Der durch die Gleichung (9) dargestellte Kegelschnitt geht durch die Winkelpunkte dreier Parallelogramme: JUCN, EVHT, FKLG. Die Punkte J, C, E, H, F, L sind bezw. Fig. 5.
die Mitten der Strecken $DD_1$, AB, $AD_1$, BD, $BD_1$, AD; die Punkte U, V, K sind bezw. die Schnittpunkte der Geraden AB und $DD_1$, $AD_1$ und BD, AD und $BD_1$; die Punkte N, T, G sind die vierten Winkelpunkte derjenigen Parallelogramme, welche nach der in Fig. 5 veranschaulichten Konstruktion aus den Dreiecken JUC, EVH, FKL durch deren Ergänzung erhalten werden. Dass der Kegelschnitt (9) durch die genannten zwölf Punkte geht, ist leicht einzusehen, wenn man von dem vollständigen Vierecke $ABDD_1VU$ die Geraden VA und VB, oder UA und $UD_1$, oder AD und $BD_1$ zu Koordinatenachsen wählt und die Gleichung für den Ort der Mittelpunkte jener Kegelschnitte sucht, welche durch die Punkte D, A, B, $D_1$ gelegt werden können*).

*) Vergl. Plücker, Analytisch-geometrische Entwicklungen, Essen 1828, Band I, Seite 204, § 326; desgl. Magnus, Sammlung von Aufgaben und Lehrsätzen aus der analytischen Geometrie, Berlin 1833, Seite 153, Aufgabe 60.

Der Durchschnittspunkt der Diagonalen irgend eines der drei Parallelogramme JUCN, EVHT, FKLG ist der Mittelpunkt des Kegelschnittes (9); es ist also auch die Mitte jeder Diagonale in einem dieser drei Parallelogramme Mittelpunkt des durch die Gleichung (9) dargestellten Kegelschnittes. Die Winkel, welche die Achsen des Kegelschnittes (9) mit der Abscissenachse bilden, mögen $\varphi$ und $90^0 + \varphi$ heissen. Es ist

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \operatorname{tg}(180^0 + 2\varphi) = \frac{2b}{c-a} = \frac{[q \operatorname{tg}(\alpha-\beta) - p] \operatorname{tg}(\alpha+\beta) - e \operatorname{tg}(\alpha-\beta)}{[q + p \operatorname{tg}(\alpha-\beta)] \operatorname{tg}(\alpha+\beta) - e}.$$

Nennt man den Winkel zwischen dem Strahle PM und der Geraden $SS_1$ $\omega$, so erhält man, da der Strahl PM durch die Gleichung

$$y - \frac{[q \operatorname{tg}(\alpha+\beta) - e]\, x}{p \operatorname{tg}(\alpha+\beta)} - \frac{e}{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)} = o$$

und die Gerade $SS_1$ durch die Gleichung

$$y - \frac{x}{\operatorname{tg}(\alpha-\beta)} - \frac{e}{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)} = o$$

ausgedrückt wird, für $\operatorname{tg}\omega$ denselben Wert wie für $\operatorname{tg} 2\varphi$; also ist $\varphi = \frac{\omega}{2}$. Daraus folgt, dass die Halbierungslinien der Nebenwinkel $PMS_1$ und PMS mit $SS_1$ Winkel von derselben Grösse einschliessen, wie die Achsen des Kegelschnittes (9) mit der Abscissenachse. Liegt der Punkt P in der Geraden $SS_1$, so sind die Achsen des Kegelschnittes (9) den Koordinatenachsen parallel.

Der Mittelpunktskegelschnitt (9) kann unter verschiedenen Bedingungen ein System zweier Geraden, eine Ellipse, ein Kreis, eine Parabel, eine Hyperbel sein.

## § 4. Bedingung, dass der Mittelpunktskegelschnitt ein System zweier Geraden ist.

Der Mittelpunktskegelschnitt ist ein System zweier Geraden, wenn der Mittelpunkt des Strahlenbüschels (P) in einer der drei Tangenten liegt, welche den Kreis SAB in den Punkten S, A, B berühren.

Aus der Gleichung (9)

$$aY^2 + 2bXY + cX^2 + 2dY + 2gX = o$$

folgt

$$(10) \qquad Y = -\frac{bx + d}{a} \pm \frac{1}{a} \sqrt{(b^2 - ac) X^2 + 2 (bd - ag) X + d^2}.$$

Die Gleichung (9) bedeutet ein System zweier Geraden, wenn

$$(bd - ag)^2 = (b^2 - ac)d^2 \text{ oder } a(cd^2 + ag^2 - 2bdg) = o$$

ist.

I. Es sei $a \gtrless o$ und $cd^2 + ag^2 - 2bdg = o$.

Benützt man die für a, b, c, d, g in § 3 gefundenen Werte, so ergiebt sich

$$cd^2 = -\frac{(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)(1 + \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta)(1 - \operatorname{tg}^2\alpha \operatorname{tg}^2\beta)^2}{4e} \lambda [q + p \operatorname{tg}(\alpha-\beta) + e \operatorname{tg}(\alpha+\beta)]^2,$$

worin

$$\lambda = q + p \operatorname{tg}(\alpha-\beta) + \frac{e(\operatorname{tg}^2\alpha + \operatorname{tg}^2\beta + 2 \operatorname{tg}^2\alpha \operatorname{tg}^2\beta)}{(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)(1 + \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta)}$$

ist; ferner

$$ag - 2bd$$

$$= \frac{(tg^2\alpha - tg^2\beta)(1 - tg^2\alpha\, tg^2\beta)}{2e} \left\{ \begin{array}{l} q^2 + pq\left[tg(\alpha-\beta) - \frac{tg^2\alpha + tg^2\beta + 2}{(tg\alpha - tg\beta)(1 - tg\alpha tg\beta)}\right] - \frac{p^2(tg^2\alpha + tg^2\beta + 2)\, tg(\alpha-\beta)}{(tg\alpha - tg\beta)(1 - tg\alpha tg\beta)} \\ \qquad + eq\left[tg(\alpha+\beta) + \frac{tg^2\alpha + tg^2\beta + 2\, tg^2\alpha\, tg^2\beta}{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha tg\beta)}\right] \\ + ep\left[tg(\alpha+\beta)\, tg(\alpha-\beta) - \frac{(tg^2\alpha + tg^2\beta + 2tg^2\alpha\, tg^2\beta)(tg^2\alpha + tg^2\beta + 2)}{(tg^2\alpha - tg^2\beta)(1 - tg^2\alpha\, tg^2\beta)}\right] \\ \qquad + \frac{e^2 tg(\alpha+\beta)(tg^2\alpha + tg^2\beta + 2\, tg^2\alpha\, tg^2\beta)}{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha tg\beta)} \end{array} \right\}$$

$$= \frac{(tg^2\alpha - tg^2\beta)(1 - tg^2\alpha\, tg^2\beta)}{2e} \lambda \left[q - \frac{p(tg^2\alpha + tg^2\beta + 2)}{(tg\alpha - tg\beta)(1 - tg\alpha tg\beta)} + e\, tg(\alpha+\beta)\right];$$

folglich

$$cd^2 + ag^2 - 2bdg = cd^2 + (ag - 2bd)g$$

$$= -\frac{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha tg\beta)(1 - tg\alpha tg\beta)^2}{4e} \lambda \Big\{(1 + tg\alpha\, tg\beta)^2 [q + p\, tg(\alpha-\beta) + e\, tg(\alpha+\beta)]^2$$

$$+ (tg\alpha - tg\beta)^2 \left[q - \frac{p(tg^2\alpha + tg^2\beta + 2)}{(tg\alpha - tg\beta)(1 - tg\alpha tg\beta)} + e\, tg(\alpha+\beta)\right]\left[q + \frac{p(tg^2\alpha + tg^2\beta + 2\, tg^2\alpha\, tg^2\beta)}{(tg\alpha - tg\beta)(1 - tg\alpha tg\beta)} + e\, tg(\alpha+\beta)\right]\Big\}$$

$$= -\frac{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha tg\beta)(1 - tg\alpha tg\beta)^2(1 + tg^2\alpha)(1 + tg^2\beta)}{4e} \lambda [q^2 - p^2 tg^2(\alpha+\beta) + 2eq\, tg(\alpha+\beta) + e^2 tg^2(\alpha+\beta)]$$

$$= -\frac{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha tg\beta)(1 - tg\alpha tg\beta)^2(1 + tg^2\alpha)(1 + tg^2\beta)}{4e} \lambda [q + (p + e)tg(\alpha+\beta)] \times [q - (p - e)tg(\alpha+\beta)].$$

Setzt man

$$-\frac{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha tg\beta)(1 - tg\alpha tg\beta)^2(1 + tg^2\alpha)(1 + tg^2\beta)}{4e} = \varkappa,$$

$$q + (p + e)tg(\alpha+\beta) = \mu, \quad q - (p - e)tg(\alpha+\beta) = \nu,$$

so ist

(11) $$cd^2 + ag^2 - 2bdg = \varkappa\lambda\mu\nu = o$$

die Bedingung dafür, dass die Gleichung (9) ein System zweier Geraden darstellt. Der Gleichung (11) wird genügt, wenn einer von den vier Faktoren $\varkappa$, $\lambda$, $\mu$, $\nu = o$ ist. Da der Faktor $\varkappa$ weder p, noch q enthält, so übt er keinen Einfluss auf die Lage des Strahlenbüschels (P) aus; es sind also für die Lage des Strahlenbüschels nur die Faktoren $\lambda$, $\mu$, $\nu$ entscheidend.

Der Abkürzung wegen sei

$$\lambda' = y + x\, tg(\alpha-\beta) + \frac{e(tg^2\alpha + tg^2\beta + 2\, tg^2\alpha\, tg^2\beta)}{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha tg\beta)}, \quad \mu' = y + (x + e)tg(\alpha+\beta), \quad \nu' = y - (x - e)tg(\alpha+\beta).$$

Die Gleichungen

$$\lambda' = o, \qquad \mu' = o, \qquad \nu' = o^{*})$$

bedeuten drei gerade Linien

A'B', B'S', A'S', Fig. 6.

welche den Kreis SAB bezw. in den Punkten

S, A, B

berühren; daher ist

*) Die Gerade $\lambda' = o$ ist mit der Geraden $c' = o$ identisch.

$\lambda = o$ die Bedingung, dass der Mittelpunkt des Strahlenbüschels (P) in A'B' liegt,
$\mu = o$ . . . . . B'S' . .,
$\nu = o$ . . . . . A'S' . ..

1) $\lambda = o$,

d. h. der Punkt P liegt in der Tangente A'B'.

Dieser Bedingung zufolge ist

$$a = -2(1+tg^2\alpha)(1+tg^2\beta),\quad b = \frac{(1+tg^2\alpha)(1+tg^2\beta)[p(tg\alpha+tg\beta)+e(tg\alpha-tg\beta)]}{e(1+tg\alpha tg\beta)},\quad c = o,$$

$$d = \frac{e\,tg\alpha tg\beta(1+tg^2\alpha)(1+tg^2\beta)}{tg\alpha+tg\beta},\quad g = -\frac{tg\alpha tg\beta(1+tg^2\alpha)(1+tg^2\beta)(tg\alpha-tg\beta)}{1+tg\alpha tg\beta}\left[\frac{p}{tg\alpha-tg\beta}+\frac{e}{tg\alpha+tg\beta}\right],$$

und die Gleichung (9) für den Ort der Mittelpunkte der zum Büschel ($DABD_1$) gehörigen Kegelschnitte nimmt nach der Division durch den Faktor a die Form an

$$(12)\qquad \left\{Y-\frac{e\,tg\alpha tg\beta}{tg\alpha+tg\beta}\right\}\left\{Y-\frac{X[p(tg\alpha+tg\beta)+e(tg\alpha-tg\beta)]}{e(1+tg\alpha tg\beta)}\right\} = o.$$

Diese Gleichung stellt ein System zweier Geraden dar, von denen die eine durch die Mitten der Strecken $AD_1$ und $BD_1$ geht, daher der Geraden AB parallel ist, die andere die Strecken AB und $DD_1$ halbiert. Die Punkte D, A, B, $D_1$, durch welche das Kegelschnittbüschel bestimmt wird, sind Winkelpunkte eines Trapezes, in dem die parallelen Seiten AB und $DD_1$ heissen. — Sucht man mittels der Gleichungen (2) und (3) den dem Punkte P entsprechenden Punkt D, wenn P in der Tangente A'B' liegt, so ergiebt sich für die Ordinate des Punktes D derselbe Wert $\frac{2\,e\,tg\alpha\,tg\beta}{tg\alpha+tg\beta}$, wie für die Ordinate des Punktes $D_1$, deshalb ist $DD_1$ parallel AB.

2) $\mu = o$,

d. h. der Punkt P liegt in der Tangente B'S'.

Dann ist

$$a = -\frac{2(tg\alpha+tg\beta)(1+tg^2\alpha)}{e(1-tg\alpha tg\beta)}\left[p\,tg\beta+\frac{e(1+tg^2\beta)}{tg\alpha+tg\beta}\right],\quad b = \frac{(tg^2\alpha-tg^2\beta)(1+tg^2\alpha)}{e(1-tg\alpha tg\beta)}\left[\frac{p(1-tg^2\beta)}{tg\alpha-tg\beta}+\frac{e(1+tg^2\beta)}{tg\alpha+tg\beta}\right],$$

$$c = \frac{2(tg\alpha+tg\beta)(1+tg^2\alpha)}{e(1-tg\alpha tg\beta)}\left[p\,tg\beta+\frac{e\,tg\alpha tg\beta(1+tg^2\beta)}{tg\alpha+tg\beta}\right],\quad d = -p\,tg\beta(1+tg^2\alpha),\quad g = -p\,tg^2\beta(1+tg^2\alpha);$$

folglich geht die Gleichung (9) nach der Division durch den Faktor a über in

$$(13)\quad \{Y+X\,tg\beta\}\left\{Y-X\left[\frac{p(tg\alpha+tg\beta)+e\,tg\alpha(1+tg^2\beta)}{p\,tg\beta(tg\alpha+tg\beta)+e(1+tg^2\beta)}\right]+\frac{e\,p\,tg\beta(1-tg\alpha tg\beta)}{p\,tg\beta(tg\alpha+tg\beta)+e(1+tg^2\beta)}\right\} = o$$

und bedeutet ein System zweier Geraden, von denen die eine durch die Mitten der Strecken AB und $AD_1$ geht, deshalb der Geraden $BD_1$ parallel ist, die andere die Strecken $BD_1$ und AD halbiert. D, A, B, $D_1$ sind die Winkelpunkte eines Trapezes, in welchem die parallelen Seiten $BD_1$ und AD heissen. — Sucht man den dem Punkte P entsprechenden Punkt D, wenn P in der Tangente B'S' liegt, so findet man mittels der Gleichung (2), dass der Punkt D in der Geraden $y+(x+e)tg\beta = o$ liegt, welche durch A geht und $BD_1$ parallel ist.

3) $\nu = o$,

d. h. der Punkt P liegt in der Tangente A'S'.

Demgemäss ist

$$a = \frac{2(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg^2\beta)}{e(1 - tg\alpha\, tg\beta)}\left[p\, tg\alpha - \frac{e(1 + tg^2\alpha)}{tg\alpha + tg\beta}\right],\ b = \frac{(tg^2\alpha - tg^2\beta)(1 + tg^2\beta)}{e(1 - tg\alpha\, tg\beta)}\left[\frac{p(1 - tg^2\alpha)}{tg\alpha - tg\beta} + \frac{e(1 + tg^2\alpha)}{tg\alpha + tg\beta}\right],$$

$$c = -\frac{2(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg^2\beta)}{e(1 - tg\alpha\, tg\beta)}\left[p\, tg\alpha - \frac{e\, tg\alpha\, tg\beta\,(1 + tg^2\alpha)}{tg\alpha + tg\beta}\right],\ d = p\, tg\alpha(1 + tg^2\beta),\ g = -p\, tg^2\alpha(1 + tg^2\beta),$$

und aus der Gleichung (9) entsteht nach der Division durch den Faktor a

$$(14)\ \left\{Y - X\, tg\alpha\right\}\left\{Y + X\left[\frac{p(tg\alpha + tg\beta) - e\, tg\beta\,(1 + tg^2\alpha)}{p\, tg\alpha(tg\alpha + tg\beta) - e(1 + tg^2\alpha)}\right] + \frac{e\, p\, tg\alpha(1 - tg\alpha\, tg\beta)}{p\, tg\alpha(tg\alpha + tg\beta) - e(1 + tg^2\alpha)}\right\} = o.$$

Diese Gleichung stellt ein System zweier Geraden dar, von denen die eine durch die Mitten der Strecken AB und $BD_1$ geht, demnach der Geraden $AD_1$ parallel ist, die andere durch die Mitten der Strecken $AD_1$ und BD geht. Die das Kegelschnittbüschel bestimmenden Punkte D, A, B, $D_1$ sind die Winkelpunkte eines Trapezes, in welchem $AD_1$ parallel BD ist. — Aus der Gleichung (3) folgt, dass der dem Punkte P entsprechende Punkt D in der Geraden $y - (x - e)\, tg\alpha = o$ sich befindet, welche durch B geht und $AD_1$ parallel ist.

4) Besondere Fälle.

Wenn der Mittelpunkt des Strahlenbüschels (P) ein Winkelpunkt des von den Tangenten A'B', A'S', B'S' eingeschlossenen Dreiecks ist, so sind die vier das entsprechende Kegelschnittbüschel bestimmenden Punkte die Winkelpunkte eines Parallelogramms. Dies ergiebt sich durch Kombination je zweier der drei bisher untersuchten Fälle.

Dem Strahlenbüschel (B') entspricht das Kegelschnittbüschel ($B''ABD_1$),
. . . . . (A') . . . . . ($A''BAD_1$), Fig. 6.
. . . . . (S') . . . . . ($S''AD_1B$).

Der Ort der Kegelschnittmittelpunkte eines solchen Büschels ist ein System zweier Geraden, welche je zwei Gegenseiten des entsprechenden Parallelogramms halbieren.

Ist der Mittelpunkt des Strahlenbüschels (P) einer der drei Punkte S, A, B, so liegt wegen der Gleichungen (2) und (3) der dem Punkte P entsprechende Punkt D in einer der Geraden AB, $BD_1$, $AD_1$, und zwar in unendlicher Entfernung. Vergl. § 5.

Im ersten Falle ist

$$p = -\frac{e(tg\alpha - tg\beta)}{tg\alpha + tg\beta},\ q = -\frac{2\, e\, tg\alpha\, tg\beta}{tg\alpha + tg\beta};$$

deshalb liegen die drei Punkte A, B, D in einer Geraden und die Gleichung (9) geht über in

$$Y\left\{Y - \frac{e\, tg\alpha\, tg\beta}{tg\alpha + tg\beta}\right\} = o.$$

Im zweiten Falle ist

$$p = -e,\ q = o;$$

deshalb liegen die drei Punkte $D_1$, B, D in einer Geraden und die Gleichung (9) nimmt die Form an

$$\{Y + X\, tg\beta\}\{Y + (X - e)\, tg\beta\} = o.$$

Im dritten Falle ist

$$p = e,\ q = o;$$

deshalb liegen die Punkte $D_1$, A, D in einer Geraden und die Gleichung (9) verwandelt sich in

$$\{Y - X\,tg\alpha\}\{Y - (X + e)\,tg\alpha\} = o.\ ^{*)}$$

Es ist also in jedem dieser drei speciellen Fälle der Mittelpunktskegelschnitt ein System zweier parallelen Geraden, und zwar enthält das System: im ersten Falle die Gerade AB und die Gerade, welche die Strecken $AD_1$ und $BD_1$ halbiert; im zweiten Falle die Gerade $D_1B$ und die Gerade, welche die Strecken $AD_1$ und AB halbiert; im dritten Falle die Gerade $AD_1$ und die Gerade, welche die Strecken BA und $BD_1$ halbiert.

II. Es sei $a = o$.

Die Gleichung (9) geht dann über in

$$2bXY + cX^2 + 2dY + 2gX = o, \tag{15}$$

folglich ist

$$X = -\frac{bY + g}{c} \pm \frac{1}{c}\sqrt{b^2Y^2 + 2(bg - cd)Y + g^2}.$$

Soll die Gleichung (15) ein System zweier Geraden darstellen, so muss

$$(bg - cd)^2 = b^2g^2 \text{ oder } cd\,(cd - 2bg) = o$$

sein. Wegen $a = o$ ist $q + p\,tg(\alpha - \beta) - \frac{e(tg^2\alpha + tg^2\beta + 2)}{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha\,tg\beta)} = o$, folglich

$q = -p\,tg(\alpha - \beta) + \frac{e(tg^2\alpha + tg^2\beta + 2)}{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha\,tg\beta)}$; deshalb ist

$$b = \frac{(1 + tg^2\alpha)(1 + tg^2\beta)}{e(1 + tg\alpha\,tg\beta)}[p(tg\alpha + tg\beta) - e(tg\alpha - tg\beta)],$$

$$c = -2(1 + tg^2\alpha)(1 + tg^2\beta),\ d = \frac{e(1 + tg^2\alpha)(1 + tg^2\beta)}{tg\alpha + tg\beta},$$

$$g = -tg(\alpha - \beta)(1 + tg^2\alpha)(1 + tg^2\beta)\left[\frac{p\,tg\alpha\,tg\beta}{tg\alpha - tg\beta} + \frac{e}{tg\alpha + tg\beta}\right].$$

Die Werte von c und d sind, da $\alpha$ und $\beta$ als konstante Grössen gelten, von o verschieden; die Bedingung

$$cd\,(cd - 2bg) = o$$

kann also nur erfüllt werden, wenn $cd - 2bg = o$ ist. Aus

---

*) Im ersten Falle reduciert sich, wenn man

$$\xi = p = -\frac{e(tg\alpha - tg\beta)}{tg\alpha + tg\beta},\ \eta = q = -\frac{2e\,tg\alpha\,tg\beta}{tg\alpha + tg\beta}$$

setzt, die Gleichung (2) auf $\frac{y - (x + e)\,tg\alpha}{x + e + y\,tg\alpha} = -tg\alpha$ oder $y(1 + tg^2\alpha) = o$,

die Gleichung (3) auf $\frac{y + (x - e)\,tg\beta}{x - e - y\,tg\beta} = tg\beta$ oder $y(1 + tg^2\beta) = o$.

Im zweiten Falle geht, wenn man

$$\xi = p = -e,\ \eta = q = o$$

setzt, die Gleichung (3) in $y + (x - e)\,tg\beta = o$ über.

Im dritten Falle entsteht, wenn

$$\xi = p = e,\ \eta = q = o$$

gesetzt wird, aus der Gleichung (2) $\quad y - (x + e)\,tg\alpha = o.$

$$cd - 2bg = p^2 + pe\,\frac{(tg\alpha - tg\beta)\,(1 - tg\alpha\,tg\beta)}{(tg\alpha + tg\beta)\,tg\alpha\,tg\beta} - \frac{e^2(1 + tg^2\alpha)\,(1 + tg^2\beta)}{(tg\alpha + tg\beta)^2\,tg\alpha\,tg\beta} = o$$

resultiert

$$p = -\frac{e(tg\alpha - tg\beta)\,(1 - tg\alpha\,tg\beta)}{2(tg\alpha + tg\beta)\,tg\alpha\,tg\beta} \pm \frac{e(tg\alpha + tg\beta)\,(1 + tg\alpha\,tg\beta)}{2(tg\alpha + tg\beta)\,tg\alpha\,tg\beta}.$$

Der eine Wert von p, $\frac{e(1 + tg^2\alpha)}{tg\alpha(tg\alpha + tg\beta)}$, bezieht sich auf den Schnittpunkt der Geraden $a' = o$ und der Tangente $\nu' = o$; der andere Wert von p, $-\frac{e(1 + tg^2\beta)}{tg\beta(tg\alpha + tg\beta)}$, auf den Schnittpunkt der Geraden $a' = o$ und der Tangente $\mu' = o$.

1) Ist der Mittelpunkt des Strahlenbüschels (P) der Schnittpunkt der Geraden $a' = o$ und $\nu' = o$, d. h. der Tangenten des Kreises SAB Fig. 6 in $S_1$ und B, so lässt sich die Gleichung (9) für den Mittelpunktskegelschnitt auf

$$\left\{Y - X\,tg\alpha\right\}\left\{X + \frac{e\,tg\alpha}{tg\alpha + tg\beta}\right\} = o$$

reducieren und bedeutet ein System zweier Geraden, von denen die erstere, $Y - X\,tg\alpha = o$, durch die Mitten der Strecken BA und $BD_1$ geht, die letztere, $X + \frac{e\,tg\alpha}{tg\alpha + tg\beta} = o$, die Strecke $AD_1$ halbiert und auf AB senkrecht steht.

2) Ist der Mittelpunkt des Strahlenbüschels (P) der Schnittpunkt der Geraden $a' = o$ und $\mu' = o$, d. h. der Tangenten des Kreises SAB in $S_1$ und A, so nimmt die Gleichung (9) für den Mittelpunktskegelschnitt die Form an

$$\left\{Y + X\,tg\beta\right\}\left\{X - \frac{e\,tg\beta}{tg\alpha + tg\beta}\right\} = o$$

und bedeutet ein System zweier Geraden, von denen die eine, $Y + X\,tg\beta = o$, durch die Mitten der Strecken AB und $AD_1$ geht, die andere, $X - \frac{e\,tg\beta}{tg\alpha + tg\beta} = o$, die Strecke $BD_1$ halbiert und auf AB senkrecht steht.

3) Nahe liegt die Frage nach dem Mittelpunktskegelschnitte des Kegelschnittbüschels ($DABD_1$), wenn der Mittelpunkt des Strahlenbüschels (P) der gemeinsame Punkt der Geraden $a' = o$ und $\lambda' = o$, d. h. der Tangenten des Kreises SAB in $S_1$ und S ist. Da die beiden Geraden $a' = o$ und $\lambda' = o$ parallel sind, so ist ihr gemeinsamer Punkt der unendlich entfernte Punkt der einen, sowie der anderen. Wenn nun der Mittelpunkt des Strahlenbüschels (P) dieser unendlich entfernte Punkt ist, so sind alle Strahlen der Geraden $a' = o$, sowie der Geraden $\lambda' = o$ parallel. Die Gleichung (15) für den Mittelpunktskegelschnitt lässt sich zunächst in der Form schreiben

$$XY + \frac{c}{2b}X^2 + \frac{d}{b}Y + \frac{g}{b}X = o.$$

Wegen $a = o$ ist

$$\frac{c}{2b} = -\frac{e(1 + tg\alpha\,tg\beta)}{p(tg\alpha + tg\beta) - e(tg\alpha - tg\beta)},\quad \frac{d}{b} = \frac{e^2(1 + tg\alpha\,tg\beta)}{(tg\alpha + tg\beta)\,[p(tg\alpha + tg\beta) - e(tg\alpha - tg\beta)]},$$

$$\frac{g}{b} = -\frac{e}{tg\alpha + tg\beta}\left[\frac{tg\alpha\,tg\beta(tg\alpha + tg\beta) + \frac{e}{p}(tg\alpha - tg\beta)}{tg\alpha + tg\beta - \frac{e}{p}(tg\alpha - tg\beta)}\right].$$

Setzt man jetzt p, die Abscisse des unendlich entfernten Punktes P, gleich $\infty$, so wird

$$\frac{c}{2b} = o, \frac{d}{b} = o, \frac{g}{b} = -\frac{e\,tg\alpha\,tg\beta}{tg\alpha + tg\beta},$$

folglich verwandelt sich die Gleichung des Mittelpunktskegelschnittes in

$$XY - \frac{e\,tg\alpha\,tg\beta}{tg\alpha + tg\beta} X = X \left\{Y - \frac{e\,tg\alpha\,tg\beta}{tg\alpha + tg\beta}\right\} = o$$

und bedeutet ein System zweier Geraden; $X = o$ ist die Ordinatenachse, $Y - \frac{e\,tg\alpha\,tg\beta}{tg\alpha + tg\beta} = o$ die Gerade, welche die Strecken $AD_1$ und $BD_1$ halbiert; diese beiden Geraden stehen auf einander senkrecht.

Demnach ist dargethan, dass der Mittelpunktskegelschnitt nur dann ein System zweier Geraden ist, wenn der Mittelpunkt des Strahlenbüschels in einer der drei Tangenten liegt, welche den Kreis SAB in den Punkten S, A, B berühren.

## § 5. Bedingung, dass der Mittelpunktskegelschnitt eine Ellipse, Parabel oder Hyperbel ist.

Die Form des Mittelpunktskegelschnittes ist durch die Lage bedingt, welche der Mittelpunkt P des Strahlenbüschels zum Kreise SAB hat.

Der Mittelpunktskegelschnitt ist eine Ellipse, wenn der Punkt P von der Peripherie des Kreises SAB umschlossen wird; der Mittelpunktskegelschnitt ist eine Parabel, wenn der Punkt P in der Peripherie des Kreises SAB liegt, aber keiner der Punkte S, A, B selbst ist; der Mittelpunktskegelschnitt ist eine Hyperbel, wenn der Punkt P ausserhalb des Kreises SAB liegt, jedoch in keiner der drei Tangenten enthalten ist, welche diesen Kreis in S, A, B berühren.

Zur Beurteilung der Form des Mittelpunktskegelschnittes beachte man den Ausdruck $b^2 - ac$. Führt man die Werte von a, b, c nach § 3 ein, so ergiebt sich

$$b^2 - ac = \frac{(tg\alpha + tg\beta)^2\,(1 + tg^2\alpha)\,(1 + tg^2\beta)}{e^2}\left[q^2 + p^2 - \frac{2\,eq}{tg\,(\alpha + \beta)} - e^2\right].$$

Die Gleichung des Kreises SAB ist

$$y^2 + x^2 - \frac{2\,ey}{tg\,(\alpha + \beta)} - e^2 = o,$$

folglich

$$q^2 + p^2 - \frac{2\,eq}{tg\,(\alpha + \beta)} - e^2$$

das Quadrat der Tangentenstrecke vom Punkte P, dessen Koordinaten p, q heissen, bis an den Berührungspunkt des Kreises SAB.

Wird der Punkt P von der Peripherie des Kreises SAB umschlossen, so ist $q^2 + p^2 - \frac{2\,eq}{tg(\alpha+\beta)} - e^2$, folglich auch $b^2 - ac$ negativ, deshalb der Mittelpunktskegelschnitt eine Ellipse.

Befindet sich der Punkt P in der Peripherie des Kreises SAB, so ist $b^2 - ac = o$, mithin der Mittelpunktskegelschnitt eine Parabel.

Liegt der Punkt P ausserhalb des Kreises SAB, so ist $b^2 - ac$ positiv, daher der Mittelpunktskegelschnitt eine Hyperbel.

Aus den Gleichungen (2) und (3) entspringen für die Koordinaten des dem Punkte P entsprechenden Punktes D folgende Werte:

$$\text{für die Abscisse } \frac{e[2pq(1 + tg\alpha tg\beta) + (p^2 - q^2 - e^2)(tg\alpha - tg\beta)]}{2eq(1 - tg\alpha tg\beta) - (p^2 + q^2 - e^2)(tg\alpha + tg\beta)},$$

$$\text{für die Ordinate } \frac{2e[q + (p + e)tg\alpha][q - (p - e)tg\beta]}{2eq(1 - tg\alpha tg\beta) - (p^2 + q^2 - e^2)(tg\alpha + tg\beta)}.$$

Der dem Punkte P entsprechende Punkt D liegt in endlicher Entfernung, so lange der Nenner

$$2eq(1 - tg\alpha tg\beta) - (p^2 + q^2 - e^2)(tg\alpha + tg\beta) \text{ oder } -(tg\alpha + tg\beta)\left[q^2 + p^2 - \frac{2eq}{tg(\alpha+\beta)} - e^2\right]$$

von o verschieden ist, d. h. so lange der Punkt P nicht in der Peripherie des Kreises SAB liegt. Befindet sich dagegen der Punkt P in der Peripherie des Kreises SAB, so werden die Koordinaten von D wegen des Nenners o unendlich gross, folglich liegt dann D in unendlicher Entfernung.

Die besonderen Fälle, in denen der Punkt P einer der drei Peripheriepunkte S, A, B ist, sind bereits (§ 4. I, 4) diskutiert worden. Es hat daselbst als Mittelpunktskegelschnitt ein System zweier parallelen Geraden sich ergeben, welches als specieller Fall einer Parabel aufgefasst werden kann.

## § 6. Der Kreis als Mittelpunktskegelschnitt.

Der Mittelpunktskegelschnitt ist ein Kreis, wenn der Mittelpunkt des Strahlenbüschels im Centrum des Kreises SAB liegt.

Die Bedingung, dass der Mittelpunkt des Strahlenbüschels im Centrum M des Kreises SAB liegt, lässt sich durch die Gleichungen

$$p = o,\ q = \frac{e}{tg(\alpha + \beta)}$$

darstellen; demgemäss ist in der Gleichung (9)

$$a = \frac{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha tg\beta)}{e}\left[\frac{e}{tg(\alpha+\beta)} - \frac{e(tg^2\alpha + tg^2\beta + 2)}{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha tg\beta)}\right] = -(1 + tg^2\alpha)(1 + tg^2\beta),$$

$$b = -\frac{(tg^2\alpha - tg^2\beta)}{e}\left[\frac{e}{tg(\alpha+\beta)} - \frac{e}{tg(\alpha+\beta)}\right] = o,$$

$$c = -\frac{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha tg\beta)}{e}\left[\frac{e}{tg(\alpha+\beta)} + \frac{e(tg^2\alpha + tg^2\beta + 2\,tg^2\alpha tg^2\beta)}{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha tg\beta)}\right] = -(1 + tg^2\alpha)(1 + tg^2\beta),$$

$$d = \frac{(1 - tg^2\alpha tg^2\beta)}{2}\left[\frac{e}{tg(\alpha+\beta)} + e\,tg(\alpha+\beta)\right] = \frac{e(1 + tg\alpha tg\beta)(1 + tg^2\alpha)(1 + tg^2\beta)}{2(tg\alpha + tg\beta)},$$

$$g = -\frac{(tg\alpha - tg\beta)(1 - tg\alpha tg\beta)}{2}\left[\frac{e}{tg(\alpha+\beta)} + e\,tg(\alpha+\beta)\right] = -\frac{e(tg\alpha - tg\beta)(1 + tg^2\alpha)(1 + tg^2\beta)}{2(tg\alpha + tg\beta)};$$

folglich verwandelt sich die Gleichung (9) nach der Division durch a in

$$(16) \qquad Y^2 + X^2 - \frac{e(1 + tg\alpha tg\beta)}{tg\alpha + tg\beta}Y + \frac{e(tg\alpha - tg\beta)}{tg\alpha + tg\beta}X = o$$

und bedeutet einen Kreis. Die Gleichung (16) wird befriedigt durch die Koordinaten von folgenden neun Punkten: den Fusspunkten U, K, V der Höhen des Dreiecks $D_1AB$, den Fig. 7.

Mitten J, L, H der Höhenabschnitte $ZD_1$, ZA, ZB und den Mitten C, F, E der Seiten AB, $BD_1$, $D_1A$ des Dreiecks $D_1AB$.

Fig. 7.

| Punkte: | Abscissen: | Ordinaten: |
|---|---|---|
| U | $-\frac{e(tg\alpha - tg\beta)}{tg\alpha + tg\beta}$ | o |
| K | $-\frac{e(1 - tg^2\beta)}{1 + tg^2\beta}$ | $\frac{2e\,tg\beta}{1 + tg^2\beta}$ |
| V | $\frac{e(1 - tg^2\alpha)}{1 + tg^2\alpha}$ | $\frac{2e\,tg\alpha}{1 + tg^2\alpha}$ |
| J | $-\frac{e(tg\alpha - tg\beta)}{tg\alpha + tg\beta}$ | $\frac{e(1 + tg\alpha\,tg\beta)}{tg\alpha + tg\beta}$ |
| L | $-\frac{e\,tg\alpha}{tg\alpha + tg\beta}$ | $\frac{e}{tg\alpha + tg\beta}$ |
| H | $\frac{e\,tg\beta}{tg\alpha + tg\beta}$ | $\frac{e}{tg\alpha + tg\beta}$ |
| C | o | o |
| F | $\frac{e\,tg\beta}{tg\alpha + tg\beta}$ | $\frac{e\,tg\alpha\,tg\beta}{tg\alpha + tg\beta}$ |
| E | $-\frac{e\,tg\alpha}{tg\alpha + tg\beta}$ | $\frac{e\,tg\alpha\,tg\beta}{tg\alpha + tg\beta}$ |

Der durch die Gleichung (16) dargestellte Kreis ist also der Fusspunktskreis des Dreiecks $D_1AB$. Der Mittelpunkt dieses Kreises hat die Abscisse $-\frac{e(tg\alpha - tg\beta)}{2(tg\alpha + tg\beta)}$ und die Ordinate $\frac{e(1 + tg\alpha\,tg\beta)}{2(tg\alpha + tg\beta)}$. Die Abscisse des Kreismittelpunktes ist das arithmetische Mittel der Abscissen, die Ordinate des Kreismittelpunktes das arithmetische Mittel der Ordinaten von J und C, desgleichen von L und F, ebenso von H und E; daher sind die Strecken JC, LF, HE drei Durchmesser und ihr gemeinsamer Punkt ist der Mittelpunkt dieses Kreises. Sein Radius ist gleich $\frac{e\sqrt{(1 + tg^2\alpha)(1 + tg^2\beta)}}{2(tg\alpha + tg\beta)}$, d. h. gleich dem halben Radius des um das Dreieck $D_1AB$ beschriebenen Kreises, der die Gleichung $y^2 + x^2 + \frac{2ey}{tg(\alpha+\beta)} - e^2 = o$ hat. Die Gleichung des Kreises SAB ist $y^2 + x^2 - \frac{2ey}{tg(\alpha+\beta)} - e^2 = o$. Dem Mittelpunkte des Strahlenbüschels (M) entspricht im Kegelschnittbüschel der Punkt Z. Dieser Punkt Z, dessen Koordinaten x, y heissen mögen, wird mittels der Gleichungen (2) und (3) bestimmt, wenn man in denselben $\xi = o$, $\eta = \frac{e}{tg(\alpha+\beta)}$ setzt. Deshalb ist

$$\frac{\frac{y}{x+e} - tg\alpha}{1 + \frac{y\,tg\alpha}{x+e}} = \frac{1}{tg(\alpha+\beta)}, \quad \frac{\frac{y}{x-e} + tg\beta}{1 - \frac{y\,tg\beta}{x-e}} = -\frac{1}{tg(\alpha+\beta)},$$

folglich

$$\frac{y}{x+e} = \frac{1 + tg(\alpha+\beta)tg\alpha}{tg(\alpha+\beta) - tg\alpha} = \frac{1}{tg\beta}, \quad \frac{y}{x-e} = -\frac{1 + tg(\alpha+\beta)tg\beta}{tg(\alpha+\beta) - tg\beta} = -\frac{1}{tg\alpha}.$$

Nun stellt $\frac{y}{x+e} = \frac{1}{tg\beta}$ die Senkrechte aus A auf $BD_1$, $\frac{y}{x-e} = -\frac{1}{tg\alpha}$ die Senkrechte aus B auf $AD_1$ dar, mithin ist Z der Schnittpunkt beider Senkrechten oder der Schnittpunkt der Höhen des Dreiecks $D_1AB$. Jedem Strahle des Büschels (M) entspricht im allgemeinen eine gleichseitige Hyperbel, den Strahlen MS, MA, MB entsprechen im Kegelschnittbüschel ($ZABD_1$) drei Systeme von zwei sich rechtwinklig schneidenden Geraden, und zwar bezw. AB und $ZD_1$, $D_1B$ und ZA, $D_1A$ und ZB.

Der Punkt Z liegt in der Peripherie des Kreises SAB; denn $\angle AZB + \angle ASB = \angle VZK + \angle VD_1K = 180^0$.

## § 7. Die gleichseitige Hyperbel als Mittelpunktskegelschnitt.

Befindet sich der Mittelpunkt des Strahlenbüschels in unendlicher Entfernung, so ist der Mittelpunktskegelschnitt eine gleichseitige Hyperbel.

Dividiert man die Gleichung (9) durch p, so ist

$$\frac{a}{p} = \frac{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha tg\beta)}{e}\left[\frac{q}{p} + tg(\alpha-\beta) - \frac{e(tg^2\alpha + tg^2\beta + 2)}{p(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha tg\beta)}\right],$$

$$\frac{b}{p} = -\frac{(tg^2\alpha - tg^2\beta)}{e}\left[\frac{q}{p} - \frac{1}{tg(\alpha-\beta)} - \frac{e}{p\,tg(\alpha+\beta)}\right],$$

$$\frac{c}{p} = -\frac{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha tg\beta)}{e}\left[\frac{q}{p} + tg(\alpha-\beta) + \frac{e(tg^2\alpha + tg^2\beta + 2tg^2\alpha\, tg^2\beta)}{p(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha tg\beta)}\right],$$

$$\frac{d}{p} = \frac{1 - tg^2\alpha tg^2\beta}{2}\left[\frac{q}{p} + tg(\alpha-\beta) + \frac{e\,tg(\alpha+\beta)}{p}\right],$$

$$\frac{g}{p} = -\frac{(tg\alpha - tg\beta)(1 - tg\alpha tg\beta)}{2}\left[\frac{q}{p} + \frac{tg^2\alpha + tg^2\beta + 2tg^2\alpha\, tg^2\beta}{(tg\alpha - tg\beta)(1 - tg\alpha tg\beta)} + \frac{e\,tg(\alpha+\beta)}{p}\right].$$

Setzt man $p = \infty$ und $q = \infty$, so werden alle Glieder, die nicht q, sondern nur p, und zwar im Nenner enthalten, gleich o; $\frac{q}{p}$ wird gleich $\frac{\infty}{\infty}$, ist also jedes beliebigen Wertes fähig, auch des Wertes $tg\gamma$, worin $\gamma$ den Winkel bedeutet, unter welchem das Parallelbüschel gegen die Abscissenachse geneigt ist. Deshalb ist

$$\frac{a}{p} = \frac{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha tg\beta)}{e}\left[tg\gamma + tg(\alpha-\beta)\right],$$

$$\frac{b}{p} = -\frac{(tg^2\alpha - tg^2\beta)}{e}\left[tg\gamma - \frac{1}{tg(\alpha-\beta)}\right],$$

$$\frac{c}{p} = -\frac{(tg\alpha + tg\beta)(1 + tg\alpha tg\beta)}{e}\left[tg\gamma + tg(\alpha-\beta)\right],$$

$$\frac{d}{p} = \frac{1 - tg^2\alpha tg^2\beta}{2}\left[tg\gamma + tg(\alpha-\beta)\right],$$

$$\frac{g}{p} = -\frac{(tg\alpha - tg\beta)(1 - tg\alpha tg\beta)}{2}\left[tg\gamma + \frac{tg^2\alpha + tg^2\beta + 2tg^2\alpha\, tg^2\beta}{(tg\alpha - tg\beta)(1 - tg\alpha tg\beta)}\right].$$

Da nun $\frac{c}{p} = -\frac{a}{p}$ ist, so bedeutet die Gleichung (9) eine gleichseitige Hyperbel. Nach der Division durch den Faktor von $Y^2$ reduciert sich die Gleichung (9) auf

$$(17)\qquad Y^2 + \frac{2XY}{\operatorname{tg}(\alpha-\beta+\gamma)} - X^2 + \frac{eY}{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)} - \frac{e\operatorname{tg}(\alpha+\beta+\varepsilon)X}{\operatorname{tg}(\alpha-\beta+\gamma)} = 0,$$

worin

$$(18)\qquad \operatorname{tg}\varepsilon = \frac{(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)\operatorname{tg}\gamma - 2\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}$$

ist.

Zu demselben Resultate gelangt man, wenn man in den Gleichungen (7) und (8),

$$\mathfrak{A}Y + \mathfrak{B}X + \mathfrak{D} = 0 \text{ und } \mathfrak{B}Y + \mathfrak{C}X = 0,$$

welche zur Bestimmung des Mittelpunktes des durch die Gleichung (5) dargestellten Kegelschnittes dienen, $\operatorname{tg}\gamma$ als unveränderlich, $\operatorname{tg}\delta$ als veränderlich annimmt und $\operatorname{tg}\delta$ aus den Gleichungen (7) und (8) eliminiert.

Der Mittelpunkt der gleichseitigen Hyperbel (17) und die Neigung ihrer Achsen gegen die Abscissenachse wird auf dieselbe Weise, wie bei dem Kegelschnitte (9) bestimmt. Für $\operatorname{tg}2\varphi$ und $\operatorname{tg}\omega$ erhält man nach § 3, wenn man $p = \infty$, $q = \infty$ und $\frac{\infty}{\infty} = \operatorname{tg}\gamma$ setzt, den Wert $-\frac{1}{\operatorname{tg}(\alpha-\beta+\gamma)}$.

Dem unendlich entfernten Mittelpunkte des Strahlenbüschels ($P\infty$) entspricht im Kegelschnittbüschel der Punkt $D\infty$, dessen Koordinaten aus den Gleichungen (2) und (3) gefunden werden, wenn man dieselben in folgender Form schreibt:

$$(2)\qquad \frac{y-(x+e)\operatorname{tg}\alpha}{y\operatorname{tg}\alpha + x + e} = \frac{\eta}{\xi+e} = \frac{\xi\operatorname{tg}\gamma + e\operatorname{tg}\delta}{\xi+e} = \frac{\operatorname{tg}\gamma + \frac{e\operatorname{tg}\delta}{\xi}}{1+\frac{e}{\xi}},$$

$$(3)\qquad \frac{y+(x-e)\operatorname{tg}\beta}{y\operatorname{tg}\beta - (x-e)} = -\frac{\eta}{\xi-e} = -\frac{\xi\operatorname{tg}\gamma + e\operatorname{tg}\delta}{\xi-e} = -\frac{\operatorname{tg}\gamma + \frac{e\operatorname{tg}\delta}{\xi}}{1-\frac{e}{\xi}},$$

und $\xi = \infty$ setzt. Aus den dadurch erhaltenen Gleichungen

$$\frac{y-(x+e)\operatorname{tg}\alpha}{y\operatorname{tg}\alpha + x + e} = \operatorname{tg}\gamma \text{ und } \frac{y+(x-e)\operatorname{tg}\beta}{y\operatorname{tg}\beta - (x-e)} = -\operatorname{tg}\gamma$$

ergiebt sich für die Abscisse von $D\infty$ der Wert

$$\frac{e[\operatorname{tg}(\beta-\gamma) - \operatorname{tg}(\alpha+\gamma)]}{\operatorname{tg}(\beta-\gamma) + \operatorname{tg}(\alpha+\gamma)} = \frac{e[(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta)(\operatorname{tg}^2\gamma - 1) - 2(1 + \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta)\operatorname{tg}\gamma]}{(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)(1 + \operatorname{tg}^2\gamma)},$$

für die Ordinate von $D\infty$ der Wert

$$\frac{2e\operatorname{tg}(\beta-\gamma)\operatorname{tg}(\alpha+\gamma)}{\operatorname{tg}(\beta-\gamma) + \operatorname{tg}(\alpha+\gamma)} = \frac{2e(\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\gamma)(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\gamma)}{(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)(1 + \operatorname{tg}^2\gamma)}.$$

Die Koordinaten des Punktes $D\infty$ befriedigen die Gleichung des um das Dreieck $D_1AB$ beschriebenen Kreises

$$y^2 + x^2 + \frac{2ey}{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)} - e^2 = 0,$$

daher ist das Viereck $D\infty ABD_1$, durch welches das Kegelschnittbüschel bestimmt wird, ein Sehnenviereck des Kreises $D_1AB$. Das Kegelschnittbüschel, welches dem Büschel paralleler Strahlen entspricht, besteht aus Ellipsen und Hyperbeln von jedem beliebigen Achsenverhältnisse und zwei Parabeln. Jedem Strahle, der keinen Punkt mit dem Kreise SAB gemein hat, entspricht eine Ellipse; dem unendlich entfernten Strahle ein Kreis,

nämlich der Kreis $D_1AB$. Jedem der beiden Strahlen, welche Tangenten des Kreises SAB sind, entspricht eine Parabel. Jedem Strahle, der mit der Peripherie des Kreises SAB zwei Punkte gemein hat, entspricht eine Hyperbel; die Hyperbel ist gleichseitig, wenn der korrespondierende Strahl durch das Centrum des Kreises SAB geht; die Hyperbel degeneriert in ein System zweier sich schneidenden Geraden, wenn der den Kreis SAB schneidende Strahl einen der drei Punkte S, A, B in sich aufnimmt.

Liegt der unendlich entfernte Punkt des Parallelbüschels in einer der drei Tangenten

$$\lambda' = 0,\ \mu' = 0,\ \nu' = 0$$

Fig. 6.

des Kreises SAB, so geht die durch die Gleichung (17) dargestellte gleichseitige Hyperbel, die als Mittelpunktskegelschnitt des Kegelschnittbüschels $(D\infty ABD_1)$ erkannt worden ist, in ein System zweier sich rechtwinklig schneidenden Geraden über.

1) Der unendlich entfernte Punkt $P\infty$ gehört der Tangente $\lambda' = 0$ an, wenn $\operatorname{tg}\gamma = -\operatorname{tg}(\alpha-\beta)$ ist. Dann ist $\operatorname{tg}(\alpha-\beta+\gamma) = 0$ und die Gleichung (18) geht über in $\operatorname{tg}\varepsilon = -\frac{\operatorname{tg}^2\alpha + \operatorname{tg}^2\beta + 2\operatorname{tg}^2\alpha\operatorname{tg}^2\beta}{(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)(1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta)}$, folglich ist $\operatorname{tg}(\alpha+\beta+\varepsilon) = \frac{2\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}$ und die Gleichung (17) reduciert sich nach der Multiplikation durch $\operatorname{tg}(\alpha-\beta+\gamma)$ auf

$$2XY - \frac{2e\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}X = 0 \text{ oder } X\left\{Y - \frac{e\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta)}{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}\right\} = 0.$$

Diese Gleichung ist bereits (§ 4. II, 3.) auf eine andere Weise abgeleitet worden. $X = 0$ bedeutet die Ordinatenachse, $Y - \frac{e\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta} = 0$ die Gerade, welche die Strecken $AD_1$ und $BD_1$ halbiert; diese beiden Geraden stehen auf einander senkrecht.

2) Der unendlich entfernte Punkt $P\infty$ befindet sich in der Tangente $\mu' = 0$, wenn $\operatorname{tg}\gamma = -\operatorname{tg}(\alpha+\beta)$ ist. Demzufolge ist $\operatorname{tg}(\alpha-\beta+\gamma) = -\operatorname{tg}2\beta$, $\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{\operatorname{tg}^2\beta - \operatorname{tg}^2\alpha - 2\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta + 2\operatorname{tg}^2\alpha\operatorname{tg}^2\beta}{(\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta)(1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta)}$, $\operatorname{tg}(\alpha+\beta+\varepsilon) = \frac{\operatorname{tg}\beta\operatorname{tg}2\beta}{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)}$ und die Gleichung (17) geht über in

$$Y^2 - \frac{2XY}{\operatorname{tg}2\beta} - X^2 + \frac{eY}{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)} + \frac{e\operatorname{tg}\beta X}{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)} = 0$$

oder

$$\left\{Y + X\operatorname{tg}\beta\right\}\left\{Y - \frac{X}{\operatorname{tg}\beta} + \frac{e}{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)}\right\} = 0,$$

stellt also zwei sich rechtwinklig schneidende Gerade dar, von denen die eine durch die Mitten der Strecken AB und $AD_1$ geht, folglich parallel $BD_1$ ist, die andere durch die Mitte der Strecke $BD_1$ geht und auf derselben senkrecht steht.

3) Der unendlich entfernte Punkt $P\infty$ liegt in der Tangente $\nu' = 0$, wenn $\operatorname{tg}\gamma = \operatorname{tg}(\alpha+\beta)$ ist. Demgemäss ist $\operatorname{tg}(\alpha-\beta+\gamma) = \operatorname{tg}2\alpha$, $\operatorname{tg}\varepsilon = \frac{\operatorname{tg}^2\alpha - \operatorname{tg}^2\beta - 2\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta + 2\operatorname{tg}^2\alpha\operatorname{tg}^2\beta}{(\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta)(1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta)}$, $\operatorname{tg}(\alpha+\beta+\varepsilon) = \frac{\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}2\alpha}{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)}$ und die Gleichung (17) nimmt die Form an

$$Y^2 + \frac{2XY}{\operatorname{tg}2\alpha} - X^2 + \frac{eY}{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)} - \frac{e\operatorname{tg}\alpha X}{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)} = 0$$

oder

$$\left\{Y - X\operatorname{tg}\alpha\right\}\left\{Y + \frac{X}{\operatorname{tg}\alpha} + \frac{e}{\operatorname{tg}(\alpha+\beta)}\right\} = 0,$$

bedeutet also ein System zweier sich rechtwinklig schneidenden Geraden, von denen die eine durch die Mitten der Strecken AB und $BD_1$ geht, daher parallel $AD_1$ ist, die andere durch die Mitte der Strecke $AD_1$ geht und auf ihr senkrecht steht.

# Nachtrag.

## Die Durchmesser der Kegelschnitte.

§ I. **Lehrsatz.** Wenn man von einem Punkte eines Kegelschnittes vier harmonische Strahlen so legt, dass das eine Paar zugeordneter Strahlen durch die Endpunkte eines Durchmessers geht, so trifft das andere Paar zugeordneter Strahlen im allgemeinen die Endpunkte einer Sehne, welche dem konjugierten Durchmesser parallel ist.

Fig. 8. **Beweis.** Unter der Voraussetzung schiefwinkliger Koordinaten sei der Anfangspunkt ein Punkt B des Kegelschnittes, die Abscissenachse erstrecke sich längs des von diesem Punkte ausgehenden Durchmessers BC, die Ordinatenachse sei parallel dem konjugierten Durchmesser von BC. Die Gleichung des Kegelschnittes hat daher die Form

$$Ry^2 + Sx^2 + Tx = 0. \tag{1}$$

Von einem beliebigen Punkte A dieses Kegelschnittes sind nach den Endpunkten des Durchmessers BC die Strahlen AB und AC, nach den Punkten D und E, welche die Strecke BC harmonisch teilen, die Strahlen AD und AE gelegt, demnach sind AB, AC das eine Paar, AD, AE das andere Paar zugeordneter harmonischer Strahlen. Der Strahl AD schneidet den Kegelschnitt ausser in A noch in F, der Strahl AE noch in G. Die Koordinaten des Punktes A sind $\xi$, $\eta$, die Abscissen der Punkte B, C, D, E bezw. o, $-\frac{T}{S}$, $x_1$, $x_2$, die Ordinaten dieser vier Punkte o. Die Bedingung, dass der Punkt A im Kegelschnitte liegt, wird ausgedrückt durch

$$R\eta^2 + S\xi^2 + T\xi = 0; \tag{2}$$

die Bedingung, dass B, D, C, E vier harmonische Punkte sind, durch

$$x_1 : \left(-\frac{T}{S} - x_1\right) = x_2 : \left(x_2 + \frac{T}{S}\right) \text{ oder durch}$$

$$2x_1x_2 + (x_1 + x_2)\frac{T}{S} = 0. \tag{3}$$

Die Gleichung des Strahles AD ist

$$y - \eta = \frac{\eta}{\xi - x_1}(x - \xi), \tag{4}$$

die des Strahles AE

$$y - \eta = \frac{\eta}{\xi - x_2}(x - \xi). \tag{5}$$

Aus (1) und (2) ergiebt sich durch Elimination von R für den Kegelschnitt die Gleichung

$$\frac{y^2}{Sx^2 + Tx} = \frac{\eta^2}{S\xi^2 + T\xi}, \text{ daraus}$$

$$\frac{y^2 - \eta^2}{S(x^2 - \xi^2) + T(x - \xi)} = \frac{\eta^2}{S\xi^2 + T\xi} \text{ oder}$$

$$(6) \qquad \frac{y - \eta}{x - \xi} \cdot \frac{y + \eta}{S(x + \xi) + T} = \frac{\eta^2}{S\xi^2 + T\xi}.$$

Aus (4) und (6) findet man als Abscisse des Punktes F

$$x' = \frac{\left(\frac{S}{T}\xi + 1\right)x_1^2}{\frac{S}{T}x_1(2\xi - x_1) + \xi} \text{ oder mit Rücksicht auf (3) } \frac{2x_1x_2 - (x_1 + x_2)\xi}{x_1 + x_2 - 2\xi},$$

als Ordinate

$$\frac{\eta(x' - x_1)}{\xi - x_1} \text{ oder } \ldots\ldots\ldots \frac{\eta(x_1 - x_2)}{x_1 + x_2 - 2\xi};$$

aus (5) und (6) als Abscisse des Punktes G

$$x'' = \frac{\left(\frac{S}{T}\xi + 1\right)x_2^2}{\frac{S}{T}x_2(2\xi - x_2) + \xi} \text{ oder mit Rücksicht auf (3) } \frac{2x_1x_2 - (x_1 + x_2)\xi}{x_1 + x_2 - 2\xi},$$

als Ordinate

$$\frac{\eta(x'' - x_2)}{\xi - x_2} \text{ oder } \ldots\ldots\ldots - \frac{\eta(x_1 - x_2)}{x_1 + x_2 - 2\xi}.$$

Die Abscissen von F und G sind demnach vollkommen gleich, deshalb ist die Sehne FG der Ordinatenachse, sowie dem konjugierten Durchmesser von BC parallel; die Ordinaten von F und G haben denselben absoluten Wert, aber entgegengesetzte Vorzeichen, deshalb wird die Sehne FG durch den Durchmesser BC halbiert.

§ II. **Lehrsatz.** Wenn man von einem beliebigen Punkte P einer Geraden OQ an einen Kreis um M eine Tangente legt und mit derselben um ihren Ausgangspunkt P einen Kreis beschreibt, so schneidet letzterer die Senkrechte aus dem Mittelpunkte M des ursprünglichen Kreises auf die Gerade OQ in zwei festen Punkten J und K. Fig. 9.

**Beweis.** Der Mittelpunkt M des ursprünglichen Kreises sei der Anfangspunkt rechtwinkliger Koordinaten, die Ordinatenachse parallel der Geraden OQ, die Senkrechte aus M auf OQ die Abscissenachse. Die Gleichung des ursprünglichen Kreises ist

$$y^2 + x^2 = r^2,$$

die der Geraden OQ

$$x = a.$$

Ein beliebiger Punkt P der Geraden OQ hat die Abscisse a, die Ordinate $\eta$. Die Tangente

von P an den Kreis um M hat die Länge $\sqrt{a^2 + \eta^2 - r^2}$, der mit ihr um P beschriebene Kreis die Gleichung

$$(y - \eta)^2 + (x - a)^2 = a^2 + \eta^2 - r^2.$$

Von diesem Kreise wird die Abscissenachse $y = o$ in zwei Punkten J und K geschnitten, deren Abscissen durch die Gleichung

$$x^2 - 2ax + r^2 = o$$

bestimmt werden.

J hat die Abscisse $a - \sqrt{a^2 - r^2}$, K die Abscisse $a + \sqrt{a^2 - r^2}$. Da die Abscissen der Punkte J und K von $\eta$, deshalb von der Lage des Punktes P in OQ unabhängig sind, so schneiden sich alle unter derselben Bedingung konstruierten Kreise in den festen Punkten J und K.

Folglich ist PN, die Länge der Tangente von P an den Kreis um M, gleich jeder der beiden Strecken PJ und PK.

Es ist ferner leicht einzusehen, dass die Punkte J und K auf verschiedenen Seiten der Geraden OQ in gleichen Entfernungen von ihr liegen und den in der Abscissenachse befindlichen Durchmesser VW des Kreises um M harmonisch teilen.

Fig. 9. § III. **Lehrsatz.** Wenn man zu einem beliebigen Punkte P einer Geraden OQ für einen Kreis um M die Polare konstruiert, welche die Gerade OQ in U trifft, darauf um die Mitte der Strecke PU mit der Hälfte von PU einen Kreis beschreibt, so schneidet dieser die Senkrechte aus dem Mittelpunkte M des ursprünglichen Kreises auf die Gerade OQ in zwei festen Punkten, welche dieselbe Lage haben, wie die in § II erwähnten Punkte J und K.

**Beweis.** Die Koordinatenachsen sollen dieselbe Lage haben, wie in § II; a ist wieder die Abscisse, $\eta$ die Ordinate des Punktes P. Die Polare des Punktes P in Bezug auf den Kreis um M hat die Gleichung

$$\eta y + ax = r^2,$$

ihr Schnittpunkt mit der Geraden OQ, welche durch $x = a$ dargestellt wird, die Abscisse a, die Ordinate $\frac{r^2 - a^2}{\eta}$; die Gleichung des Kreises mit dem Durchmesser PU ist

$$(y - \eta)\left(y - \frac{r^2 - a^2}{\eta}\right) + (x - a)^2 = o.$$

Von diesem Kreise wird die Abscissenachse $y = o$ in zwei Punkten geschnitten, deren Abscissen durch die Gleichung

$$r^2 - a^2 + (x - a)^2 \text{ oder } x^2 - 2ax + r^2 = o$$

bestimmt werden, woraus sich für die Abscissen der Schnittpunkte dieselben Werte ergeben, wie für die Abscissen der Punkte J und K in § II.

Die Winkel PJU und PKU sind rechte als Peripheriewinkel in Halbkreisen.

Fig. 10. § IV. **Lehrsatz.** Zieht man vom Punkte J zwei auf einander senkrecht stehende Gerade JP und JU, welche die Gerade OQ in P und U treffen, so bilden P und U mit dem Pole L von OQ in Bezug auf den Kreis um M ein Tripel harmonischer Punkte. Beschreibt man ferner mit JP um P und mit

JU um U je einen Kreis, so schneiden diese Kreise die Gerade OQ bezw. in $P_1$, $U_1$ und $P_2$, $U_2$, so dass $LP_1U_1$ und $LP_2U_2$ wieder Tripel harmonischer Punkte sind. Dasselbe gilt vom Punkte K.

**Beweis.** Nach § II hat der Punkt J die Abscisse $a - \sqrt{a^2 - r^2}$, die Ordinate o, der Punkt P die Abscisse a, die Ordinate $\eta$; die Gleichung der Geraden JP ist

$$y = \frac{\eta}{\sqrt{a^2 - r^2}} (x - a + \sqrt{a^2 - r^2}),$$

die Gleichung der auf JP senkrechten Geraden JU

$$y = -\frac{\sqrt{a^2 - r^2}}{\eta} (x - a + \sqrt{a^2 - r^2}).$$

JU schneidet OQ in dem Punkte U, dessen Abscisse a und dessen Ordinate $\frac{r^2 - a^2}{\eta}$ ist. Der Schnittpunkt U ist also mit dem Punkte, in welchem die Polare von P die Gerade OQ trifft, identisch. Vergl. § III. Da die Polare jedes Punktes von OQ durch den Pol L derselben geht, so sind L und die beiden Schnittpunkte der Schenkel des rechten Winkels PJU mit OQ ein Tripel harmonischer Punkte.

$LP_1U_1$ und $LP_2U_2$ sind ebenfalls Tripel harmonischer Punkte, weil die Winkel $P_1JU_1$ und $P_2JU_2$ rechte sind als Peripheriewinkel in Halbkreisen.

**Anmerkung.** $P_1$, $U_1$ und $P_2$, $U_2$ sind zwei Paare zugeordneter harmonischer Punkte, weil die mit JP und JU bezw. um P und U beschriebenen Kreise sich rechtwinklig schneiden.

§ V. **Lehrsatz.** Wenn man von einem beliebigen Peripheriepunkte A eines Kreises um M durch die Endpunkte des gegen eine Gerade OQ senkrecht gerichteten Durchmessers VW Gerade legt, welche OQ in P und U schneiden, so geht der um das rechtwinklige Dreieck PAU beschriebene Kreis ebenfalls durch zwei feste Punkte J und K, welche dieselbe Lage haben, wie die gleichbenannten Punkte in § II, III, IV. Fig. 11.

**Beweis.** Die Koordinatenachsen seien dieselben, wie in den vorhergehenden drei Lehrsätzen, die Koordinaten des Punktes A $x_,$ und $y_,$. Die Gleichung des Kreises um M ist wieder

$$y^2 + x^2 = r^2,$$

die der Geraden OQ

$$x = a;$$

die Gleichung der Geraden AV ist

$$y - y_, = \frac{y_,}{x_, + r} (x - x_,),$$

die der Geraden AW

$$y - y_, = \frac{y_,}{x_, - r} (x - x_,);$$

die Abscisse von P, sowie von U ist a,

die Ordinate von P $\quad y_, + \frac{y_,}{x_, + r} (a - x_,) = \frac{(a + r) y_,}{x_, + r}$,

die Ordinate von U $\quad y_, + \frac{y_,}{x_, - r} (a - x_,) = \frac{(a - r) y_,}{x_, - r}$,

die Gleichung des um das Dreieck APU beschriebenen Kreises

$$\left[y - \frac{(a + r)\,y_{,}}{x_{,} + r}\right]\left[y - \frac{(a - r)\,y_{,}}{x_{,} - r}\right] + (x - a)^2 = o.$$

Die Durchschnittspunkte dieses Kreises mit der Abscissenachse $y = o$ werden durch die Gleichung

$$\frac{(a^2 - r^2)\,y_{,}^2}{x_{,}^2 - r^2} + (x - a)^2 = o$$

oder, da wegen der Lage des Punktes A $(x_{,}, y_{,})$ in der Kreisperipherie um M $x_{,}^2 = r^2 - y_{,}^2$ ist, durch die Gleichung

$$(x - a)^2 - (a^2 - r^2) = o$$

bestimmt, aus welcher dieselbe Gleichung

$$x^2 - 2ax + r^2 = o$$

resultiert, wie in § II und III; folglich geht der um das rechtwinklige Dreieck PAU beschriebene Kreis ebenfalls durch die festen Punkte J und K.

§ VI. Es mögen jetzt $a$ und $b$ die festen Scheitel der rotierenden Winkel $\alpha$ und $\beta$ heissen, die zur Erzeugung des Kegelschnittes nach der Methode von Newton dienen; OQ sei die Gerade, welcher der in bekannter Weise erzeugte Kegelschnitt korrespondiert, $sab$ das Dreieck, welches die Strecke $ab$ zu einer Seite und unterhalb derselben $\alpha$ und $\beta$ zu anliegenden Winkeln hat. Das Dreieck $sab$ mag dieselbe Bedeutung haben, wie das früher (§ 1 Seite III) durch SAB bezeichnete. Beliebige Punkte der Geraden OQ sollen $\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \mathfrak{c}, \mathfrak{d}$ ....., die entsprechenden Punkte des Kegelschnittes $a, b, c, d$ ..... heissen.

§ VII. **Lehrsatz.** Wenn in OQ zwei Punkte $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{t}$ so gewählt werden, dass sie mit dem Pole von OQ in Bezug auf den Kreis $sab$ ein Tripel harmonischer Punkte bilden, so sind in dem der Geraden OQ korrespondierenden Kegelschnitte die entsprechenden Punkte $r$, $t$ die Endpunkte eines Durchmessers.

**Beweis.** $ab$ liegt in der Abscissenachse, die Mitte von $ab$ ist der Anfangspunkt rechtwinkliger Koordinaten. Die Koordinaten von $\mathfrak{r}$ und $\mathfrak{t}$ heissen bezw. $\xi_1$, $\eta_1$ und $\xi_2$, $\eta_2$, die von $r$ und $t$ bezw. $x_1$, $y_1$ und $x_2$, $y_2$. Die Bedingung, dass die Punkte $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{t}$ mit dem Pole von OQ ein Tripel harmonischer Punkte bilden, ist

$$(1) \qquad \eta_1\eta_2 + \xi_1\xi_2 - \frac{e}{tg(\alpha+\beta)}(\eta_1 + \eta_2) - e^2 = o;$$

die Beziehung der Punkte $r$, $t$ zu den Punkten $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{t}$ wird durch folgende Gleichungen ausgedrückt:

$$(2) \qquad x_1 = \frac{e[2\eta_1\xi_1(1 + tg\alpha\, tg\beta) + (\xi_1^2 - \eta_1^2 - e^2)(tg\alpha - tg\beta)]}{2e\eta_1(1 - tg\alpha\, tg\beta) - (\xi_1^2 + \eta_1^2 - e^2)(tg\alpha + tg\beta)},$$

$$(3) \qquad y_1 = \frac{2e[\eta_1 + (\xi_1 + e)tg\alpha]\,[\eta_1 - (\xi_1 - e)tg\beta]}{2e\eta_1(1 - tg\alpha\, tg\beta) - (\xi_1^2 + \eta_1^2 - e^2)(tg\alpha + tg\beta)},$$

$$(4) \qquad x_2 = \frac{e[2\eta_2\xi_2(1 + tg\alpha\, tg\beta) + (\xi_2^2 - \eta_2^2 - e^2)(tg\alpha - tg\beta)]}{2e\eta_2(1 - tg\alpha\, tg\beta) - (\xi_2^2 + \eta_2^2 - e^2)(tg\alpha + tg\beta)},$$

$$(5) \qquad y_2 = \frac{2e[\eta_2 + (\xi_2 + e)tg\alpha]\,[\eta_2 - (\xi_2 - e)tg\beta]}{2e\eta_2(1 - tg\alpha\, tg\beta) - (\xi_2^2 + \eta_2^2 - e^2)(tg\alpha + tg\beta)};$$

berücksichtigt man ferner, dass wegen der Lage der Punkte $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{t}$ in der Geraden OQ die Gleichungen

$$(6) \qquad \eta_1 = \xi_1 \operatorname{tg}\gamma + e \operatorname{tg}\delta \text{ und} \qquad (7) \qquad \eta_2 = \xi_2 \operatorname{tg}\gamma + e \operatorname{tg}\delta$$

erfüllt werden — so findet man

$$(8) \qquad \frac{x_1 + x_2}{2} = -\frac{2e^2(\xi_2 - \xi_1)\,\mathfrak{BD}}{2e^2(\xi_2 - \xi_1)\,(\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{AC})} = -\frac{\mathfrak{BD}}{\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{AC}},$$

$$(9) \qquad \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{e^2(\xi_2 - \xi_1)\,\mathfrak{CD}}{e^2(\xi_2 - \xi_1)\,(\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{AC})} = \frac{\mathfrak{CD}}{\mathfrak{B}^2 - \mathfrak{AC}}, \text{ worin}$$

$\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$ dieselbe Bedeutung haben, wie in § 1, Seite II. Die Mitte der Strecke $rt$ ist also Mittelpunkt des der Geraden OQ entsprechenden Kegelschnittes, folglich ist die Strecke $rt$ ein Durchmesser desselben. (Vergl. „Die Erzeugung der Kegelschnitte etc.“ im Jahresberichte des Neisser Gymnasiums 1873/74, Seite 10 und 11.)

**Anmerkung.** In der Geraden OQ können die Punkte $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{t}$, denen im korrespondierenden Kegelschnitte die Endpunkte $r$, $t$ eines Durchmessers entsprechen, nach § IV oder § V leicht bestimmt werden.

In jedem Falle genügt die Konstruktion der Polare des Punktes $\mathfrak{r}$ zur Bestimmung des Punktes $\mathfrak{t}$.

§ VIII. **Lehrsatz.** Wenn $PO_1$, $PO_2$, $PO_3$ .... Strahlen des Büschels (P) sind und die Polare OQ des Punktes P in Bezug auf den Kreis $sab$ in $O_1$, $O_2$, $O_3$ .... schneiden, so entspricht dem Strahlenbüschel (P) das Kegelschnittbüschel ($Dabd_1$), jedem Strahle des Büschels (P) ein Kegelschnitt des Büschels ($Dabd_1$), den Endpunkten der Strecken $PO_1$, $PO_2$, $PO_3$ .... in den einzelnen Strahlen des Büschels (P) die Endpunkte der Durchmesser $DR_1$, $DR_2$, $DR_3$ .... in den zugehörigen Kegelschnitten. Folglich ist der geometrische Ort der Halbierungspunkte dieser Durchmesser der Mittelpunktskegelschnitt des Kegelschnittbüschels ($Dabd_1$). Es ist also der zum Strahlenbüschel (P) gehörige Mittelpunktskegelschnitt ähnlich und ähnlich liegend demjenigen Kegelschnitte, welcher der Polare des Punktes P in Bezug auf den Kreis $sab$ entspricht, und der dem Punkte P korrespondierende Punkt D ist der Aehnlichkeitspunkt beider Kegelschnitte. Die homologen Dimensionen im ersteren und letzteren Kegelschnitte haben das Verhältnis 1 : 2. Fig. 12.

**Beweis.** Die Behauptung ergiebt sich aus § VII, § 1 und 2.

**Anmerkung.** Fig. 12 stellt zwei ähnliche und ähnlich liegende Ellipsen für den Fall dar, dass der Mittelpunkt des Strahlenbüschels (P) von der Peripherie des Kreises $sab$ umschlossen wird.

Liegt der Mittelpunkt des Strahlenbüschels ausserhalb des Kreises $sab$, so sind die beiden ähnlichen und ähnlich liegenden Kegelschnitte Hyperbeln.

Befindet sich der Mittelpunkt des Strahlenbüschels (P) in der Peripherie des Kreises $sab$, so sind die beiden ähnlichen und ähnlich liegenden Kegelschnitte Parabeln. Zwar kann der Mittelpunktskegelschnitt in diesem Falle nicht auf dieselbe Weise konstruiert werden, wie im ersten und zweiten Falle, da der dem Punkte P entsprechende Punkt D in unendlicher Entfernung liegt und die Polare des Punktes P zugleich Tangente des Kreises $sab$ in P ist; aber die vom Punkte $d_1$ ausgehenden Durchmesser der zum Büschel ($Dabd_1$) gehörigen Kegelschnitte sind zur Darstellung des Mittelpunktskegelschnittes wohl geeignet. Fig. 13 stellt die beiden ähnlichen und ähnlich liegenden Parabeln dar. Fig. 13.

§ IX. **Zusatz.** Wird in der Geraden OQ die Strecke $\mathfrak{r}\,\mathfrak{t}$, welche so gewählt ist, dass die Punkte $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{t}$ mit dem Pole der Geraden OQ ein Tripel harmonischer Punkte bilden, durch die Punkte $\mathfrak{m}_1$, $\mathfrak{n}_1$ harmonisch geteilt, so sind die von $a$, sowie von $b$ nach $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{m}_1$, $\mathfrak{t}$, $\mathfrak{n}_1$ gezogenen Strahlen vier harmonische, daher sind auch die von $a$, sowie von $b$ nach den entsprechenden Punkten $r$, $m_1$, $t$, $n_1$ des Kegelschnittes gerichteten Strahlen harmonische. Nach § I ist also die Sehne $m_1\ n_1$ dem Durchmesser $rt$ konjugiert, d. h. dem konjugierten Durchmesser von $rt$ parallel. Wird die Strecke $\mathfrak{r}\mathfrak{t}$ durch mehrere Paare von Punkten $\mathfrak{m}_1\ \mathfrak{n}_1$, $\mathfrak{m}_2\ \mathfrak{n}_2$, $\mathfrak{m}_3\ \mathfrak{n}_3$ . . . . harmonisch geteilt, so sind sämtliche zu den entsprechenden Punkten gehörige Sehnen $m_1\ n_1$, $m_2\ n_2$, $m_3\ n_3$ . . . . einander parallel.

§ X. **Zusatz.** Wenn man zwei beliebige Punkte $\mathfrak{c}$ und $\mathfrak{h}$ in der Geraden OQ mit dem Punkte J verbindet, der für die Gerade OQ und den Kreis $sab$ dieselbe Bedeutung hat, wie in § II, III und IV für OQ und den Kreis um M, und dann den Winkel $\mathfrak{c}\,\mathrm{J}\,\mathfrak{h}$, sowie seinen Nebenwinkel halbiert; so treffen die Halbierungslinien die Gerade OQ in den Punkten $\mathfrak{p}$ und $\mathfrak{u}$, denen im Kegelschnitte die Endpunkte des der Sehne $ch$ konjugierten Durchmessers $pu$ entsprechen.

Dies ist, da $\mathfrak{c}$, $\mathfrak{p}$, $\mathfrak{h}$, $\mathfrak{u}$ vier harmonische Punkte sind und $\mathrm{J}\mathfrak{p}$ senkrecht auf $\mathrm{J}\mathfrak{u}$ steht, mittels § I, IV und VII leicht einzusehen.

§ XI. **Zusatz.** Zieht man von J zwei auf einander senkrecht stehende Gerade $\mathrm{J}\mathfrak{p}$ und $\mathrm{J}\mathfrak{u}$, welche die Gerade OQ in $\mathfrak{p}$ und $\mathfrak{u}$ treffen, beschreibt ferner mit $\mathrm{J}\mathfrak{p}$ um $\mathfrak{p}$, mit $\mathrm{J}\mathfrak{u}$ um $\mathfrak{u}$ Kreise, von denen der erstere OQ in $\mathfrak{p}_1$ und $\mathfrak{u}_1$, der letztere OQ in $\mathfrak{p}_2$ und $\mathfrak{u}_2$ schneidet; so sind die Strecken $pu$, $p_1u_1$, $p_2u_2$ zwischen den entsprechenden Punkten im Kegelschnitte Durchmesser, und zwar $p_1u_1$, $p_2u_2$ zwei konjugierte.

Dies folgt aus § IV, VII und IX.

§ XII. Die Achsen des Kegelschnittes, der durch die Gleichung

$$\mathfrak{A}y^2 + 2\mathfrak{B}xy + \mathfrak{C}x^2 + 2\mathfrak{D}y - \mathfrak{C}e^2 = 0\ ^{*)}$$

dargestellt wird, bilden mit der Abscissenachse Winkel, deren Wert $\psi$ durch die Gleichung

$$\mathrm{tg}\,2\psi = \frac{2\mathfrak{B}}{\mathfrak{C} - \mathfrak{A}} = \mathrm{tg}(\alpha - \beta + \gamma)$$

bestimmt wird. Daraus ergeben sich für $\psi$ zwei Werte,

$$\psi_1 = \frac{\alpha - \beta + \gamma}{2},\ \psi_2 = 90^\circ + \frac{\alpha - \beta + \gamma}{2};$$

daher ist

$$\mathrm{tg}\,\psi_1 = \mathrm{tg}\frac{\alpha - \beta + \gamma}{2},\ \mathrm{tg}\,\psi_2 = -\,\mathrm{cotg}\frac{\alpha - \beta + \gamma}{2}.$$

Fig. 14. § XIII. **Lehrsatz.** Wenn vom Punkte $a$ durch die Endpunkte des senkrecht gegen OQ gerichteten Durchmessers VW Gerade gelegt werden, welche OQ in $\mathfrak{o}$ und $\mathfrak{g}$ treffen, so sind in dem der Geraden OQ korrespondierenden

*) Vergl. Seite II, Gleichung (5).

Kegelschnitte die Verbindungslinien der entsprechenden Punkte $o$ und $g$ mit dem Punkte $a$, nämlich $ao$ und $ag$, den Achsen des Kegelschnittes parallel. Wenn vom Punkte $b$ durch die Endpunkte jenes Durchmessers VW Gerade gezogen werden, welche OQ in q und f̊ treffen, so sind im Kegelschnitte die Verbindungslinien der entsprechenden Punkte $q$ und $f$ mit dem Punkte $b$, nämlich $bq$ und $bf$, ebenfalls den Achsen des Kegelschnittes parallel. Die den Sehnen $ao$ und $ag$ konjugierten Durchmesser sind daher die Achsen selbst. Dasselbe gilt von den Durchmessern, welche den Sehnen $bq$ und $bf$ konjugiert sind.

**Beweis.**

| Punkte: | Abscissen: | Ordinaten: |
|---|---|---|
| V | $-\dfrac{e\sin\gamma}{\sin(\alpha+\beta)}$ | $\dfrac{e[\cos(\alpha+\beta)+\cos\gamma]}{\sin(\alpha+\beta)}$ |
| W | $\dfrac{e\sin\gamma}{\sin(\alpha+\beta)}$ | $\dfrac{e[\cos(\alpha+\beta)-\cos\gamma]}{\sin(\alpha+\beta)}$ |
| o | $\xi_1 = \dfrac{e\left(1-\operatorname{tg}\delta\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta-\gamma}{2}\right)}{\operatorname{tg}\gamma\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta-\gamma}{2}-1}$ | $\eta_1 = \dfrac{e(\operatorname{tg}\gamma-\operatorname{tg}\delta)}{\operatorname{tg}\gamma\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta-\gamma}{2}-1}$ |
| g | $\xi_2 = -\dfrac{e\left(\operatorname{tg}\delta+\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta-\gamma}{2}\right)}{\operatorname{tg}\gamma+\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta-\gamma}{2}}$ | $\eta_2 = -\dfrac{e(\operatorname{tg}\gamma-\operatorname{tg}\delta)\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta-\gamma}{2}}{\operatorname{tg}\gamma+\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta-\gamma}{2}}$ |
| q | $\xi' = \dfrac{e\left(1-\operatorname{tg}\delta\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}\right)}{1+\operatorname{tg}\gamma\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}}$ | $\eta' = \dfrac{e(\operatorname{tg}\gamma+\operatorname{tg}\delta)}{1+\operatorname{tg}\gamma\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}}$ |
| f̊ | $\xi'' = -\dfrac{e\left(\operatorname{tg}\delta+\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}\right)}{\operatorname{tg}\gamma-\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}}$ | $\eta'' = -\dfrac{e(\operatorname{tg}\gamma+\operatorname{tg}\delta)\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}}{\operatorname{tg}\gamma-\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2}}$ |
| a | $\dfrac{e(\operatorname{tg}\beta+\operatorname{tg}\delta)}{\operatorname{tg}\beta-\operatorname{tg}\gamma}$ | $\dfrac{e\operatorname{tg}\beta(\operatorname{tg}\gamma+\operatorname{tg}\delta)}{\operatorname{tg}\beta-\operatorname{tg}\gamma}$ |
| b | $-\dfrac{e(\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\delta)}{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\gamma}$ | $-\dfrac{e\operatorname{tg}\alpha(\operatorname{tg}\gamma-\operatorname{tg}\delta)}{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\gamma}$ |
| $a$ | $-e$ | 0 |
| $b$ | $e$ | 0 |

$a\mathfrak{o}$ und $a\mathfrak{g}$, zwei bestimmte Lagen des einen Schenkels vom Winkel $\alpha$, bilden mit der Abscissenachse die Winkel $\tau_1$ und $\tau_2$; $ao$ und $ag$, die entsprechenden Lagen des anderen Schenkels vom Winkel $\alpha$, bilden mit der Abscissenachse die Winkel $\vartheta_1$ und $\vartheta_2$ · $b\mathfrak{q}$ und $b\mathfrak{f}$, zwei bestimmte Lagen des einen Schenkels vom Winkel $\beta$, bilden mit der Abscissenachse die Winkel $\tau'$ und $\tau''$; $bq$ und $bf$, die entsprechenden Lagen des anderen Schenkels vom Winkel $\beta$, bilden mit der Abscissenachse die Winkel $\vartheta'$ und $\vartheta''$. Man findet

$$\operatorname{tg}\tau_1 = \frac{\eta_1}{\xi_1 + e} = \operatorname{cotg}\frac{\alpha+\beta-\gamma}{2},$$

$$\operatorname{tg}\tau_2 = \frac{\eta_2}{\xi_2 + e} = -\operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta-\gamma}{2},$$

$$\operatorname{tg}\vartheta_1 = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\tau_1}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\tau_1} = -\operatorname{cotg}\frac{\alpha-\beta+\gamma}{2} = \operatorname{tg}\psi_2,$$

$$\operatorname{tg}\vartheta_2 = \frac{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\tau_2}{1 - \operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\tau_2} = \operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta+\gamma}{2} = \operatorname{tg}\psi_1.$$

Nun sind nach § XII $\psi_1$ und $\psi_2$ die Winkel, welche die Achsen des Kegelschnittes mit der Abscissenachse bilden; folglich sind die Sehnen $ao$ und $ag$ den Achsen des Kegelschnittes parallel. Konstruiert man zu $ao$ und $ag$ die konjugierten Durchmesser, so sind diese die Achsen des Kegelschnittes. Ferner ist

$$\operatorname{tg}\tau' = \frac{\eta'}{\xi' - e} = -\operatorname{cotg}\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2},$$

$$\operatorname{tg}\tau'' = \frac{\eta''}{\xi'' - e} = \operatorname{tg}\frac{\alpha+\beta+\gamma}{2},$$

$$\operatorname{tg}\vartheta' = \frac{\operatorname{tg}\tau' - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\tau'\operatorname{tg}\beta} = -\operatorname{cotg}\frac{\alpha-\beta+\gamma}{2} = \operatorname{tg}\psi_2,$$

$$\operatorname{tg}\vartheta'' = \frac{\operatorname{tg}\tau'' - \operatorname{tg}\beta}{1 + \operatorname{tg}\tau''\operatorname{tg}\beta} = \operatorname{tg}\frac{\alpha-\beta+\gamma}{2} = \operatorname{tg}\psi_1.$$

Die Achsen des Kegelschnittes können also auch als konjugierte Durchmesser der Sehnen $bq$ und $bf$ aufgefasst werden.

**Anmerkung.** Wenn OQ Tangente des Kreises $sab$ ist, so fallen die Punkte W, $\mathfrak{f}$, $\mathfrak{g}$ mit dem Berührungspunkte der Tangente zusammen; der Tangente OQ entspricht eine Parabel, dem Berührungspunkte von OQ der unendlich entfernte Punkt der Parabel; $ag$ und $bf$ sind zwei parallele Durchmesser, $ao$ und $bq$ zwei auf diesen Durchmessern, also auch auf der Achse senkrecht stehende Sehnen.

§ XIV. **Lehrsatz.** Wenn man um den Durchschnittspunkt $\mathfrak{p}$ der Geraden OQ und der Potenzlinie des Kreises $sab$ und des Kreises $\mathfrak{K}_1$, welcher $a\mathfrak{o}$ (vergl. § XIII) zum Durchmesser hat, mit der von $\mathfrak{p}$ an den einen oder anderen dieser beiden Kreise gelegten Tangente den Kreis $\mathfrak{K}_2$ beschreibt, so schneidet der letztere die Gerade OQ in zwei Punkten $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{t}$, denen im korrespondierenden Kegelschnitte die Endpunkte $r$, $t$ der auf der Sehne $ao$ senkrecht stehenden Achse entsprechen.

**Beweis.** Die Potenzlinie zweier Kreise ist der geometrische Ort der Punkte, von denen gleiche Tangenten an beide Kreise gezogen werden können; ein Kreis, der mit einer solchen von einem Punkte der Potenzlinie ausgehenden Tangente um diesen Punkt beschrieben wird, schneidet die beiden ursprünglichen Kreise rechtwinklig. Auch der Kreis $\mathfrak{K}_2$, welcher um den oben genannten Durchschnittspunkt $\mathfrak{p}$ mit der von $\mathfrak{p}$ an den Kreis $sab$ gelegten Tangente beschrieben wird, schneidet die Kreise $\mathfrak{K}_1$ und $sab$ rechtwinklig und die Gerade OQ in den Punkten $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{t}$, welche mit dem Pole von OQ in Bezug auf den Kreis $sab$ ein Tripel harmonischer Punkte bilden, weil die Polare des einen der beiden Punkte $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{t}$ durch den anderen geht*). Daraus folgt, dass die entsprechenden Punkte $r$, $t$ im Kegelschnitte die Endpunkte eines Durchmessers sind. Nun sind $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{o}$ und $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{t}$ zwei Paare zugeordneter harmonischer Punkte, weil die Kreise $\mathfrak{K}_1$ und $\mathfrak{K}_2$ sich rechtwinklig schneiden, also ist der Durchmesser $rt$ der Sehne $ao$ konjugiert und nach § XIII eine Achse des Kegelschnittes.

Mittels der Punkte $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{g}$ der Geraden OQ findet man durch eine ähnliche Konstruktion die auf der Sehne $ag$ senkrecht stehende Achse $r't'$. Durch die Punkte $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{q}$ und $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{f}$ der Geraden OQ gelangt man nach denselben Gesetzen ebenfalls zu den Achsen des Kegelschnittes.

Zu beiden parallelen Sehnen $ao$ und $bq$ gehört die Achse $rt$, zu beiden parallelen Sehnen $ag$ und $bf$ die Achse $r't'$ des Kegelschnittes.

Der Punkt $\mathfrak{p}$, in dem die Potenzlinie des Kreises $sab$ und des Kreises mit dem Durchmesser $\mathfrak{a}\mathfrak{o}$ die Gerade OQ schneidet, ergiebt sich auch als Durchschnittspunkt der Geraden OQ und der Potenzlinie des Kreises $sab$ und des Kreises mit dem Durchmesser $\mathfrak{b}\mathfrak{q}$. Daher kann der Punkt $\mathfrak{p}$ als Potenzpunkt**) dreier Kreise aufgefasst werden, des Kreises $sab$ und der beiden Kreise, in denen die Strecken $\mathfrak{a}\mathfrak{o}$ und $\mathfrak{b}\mathfrak{q}$ Durchmesser sind.

§ XV. **Zusatz.** Die Punkte $\mathfrak{r}$, $\mathfrak{t}$ der Geraden OQ, denen im Kegelschnitte die Endpunkte $r$, $t$ der einen Achse entsprechen, sind also die Durchschnitts-

---

*) Wählt man nämlich für einen Kreis um M und eine Gerade OQ dieselben Koordinatenachsen, wie in Fig. 9, § II, und beschreibt um einen beliebigen in der Geraden OQ befindlichen Punkt, dessen Koordinaten a, $\eta$ sind, mit der von ihm an den Kreis um M gelegten Tangente einen Kreis, so schneidet der letztere, welcher nach § II die Gleichung

$$(y - \eta)^2 + (x - a)^2 = a^2 + \eta^2 - r^2$$

hat, die durch die Gleichung

$$x = a$$

dargestellte Gerade OQ in zwei Punkten. Beide Schnittpunkte haben dieselbe Abscisse a, aber verschiedene Ordinaten; der eine hat die Ordinate $\eta + \sqrt{a^2 + \eta^2 - r^2}$, der andere die Ordinate $\eta - \sqrt{a^2 + \eta^2 - r^2}$. Die durch die Gleichung

$$(\eta + \sqrt{a^2 + \eta^2 - r^2})\, y + ax = r^2$$

ausgedrückte Polare des einen Schnittpunktes, dessen Koordinaten a und $\eta + \sqrt{a^2 + \eta^2 - r^2}$ sind, trifft die Gerade OQ in dem Punkte, dessen Abscisse a und dessen Ordinate $\dfrac{r^2 - a^2}{\eta + \sqrt{a^2 + \eta^2 - r^2}} = \eta - \sqrt{a^2 + \eta^2 - r^2}$ ist, also in dem anderen Schnittpunkte.

**) Dieser Punkt wird auch Radikal-Centrum oder Chordalpunkt genannt.

punkte der Geraden OQ und des Orthogonalkreises*) dreier Kreise, von denen einer der Kreis *sab* ist, die beiden übrigen die Strecken $\mathfrak{a}\mathfrak{o}$ und $\mathfrak{b}\mathfrak{q}$ zu Durchmessern haben. Ebenso sind die Punkte $\mathfrak{r}'$, $\mathfrak{t}'$ der Geraden OQ, denen im Kegelschnitte die Endpunkte $r'$, $t'$ der anderen Achse entsprechen, die Durchschnittspunkte der Geraden OQ und des Orthogonalkreises dreier Kreise, von denen einer wieder der Kreis *sab* ist, die beiden übrigen aber die Strecken $\mathfrak{a}\mathfrak{g}$ und $\mathfrak{b}\mathfrak{f}$ zu Durchmessern haben.

**Anmerkung.** Wenn die Gerade OQ keinen Punkt mit dem Kreise *sab* gemein hat, so findet man nach der vorher angedeuteten Konstruktion beide Achsen der Ellipse. Ist OQ Tangente des Kreises *sab*, so erhält man nur eine Achse, von welcher der eine Endpunkt der Scheitel, der andere Endpunkt der unendlich entfernte Punkt der Parabel ist. Schneidet OQ den Kreis *sab*, so ergiebt sich nur die reelle Achse der Hyperbel.

§ XVI. **Zusatz.** Nach der Methode von Newton können die Achsen des Kegelschnittes auch in dem Falle konstruiert werden, dass nur fünf Punkte desselben gegeben sind. Drei von den gegebenen Punkten bestimmen das Dreieck $d_1ab$, demnach auch das symmetrische Dreieck *sab* und die Winkel $sab = \alpha$, $sba = \beta$, durch deren Rotation bezw. um die Scheitel $a$ und $b$ von dem Durchschnittspunkte des einen Schenkelpaares der Kegelschnitt beschrieben wird, wenn der Durchschnittspunkt des anderen Schenkelpaares eine gewisse Gerade OQ durchläuft. Zwei Punkte dieser Geraden (folglich die Gerade selbst) werden mittels der zwei übrigen von den fünf gegebenen Punkten und mittels der bereits gefundenen Winkel $\alpha$ und $\beta$ bestimmt**). Darauf lassen sich die Punkte $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{o}$, $\mathfrak{g}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{f}$, $\mathfrak{q}$ finden und nach § XIV oder § XV die Achsen konstruieren.

*) Der Orthogonalkreis dreier Kreise ist der um ihren Potenzpunkt beschriebene Kreis, welcher eine von den an die drei Kreise gelegten gleichen Tangenten zum Radius hat. Der Orthogonalkreis ist unmöglich, wenn der Potenzpunkt von den drei zugehörigen Kreisen umschlossen wird.

**) cf. Newtonus, Analysis etc., Amstaelodami, sumptibus societatis, MDCCXXIII, pag. 95: Sectionum conicarum descriptio per data quinque puncta.

Fig.3.

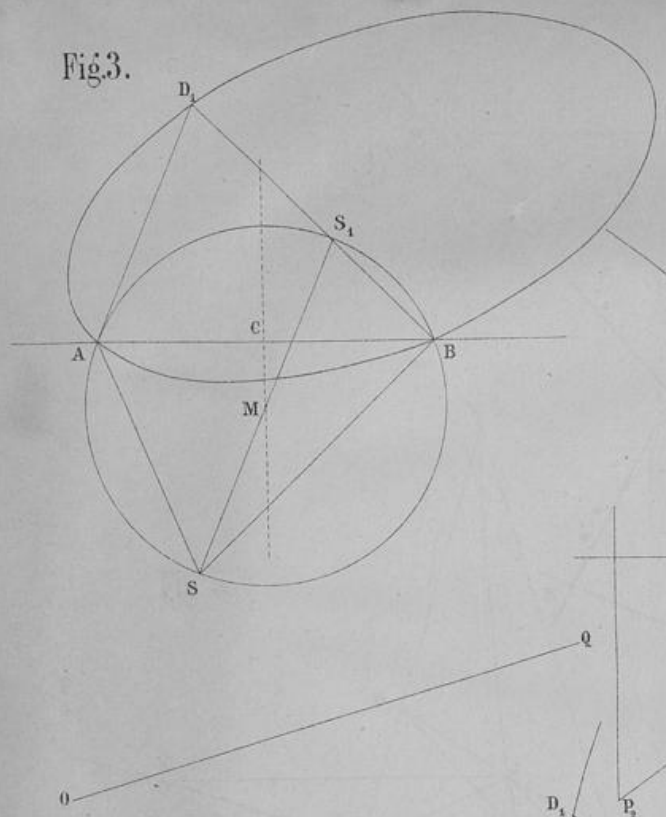



Fig.2.

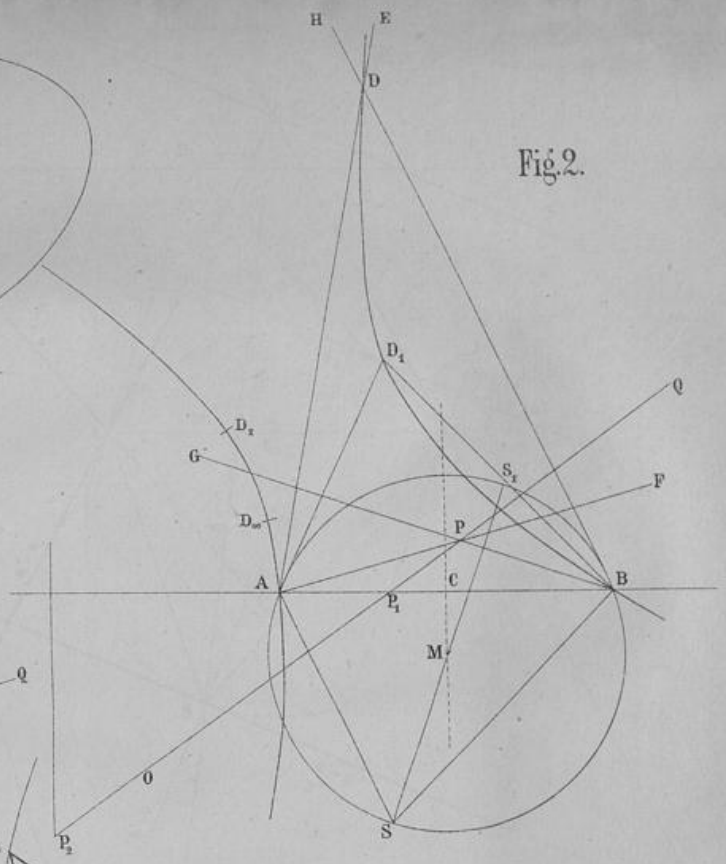



Fig.1.

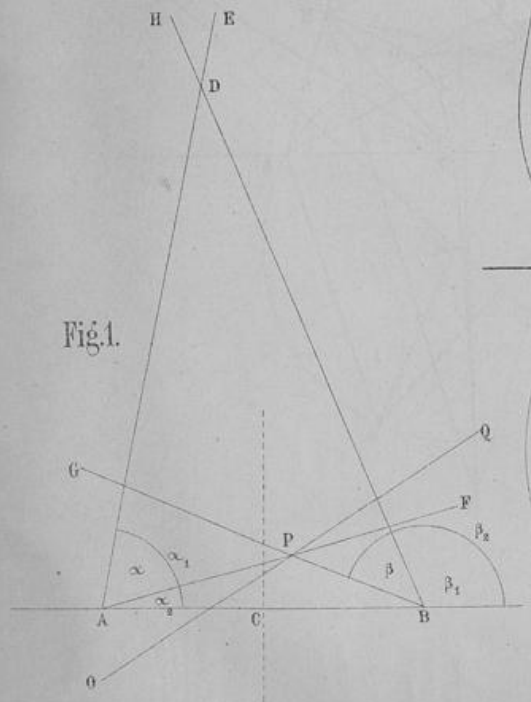
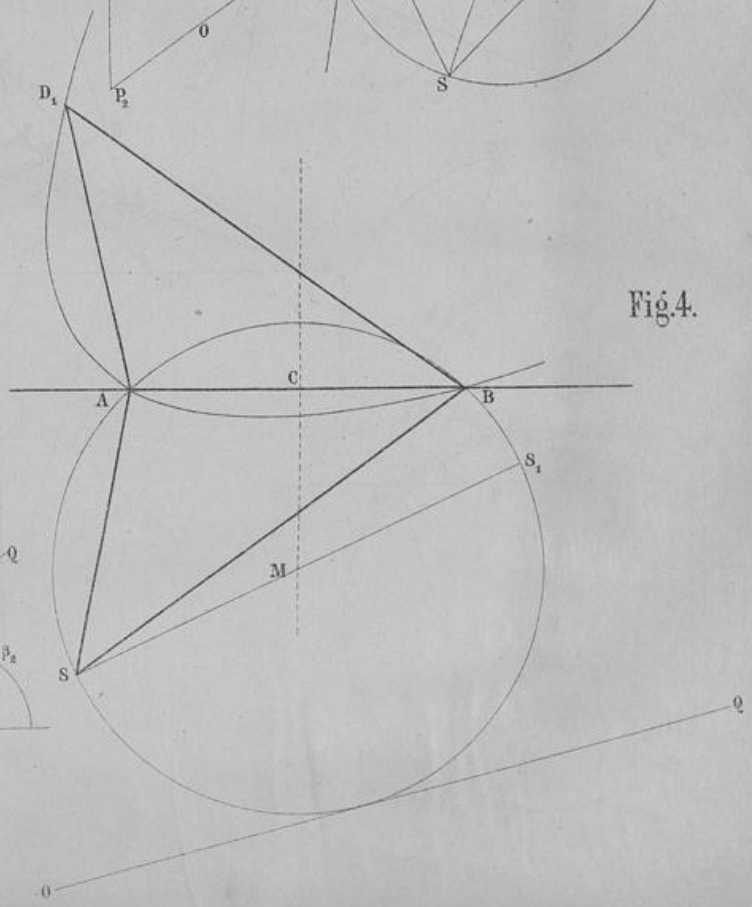



Fig.4.




Lith. Inst. d. Gebr. Handtke. F. Hesch, Breslau.

Fig. 6.

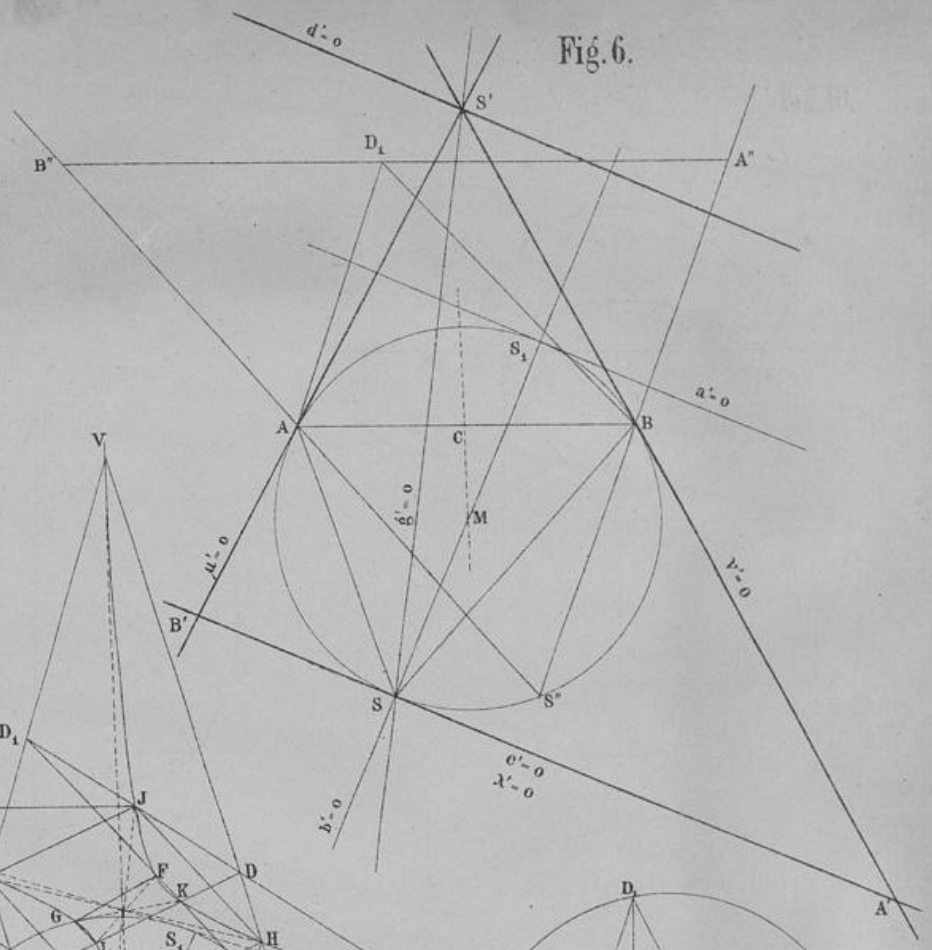
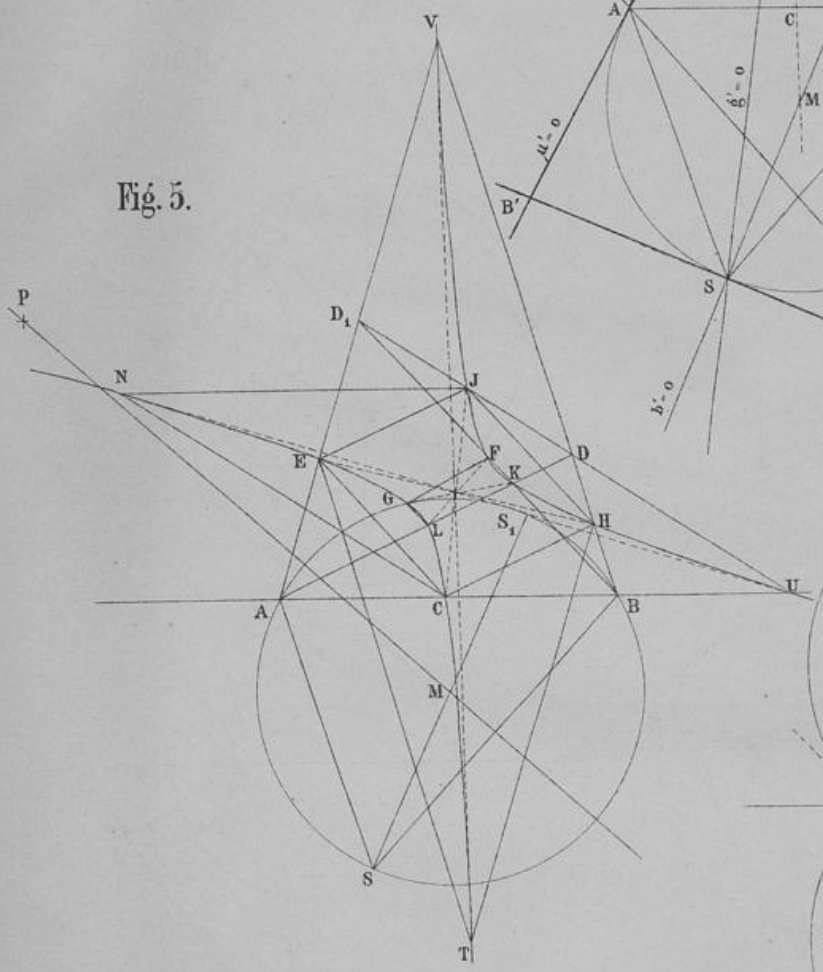



Fig. 5.



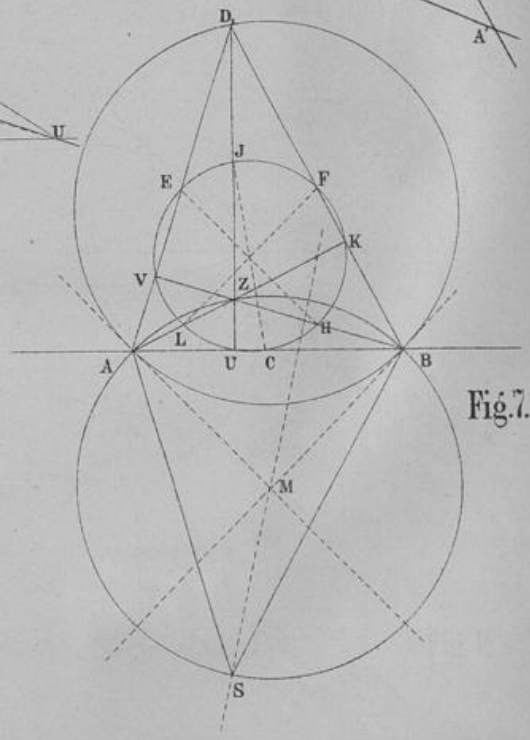




Fig. 7.

Fig. 8.

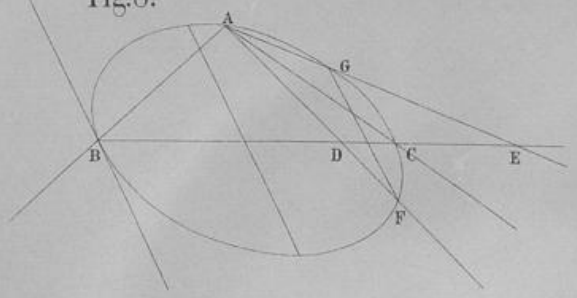



Fig. 10.

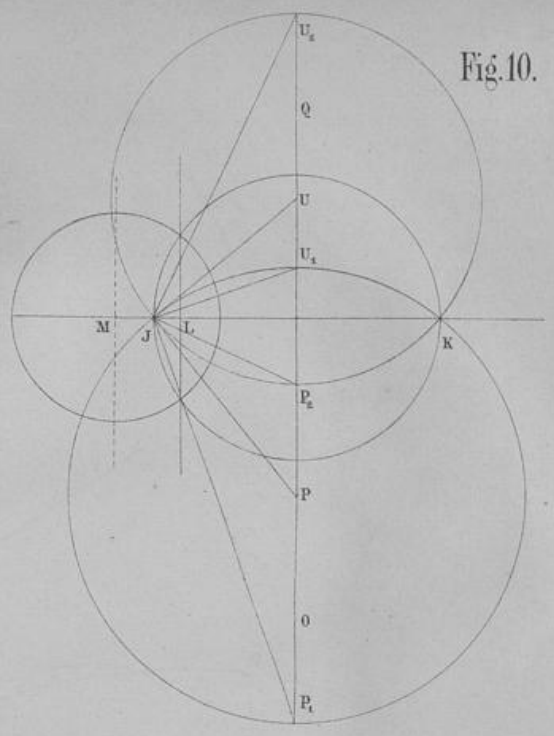
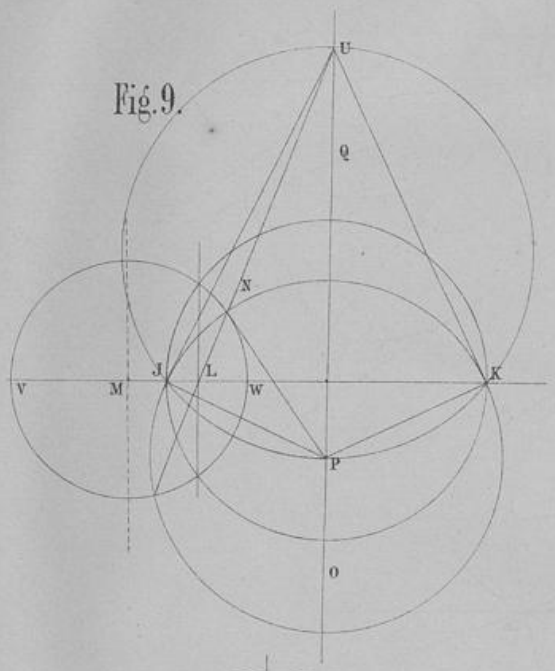



Fig. 9.



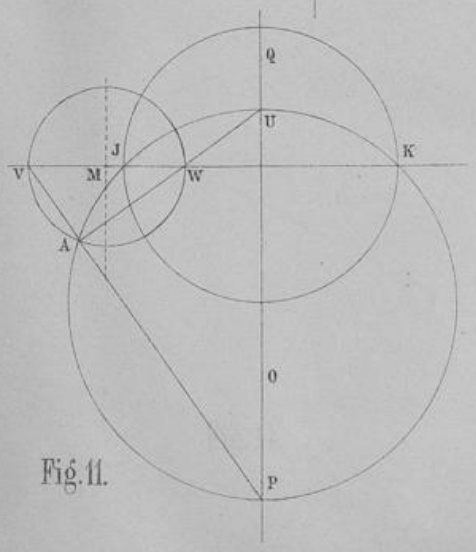




Fig. 11.

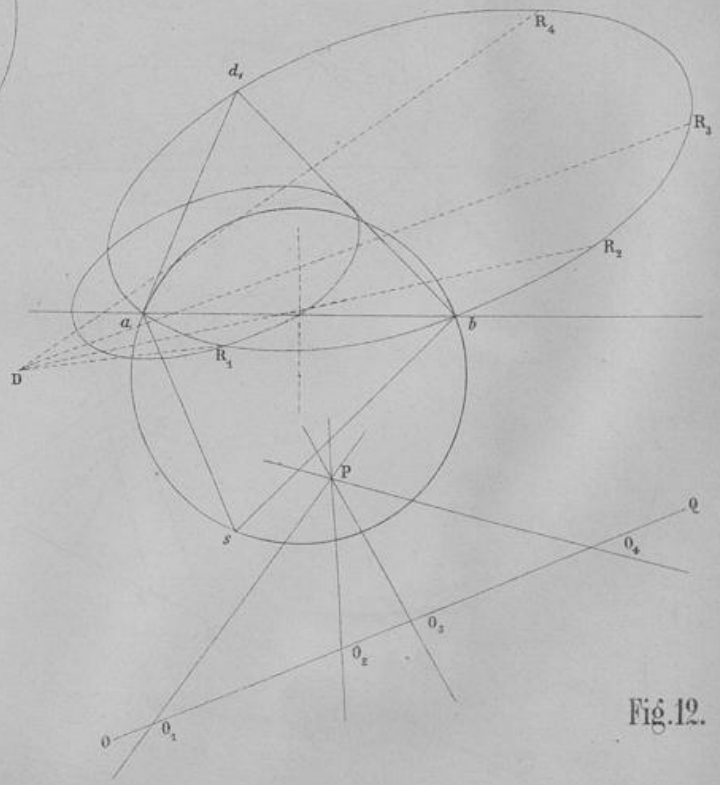
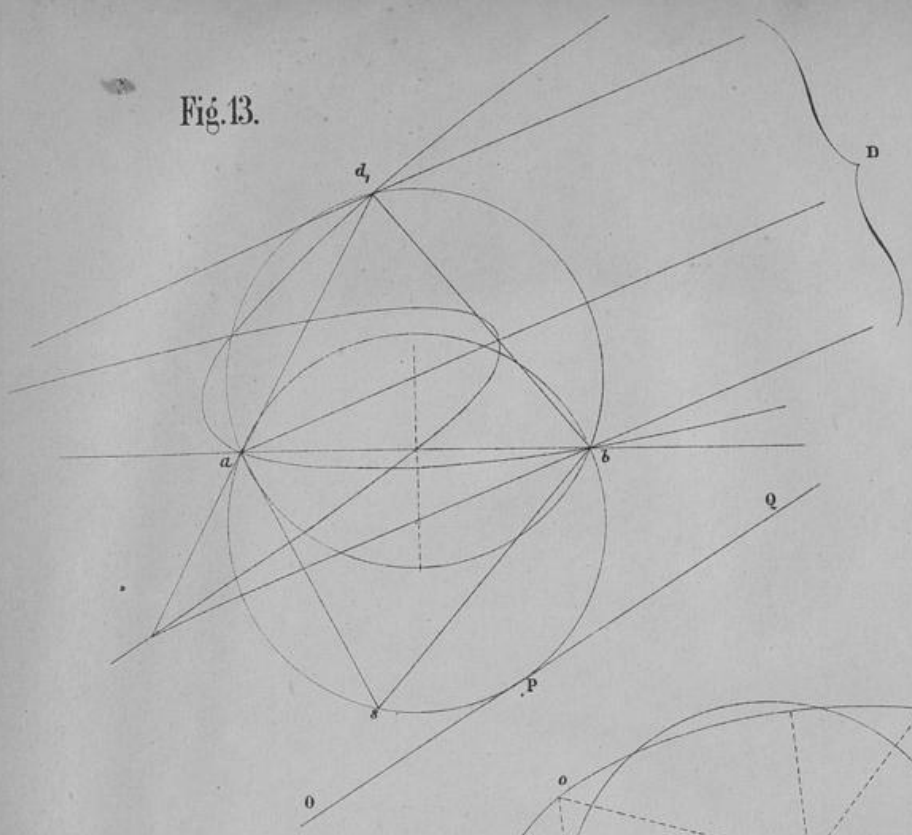



Fig. 12.

Fig. 13.



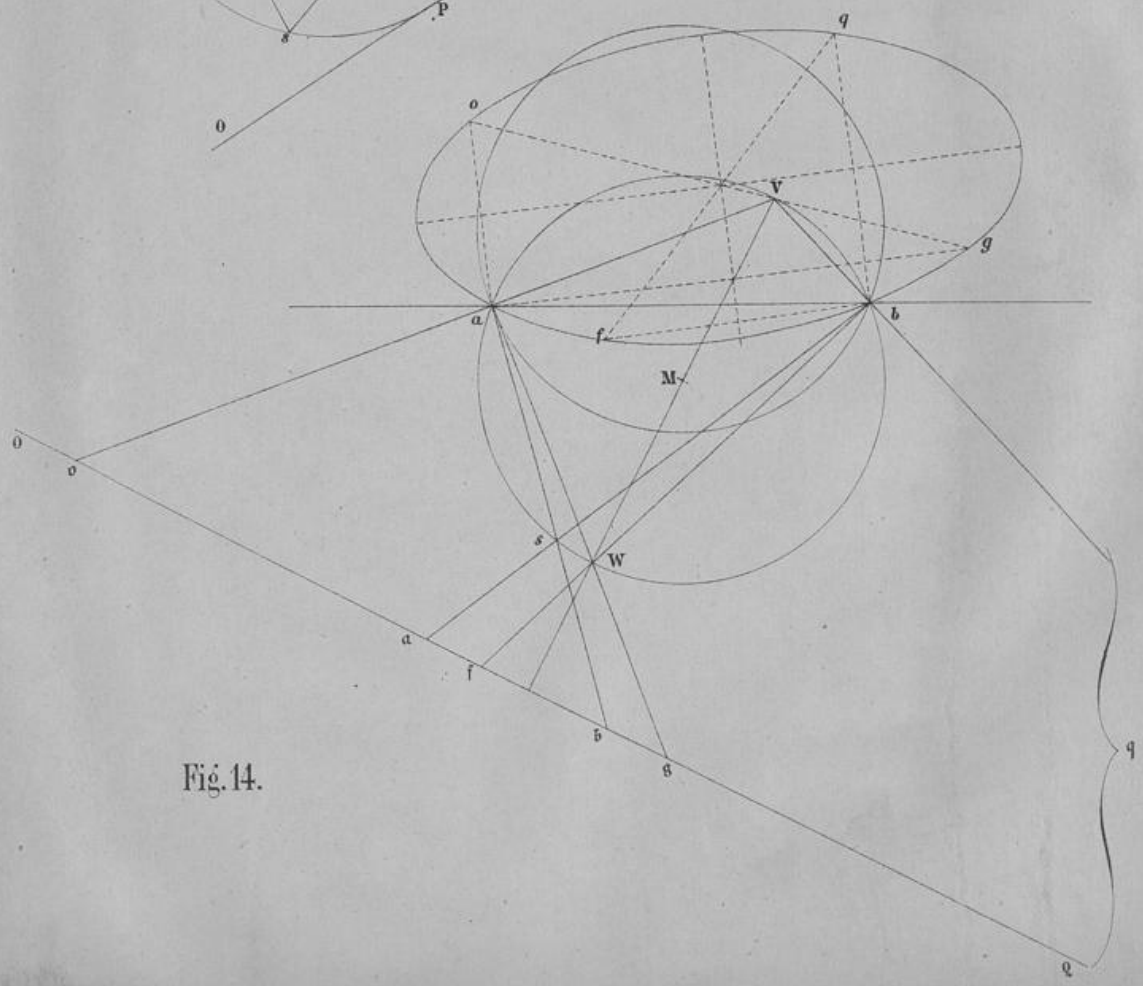




Fig. 14.

TIFFEN Gray Scale
© The Tiffen Company, 2007
R G B W G K C Y M
A 1 2 3 4 5 6 M 8 9 10 11 12 13 14 15 B 17 18 19